

APÊNDICE I

1.1 - Potência Ativa Transferida

$$S_{ij} = V_i I_i^*$$

$$I_i = \frac{V_i - E_j}{Z_T} + \frac{V_i}{Z_S}$$

$$S_{ij} = V_i \angle \theta_i \left[\frac{V_i \angle -\theta_i - E_j \angle -\theta_j}{Z_T \angle -\alpha_T} + \frac{V_i \angle -\theta_i}{Z_S \angle -\alpha_S} \right]$$

$$S_{ij} = \frac{V_i^2 \angle \alpha_T}{Z_T} - \frac{V_i E_j \angle \theta_i - \theta_j + \alpha_T}{Z_T} + \frac{V_i^2 \angle \alpha_S}{Z_S}$$

Tomando a parte real, tem-se:

$$P_{ij} = \frac{V_i^2 \cos(\alpha_T)}{Z_T} - \frac{V_i E_j}{Z_T} \cos(\theta_i - \theta_j + \alpha_T) + \frac{V_i^2 \cos(\alpha_S)}{Z_S}$$

$$P_{ij} = - \frac{V_i E_j}{Z_T} \cos(\theta_i - \theta_j + \alpha_T) + V_i^2 \left(\frac{\cos(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_S)}{Z_S} \right)$$

APÊNDICE II

Potência Reativa Transferida

Para este caso, o desenvolvimento é idêntico ao desenvolvimento do Apêndice I. Porém, neste caso, explicita-se a parte imaginária, obtendo-se:

$$Q_{ij} = \frac{\bar{b}_i \sin(\alpha_T)}{Z_T} - \frac{V_i E_j}{Z_T} \sin(\theta_i - \theta_j + \alpha_T) + \frac{\bar{b}_i \sin(\alpha_S)}{Z_S}$$

$$Q_{ij} = - \frac{V_i E_j}{Z} \sin(\theta_i - \theta_j + \alpha_T) + V_i^2 \left(\frac{\sin(\alpha_T)}{Z} + \frac{\sin(\alpha_S)}{Z} \right)$$

APÊNDICE III

DETERMINAÇÃO DA TENSÃO

(PARA UM SISTEMA DE DUAS BARRAS COM MODELO Π)

$$P_{ij} = \frac{-V_i E_j \cos(\theta_i - \theta_j + \alpha_T)}{Z_T} + V_i^2 \left[\frac{\cos(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_S)}{Z_S} \right]$$

$$Q_{ij} = \frac{-V_i E_j \sin(\theta_i - \theta_j + \alpha_T)}{Z_T} + V_i^2 \left[\frac{\sin(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\sin(\alpha_S)}{Z_S} \right]$$

$$\text{Tg } \theta_i = \frac{\frac{-V_i E_j \sin(\theta_i - \theta_j + \alpha_T)}{Z_T} + V_i^2 \left[\frac{\sin(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\sin(\alpha_S)}{Z_S} \right]}{\frac{-V_i E_j \cos(\theta_i - \theta_j + \alpha_T)}{Z_T} + V_i^2 \left[\frac{\cos(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_S)}{Z_S} \right]}$$

$$\operatorname{Tg} \varnothing_i \left[\frac{-V_i E_j \cos(\theta_i - \theta_j + \alpha_T)}{Z_T} + V_i^2 \left[\frac{\cos(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_S)}{Z_S} \right] \right] =$$

$$= \frac{-V_i E_j \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j + \alpha_T)}{Z_T} + V_i^2 \left[\frac{\operatorname{sen}(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\operatorname{sen}(\alpha_S)}{Z_S} \right]$$

$$V_i \left\{ \operatorname{Tg} \varnothing_i \left[\frac{\cos(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_T)}{Z_S} \right] - \left[\frac{\operatorname{sen}(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\operatorname{sen}(\alpha_S)}{Z_S} \right] \right\} =$$

$$= -E_j \frac{\operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j + \alpha_T)}{Z_T} + E_j \operatorname{Tg} \varnothing_i \frac{\cos(\theta_i - \theta_j + \alpha_T)}{Z_T}$$

$$V_i \left[\frac{\operatorname{Tg} \varnothing_i \cos(\alpha_T) - \operatorname{sen}(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\operatorname{Tg} \varnothing_i \cos(\alpha_T) - \operatorname{sen}(\alpha_T)}{Z_S} \right] =$$

$$= -E_j \frac{\operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j + \alpha_T)}{Z_T} + E_j \operatorname{Tg} \varnothing_i \frac{\cos(\theta_i - \theta_j + \alpha_T)}{Z_T}$$

