

Estimação de Canal

As técnicas de modulação M -PSK, utilizada nesta dissertação para mapear sub-símbolos $s(n)$, podem ser classificadas em duas categorias: diferencial e coerente. Utilizando o método de modulação diferencial para mapear os símbolos M -PSK das subportadoras OFDM, não há necessidade de se estimar o canal, já que a informação está codificada na diferença de fase entre dois símbolos consecutivos. Essa é uma técnica comumente utilizada em sistemas rádio móveis para reduzir a complexidade no receptor, já que um estimador de canal não se faz necessário. Modulação diferencial é utilizada no padrão Europeu para difusão de áudio digital, o DAB (*Digital Audio Broadcast*) e também no padrão americano IS-136 usado para comunicação celular baseada em TDMA. A modulação diferencial possui duas desvantagens principais: uma perda adicional de 3 dB na relação SNR, e portanto um desempenho inferior se comparada à modulação coerente e uma ineficiência para usar constelações com vários níveis de amplitude (multi-amplitude). A modulação coerente, por outro lado, permite o uso de constelações multi-amplitude de maneira eficiente, sendo assim adequada para as transmissões a altas taxas [20], [21]. A estrutura do seu receptor é mais complexa já que deve incluir um estimador de canal. Para canais “com par de fios” (*wired channels*) como é o caso do canal telefônico por exemplo, certamente a modulação coerente será a melhor escolha, pois o canal dificilmente muda com o tempo. Contudo, para os canais rádio móveis, altamente variantes no tempo, a eficiência desse tipo de modulação faz com que ela passe a ser uma alternativa interessante para as transmissões com taxas elevadas, como é o caso da difusão de vídeo digital, DVB (*Digital Video Broadcast*).

Portanto, passa a ser atraente o estudo de estimadores de canal a serem usados em esquemas com modulação coerente. Esse estudo inclui análise de técnicas para estimação do canal e análise do desempenho do estimador.

Em um sistema OFDM, cada subcanal se comporta como um canal de portadora simples em um ambiente com desvanecimento plano. Assim, de uma maneira geral, os sistemas OFDM podem aproveitar as mesmas técnicas de

estimação de canal desenvolvidas para os sistemas de única portadora, usando-as para cada uma de suas subportadoras. Existem dois métodos principais para estimação do canal: o método baseado em pilotos, símbolos de treinamento ou sequências de treinamento, também chamado método DA (*Data-Aided design*) ou PSAM (*Pilot Symbol Assisted Modulation*); e o método DD, “Decisão-Direta” (*Decision-Directed*), que se baseia em decisões anteriores para realizar a estimação [2]. O primeiro é espectralmente ineficiente enquanto que o segundo sofre de propagação de erros. Neste capítulo são abordados os principais conceitos para se obter a estimativa da resposta de frequência do canal de propagação para a recepção de sinais CP e ZP-OFDM. Uma estimativa dinâmica de canal é necessária antes da detecção de sinais, uma vez que os canais de propagação, em sistemas de comunicações móveis, são seletivos em frequência e variantes no tempo [11], [12], [13], [14].

As técnicas de estimação de canal abordadas neste capítulo utilizam-se de símbolos piloto [1], [2], [6]. Os símbolos pilotos são definidos como um conjunto de sub-símbolos $s(n)$, gerados para transmissão, os quais são conhecidos pelo receptor. Isto possibilita o mapeamento da resposta do canal em cada subportadora do sistema, sendo esta empregada na detecção dos sinais CP e ZP-OFDM.

São analisadas duas abordagens para estimação de canal com símbolos piloto, sendo que ambas consideram o uso do primeiro símbolo OFDM, em cada bloco de símbolos transmitidos, como o conjunto de símbolos piloto usado na obtenção da resposta em frequência do canal.

A primeira abordagem, apresentada na Seção 4.1, obtém a estimativa da resposta de frequência do canal após a demodulação do símbolo OFDM pela operação DFT, estimativa essa que é obtida no início de cada bloco de símbolos OFDM, sendo utilizada ao longo do bloco. Canais rádio móveis geralmente são modelados como canais de multipercurso com resposta ao impulso finita (FIR) e o intervalo de guarda geralmente tem uma duração maior que o comprimento da resposta impulsional do canal. Com base neste fato é apresentado um método para refinamento da estimativa inicialmente obtida. Na Seção 4.2 é apresentada uma abordagem alternativa onde a resposta de frequência do canal é estimada antes da demodulação do símbolo OFDM.

Por outro lado na Seção 4.3 estuda-se a possibilidade de utilização de métodos adaptativos para rastrear as variações de canal dentro de cada bloco de símbolos OFDM.

Por fim são apresentados resultados de desempenho para as técnicas propostas e para os experimentos realizados nesta dissertação.

4.1

Estimação de canal utilizando símbolos piloto e matriz purificadora

Para se estimar a resposta de frequência do canal, supõe-se aqui que símbolos piloto são inseridos em todas as subportadoras dos primeiros símbolos de transmissão CP e ZP-OFDM, caracterizando o uso de blocos de símbolos piloto. Uma outra possibilidade seria distribuir os símbolos piloto uniformemente pelas subportadoras do sistema. Neste caso devem-se empregar critérios adequados para a detecção de sinais [1], [2].

A estimativa de canal por meio de blocos de símbolos piloto foi desenvolvida para detecção de sinais propagados em canais variantes lentos no tempo, que apresentam valor reduzido para o produto $f_d T_{ofdm}$.

A idéia do esquema de estimação de canal em blocos proposto nesta dissertação baseia-se no conhecimento *a priori* do comprimento da resposta impulsional do canal $\mathbf{h}_L(n)$. Tendo esse conhecimento prévio podemos determinar quais componentes do vetor estimativa de canal $\hat{\mathbf{h}}(n)$ apresentam apenas contribuição do ruído e assim não têm nenhuma informação do canal [22]. Desta forma quando o comprimento do canal é L e o comprimento do símbolo OFDM é N , uma maneira de melhorar a qualidade da estimativa é manter as L primeiras componentes de $\hat{\mathbf{h}}(n)$ e zerar as outras $N-L$ componentes. Assim estamos eliminando da estimativa do canal no tempo componentes apenas ruidosas. Após este processo de decimação e preenchimento com zeros do vetor $\hat{\mathbf{h}}(n)$ aplica-se uma DFT retornando a estimativa para o domínio da frequência.

Quando o comprimento do canal é um parâmetro desconhecido pode-se utilizar o comprimento G da faixa de guarda do sistema OFDM como um limite superior, tendo em vista que o tamanho da faixa de guarda é projetado para ser maior que o comprimento do canal.

As estimativas Pós-DFT refinadas da resposta de frequência do canal para sistemas CP e ZP-OFDM passam pelas seguintes etapas de refinamento: mudança para o domínio do tempo da estimativa inicial, decimação das componentes ruidosas, *zero padding* da estimativa resultante e retorno para o domínio da frequência.

Como estas operações são lineares podemos obter uma matriz que opera uma transformação linear na estimativa inicial tendo como resultado a estimativa purificada tanto no sistema CP-OFDM quanto no sistema ZP-OFDM. Isto é feito a seguir.

Como visto anteriormente o n -ésimo símbolo OFDM no receptor após a operação de DFT pode ser expresso como:

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{S}(n)\mathbf{q}(n) + \mathbf{W}_N \mathbf{n}(n) \quad (4-1)$$

Onde \mathbf{W}_N é a matriz DFT normalizada $N \times N$, sendo $N = M$ para os sistemas CP e $N = P$ para os sistemas ZP-OFDM, a matriz $\mathbf{S}(n) = \mathbf{D}(s(n))$ é uma matriz diagonal contendo as componentes do vetor $s(n)$, que são quantidades complexas em geral, supostamente conhecidas e determinada a partir dos símbolos piloto. O vetor $\mathbf{q}(n)$, de dimensão N , contém a resposta de frequência do canal em cada uma das N subportadoras:

$\mathbf{q} = \text{DFT}[h_0 \ h_1 \ \dots \ h_L \ 0_1 \ 0 \ \dots \ 0_{N-L}] = \sqrt{N} \ \mathbf{W}_N [\mathbf{h}_L^T \ 0^T]^T$, e $\mathbf{n}(n)$ é vetor de ruído gaussiano branco com matriz covariância $\mathbf{K}_n = \sigma^2 \mathbf{I}$.

Supondo $\mathbf{S}(n)$ inversível a estimativa *Zero-forcing* da resposta de frequência do canal de cada bloco OFDM, $\hat{\mathbf{q}}_{zf}(n)$, é dada por:

$$\hat{\mathbf{q}}_{zf}(n) = \mathbf{S}^{-1}(n)\mathbf{x}(n) = \mathbf{q}(n) + \mathbf{S}^{-1}(n) \mathbf{W}_N \mathbf{n}(n) = \mathbf{q}(n) + \mathbf{n}_{zf}(n) \quad (4-2)$$

onde o ruído da estimativa ZF :

$$\mathbf{n}_{zf}(n) = \mathbf{S}^{-1}(n) \mathbf{W}_N \mathbf{n}(n) \quad (4-2a)$$

tem matriz covariância dada por:

$$\mathbf{K}_{zf} = \mathbf{S}^{-1} \mathbf{W}_N \mathbf{E}[\mathbf{n} \mathbf{n}^H] \mathbf{W}_N^H (\mathbf{S}^{-1})^H \quad (4-3)$$

resultando em :

$$\mathbf{K}_{zf} = \mathbf{S}^{-1} \sigma^2 \mathbf{I} (\mathbf{S}^{-1})^H = \sigma^2 \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{S}^{-1})^H \quad (4-4)$$

onde o índice de tempo n foi suprimido para a facilidade de notação. Passando a estimativa da resposta de frequência do canal $\hat{\mathbf{q}}_{zf}$ para o domínio do tempo:

$$\hat{\mathbf{h}} = \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{W}_N^H \hat{\mathbf{q}}_{zf} \quad (4-5)$$

tem-se:

$$\hat{\mathbf{h}} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_L \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{W}_N^H \mathbf{n}_{zf} \quad (4-6)$$

onde \mathbf{h}_L é a resposta impulsional do canal com L componentes. Finalmente chamando $\frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{W}_N^H \mathbf{n}_{zf}$ de $\tilde{\mathbf{n}}_{zf}$ a expressão final para $\hat{\mathbf{h}}$:

$$\hat{\mathbf{h}} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_L \\ 0 \end{bmatrix} + \tilde{\mathbf{n}}_{zf} \quad (4-7)$$

Verifica-se a partir de (4-6) que as $N-L$ últimas componentes de $\hat{\mathbf{h}}$ possuem apenas contribuições ruidosas não tendo nenhuma informação sobre o canal [22]. Assim estas componentes podem ser decimadas e substituídas por zeros, originando uma nova estimativa $\hat{\mathbf{h}}_d$:

$$\hat{\mathbf{h}}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{L \times L} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{h}} \quad (4-8)$$

Deste modo somente as L primeiras componentes de $\hat{\mathbf{h}}_d$, contendo as componentes do canal ruidosas, contribuem na operação IDFT no retorno para o domínio da frequência, refinando assim a estimativa final como pode ser visto mais adiante através da análise das matrizes de covariância das estimativas.

