APÊNDICE I

1.1 - Potência Ativa Transferida

$$S_{ij} = V_i I_i^*$$

$$I_i = \frac{V_i - E_j}{Z_T} + \frac{V_i}{Z_S}$$

$$S_{ij} = V_i \angle{\theta_i} \left[\frac{V_i \angle{-\theta_i} - E_j \angle{-\theta_j}}{Z_T \angle{-{}_T}} + \frac{V_i \angle{-\theta_i}}{Z_S \angle{-\alpha_S}} \right]$$

$$S_{ij} = \frac{V_i^2 \angle{\alpha_T}}{Z_T} - \frac{V_i . E_j \angle{\theta_i - \theta_j + \alpha_T}}{Z_T} + \frac{V_i^2 \angle{\alpha_S}}{Z_S}$$

Tomando a parte real, tem-se:

$$P_{ij} = \frac{V_i^2 \cos(\alpha_T)}{Z_T} - \frac{V_i E_j}{Z_T} \cos\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right) + \frac{V_i^2 \cos(\alpha_S)}{Z_S}$$

$$P_{ij} = \frac{- V_i E_j}{Z_T} \cos\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right) + V_i^2 \left(\frac{\cos(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_S)}{Z_S}\right)$$

APÊNDICE II

Potência Reativa Transferida

Para este caso, o desenvolvimento é idêntico ao desenvolvimento do Apêndice I. Porém, neste caso, explicita-se a parte imaginária, obtendo-se:

$$Q_{ij} = \frac{V_i^2 \sin(\alpha_T)}{Z_T} - \frac{V_i E_j}{Z_T} \operatorname{sen}\left[\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right] + \frac{V_i^2 \operatorname{sen}(\alpha_S)}{Z_S}$$

$$Q_{ij} = -\frac{V_i E_j}{Z_T} \operatorname{sen}\left[\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right] + V_i^2 \left[\frac{\operatorname{sen}(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\operatorname{sen}(\alpha_S)}{Z_S}\right]$$

APÊNDICE III

DETERMINAÇÃO DA TENSÃO

(PARA UM SISTEMA DE DUAS BARRAS COM MODELO Π)

$$P_{ij} = \frac{-V_i E_j \cdot \cos\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right)}{Z_T} + V_i^2 \left[\frac{\cos(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_S)}{Z_S} \right]$$

$$Q_{ij} = \frac{-V_i E_j \cdot \text{sen}\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right)}{Z_T} + V_i^2 \left[\frac{\text{sen}(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\text{sen}(\alpha_S)}{Z_S} \right]$$

$$\text{Tg}\ \theta_i = \frac{\dfrac{-V_i E_j \cdot \text{sen}\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right)}{Z_T} + V_i^2 \left[\dfrac{\text{sen}(\alpha_T)}{Z_T} + \dfrac{\text{sen}(\alpha_S)}{Z_S} \right]}{\dfrac{-V_i E_j \cdot \cos\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right)}{Z_T} + V_i^2 \left[\dfrac{\cos(\alpha_T)}{Z_T} + \dfrac{\cos(\alpha_S)}{Z_S} \right]}$$

$$Tg\ \emptyset_i \left[\frac{-V_i E_j . \cos\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right)}{Z_T} + V_i^2 \left[\frac{\cos(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_S)}{Z_S} \right] \right] =$$

$$= \frac{-V_i E_j . \operatorname{sen}\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right)}{Z_T} + V_i^2 \left[\frac{\operatorname{sen}(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\operatorname{sen}(\alpha_S)}{Z_S} \right]$$

$$V_i \left\{ Tg\ \emptyset_i \left[\frac{\cos(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_T)}{Z_S} \right] - \left[\frac{\operatorname{sen}(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\operatorname{sen}(\alpha_S)}{Z_S} \right] \right\} =$$

$$= - E_j \frac{\operatorname{sen}\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right)}{Z_T} + E_j\ Tg\ \emptyset_i \frac{\cos\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right)}{Z_T}$$

$$V_i \left[\frac{Tg\ \emptyset_i\ \cos(\alpha_T) - \operatorname{sen}(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{Tg\ \emptyset_i\ \cos(\alpha_T) - \operatorname{sen}(\alpha_T)}{Z_S} \right] =$$