$$V_i \left[\frac{Z_S \operatorname{Tg} \theta_i \cos(\alpha_T) - Z_S \operatorname{sen}(\alpha_T) + \operatorname{Tg} \theta_i Z_T \cos(\alpha_T) - Z_T \operatorname{sen}(\alpha_T)}{Z_T - Z_S} \right]$$

$$= E_j \left[\frac{\operatorname{Tg} \theta_i \cos(\theta_i - \theta_j + \alpha_T) - \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j + \alpha_T)}{Z_T} \right]$$

$$V_i = \frac{E_j \left[\operatorname{Tg} \theta_i \cos(\theta_i - \theta_j + \alpha_T) - \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j + \alpha_T) \right] Z_S}{Z_S \operatorname{Tg} \theta_i \cos(\alpha_T) - Z_S \operatorname{sen}(\alpha_T) + \operatorname{Tg} \theta_i Z_T \cos(\alpha_T) - Z_T \operatorname{sen}(\alpha_S)}$$

$$V_i = \frac{E_j \left[\operatorname{Tg} \theta_i \cos(\theta_i - \theta_j + \alpha_T) - \operatorname{sen}(\theta_i - \theta_j + \alpha_T) \right]}{\operatorname{Tg} \theta_i \cos(\alpha_T) - \operatorname{sen}(\alpha_T) + \operatorname{Tg} \theta_i \frac{Z_T}{Z_S} \cos(\alpha_S) - \frac{Z_T}{Z_S} \operatorname{sen}(\alpha_S)}$$

APÊNDICE IV

MAGNITUDE DE TENSÃO NA FRONTEIRA DAS REGIÕES A E B

$$\nabla P + \beta \Delta Q = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} + \beta \frac{\partial Q}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} + \beta \frac{\partial Q}{\partial V} = 0 \quad \therefore \quad \beta = - \frac{\partial Q^{-1}}{\partial V} \frac{\partial P}{\partial V}$$

$$\frac{\partial P}{\partial V} - \frac{\partial P / \partial V}{\partial Q / \partial V} \frac{\partial Q}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{\partial P}{\partial \theta} \frac{\partial Q}{\partial V} - \frac{\partial P}{\partial V} \frac{\partial Q}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = \frac{V_i E_j \cdot \text{sen}(\theta_i - \theta_j + \alpha_T)}{Z_T}$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i} = - \frac{E_j \cdot \cos(\theta_i - \theta_j + \alpha_T)}{Z_T} + 2 V_i \left[\frac{\cos(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_S)}{Z_S} \right]$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = \frac{V_i E_j \cos(\theta_i - \theta_j + \alpha_T)}{Z_T}$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = - \frac{E_j \sin(\theta_i - \theta_j + \alpha_T)}{Z_T} + 2 V_i \left[\frac{\sin(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\sin(\alpha_S)}{Z_S} \right]$$

$$\frac{V_i E_j}{Z_T} \sin(\theta_{ij} + \alpha_T) \times \left\{ \frac{-E_j}{Z_T} \sin(\theta_{ij} + \alpha_T) + 2 V_i \left[\frac{\sin(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\sin(\alpha_S)}{Z_S} \right] - \right.$$

$$\left. - \frac{E_j}{Z_T} \cos(\theta_{ij} + \alpha_T) + 2 V_i \left[\frac{\cos(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_S)}{Z_S} \right] \right\} - \frac{V_i E_j \cos(\theta_{ij} + \alpha_T)}{Z_T} = 0$$

$$\frac{V_i E_j^2}{Z_T^2} \sin^2(\theta_{ij} + \alpha_T) + 2 \frac{V_i^2 E_j}{Z_T} \left[\frac{\sin(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\sin(\alpha_S)}{Z_S} \right] \sin(\theta_{ij} + \alpha_T) +$$

$$\frac{V_i E_j^2}{Z_T^2} \cos^2(\theta_{ij} + \alpha_T) + 2 \frac{V_i^2 E_j}{Z_T} \left[\frac{\cos(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_S)}{Z_S} \right] \cos(\theta_{ij} + \alpha_T) = 0$$