Aplicando-se então a matriz DFT na estimativa $\hat{\mathbf{h}}_d$ resulta de (4-8) e (4-5) que:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{q}}_{\text{final}} &= \sqrt{N} \mathbf{W}_N \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{L \times L} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{h}} = \\ &= \sqrt{N} \mathbf{W}_N \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{L \times L} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{W}_N^H \hat{\mathbf{q}}_{zf} \end{aligned} \quad (4-9)$$

ou ainda,

$$\hat{\mathbf{q}}_{\text{final}} = \mathbf{W}_o \mathbf{W}_o^H \hat{\mathbf{q}}_{zf} \quad (4-10)$$

onde \mathbf{W}_o é uma matriz $N \times L$ que contém as L primeiras colunas da matriz DFT normalizada \mathbf{W}_N :

$$\mathbf{W}_o = \mathbf{W}_N \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{L \times L} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-11)$$

Utilizando-se (4-10) e (4-2) tem-se que:

$$\hat{\mathbf{q}}_{\text{final}} = \mathbf{W}_o \mathbf{W}_o^H \mathbf{q} + \mathbf{W}_o \mathbf{W}_o^H \mathbf{n}_{zf} \quad (4-12)$$

$$\text{e, como } \mathbf{q} = \sqrt{N} \mathbf{W}_N \begin{bmatrix} \mathbf{h}_L \\ 0 \end{bmatrix} = \sqrt{N} \mathbf{W}_o \mathbf{h}_L \quad (4-12a)$$

resulta, uma vez que $\mathbf{W}_o^H \mathbf{W}_o = \mathbf{I}$

$$\hat{\mathbf{q}}_{\text{final}} = \mathbf{q} + \mathbf{W}_o \mathbf{W}_o^H \mathbf{n}_{zf} = \mathbf{q} + \mathbf{n}_{\text{final}} \quad (4-13)$$

A matriz covariância do ruído $\mathbf{n}_{\text{final}} = \mathbf{W}_o \mathbf{W}_o^H \mathbf{n}_{zf}$ da estimativa refinada é então:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{q}_{\text{final}}} = \mathbf{W}_o \mathbf{W}_o^H \mathbf{K}_{\mathbf{q}_{zf}} \mathbf{W}_o \mathbf{W}_o^H \quad (4-14)$$

onde $\mathbf{K}_{\mathbf{q}_{zf}}$ é dada por (4-4).

A partir de (4-10) pode-se observar que o processo de refinamento da estimativa da resposta de frequência de cada bloco OFDM pode ser obtido através de uma transformação linear da estimativa inicial $\hat{\mathbf{q}}_{zf}$:

$$\hat{\mathbf{q}}_{\text{final}} = \mathbf{B} \hat{\mathbf{q}}_{zf} \quad (4-15)$$

onde $\mathbf{B} = \mathbf{W}_o \mathbf{W}_o^H$ é a matriz $N \times N$ purificadora que refina a estimativa inicial, possuindo a seguinte estrutura:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{L}{N} & B_{12} & \cdot & \cdot & B_{1N} \\ B_{21} & \frac{L}{N} & \cdot & \cdot & B_{2N} \\ B_{31} & B_{32} & \cdot & \cdot & B_{3N} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ B_{N1} & B_{N2} & \cdot & \cdot & \frac{L}{N} \end{bmatrix} \quad (4-16)$$

A transformação linear, dada em (4-15), pode ser interpretada como uma projeção da estimativa de resposta de frequência do canal $\hat{\mathbf{q}}_{zf}$ no subespaço gerado por \mathbf{W}_o ($\mathbf{G}(\mathbf{W}_o)$). Note-se que de acordo com (4-12a), a verdadeira resposta de frequência do canal \mathbf{q} tem que pertencer a $\mathbf{G}(\mathbf{W}_o)$. O subespaço

$\mathbf{G}(\mathbf{W}_o)$ possui dimensão $L \leq N$, tendo a matriz que projeta um vetor $\mathbf{v} \in \mathbf{C}^N$ no subespaço $\mathbf{G}(\mathbf{W}_o)$ a forma $\mathbf{W}_o (\mathbf{W}_o^H \mathbf{W}_o)^{-1} \mathbf{W}_o^H = \mathbf{W}_o \mathbf{W}_o^H = \mathbf{B}$.

No apêndice A é mostrado que a multiplicação pela matriz \mathbf{B} reduz a variância do ruído branco \mathbf{n}_{zf} da estimativa de canal $\hat{\mathbf{q}}_{zf}$ por um fator $\frac{L}{N}$, purificando assim a estimativa $\hat{\mathbf{q}}_{zf}$.

Abaixo segue um diagrama em blocos ilustrando o processo de estimação de canal Pós-DFT nos sistema OFDM utilizando matriz purificadora:

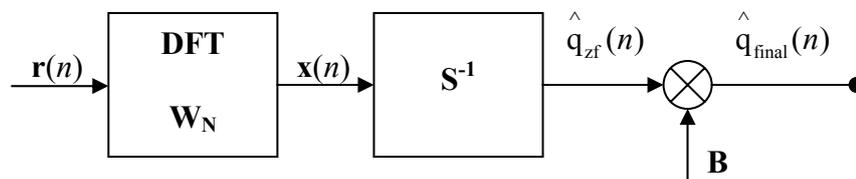


Figura 4.1 – Modelo de estimação de canal Pós-DFT utilizando matriz purificadora

A seguir são apresentadas às estimativas do canal na frequência para os sistemas CP e ZP-OFDM utilizando matriz purificadora.

4.1.1

Estimação de canal Pós-DFT com símbolos piloto em sistemas CP-OFDM

Utilizando os resultados já apresentados na seção anterior, para sistemas CP-OFDM ($N = M$) temos:

$$\mathbf{x}_{cp}(n) = \mathbf{S}_{cp}(n) \mathbf{q}(n) + \mathbf{W}_M \mathbf{n}(n) \quad (4-17)$$

com $\mathbf{S}_{cp}(n) = \mathbf{D}(\mathbf{s})$ onde $\mathbf{s}(n) = \mathbf{b}(n)$ cujas componentes $b_i(n)$ são símbolos piloto de uma constelação M -PSK com norma unitária e

$$\mathbf{q} = \text{DFT}[h_0 \ h_1 \ \dots \ h_L \ 0 \ 0 \ \dots \ 0_{M-L}]$$

De acordo com (4-2) estimativa *zero-forcing* $\hat{\mathbf{q}}_{zf}(n)$ da resposta de freqencia do canal de cada bloco OFDM:

$$\hat{\mathbf{q}}_{zf}(n) = \mathbf{q}(n) + \mathbf{n}_{zf}(n) \quad (4-18)$$

onde a matriz covariância de $\mathbf{n}_{zf}(n)$ pode ser calculado a partir de (4-4) e suprimindo-se a variável n resulta:

$$\mathbf{K}_{zf} = \sigma^2 \mathbf{S}_{cp}^{-1} (\mathbf{S}_{cp}^{-1})^H \quad (4-19)$$

$$\mathbf{K}_{zf} = \sigma^2 \mathbf{D}(|b_i|^{-2}) = \sigma^2 \mathbf{I} \quad (4-20)$$

Melhoria da estimativa de canal Pós-DFT para o sistema CP-OFDM:

Aplicando a matriz purificadora \mathbf{B} na estimativa inicial $\mathbf{q}_{zf}(n)$:

$$\hat{\mathbf{q}}_{final} = \mathbf{B} \hat{\mathbf{q}}_{zf} \quad (4-21)$$

onde $\mathbf{B} = \mathbf{W}_o \mathbf{W}_o^H$ e \mathbf{W}_o tem dimensão $M \times L$. A matriz covariância do ruído em $\hat{\mathbf{q}}_{final}$  obtida substituindo-se (4-20) em (4-21) resultando em:

$$\mathbf{K}_{q_{final}} = \sigma^2 \mathbf{W}_o \mathbf{W}_o^H = \sigma^2 \mathbf{B} \quad (4-22)$$

A partir de (4-16),  fácil verificar que no presente caso a diagonal da matriz \mathbf{B} em (4-22) possui componentes iguais a $\frac{L}{M}$. Deste modo, $\hat{\mathbf{q}}_{final}$  uma estimativa com ruído colorido cujas componentes possuem variâncias iguais a $\sigma^2 \frac{L}{M}$. Comparando-se \mathbf{K}_{zf} , em (4-20), com $\mathbf{K}_{q_{final}}$, em (4-22), observa-se que as variâncias das componentes de ruído da estimativa inicial foram reduzidas por um fator de $\frac{L}{M}$, pelo procedimento da purificao.