$$= - E_j \frac{\operatorname{sen}\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right)}{Z_T} + E_j\ Tg\ \emptyset_i \frac{\cos\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right)}{Z_T}$$

$$V_i \left[\frac{Z_S \ Tg\ \emptyset_i \ \cos(\alpha_T) - Z_S \ sen(\alpha_T) + Tg\ \emptyset_i \ Z_T \ \cos(\alpha_T) - Z_T \ sen(\alpha_T)}{Z_T \cdot Z_S} \right]$$

$$= E_j \left[\frac{Tg\ \emptyset_i \ \cos\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right) - sen\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right)}{Z_T} \right]$$

$$V_i = \frac{E_j \left[Tg\ \emptyset_i \ \cos\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right) - sen\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right) \right] Z_S}{Z_S \ Tg\ \emptyset_i \ \cos(\alpha_T) - Z_S \ sen(\alpha_T) + Tg\ \emptyset_i \ Z_T \ \cos(\alpha_T) - Z_T \ sen(\alpha_S)}$$

$$V_i = \frac{E_j \left[Tg\ \emptyset_i \ \cos\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right) - sen\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right) \right]}{Tg\ \emptyset_i \ \cos(\alpha_T) - sen(\alpha_T) + Tg\ \emptyset_i \ \frac{Z_T}{Z_S} \ \cos(\alpha_S) - \frac{Z_T}{Z_S} \ sen(\alpha_S)}$$

APÊNDICE IV

MAGNITUDE DE TENSÃO NA FRONTEIRA DAS REGIÕES A E B

$$\nabla P + \beta . \Delta Q = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} + \beta \frac{\partial Q}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} + \beta \frac{\partial Q}{\partial V} = 0 \quad \therefore \quad \beta = - \frac{\partial Q}{\partial V}^{-1} \frac{\partial P}{\partial V}$$

$$\frac{\partial P}{\partial V} - \frac{\partial P / \partial V}{\partial Q / \partial V} \frac{\partial Q}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} \frac{\partial Q}{\partial V} - \frac{\partial P}{\partial V} \frac{\partial Q}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = \frac{V_i E_j . \operatorname{sen}\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right)}{Z_T}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i} = - \frac{E_j . \cos\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right)}{Z_T} + 2 V_i \left[\frac{\cos(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_S)}{Z_S} \right]$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = \frac{V_i E_j \cdot \cos\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right)}{Z_T}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = -\frac{E_j \cdot \operatorname{sen}\left(\theta_i - \theta_j + \alpha_T\right)}{Z_T} + 2\,V_i \left[\frac{\operatorname{sen}(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\operatorname{sen}(\alpha_S)}{Z_S}\right]$$

$$\frac{V_i E_j}{Z_T} \cdot \operatorname{sen}\left(\theta_{ij} + \alpha_T\right) \times \left\{ \frac{-E_j}{Z_T} \operatorname{sen}\left(\theta_{ij} + \alpha_T\right) + 2V_i \left[\frac{\operatorname{sen}(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\operatorname{sen}(\alpha_S)}{Z_S}\right] - \right.$$

$$\left. - \frac{-E_j}{Z_t} \cos\left(\theta_{ij} + \alpha_T\right) + 2V_i \left[\frac{\cos(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_S)}{Z_S}\right] \right\} - \frac{V_i\ E_j}{Z_T} \cos(\theta_{ij} + \alpha_T) = 0$$

$$\frac{V_i E_j{}^2}{Z_T{}^2} \cdot \operatorname{sen}^2\left(\theta_{ij} + \alpha_T\right) + 2\,\frac{V_i^2\ E_j}{Z_T} \left[\frac{\operatorname{sen}(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\operatorname{sen}(\alpha_S)}{Z_S}\right] \operatorname{sen}\left(\theta_{ij} + \alpha_T\right) +$$

$$\frac{V_i E_j{}^2}{Z_T{}^2} \cdot \cos^2\left(\theta_{ij} + \alpha_T\right) + 2\,\frac{V_i^2\ E_j}{Z_T} \left[\frac{\cos(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_S)}{Z_S}\right] \cos\left(\theta_{ij} + \alpha_T\right) = 0$$