$$\begin{aligned}
 -\frac{E_j}{Z_T} + 2V_i \left[\frac{\sin(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\sin(\alpha_S)}{Z_S} \right] \sin(\theta_{ij} + \alpha_T) \\
 + 2V_i \left[\frac{\cos(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_S)}{Z_S} \right] \cos(\theta_{ij} + \alpha_T) = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -\frac{E_j}{Z_T} + 2V_i \left[\frac{\sin(\alpha_T) \sin(\theta_{ij} + \alpha_T)}{Z_T} + \frac{\sin(\alpha_S) \sin(\theta_{ij} + \alpha_T)}{Z_S} \right] \\
 + 2V_i \left[\frac{\cos(\alpha_T) \cos(\theta_{ij} + \alpha_T)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_S) \cos(\theta_{ij} + \alpha_T)}{Z_S} \right] = 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -\frac{E_j}{Z_T} + \frac{2V_i}{Z_T} \left[\sin(\alpha_T) \sin(\theta_{ij} + \alpha_T) + \cos(\alpha_T) \cos(\theta_{ij} + \alpha_T) \right] + \\
 \frac{2V_i}{Z_S} \left[\sin(\alpha_S) \sin(\theta_{ij} + \alpha_T) + \cos(\alpha_S) \cos(\theta_{ij} + \alpha_T) \right] = 0
 \end{aligned}$$

$$-\frac{E_j}{Z_T} + \frac{2V_i}{Z_T} \left[\cos \theta_{ij} \right] + \frac{2V_i}{Z_S} \left[\cos(\theta_{ij} + \alpha_T - \alpha_S) \right] = 0$$

$$V_i = \frac{E_j}{2 \cos \left[\theta_i - \theta_j \right] + 2 \frac{Z_S}{Z_t} \cos \left(\theta_{ij} + \alpha_T - \alpha_S \right)}$$

APÊNDICE V

Utilizando as fórmulas dos Apêndices I e II ;

$$P_{ij} = - E_j V_i \cos \left[\theta_{ij} + \alpha_T \right] + V_i^2 \left(\frac{\cos(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\cos(\alpha_S)}{Z_S} \right)$$

$$Q_{ij} = - \frac{V_i E_j}{Z_T} \sin \left[\theta_{ij} + \alpha_T \right] + V_i^2 \left(\frac{\sin(\alpha_T)}{Z_T} + \frac{\sin(\alpha_S)}{Z_S} \right)$$

$$\text{Seja : } \left[Q_{ij} / P_{ij} \right] = \left[\sin \theta_i / \cos \theta_i \right]$$

Substituindo V_i pela expressão obtida no Apêndice IV,

tem-se:

$$\frac{\sin (2 \theta_{ij})}{\cos (2 \theta_{ij})} = \frac{\sin (-\theta_i + \alpha_T) + (Z_T/Z_S) \sin (-\theta_i + 2\alpha_T - \alpha_S)}{\cos (-\theta_i + \alpha_T) + (Z_T/Z_S) \cos (-\theta_i + 2\alpha_T - \alpha_S)}$$

APENDICE VI

- Propriedade da Matriz [M]

Para uma matriz quadrada $A = (a_{ij})$ com os elementos fora da diagonal negativos, as seguintes condições são equivalentes:

- Todos os menores principais de A são positivos.

- A matriz A é não singular e os elementos de A^{-1} são todos positivos.

- Uma matriz que satisfaz as condições acima é chamada de matriz M.

- Seja A uma matriz M. Então os elementos de A^{-1} são todos positivos se e somente se A for irredutível.

APÊNDICE VII

Regra de Schur:

Seja a matriz:

$$J = \begin{bmatrix} A_2 & F_2 \\ A_1 & F_1 \end{bmatrix}, \quad \text{tem-se:}$$

$$\bar{J} = A_2 - F_2 F_1^{-1} A_1, \quad \text{e:}$$

$$\det J = \det \bar{J} \det F_1$$

BIBLIOGRAFIA

- [11] PRADA, R. B. - "Analysis of the Voltage Collapse Phenomenon" Research Report, Contract of the Central Electricity Generating Board with Imperial College, marzo 1989, pp.1-8.
- [12] ABE, S.; HAMEDA, N.; ISONO, A.; OKUDA, K. - "Load Flow Convergence in the Vicinity of a Voltage Stability Limit". IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-97, No. 6, Nov./Dic., 1978, pp.1983-1985.
- [13] SCHLUETER, R.; COSTI, A.; SEKERKE, J.; FORGEY, H. - "Voltage Stability and Security Assesment" EPRI Final Report, RP-1999-8, Aug. 1988.
- [14] GOLUB, G. H.; VANLOAN, C. F. - "Matrix Computations". Ed. The John Hopkins University Press, Baltimore, 2nd. Ed., 1984, p. 190.
- [15] CRARY, S. B. - "Power Systems Stability". Vol. I, Ed. John Willey and Sons, Inc., New York, 2nd. Ed., 1950.

- [6] MARTINS, N. - "Eigenvalue Analysis of Multimachine Power Systems". Phd Thesis, University of Manchester, 1978.