Abaixo segue um comparativo dos erros médio quadráticos das componentes das estimativas de resposta de frequência do canal, em um sistema CP-OFDM, descrito por $\mathbf{h}_L = [0.8677 \ 0.4339 \ 0.2169 \ 0.1085]^T$, ilustrado na Figura 4.2, utilizando o método de blocos de pilotos descrito em (4-2) e a estimativa refinada, descrita em (4-15). As curvas de erro médio quadrático foram a média de 900 experimentos cada qual composto pela transmissão e recepção de 1 símbolo piloto onde cada símbolo é formado por $M + L$ subsímbolos QPSK. O número de subportadoras é $M = 40$ e o intervalo de guarda possui dimensão $L = 10$, sendo considerado um $E_b/N_0=13\text{dB}$ em todos os experimentos:

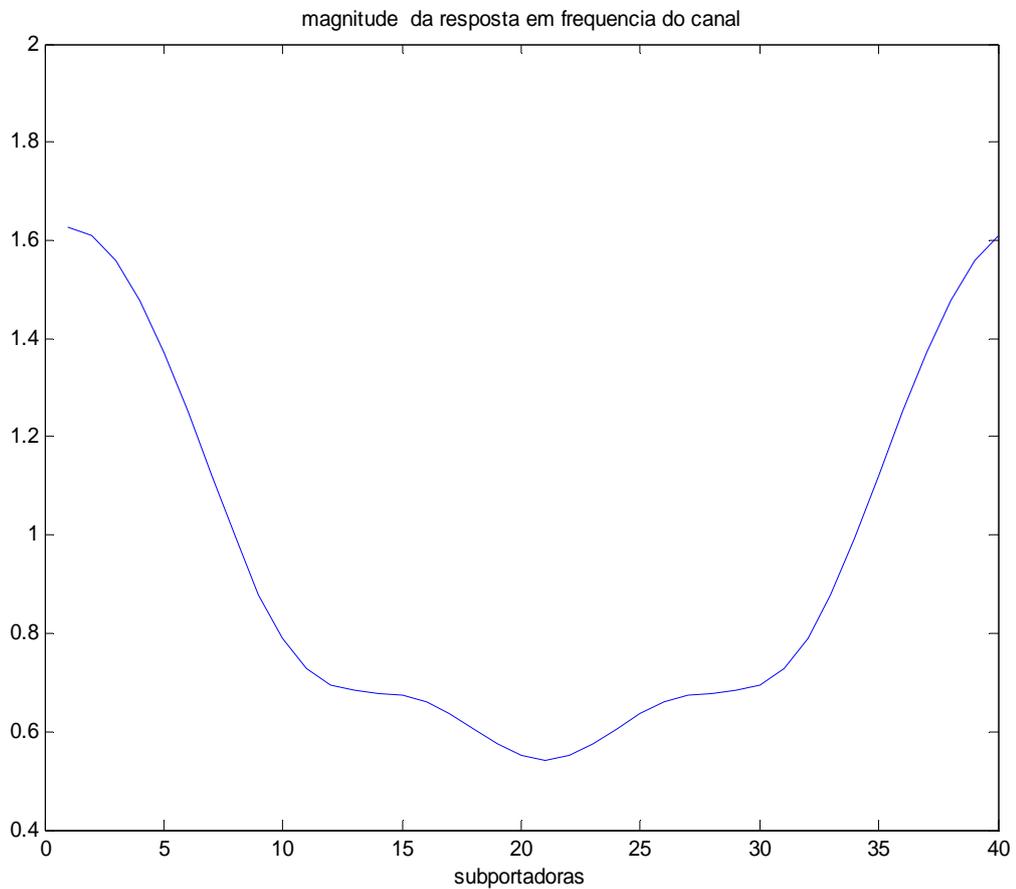


Figura 4.2 – Magnitude da resposta em frequência para $\mathbf{h}_L = [0.8677 \ 0.4339 \ 0.2169 \ 0.1085]^T$

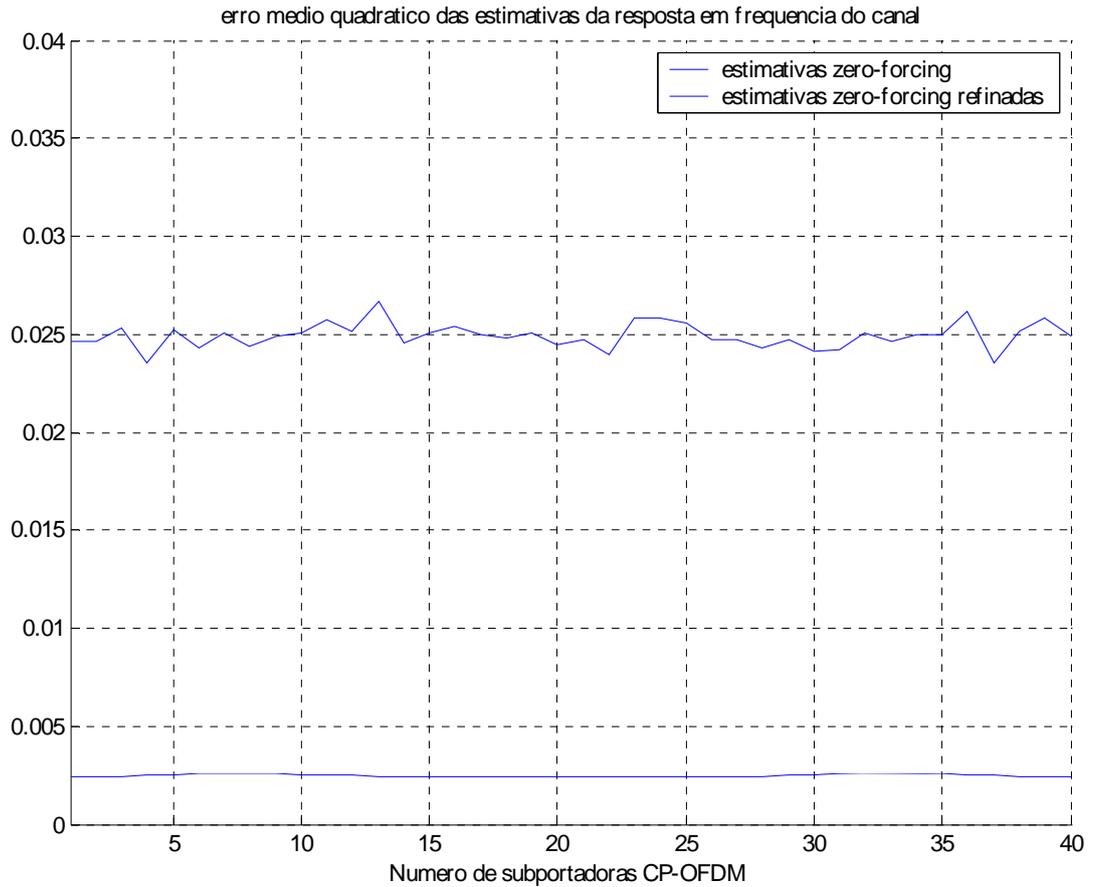


Figura 4.3 – CP-OFDM - Canal Fixo – Erro Médio Quadrático das Estimativas *Zero-Forcing* e *Zero-Forcing Refinadas* para $E_b/N_o=13\text{dB}$

4.1.2

Estimação de canal Pós-DFT com símbolos piloto em sistemas ZP-OFDM

Para sistemas ZP-OFDM ($N = P$), os símbolos OFDM no receptor após a operação de DFT são expressos como:

$$\mathbf{x}_{zp}(n) = \mathbf{S}_{zp}(n)\mathbf{q}(n) + \mathbf{W}_P \mathbf{n}(n) \quad (4-23)$$

$$\text{onde } \mathbf{S}_{zp}(n) = \mathbf{D}(\mathbf{s}_{zp}(n)) \quad (4-23a)$$

$$\text{com } \mathbf{s}_{zp}(n) = \mathbf{W}_P \begin{bmatrix} \mathbf{W}_M^H \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{b}(n) = \mathbf{V}\mathbf{b}(n) \quad (4-23b)$$

sendo $\mathbf{b}(n)$ o vetor de dimensão $M \times 1$ contendo os símbolos pilotos, extraídos de uma constelação M -PSK com norma unitária.

Novamente de acordo com (4-2), a estimativa $\hat{\mathbf{q}}_{zf}(n)$ zero-forcing de canal é dada por:

$$\hat{\mathbf{q}}_{zf}(n) = \mathbf{q}(n) + \mathbf{S}_{zf}^{-1}(n) \mathbf{W}_P \mathbf{n}(n) = \mathbf{q}(n) + \mathbf{n}_{zf}(n) \quad (4-24)$$

Note que as componentes de \mathbf{s}_{zp} em (4-23b), no caso geral, não possuem normas iguais podendo inclusive conter zeros tornando assim a matriz diagonal \mathbf{S}_{zp} não inversível. No entanto se os símbolos pilotos b_i são feitos iguais as componentes de \mathbf{s}_{zp} resultam também iguais, com norma não nula, garantindo assim a inversibilidade da matriz \mathbf{S}_{zp} , além de evitar que as componentes da matriz covariância do vetor de ruído \mathbf{n}_{zf} tenham variâncias diferentes. Para verificar isso considera-se um vetor \mathbf{b} de símbolos pilotos iguais:

$$\mathbf{b}_{M \times 1} = \begin{bmatrix} b \\ b \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b \end{bmatrix} \quad (4-25)$$

Substituindo (4-25) em (4-23b) e suprimindo-se a variável n , resulta:

$$\mathbf{s}_{zp} = \mathbf{W}_P \begin{bmatrix} \mathbf{W}_M^H \mathbf{b} \\ 0_{G \times 1} \end{bmatrix} \quad (4-26)$$

