Juliana Vianna Valério

Análise de Estabilidade de Escoamentos Viscosos e Viscoelásticos

TESE DE DOUTORADO

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Programa de Pós–graduação em Engenharia Mecânica

Rio de Janeiro
março de 2007

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Juliana Vianna Valério

Análise de Estabilidade de Escoamentos Viscosos e Viscoelásticos

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós–graduação em Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica da PUC–Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica

Orientador: Prof. Márcio da Silveira Carvalho
Co–Orientador: Prof. Carlos Tomei

Rio de Janeiro
março de 2007

Juliana Vianna Valério

Bacharelou–se em Matemática na *Pontifícea Universidade Católica do Rio de Janeiro* - PUC (Rio de Janeiro, Brasil) em 1999. Concluiu o Mestrado na PUC (Rio de Janeiro, Brasil) em 2001 na área de Matemática Aplicada à Dinâmica dos Fluidos, estudando as equações de Navier-Stokes em um referêncial não uniforme e não estacionário.

Ficha Catalográfica

Vianna Valério, Juliana

Análise de Estabilidade de Escoamentos Viscosos e Viscoelásticos/ Juliana Vianna Valério; orientador: Márcio da Silveira Carvalho; co–orientador: Carlos Tomei. — Rio de Janeiro : PUC–Rio, Departamento de Engenharia Mecânica, 2007.

v., 137 f: il. ; 29,7 cm

1. Tese (doutorado) - Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Mecânica.

Inclui referências bibliográficas.

I. . II. . III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Mecânica. IV. Título.

CDD: 621

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA
DO RIO DE JANEIRO

Juliana Vianna Valério

Análise de Estabilidade de Escoamentos Viscosos e Viscoelásticos

Tese apresentada ao Programa de Pós–graduação em Engenharia Mecânica do Departamento de Engenharia Mecânica do Centro Técnico Científico da PUC–Rio como parte dos requisitos parciais para obetnção Do título de Doutor em Engenharia Mecânica Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Márcio da Silveira Carvalho
Orientador
Departamento de Engenharia Mecânica — PUC–Rio

Prof. Carlos Tomei
Co–Orientador
Departamento de Matemática — PUC–Rio

Prof. Abimael Fernando Dourado Loula
Coordenação de Matemática Aplicada e Computacional — LNCC

Prof. Max de Oliveira Souza
Instituto de Matemática— UFF

Prof. Paulo Roberto de Souza Mendes
Departamento de Engenharia Mecânica — PUC-Rio

Prof. Ângela Niekele
Departamento de Engenharia Mecânica — PUC-Rio

Prof. José Eugenio Leal
Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico — PUC–Rio

Rio de Janeiro, 09 de março de 2007

Agradecimentos

Agradeço muito a todos que nesses quatro anos estiveram diretamente ou indiretamente envolvidos comigo e com o trabalho da tese. Professores, funcionários e alunos do departamento de mecânica e também de matemática da PUC-Rio. Familiares e amigos queridos.

Dentre esses, um agradecimento super especial ao Márcio. Sua extrema competência e dedicação fez desse trabalho tecnicamente interessante e muito prazeroso. Agradeço também a oportunidade e incentivo à iteração com outros departamentos, inclusive em outro país, me proporcionando uma experiência sem igual.

Ao Carlos, que abriu as portas da sua sala e nunca mais a fechou! Seu abrangente conhecimento e exímia didática forneceram elementos fundamentais para o sucesso do trabalho.

Ao CNPq, pelo financiamento nos dois primeiros anos, à CAPES, pela oportunidade de participar do programa PDEE (estágio de doutorado/sanduíche) e à FAPERJ, pela bolsa nota dez nos dois últimos anos.

Resumo

Vianna Valério, Juliana; **Análise de Estabilidade de Escoamentos Viscosos e Viscoelásticos**. Rio de Janeiro, 2007. 137p. Tese de Doutorado — Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