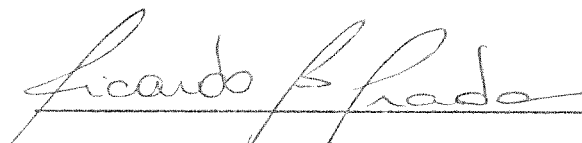
- [7] KWATNY, H.G ; PASRIJA, A.K.; BAHAR, L. - "Static Bifurcation in Electric Power Networks: Loss of Steady - State Stability and Voltage Collapse". IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. CAS-33, No.10, Oct. 1986, pp.981-986.

- [8] KWATNY, H.G.; BAHAR, L.Y.; PASRIJA, A.K. - "Energy like Lyapunov Functions for Power System Stability Analysis". IEEE Transactions on Circuits and Systems, Vol. CAS-32, No.11, Nov. 1985, pp.1140-1148.

- [9] KIMBARK, F.W. - "Power System Stability". Volume III, Ed. John Willey and Sons, Inc , New York, 2nd Ed., 1956, pp.254-256.

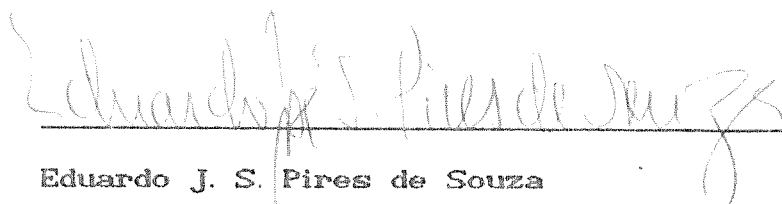
Uma Avaliação do Fenômeno do Colapso de Tensão

Dissertação apresentada por ANTONIO CARLOS ZAMBRONI DE SOUZA,
no dia 05 de setembro de 1990, ao Departamento de Engenharia
Elétrica da PUC/RJ e aprovada pela comissão julgadora formada
pelos seguintes membros:



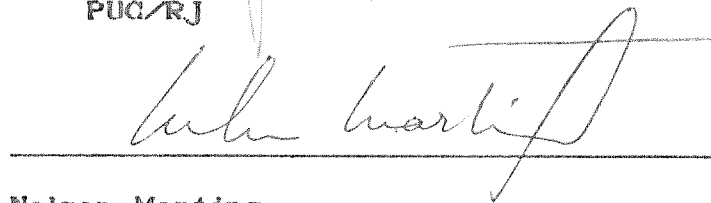
Ricardo Bernardo Prada (orientador)

PUC/RJ



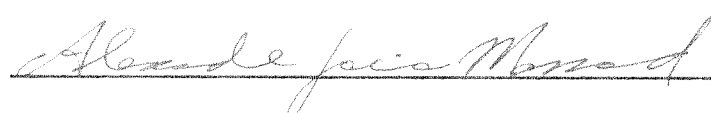
Eduardo J. S. Pires de Souza

PUC/RJ



Nelson Martins

CEPEL



Alexandre Garcia Massaud

ELETROBRAS

Visto e permitida a impressão.

Rio de Janeiro, 15-07-91



Francisco E. M. Saboya

Coordenador dos Programas de Pós-Graduação
e Pesquisa do CENTRO TÉCNICO CIENTÍFICO

uma delas. Além do mais, uma vez que a Equação 5.1 é para uma análise dinâmica, deve-se trazer as informações associadas a todas as barras, uma vez que tudo pode variar dinamicamente, tal como tensão e ângulo nas barras PQ.

Portanto, para a análise a seguir, será usada a matriz Jacobiano completa de dimensão $2(n+m+1) \times 2(n+m+1)$, para depois ser reduzida para dimensão $2n \times 2n$, já que não há interesse em se desprezar equações.

Em um ponto de equilíbrio, as equações algébricas que modelam o sistema são:

$$F_4(\theta_G, \theta_L, E) = \begin{bmatrix} f_1 - P_{m_1}, \dots, f_n - P_{m_n} \end{bmatrix} = 0 \quad (5.2)$$

$$F_5(\theta_G, \theta_L, E) = \begin{bmatrix} f_{(n+1)} - P_{l_{(n+1)}}, \dots, f_{(n+m+1)} - P_{l_{(n+m+1)}} \end{bmatrix} = 0 \quad (5.3)$$

$$F_6(\theta_G, \theta_L, E) = \begin{bmatrix} g_1 - Q_{l_1}, \dots, g_{n+m+1} - Q_{l_{(n+m+1)}} \end{bmatrix} = 0 \quad (5.4)$$