Como a soma das componentes de cada linha de \mathbf{W}_M^H é igual a zero, excetuando-se a primeira linha cujo somatório é igual a \sqrt{M} , (4-26) se torna:

$$\mathbf{s}_{zp} = \mathbf{W}_P \begin{bmatrix} b\sqrt{M} \\ 0_{P-1 \times 1} \end{bmatrix} = b\sqrt{M} \mathbf{W}_P \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = b\sqrt{M} \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1}{\sqrt{P}} \\ \frac{1}{\sqrt{P}} \\ \vdots \\ \vdots \\ \frac{1}{\sqrt{P}} \end{bmatrix} \quad (4-27)$$

e, portanto:

$$\mathbf{S}_{zp} = \mathbf{D}(\mathbf{s}_{zp}) = \sqrt{\frac{M}{P}} b \mathbf{I} \quad (4-28)$$

Utilizando-se (4-28) e (4-4) tem-se que, no caso ZP, o ruído da estimativa *zero-forcing* tem matriz covariância dada por:

$$\mathbf{K}_{zf} = \sigma^2 \frac{P}{M} \mathbf{I} \quad (4-29)$$

Melhoria da estimativa de canal Pós-DFT para o sistema ZP-OFDM:

Aplicando a matriz purificadora \mathbf{B} na estimativa inicial $\hat{\mathbf{q}}_{zf}(n)$ resulta em:

$$\hat{\mathbf{q}}_{\text{final}} = \mathbf{B} \hat{\mathbf{q}}_{zf} \quad (4-30)$$

onde $\mathbf{B} = \mathbf{W}_o \mathbf{W}_o^H$ e \mathbf{W}_o agora tem dimensão $P \times L$

e a matriz de covariância do ruído em $\hat{\mathbf{q}}_{\text{final}}$ é obtida substituindo (4-29) em (4-14) resultando:

$$\mathbf{K}_{\mathbf{q}_{\text{final}}} = \sigma^2 \frac{P}{M} \mathbf{W}_o \mathbf{W}_o^H = \sigma^2 \frac{P}{M} \mathbf{B} \quad (4-31)$$

ou ainda

$$\mathbf{K}_{\mathbf{q} \text{ final}} = \sigma^2 \frac{P}{M} \begin{bmatrix} \frac{L}{P} & B_{12} & \cdot & \cdot & B_{1P} \\ B_{21} & \frac{L}{P} & \cdot & \cdot & B_{2P} \\ B_{31} & B_{32} & \cdot & \cdot & B_{3P} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ B_{P1} & B_{P2} & \cdot & \cdot & \frac{L}{P} \end{bmatrix} = \sigma^2 \begin{bmatrix} \frac{L}{M} & B_{12} & \cdot & \cdot & B_{1P} \\ B_{21} & \frac{L}{M} & \cdot & \cdot & B_{2P} \\ B_{31} & B_{32} & \cdot & \cdot & B_{3P} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ B_{P1} & B_{P2} & \cdot & \cdot & \frac{L}{M} \end{bmatrix} \quad (4-32)$$

Assim $\hat{\mathbf{q}}_{\text{final}}$ é uma estimativa com ruído colorido cujas componentes possuem variâncias iguais a $\sigma^2 \frac{L}{M}$. É interessante notar que apesar das componentes do vetor de ruído presente nas estimativas iniciais *zero forcing* do CP e do ZP-OFDM possuírem variâncias diferentes, como pode ser verificado em (4-20) e (4-29), após a aplicação da matriz purificadora as componentes dos ruídos presentes nas estimativas finais dos dois sistemas tem variâncias iguais a $\sigma^2 \frac{L}{M}$.

Abaixo segue um comparativo dos erros médios quadráticos das componentes das estimativas de resposta de frequência do canal, em um sistema ZP-OFDM, descrito por $\mathbf{h}_{\mathbf{L}} = [0.8677 \ 0.4339 \ 0.2169 \ 0.1085]^T$, ilustrado na Figura 4.4, utilizando o método de blocos de pilotos descrito em (4-2) e a estimativa refinada, descrita em (4-15). As curvas de erro médio quadrático foram a média de 900 experimentos cada qual composto pela transmissão e recepção de 1 símbolo piloto onde cada símbolo é formado por $M + L$ subsímbolos QPSK. O número de subportadoras é $M = 40$ e o intervalo de guarda possui dimensão $L = 10$, sendo considerado um $E_b/N_0 = 13\text{dB}$ em todos os experimentos:

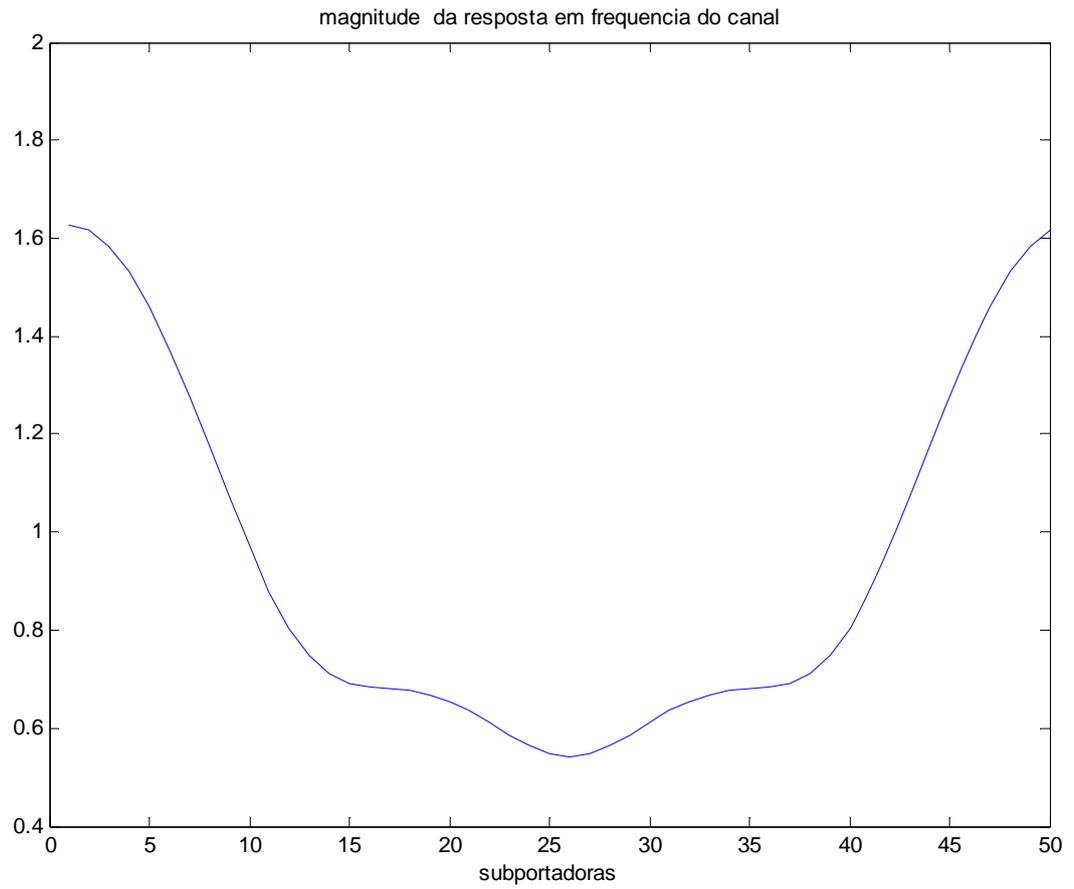


Figura 4.4 – Magnitude da resposta em frequência para $\mathbf{h}_L = [0.8677 \ 0.4339 \ 0.2169 \ 0.1085]^T$

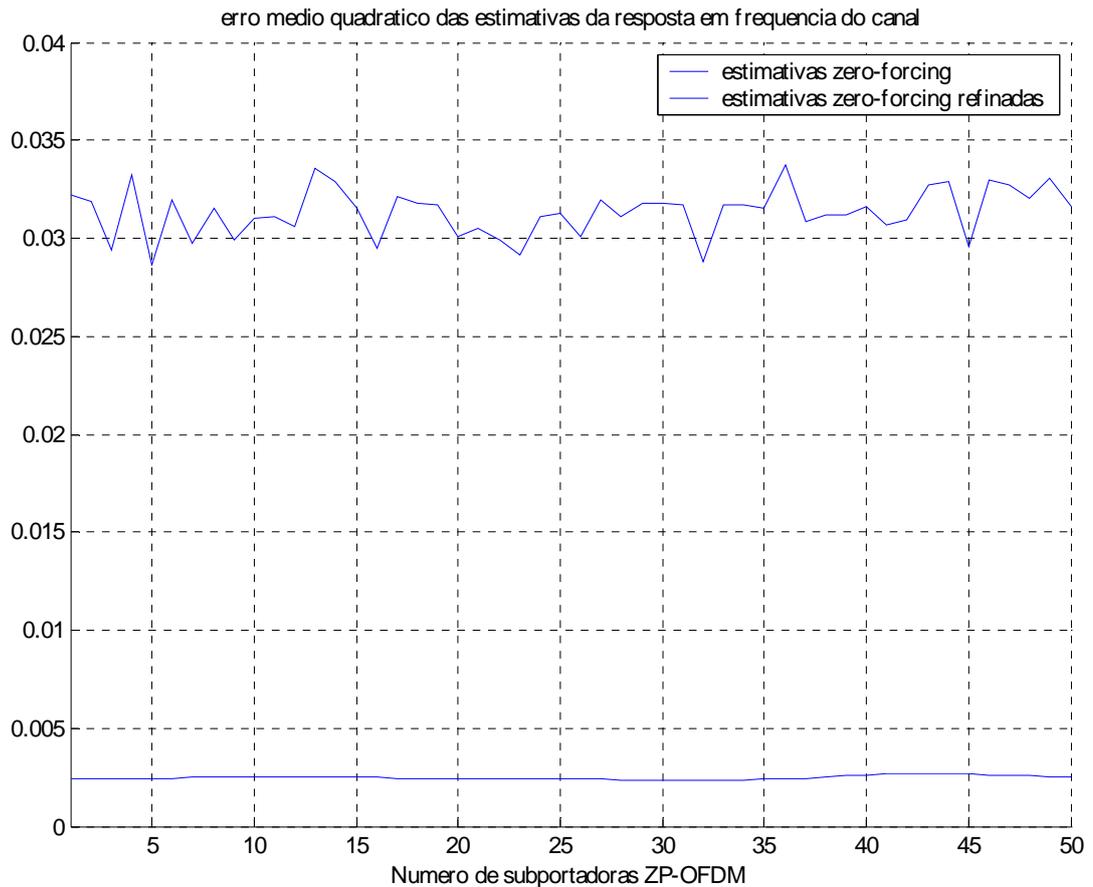


Figura 4.5 – ZP-OFDM - Canal Fixo – Erro Médio Quadrático das Estimativas *Zero-Forcing* e *Zero-Forcing Refinadas* para $E_b/N_0=13\text{dB}$

4.2

Estimação de canal Pré-DFT com símbolos piloto

Nesta seção é apresentada uma abordagem alternativa para a estimação da resposta de frequência do canal. Esta abordagem também utiliza blocos de pilotos, porém a estimativa do canal é obtida antes dos símbolos OFDM recebidos serem processados pela matriz DFT no receptor.