As informações sobre a sensibilidade da solução de um dado escoamento mediante a perturbações infinitesimais é importante para o seu completo entendimento. A análise de estabilidade de escoamentos pode ser utilizada na otimização de processos industriais. Na indústria de revestimento o controle da estabilidade é fundamental, uma vez que o escoamento na região de aplicação da camada de líquido sobre o substrato, de um modo geral, tem que ser laminar, bidimensional e em regime permanente. O objetivo é determinar, dentro do espaço de parâmetros de operação, a região onde o escoamento é estável e conseqüentemente a camada a ser revestida uniforme. Porém, por ser uma análise complexa, só é usada na indústria em estudos mais apurados. O sistema linear que descreve a estabilidade vai ser discretizado com o método de Galerkin / elementos finitos, dando origem a um problema de autovalor generalizado.Tanto para escoamentos com líquidos newtonianos como para escoamentos com líquidos viscoelásticos, uma das matrizes do problema de autovalor generalizado é singular e alguns autovalores se encontram no infinito. No escoamento com líquidos viscoelásticos parte do espectro é contínuo, aumentando o grau de dificuldade da análise numérica para encontrá-lo. Nesse trabalho, vamos apresentar um método baseado em transformações lineares tirando vantagem das estruturas matriciais e transformando-as em um problema de autovalor clássico com dimensão, pelo menos, três vezes menor que o original. O método elimina os autovalores infinitos do problema com um baixo custo computacional. A estabilidade de um escoamento de Couette unidimensional de líquido newtoniano é analisada como um primeiro exemplo. Depois, o início do estudo da estabilidade em um escoamento de Couette bidimensional e também um escoamento pistonado com o mesmo líquido. Generaliza-se o método para o escoamento de Couette de um líquido viscoelástico, os resultados para o escoamento de um líquido cujo comportamento mecânico é descrito pelo modelo de Maxwell são apresentados e comparados com a solução analítica de Gorodtsov & Leonov, 1967. A relação entre os autovetores do problema transformado e do original é apresentada.

Palavras–chave

autovalores, análise de estabilidade, transformações matriciais, escoamentos incompressíveis, escoamentos viscoelásticos.

Abstract

Vianna Valério, Juliana; **Linear Stability Analysis of Viscous and Viscoelastic Flows.** Rio de Janeiro, 2007. 137p. PhD. Thesis — Departamento de Engenharia Mecânica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Steady state,two-dimensional flows may become unstable under two and three-dimensional disturbances, if the flow parameters exceed some critical values. In many practical situations, determining the parameters at which the flow becomes unstable is essential. The complete understanding of viscous and viscoelastic flows requires not only the steady state solution of the governing equations, but also its sensitivity to small perturbations. Linear stability analysis leads to a generalized eigenvalue problem, GEVP. Solving the GEVP is challenging, even for Newtonian liquids, because the incompressibility constraint creates singularities that lead to nonphysical *eigenvalues at infinity*. For viscoelastic flows, the difficulties are even higher because of the continuous spectrum of eigenmodes associated with differential constitutive equations. The complexity and high computational cost of solving the GEVP have probably discouraged the use of linear stability analysis of incompressible flows as a general engineering tool for design and optimization. The Couette flow of UCM liquids has been used as a classical problem to address some of the important issues related to stability analysis of viscoelastic flows. The spectrum consists of two discrete eigenvalues and a continuous segment of eigenvalues with real part equal to -1/We (We is the Weissenberg number). Most of the numerical approximation of the spectrum of viscoelastic Couette flow presented in the literature were obtained using spectral expansions. The eigenvalues close to the continuous part of the spectrum show very slow convergence. In this work, the linear stability of Couette flow of a Newtonian and UCM liquids were studied using finite element method, which makes it easier to extend the analysis to complex flows. A new procedure to eliminate the *eigenvalues at infinity* from the GEVP that come from differential equations is also proposed. The procedure takes advantage of the structure of the matrices involved and avoids the computational effort of common mapping techniques. With the proposed procedure, the GEVP is transformed into a smaller simple EVP, making the computations more efficient. Reducing the computational memory and time. The relation between the eigenvector from the original problem and the reduced one is also presented.

Keywords

eigenvalues, stability analysis, matrix transformation, incompressible flows, viscoelastic flows.

Conteúdo

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Símbolos

- grandezas vetoriais são apresentadas em negrito,
- $\mathbf{u}$ e $\mathbf{v}$ são usados para representar (u, v, w) campo de velocidade,
- o símbolo ∇ é apenas espacial, ou seja $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$, a partir daí os operadores gradiente e divergente são tomados nas variáveis espaciais,
- o gradiente é definido como: $\nabla \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix}$,
- U velocidade característica,
- L comprimento característico,
- μ viscosidade,
- ρ massa específica do fluido,
- $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ viscosidade cinemática,
- θ tempo de relaxação,
- λ^t tempo de retardamento,
- α fator de mobilidade,
- a fator de mobilidade modificado,
- τ tensor das tensões,
- p pressão (parte isotrópica do tensor das tensões),
- $\mathbf{T}$ extra tensão,
- $\mathbf{I}$ identidade,
- $\dot{\boldsymbol{\gamma}} = \left(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T\right)$ tensor deformação,
- $\dot{\gamma} = \sqrt{\frac{1}{2}\mathrm{tr}(\dot{\boldsymbol{\gamma}}^T \dot{\boldsymbol{\gamma}})}$ taxa de deformação,
- $Re = \frac{UL}{\nu}$ número de Reynolds,
- $We = \frac{U\theta}{L}$ número de Wessemberg.