$$-\frac{E_j}{Z_T} + 2V_i \left[\frac{\operatorname{sen}(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\operatorname{sen}(\alpha_S)}{Z_S} \right] \operatorname{sen}\left(\theta_{ij} + \alpha_T\right)$$

$$+ 2V_i \left[\frac{\cos(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_S)}{Z_S} \right] \cos\left(\theta_{ij} + \alpha_T\right) = 0$$

$$-\frac{E_j}{Z_T} + 2V_i \left[\frac{\operatorname{sen}(\alpha_T)\operatorname{sen}\left(\theta_{ij}+\alpha_T\right)}{Z_T} + \frac{\operatorname{sen}(\alpha_S)\operatorname{sen}\left(\theta_{ij}+\alpha_T\right)}{Z_S} \right]$$

$$+ 2V_i \left[\frac{\cos(\alpha_T)\cos\left(\theta_{ij}+\alpha_T\right)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_S)\cos\left(\theta_{ij}+\alpha_T\right)}{Z_S} \right] = 0$$

$$-\frac{E_j}{Z_T} + \frac{2\,V_i}{Z_T} \left[\operatorname{sen}(\alpha_T)\operatorname{sen}\left(\theta_{ij}+\alpha_T\right) + \cos(\alpha_T)\cos\left(\theta_{ij}+\alpha_T\right) \right] +$$

$$\frac{2\,V_i}{Z_S} \left[\operatorname{sen}(\alpha_S)\operatorname{sen}\left(\theta_{ij}+\alpha_T\right) + \cos(\alpha_S)\cos\left(\theta_{ij}+\alpha_T\right) \right] = 0$$

$$-\frac{E_j}{Z_T} + \frac{2\,V_i}{Z_T} \left[\cos\theta_{ij} \right] + \frac{2\,V_i}{Z_S} \left[\cos\left(\theta_{ij}+\alpha_T-\alpha_S\right) \right] = 0$$

$$V_i = \frac{E_j}{2\cos\left[\theta_i - \theta_j\right] + 2\,\frac{Z_S}{Z_t}\,\cos\left(\theta_{ij} + \alpha_T - \alpha_S\right)}$$

APÊNDICE V

Utilizando as fórmulas dos Apêndices I e II ;

$$P_{ij} = - E_j V_i \cos\left[\theta_{ij} + \alpha_T\right] + V_i^2 \left(\frac{\cos(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_S)}{Z_S} \right)$$

$$Q_{ij} = \frac{- V_i E_j}{Z_T} \operatorname{sen}\left[\theta_{ij} + \alpha_T\right] + V_i^2 \left(\frac{\operatorname{sen}(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\operatorname{sen}(\alpha_S)}{Z_S} \right)$$

Seja : $\left(Q_{ij} / P_{ij} \right) = \left(\operatorname{sen} \phi_i / \cos \phi_i \right)$

Substituindo V_i pela expressão obtida no Apêndice IV, tem-se:

$$- \frac{\operatorname{sen}(2\theta_{ij})}{\cos(2\theta_{ij})} = \frac{\operatorname{sen}(-\phi_i + \alpha_T) + (Z_T/Z_S)\operatorname{sen}(-\phi_i + 2\alpha_T - \alpha_S)}{\cos(-\phi_i + \alpha_T) + (Z_T/Z_S)\cos(-\phi_i + 2\alpha_T - \alpha_S)}$$

APÊNDICE VI

- Propriedade da Matriz [M]

Para uma matriz quadrada $A = (a_{ij})$ com os elementos fora da diagonal negativos, as seguintes condições são equivalentes:

- Todos os menores principais de A são positivos.

- A matriz A é não singular e os elementos de A^{-1} são todos positivos.

- Uma matriz que satisfaz as condições acima é chamada de matriz M.

- Seja A uma matriz M. Então os elementos de A^{-1} são todos positivos se e somente se A for irredutível.