O n -ésimo símbolo OFDM no receptor antes da operação de DFT pode ser expresso como:

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{P}_c(n)\mathbf{h}(n) + \mathbf{n}(n) \quad (4-33)$$

onde \mathbf{P}_c é uma matriz circulante cuja 1ª coluna contém a IDFT dos símbolos piloto, ou seja,

$\mathbf{P}_c = \text{Circ}(\mathbf{W}_N^H \mathbf{s}(n))$ onde o vetor $\mathbf{s}(n)$, conforme apresentado em (4-1), possui componentes complexas determinadas a partir dos símbolos piloto.

O vetor $\mathbf{h}(n)$, de dimensão N , é dado por:

$$\mathbf{h} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_L \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4-34)$$

onde \mathbf{h}_L de dimensão L contém a resposta impulsional do canal. Por fim $\mathbf{n}(n)$, em (4-33), é vetor de ruído gaussiano branco com matriz covariância $\mathbf{K}_n = \sigma^2 \mathbf{I}$.

Supondo $\mathbf{P}_c(n)$ inversível, a estimativa *zero-forcing* da resposta impulsional do canal é dada por:

$$\hat{\mathbf{h}}_{zf} = \mathbf{P}_c^{-1} \mathbf{r} \quad (4-35)$$

onde o índice de tempo n foi suprimido para facilidade de notação.

Passando a estimativa da resposta impulsional do canal $\hat{\mathbf{h}}_{zf}$ para o domínio da frequência obtemos a estimativa da resposta de frequência do canal:

$$\hat{\mathbf{q}}_{zf} = \sqrt{N} \mathbf{W}_N \hat{\mathbf{h}}_{zf} \quad (4-36)$$

Para mostrar que a estimativa Pré-DFT dada por (4-36) é idêntica à estimativa Pós-DFT dada por (4-2) utilizaremos a propriedade utilizada no Capítulo 3, onde uma matriz circulante é diagonalizada pela pré e pós-multiplicação pelas matrizes DFT e IDFT normalizadas. Aplicando esta propriedade em \mathbf{P}_c temos:

$$\mathbf{P}_c = \text{Circ}(\mathbf{W}_N^H \mathbf{s}) = \sqrt{N} \mathbf{W}_N^H \mathbf{D}(\mathbf{s}) \mathbf{W}_N = \sqrt{N} \mathbf{W}_N^H \mathbf{S} \mathbf{W}_N \quad (4-37)$$

onde $\mathbf{S} = \mathbf{D}(\mathbf{s})$ é mesmo que em (4-1) e conseqüentemente temos:

$$\mathbf{P}_c^{-1} = \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{W}_N^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{W}_N \quad (4-38)$$

Substituindo (4-38) e (4-35) em (4-36) obtêm-se:

$$\hat{\mathbf{q}}_{zf} = \sqrt{N} \mathbf{W}_N \mathbf{P}_c^{-1} \mathbf{r} = \sqrt{N} \mathbf{W}_N \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{W}_N^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{W}_N \mathbf{r} = \mathbf{S}^{-1} \mathbf{W}_N \mathbf{r} \quad (4-39)$$

A estimativa $\hat{\mathbf{q}}_{zf}$ dada por (4-39) é a idêntica a estimativa Pós-DFT obtida através de (4-2) cujo processo de obtenção é ilustrado na Figura 4.1. Assim, analogamente ao caso Pós-DFT, para se obter a estimativa refinada basta multiplicar $\hat{\mathbf{q}}_{zf}$ pela matriz purificadora \mathbf{B} obtendo:

$$\hat{\mathbf{q}}_{\text{final}} = \mathbf{B} \hat{\mathbf{q}}_{zf} \quad (4-40)$$

Resultado igual ao obtido na estimativa refinada Pós-DFT dada em (4-15).

Uma maneira alternativa de se gerar esta estimativa pode ainda ser obtida por meio da utilização do mesmo método de purificação da estimativa inicial apresentado na Seção 4.1. Tendo em vista que a estimativa inicial $\hat{\mathbf{h}}_{zf}$ dada em (4-35) possui N componentes onde apenas as L primeiras contêm informação do canal, e portanto, as $N-L$ últimas componentes são ruidosas. Assim conforme visto na Seção 4.1, para se refinar a estimativa $\hat{\mathbf{h}}_{zf}$, as suas $N-L$ últimas componentes são decimadas e preenchidas com zeros (vale ressaltar que conforme apresentado na Seção 4.2, quando comprimento do canal é um parâmetro desconhecido utiliza-se o comprimento G da faixa de guarda como limite superior):

$$\hat{\mathbf{h}}_{\text{final}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{LXL} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{h}}_{zf} \quad (4-41)$$

Substituindo (4-35) e (4-38) em (4-41) tem-se:

$$\hat{\mathbf{h}}_{\text{final}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{LXL} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{P}_c^{-1} \mathbf{r} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{LXL} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{W}_N^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{W}_N \mathbf{r} \quad (4-42)$$

Passando a estimativa refinada da resposta ao impulso do canal para o domínio da frequência obtêm-se:

$$\hat{\mathbf{q}}_{\text{final}} = \sqrt{N} \mathbf{W}_N \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{LXL} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{W}_N^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{W}_N \mathbf{r} \quad (4-43)$$

$$\hat{\mathbf{q}}_{\text{final}} = \mathbf{W}_o \mathbf{W}_o^H \mathbf{S}^{-1} \mathbf{W}_N \mathbf{r} = \mathbf{B} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{W}_N \mathbf{r} \quad (4-44)$$

Substituindo (4-35) em (4-44) resulta que:

$$\hat{\mathbf{q}}_{\text{final}} = \mathbf{B} \hat{\mathbf{q}}_{\text{zf}} \quad (4-45)$$

Resultado igual ao obtido em (4-40). Estes processamentos alternativos para geração da estimativa refinadas pré-DFT estão ilustradas na Fig. 4.5.

Tendo em vista o conhecimento *a priori* do comprimento do canal ou a faixa de guarda G como um limite superior para estimativa do comprimento do canal, podemos utilizar em (4-31) uma matriz circulante truncada \mathbf{P}_o de dimensão $N \times L$ onde as últimas $N-L$ colunas são suprimidas deste modo o vetor \mathbf{r} pode ser expresso como:

$$\mathbf{r}(n) = \mathbf{P}_o(n) \mathbf{h}_L(n) + \mathbf{n}(n) \quad (4-46)$$

onde $\mathbf{P}_o = \mathbf{P}_c \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{LXL} \\ 0 \end{bmatrix}$ e $\mathbf{h}_L(n)$ é vetor de dimensão $L \times 1$ contendo a resposta impulsional do canal.

Assim podemos calcular a estimativa *zero-forcing* de $h_L(n)$ através de :

$$\hat{\mathbf{h}}_L = \mathbf{P}_o^\dagger \mathbf{r} = (\mathbf{P}_o^H \mathbf{P}_o)^{-1} \mathbf{P}_o^H \mathbf{r} \quad (4-47)$$

onde \mathbf{P}_o^\dagger é a matriz pseudoinversa de \mathbf{P}_o .

A estimativa em (4-47) apresenta a vantagem de ter a dimensão igual à do canal. Assim para se obter a estimativa da resposta de frequência do canal em cada uma das N subportadoras do símbolo OFDM temos que completar com $N-L$ zeros, o vetor $\hat{\mathbf{h}}_L$ obtido por meio de (4-47), e passar para o domínio da frequência o vetor resultante:

$$\hat{\mathbf{q}}_{\text{final}} = \sqrt{N} \mathbf{W}_N \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{L \times L} \\ 0 \end{bmatrix} \hat{\mathbf{h}}_L \quad (4-48)$$

Substituindo (4-47) em (4-48) obtemos:

$$\hat{\mathbf{q}}_{\text{final}} = \sqrt{N} \mathbf{W}_o \mathbf{P}_o^\dagger \mathbf{r} \quad (4-49)$$

Esta estimativa já está refinada e é idêntica, como será mostrado mais adiante nesta seção, as estimativas Pós e Pré-DFT obtidas respectivamente em (4-15) e (4-40), ao sistema CP-OFDM e ZP-OFDM (caso utilize pilotos iguais).

Assim a abordagem Pré-DFT de obtenção da estimativa da resposta em frequência do canal definida por (4-49) tem a vantagem de não necessitar da matriz purificadora de canal para refinar a estimativa e tendo em vista que termo $(\mathbf{P}_o^H \mathbf{P}_o)$ em (4-47) possui dimensão $L \times L$, exige uma inversão de matriz com dimensão menor que as abordagem Pré-DFT anteriores onde é necessário a inversão da matriz \mathbf{P}_c que possui dimensão $N \times N$.

A Figura 4.6 ilustra os três processos alternativos para obtenção da estimativa refinada Pré-DFT discutidos nesta seção:

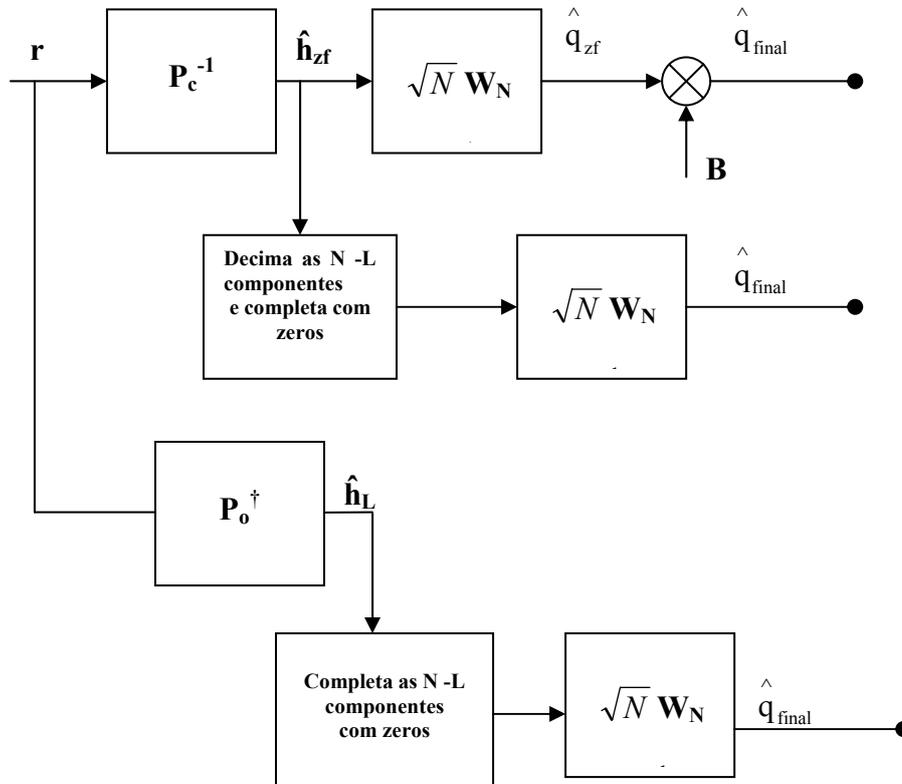


Figura 4.6 – Processamentos alternativos para estimação refinada de canal Pré-DFT

Para verificar que o processamento que utiliza a matriz pseudoinversa \mathbf{P}_o^\dagger conduz à mesma estimativa dada por (4-40).

No caso de sistemas CP-OFDM ($N = M$):

$$\mathbf{P}_o = \mathbf{P}_c \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{L \times L} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \sqrt{M} \mathbf{W}_M^H \mathbf{S}_{cp} \mathbf{W}_M \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{L \times L} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4-50)$$

onde \mathbf{S}_{cp} é dado em (4-17) assim:

$$(\mathbf{P}_o^H \mathbf{P}_o) = M \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{W}_M^H \mathbf{S}_{cp}^H \mathbf{W}_M \mathbf{W}_M^H \mathbf{S}_{cp} \mathbf{W}_M \begin{bmatrix} \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4-51)$$

$$(\mathbf{P}_o^H \mathbf{P}_o) = M \mathbf{W}_o^H \mathbf{S}_{cp}^H \mathbf{S}_{cp} \mathbf{W}_o = M \mathbf{W}_o^H \mathbf{D}(|b_i|^2) \mathbf{W}_o \quad (4-52)$$

Como b_i são símbolos de uma constelação M -PSK com norma unitária temos:

$$(\mathbf{P}_o^H \mathbf{P}_o)^{-1} = (M \mathbf{W}_o^H \mathbf{W}_o)^{-1} = \frac{1}{M} \mathbf{I}_{L \times L} \quad (4-53)$$

Substituindo (4-53) em (4-49) tem-se:

$$\hat{\mathbf{q}}_{\text{final}} = \sqrt{N} \mathbf{W}_o (\mathbf{P}_o^H \mathbf{P}_o)^{-1} \mathbf{P}_o^H \mathbf{r} = \mathbf{W}_o \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{W}_M^H \mathbf{S}_{\text{cp}}^H \mathbf{W}_M \mathbf{r} \quad (4-54)$$

$$\hat{\mathbf{q}}_{\text{final}} = \mathbf{W}_o \mathbf{W}_o^H \mathbf{S}_{\text{cp}}^H \mathbf{W}_M \mathbf{r} = \mathbf{B} \mathbf{S}_{\text{cp}}^H \mathbf{W}_M \mathbf{r} \quad (4-55)$$

Tendo em vista que os símbolos piloto b_i possuem norma unitária tem-se que $\mathbf{S}_{\text{cp}}^H \mathbf{S}_{\text{cp}} = \mathbf{I}$, ou seja $\mathbf{S}_{\text{cp}}^H = \mathbf{S}_{\text{cp}}^{-1}$. Deste modo a estimativa de canal Pré-DFT para sistemas CP-OFDM dada por (4-55) é a mesma estimativa de canal Pós-DFT obtida em (4-21).

Para o caso ZP-OFDM ($N = P$).

$$\mathbf{P}_o = \mathbf{P}_c \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{L \times L} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \sqrt{P} \mathbf{W}_P^H \mathbf{S}_{\text{zp}} \mathbf{W}_P \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{L \times L} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4-56)$$

onde \mathbf{S}_{zp} , para o caso de subsímbolos pilotos iguais, é dado em (4-28). Assim:

$$(\mathbf{P}_o^H \mathbf{P}_o) = P \begin{bmatrix} \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{W}_M^H \mathbf{S}_{\text{zp}}^H \mathbf{W}_M \mathbf{W}_M^H \mathbf{S}_{\text{zp}} \mathbf{W}_M \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4-57)$$

$$(\mathbf{P}_o^H \mathbf{P}_o) = P \mathbf{W}_o^H \mathbf{S}_{\text{zp}}^H \mathbf{S}_{\text{zp}} \mathbf{W}_o = P \mathbf{W}_o^H \mathbf{D} \left(\frac{M}{P} |b|^2 \right) \mathbf{W}_o \quad (4-58)$$

$$(\mathbf{P}_o^H \mathbf{P}_o) = M \mathbf{W}_o^H \mathbf{D}(|b|^2) \mathbf{W}_o \quad (4-59)$$

$$(\mathbf{P}_o^H \mathbf{P}_o)^{-1} = M (\mathbf{W}_o^H \mathbf{W}_o)^{-1} = \frac{1}{M} \mathbf{I}_{L \times L} \quad (4-60)$$

Substituindo (4-60) em (4-49) tem-se:

$$\hat{\mathbf{q}}_{\text{final}} = \sqrt{P} \mathbf{W}_o (\mathbf{P}_o^H \mathbf{P}_o)^{-1} \mathbf{P}_o^H \mathbf{r} = \frac{P}{M} \mathbf{W}_o \begin{bmatrix} I & 0 \end{bmatrix} \mathbf{W}_P^H \mathbf{S}_{zp}^H \mathbf{W}_P \mathbf{r} \quad (4-61)$$

$$\hat{\mathbf{q}}_{\text{final}} = \mathbf{W}_o \mathbf{W}_o^H \mathbf{D} \left(\sqrt{\frac{P}{M}} b^* \right) \mathbf{W}_P \mathbf{r} \quad (4-62)$$

Como $\mathbf{S}_{zp} = \mathbf{D} \left(\sqrt{\frac{M}{P}} b \right)$ e b possuem norma unitária tem-se:

$$\mathbf{D} \left(\sqrt{\frac{P}{M}} b^* \right) \mathbf{S}_{zp} = \mathbf{I} \quad (4-63)$$

$$\text{e portanto } \mathbf{D} \left(\sqrt{\frac{P}{M}} b^* \right) = \mathbf{S}_{zp}^{-1} \quad (4-64)$$

Assim finalmente substituindo (4-64) em (4-62):

$$\hat{\mathbf{q}}_{\text{final}} = \mathbf{B} \mathbf{S}_{zp}^{-1} \mathbf{W}_P \mathbf{r} \quad (4-65)$$

A estimativa de canal Pré-DFT para sistemas ZP-OFDM dada por (4-65) é a mesma estimativa de canal Pós-DFT obtida em (4-30). Conforme ressaltado, este resultado é válido se forem utilizados blocos de pilotos iguais o que garante a condição dada em (4-64). Para sistemas CP-OFDM não há esta restrição.

Nesta seção foram apresentados três esquemas Pré-DFT, ilustrados na figura 4.5, para estimação de canal. Os dois esquemas que utilizam a matriz circulante \mathbf{P}_c geram estimativas de canal idênticas às estimativas Pós-DFT obtidas na Seção 4.1 para os casos CP-OFDM e ZP-OFDM. O terceiro esquema que utiliza a matriz circulante truncada \mathbf{P}_o também apresenta as mesmas estimativas de canal obtidas na Seção 4.1 para o caso CP-OFDM. Já para o sistema ZP-OFDM isto é verdade se forem utilizados pilotos iguais.

Foi verificado então que as estimativas Pré-DFT e Pós-DFT apresentam resultados idênticos para ambos sistemas CP e ZP-OFDM. Por conveniência será utilizado o esquema de estimação Pós-DFT no restante desta dissertação. Vale ressaltar que os resultados obtidos, caso o esquema de estimação Pós-DFT fosse utilizado, seriam idênticos.