APÊNDICE VII

Regra de *Schur*:

Seja a matriz:

$$J = \begin{bmatrix} A_2 & F_2 \\ A_1 & F_1 \end{bmatrix}, \qquad \text{tem-se :}$$

$\bar{J} = A_2 - F_2 F_1^{-1} A_1$, e:

$\det J = \det \bar{J} \ \det F_1$

BIBLIOGRAFIA

[1] PRADA, R. B. - "Analysis of the Voltage Collapse Phenomenon" Research Report, Contract of the Central Electricity Generating Board with Imperial College, março 1989, pp.1-8.

[2] ABE, S.; HAMEDA, N.; ISONO, A.; OKUDA, K. - "Load Flow Convergence in the Vicinity of a Voltage Stability Limit". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol.PAS-97, No. 6, Nov./Dez., 1978, pp.1983-1985.

[3] SCHLUETER, R.; COSTI, A.; SEKERKE, J.; FORGEY, H. - "Voltage Stability and Security Assesment" EPRI Final Report, RP-1999-8, Aug. 1988.

[4] GOLUB, G.H.; VANLOAN, C.F. - "Matrix Computations". Ed. The John Hopkins University Press, Baltimore, 2nd. Ed., 1984, p.190.

[5] CRARY, S.B. - "Power Systems Stability". Vol. I, Ed. John Willey and Sons, Inc., New York, 2nd. Ed., 1950.

[6] MARTINS, N. - "Eingenvalue Analysis of Multimachine Power Systems". Phd Thesis, University of Manchester, 1978.

[7] KWATNY, H.G.; PASRIJA, A.K.; BAHAR, L. - "Static Bifurcation in Electric Power Networks: Loss of Steady - State Stability and Voltage Collapse". IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. CAS-33, No.10, Oct. 1986, pp.981-986.

[8] KWATNY, H.G.; BAHAR, L.Y.; PASRIJA, A.K. - "Energy like Lyapunov Functions for Power System Stability Analysis". IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. CAS-32, No.11, Nov. 1985, pp.1140-1148.

[9] KIMBARK, E.W. - "Power System Stability". Volume III, Ed. John Willey and Sons, Inc., New York, 2nd Ed., 1956, pp.254-256.

Uma Avaliação do Fenômeno do Colapso de Tensão

Dissertação apresentada por ANTONIO CARLOS ZAMBRONI DE SOUZA, no dia 05 de setembro de 1990, ao Departamento de Engenharia Elétrica da PUC/RJ e aprovada pela comissão julgadora formada pelos seguintes membros:

Ricardo B. Prada

Ricardo Bernardo Prada (orientador)

PUC/RJ

Eduardo J. S. Pires de Souza

Eduardo J. S. Pires de Souza

PUC/RJ

Nelson Martins

Nelson Martins

CEPEL

Alexandre Garcia Massaud

Alexandre Garcia Massaud

ELETROBRAS

Visto e permitida a impressão.

Rio de Janeiro, 15-07-91

Francisco E M Saboya

Francisco E. M. Saboya

Coordenador dos Programas de Pós-Graduação

e Pesquisa do CENTRO TECNICO CIENTIFICO

uma delas. Além do mais, uma vez que a Equação 5.1 é para uma análise dinâmica, deve-se trazer as informações associadas a todas as barras, uma vez que tudo pode variar dinamicamente, tal como tensão e ângulo nas barras PQ.

Portanto, para a análise a seguir, será usada a matriz Jacobiano completa de dimensão 2(n+m+l) x 2(n+m+l), para depois ser reduzida para dimensão 2n x 2n, já que não há interesse em se desprezar equações.

Em um ponto de equilíbrio, as equações algébricas que modelam o sistema são:

$$F_4\,(\theta_G,\ \theta_L,\ E) = \left[\ f_1 - P_{m_1},\ \ldots,\ f_n - P_{m_n}\right] = 0 \tag{5.2}$$

$$F_5(\theta_G,\ \theta_L,\ E) = \left[f_{(n+1)} - P_{l_{(n+1)}},\ \ldots,\ f_{(n+m+l)} - P_{l(n+m+l)}\right] = 0 \tag{5.3}$$

$$F_6(\theta_G,\ \theta_L,\ E) = \left[g_1 - Q_{l1},\ \ldots,\ g_{n+m+l} - Q_{l(n+m+l)}\right] = 0 \tag{5.4}$$