4.3

Desempenho do esquema de estimação proposto nos sistemas CP-OFDM e ZP-OFDM

Nesta Seção são apresentadas resultados do desempenho do sistema OFDM que utiliza o esquema de estimação Pós-DFT, dado em (4-15), que utiliza matriz purificadora, considerando-se como comparação esquema de estimação de canal sem purificação, introduzido em (4-2), para sinais CP-OFDM e ZP-OFDM, em um canal de propagação fixo descrito por $\mathbf{h}_L = [0.8677 \ 0.4339 \ 0.2169 \ 0.1085]^T$. Estes resultados foram obtidos por meio de rotinas de simulação dos conceitos teóricos desenvolvidas em MATLAB.

As curvas obtidas são o resultado da média de 100 experimentos cada qual composto da transmissão e recepção de 100 símbolos OFDM, onde cada símbolo é formado por $M + G$ subsímbolos QPSK, onde o primeiro símbolo OFDM é utilizado como símbolo piloto. O número de subportadoras é $M = 40$ e o intervalo de guarda possui dimensão $G = 10$.

Para sistemas CP-OFDM as estimativas $\hat{\mathbf{q}}_{zf}$ dada em (4-18) e a estimativa $\hat{\mathbf{q}}_{final}$ dada em (4-21), geradas a partir do símbolo piloto, são usadas, nos resultados aqui apresentados, para detecção dos sinais do bloco de símbolos recebidos, segundo critério ZF [29] e conforme o equalizador descrito em (3-16). Sendo assim, o sinal $\mathbf{y}_{cp}(n)$, dado na saída do equalizador é dado por:

$$\mathbf{y}_{cp}(n) = \mathbf{D}(\hat{\mathbf{q}})^{-1} \mathbf{x}_{cp}(n) \quad (4-66)$$

onde $\hat{\mathbf{q}} = \hat{\mathbf{q}}_{zf}$ para estimativas não purificadas e $\hat{\mathbf{q}} = \hat{\mathbf{q}}_{final}$ para estimativas purificadas e $\mathbf{x}_{cp}(n)$ é definido em (4-17). Conforme discutido no Capítulo 3, o sinal $\mathbf{y}_{cp}(n)$, em (4-66), é utilizado na detecção de sinais, implementado com receptor de mínima distância.

Para sistemas ZP-OFDM as estimativas $\hat{\mathbf{q}}_{zf}$ dada em (4-24) e a estimativa $\hat{\mathbf{q}}_{final}$ dada em (4-30), geradas a partir do símbolo piloto (cujas componentes são iguais), são usadas, nos resultados aqui apresentados, para detecção dos sinais do bloco de símbolos recebidos, conforme o equalizador descrito em (3-14). Sendo assim, o sinal $\mathbf{y}_{zp}(n)$, dado na saída do equalizador é dado por:

$$\mathbf{y}_{zp}(n) = (\mathbf{D}_P(\hat{\mathbf{q}})\mathbf{V})^\dagger \mathbf{x}_{zp}(n) \quad (4-67)$$

Onde $\hat{\mathbf{q}} = \hat{\mathbf{q}}_{zf}$ para estimativas não purificadas e $\hat{\mathbf{q}} = \hat{\mathbf{q}}_{final}$ para estimativas purificadas, \mathbf{V} é definido em (3-22) e $\mathbf{x}_{cp}(n)$ é definido em (4-23). Conforme discutido no Capítulo 3, o sinal $\mathbf{y}_{cp}(n)$, em (4-66), é utilizado na detecção de sinais, implementado com receptor de mínima distância.

Para sistemas CP-OFDM, os equalizadores ZF e MMSE nas curvas de desempenho, são definidos em (3-16) e (3-17). No caso de sistemas ZP-OFDM, a detecção utiliza os equalizadores ZF e MMSE em (3-23) e (3-24). Em ambos os casos, considera-se o conhecimento perfeito do canal no receptor. Assim os dois equalizadores são considerados como figura de mérito para comparação com o desempenho dos equalizadores ZF dados em (4-66) e (4-67).

Para sistemas CP-OFDM, as curvas de desempenho obtidas, sem compensação da degradação imposta pelo canal de propagação, são resultado da detecção das observações definidas em (3-15), usando um detector de mínima distância. De igual modo, para sistemas ZP-OFDM as curvas de desempenho obtidas, sem compensação de canal, resultam da detecção das observações definidas em (3-22) multiplicadas por \mathbf{V}^H , conforme o equalizador subótimo apresentado em (3-25), porém sem compensação de canal.

Para computação das estimativas purificadas para os sistemas CP-OFDM e ZP-OFDM foi considerado o conhecimento *a priori* do comprimento $L = 4$ canal. Assim a matriz \mathbf{W}_0 possui L colunas para os dois sistemas.

Abaixo são apresentadas curvas para taxa de erro de bit média em função da relação sinal ruído:

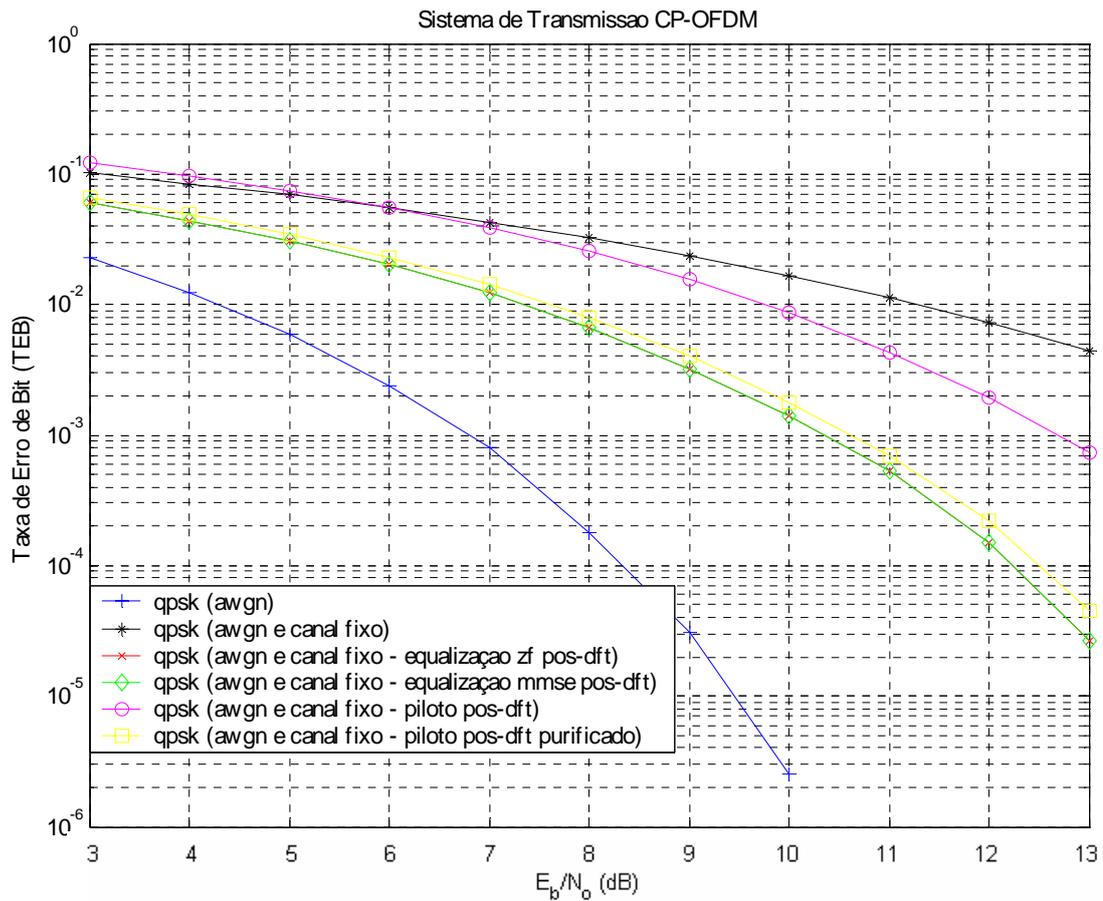


Figura 4.7 – CP-OFDM - Canal Fixo - Estimação Proposta de Canal com Pilotos

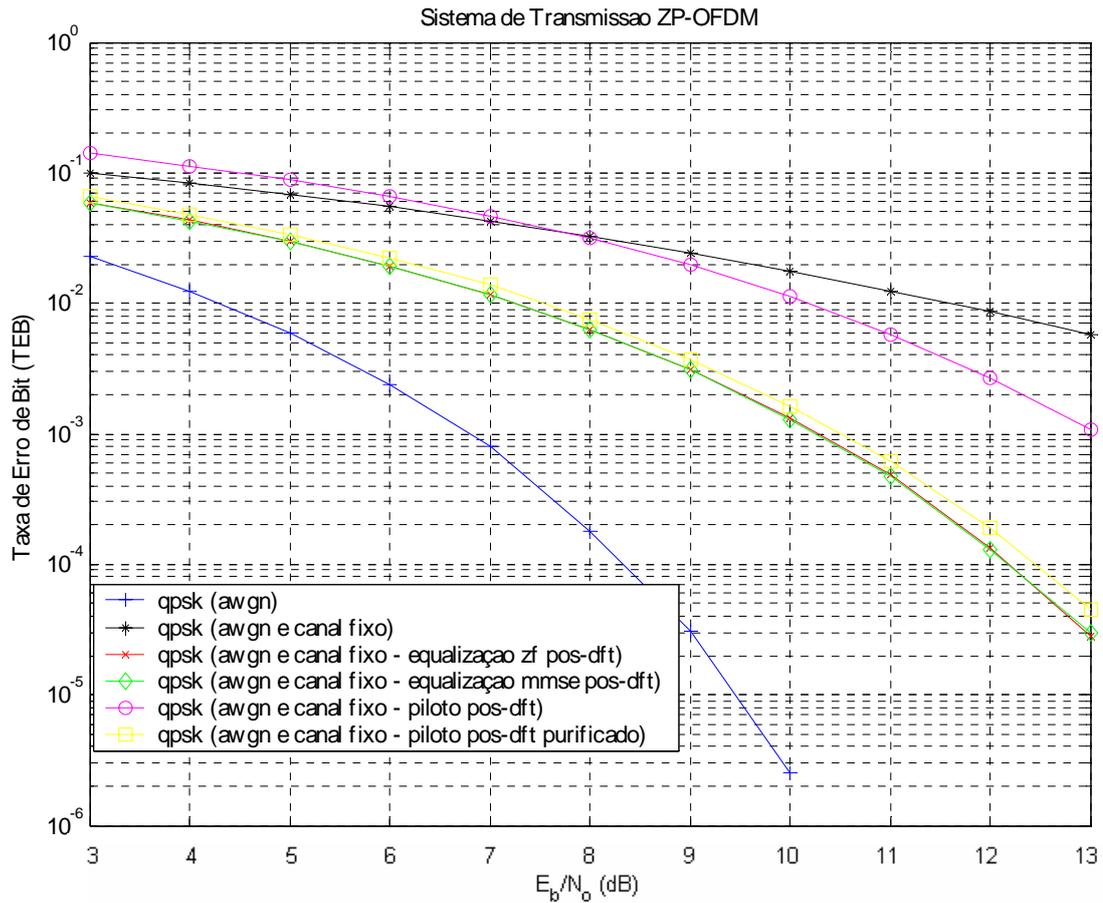


Figura 4.8 – ZP-OFDM - Canal Fixo - Estimação Proposta de Canal com Pilotos

Comparando-se as curvas de desempenho, nas Figuras 4-7 e 4-8, verifica-se que em ambos os sistemas CP-OFDM e ZP-OFDM houve uma redução do nível de E_b/N_0 requerido para uma dada probabilidade de erro de aproximadamente 3dB, quando a estimativa de canal purificada é utilizada na detecção dos símbolos. No presente caso onde o comprimento L do canal é conhecido nota-se que a curva da estimativa purificada tem praticamente o mesmo desempenho das curvas dos equalizadores ZF e MMSE onde o canal é conhecido no receptor.

A fim de se verificar a perda de desempenho caso se utilize o comprimento da faixa de guarda G como estimativa do comprimento de canal quando este é um parâmetro desconhecido em sistemas CP-OFDM e ZP-OFDM. São apresentadas curvas para taxa de erro de bit média em função da relação sinal ruído para estimativas purificadas que utilizam matriz \mathbf{W}_o com $G = 10$ colunas e \mathbf{W}_o com $L = 4$ colunas para sistemas CP-OFDM e ZP-OFDM:

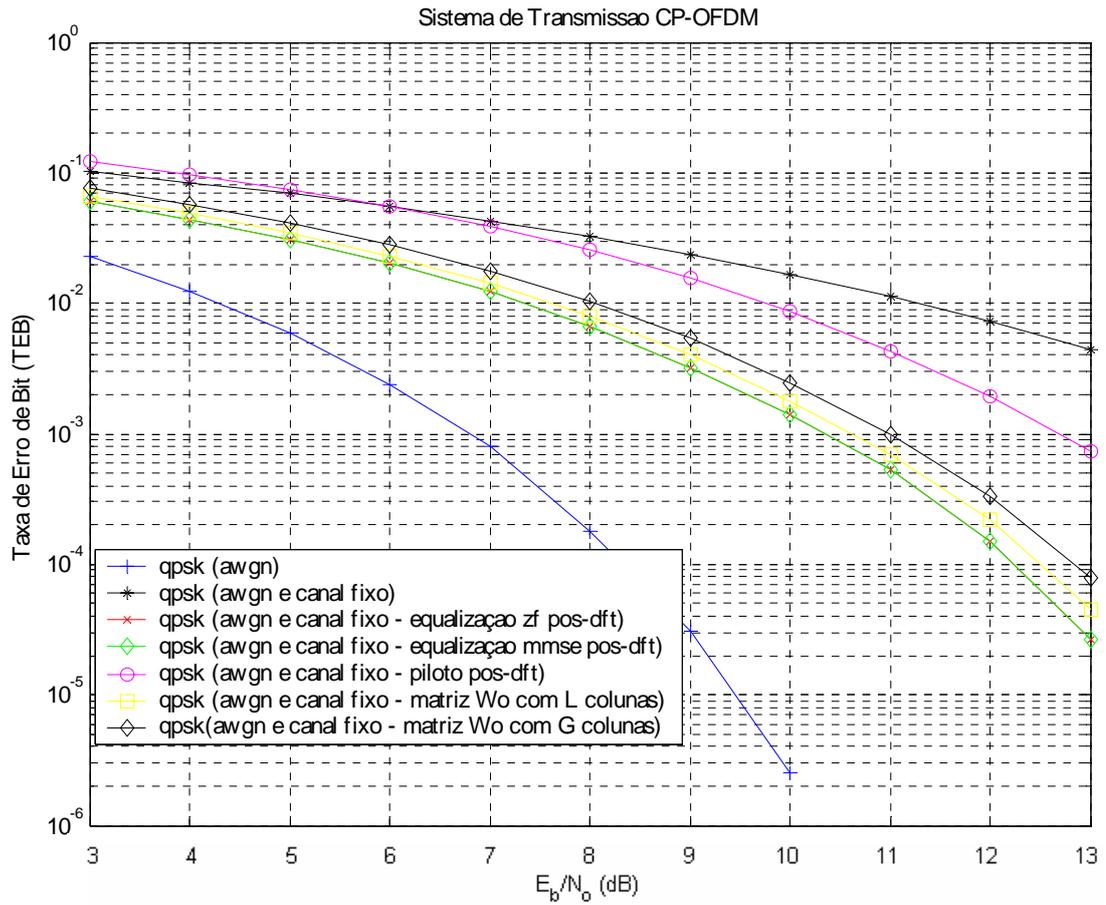


Figura 4.9 – CP-OFDM - Canal Fixo - Degradação do desempenho das estimativas purificadas

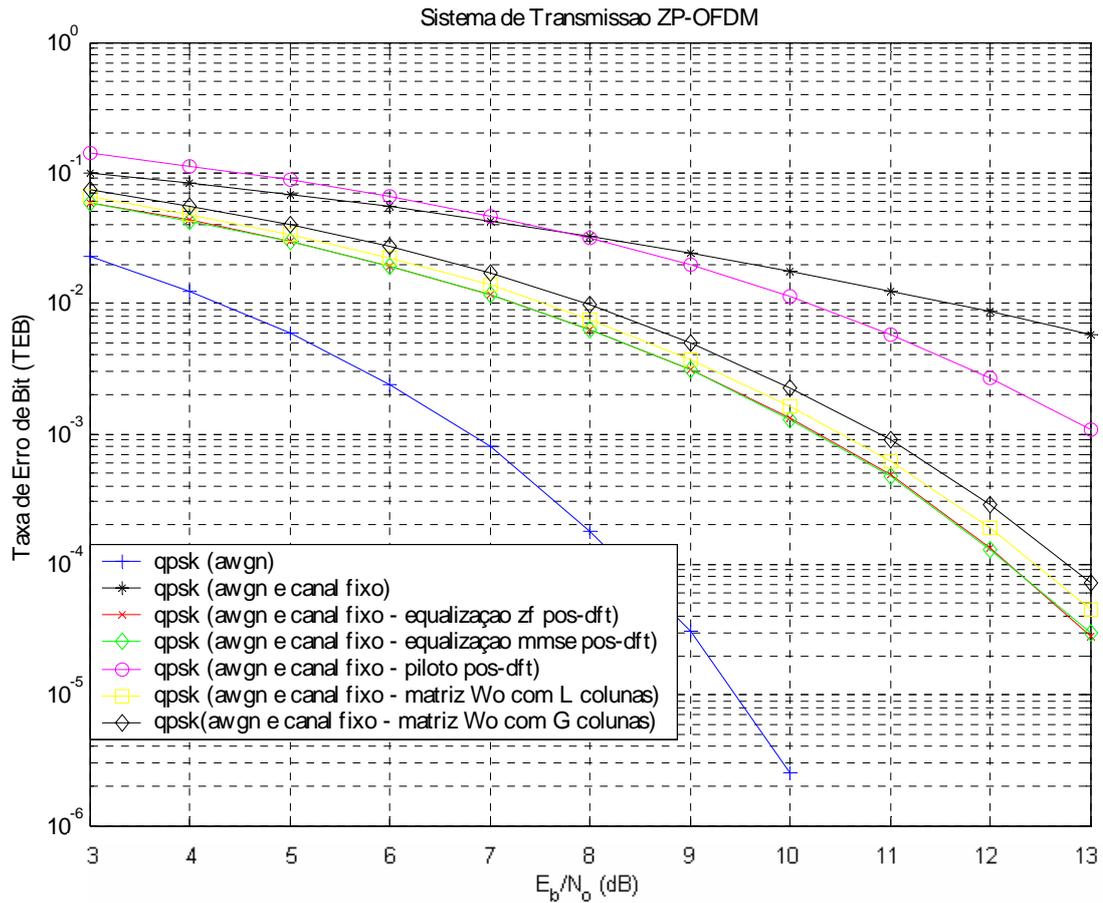


Figura 4.10 – ZP-OFDM - Canal Fixo - Degradação do desempenho das estimativas purificadas

Comparando-se as curvas de desempenho, nas Figuras 4-9 e 4-10, quando se utiliza comprimento $G = 10$ da faixa de guarda na obtenção das estimativas purificadas há uma ligeira perda de desempenho em relação às estimativas purificadas quando se utiliza o comprimento real do canal $L = 4$ como era de se esperar. Esta perda de desempenho tende a aumentar à medida que a relação entre G e L aumenta. Assim é importante que o comprimento da faixa de guarda seja bem dimensionado para o ambiente de propagação onde os sistemas CP e ZP-OFDM serão utilizados.

No próximo capítulo serão estudados métodos para adaptativos para reduzir a variância das estimativas de canal fixo e rastreamento das variações temporais de canais variantes dentro de cada bloco de símbolos OFDM.