

4 Modelo Analítico de Previsão de Comportamento do Reservatório

Como a produção off-shore é bastante dispendiosa, faz-se necessário um cuidadoso estudo de sua viabilidade econômica. Para isso, se faz necessário à obtenção de uma previsão confiável de produção esperada para o campo, o que possibilitará uma acurada avaliação do retorno dos investimentos.

Pode-se fazer uma boa previsão de produção de um campo com o uso das equações de balanço de materiais, por serem equações bastante confiáveis.

Para campos dessa natureza, é interessante que se mantenha a razão de produção Gás/Óleo constante e menor possível e com isso se obtenha uma maior produção de petróleo. Para que isso ocorra é importante que se mantenha o reservatório em regime de sub-saturação e não se deixe cair a pressão do reservatório para valores em que o regime saia do estado de sub-saturação. Para se manter a pressão do reservatório no valor desejado, faz-se uso de injeção de água através de poços injetores.

4.1. Equação de Balanço de Materiais para Reservatório Saturado

$$\begin{aligned}
 & \frac{N_p [B_o + (R_p - R_s) B_g]}{1} + \frac{A_p B_a}{2} - \frac{A_e}{3} - \frac{A_{inj} B_{a_{inj}}}{4} = \\
 & = \frac{N[(B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s) B_g]}{5} + \frac{G(B_g - B_{gi})}{6} + \frac{NB_{oi}(1+m)C_{ef} \Delta P}{7}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Onde:

1. Produção acumulada de Óleo e Gás;
2. Produção acumulada de água;

3. Influxo de água acumulado;
4. Injeção acumulada de água;
5. Expansão volumétrica do óleo e gás removido de solução;
6. Expansão volumétrica da capa de gás;
7. Expansão volumétrica devido ao êxito combinado da expansão da Água conata + compactação da rocha.

e:

- N_p é a produção acumulada de óleo (avaliada nas condições de superfície);
- N é o volume original de óleo *in-situ* (avaliado nas condições básicas);
- A_e é o influxo de água acumulado, avaliado nas condições de reservatório;
- A_p é a produção acumulada de água, nas condições de superfície;
- R_p é a razão gás-óleo acumulada (avaliada nas condições básicas);
- B_o é o fator volume de formação do óleo;
- B_a é fator volume de formação da água;
- R_s é a razão de solubilidade de gás.

$$N_p (B_o - R_s B_g) + G_p B_g + A_p B_a - A_e - A_{inj} B_{a_{inj}} =$$

(4.2)

$$= N [(B_o - B_{oi}) + (R_{si} - R_s) B_g] + G (B_g - B_{gi}) + N B_{oi} (1 + m) C_{ef} \Delta P$$

Definindo os seguintes parâmetros unitários:

$\alpha = B_o - R_s$ > Vol. Unitário de óleo produzido menos o gás em solução, em condições de reservatório (vol. Por produção acumulada de óleo).

$\beta = B_o - B_{oi}$ > Expansão volumétrica do gás removido de solução, em condições de reservatório, por unidade de vol. Óleo *in-*

situ.

$\gamma = (R_{si} - R_s)$ > Expansão volumétrica do gás removido de solução, em condições de reservatório, unidade de vol. Óleo *in-situ*.

$\delta = B_g - B_{gi}$ > Expansão volumétrica do gás livre, em condições de reservatório, por unidade de volume de capa de gás.

Com isso, a equação de balanço de materiais de se transforma em:

$$\begin{aligned} N_p \alpha + G_p B_g + A_p B_a - A_e - A_{inj} B a_{inj} &= \\ &= N(\beta + \gamma) + G\delta + NB_{oi}(1+m)C_{ef}\Delta P \end{aligned} \quad (4.3)$$

Adicionalmente, podemos definir:

$$\xi = B_{oi}(1+m)C_{ef}(P_i - P) \quad (4.4)$$

Logo:

$$N_p \alpha + G_p B_g + A_p B_a - A_e - A_{inj} B a_{inj} = N(\beta + \gamma) + G\delta + N\xi \quad (4.5)$$

Admitindo: (i) inexistência de capa de gás: $G=0$ e $m=0$

(ii) ausência de aquífero atuante: $A_e=0$

(iii) $B_a=1$ qqs P .

(iv) Efeito desprezível da expansão da água conata e compactação de rocha: $\xi = 0$ quando $P < P_s$.

Então, teremos que a equação de balanço de materiais para $P < P_s$ é:

$$N_p \alpha + G_p B_g + A_p - A_{inj} = N(\beta + \gamma) \quad (4.6)$$

Para $T=T_{j-1}$

$$N_{p_{j-1}} \alpha_{j-1} + G_{p_{j-1}} B_{g_{j-1}} + A_{p_{j-1}} - A_{inj_{j-1}} = N(\beta_{j-1} + \gamma_{j-1}) \quad (4.7)$$

Para $T=T_j$

$$N_{p_j} \alpha_j + G_{p_j} B_{g_j} + A_{p_j} - A_{inj_j} = N(\beta_j + \gamma_j) \quad (4.8)$$

Subtraindo da equação 4.8 a 4.7, tem-se:

$$(N_{p_j} \alpha_j - N_{p_{j-1}} \alpha_{j-1}) + (G_{p_j} B_{g_j} - G_{p_{j-1}} B_{g_{j-1}}) + (A_{p_j} - A_{p_{j-1}}) - (A_{inj_j} - A_{inj_{j-1}}) = N[(\beta_j - \beta_{j-1}) + (\gamma_j - \gamma_{j-1})] \quad (4.9)$$

$$(N_{p_j} - N_{p_{j-1}}) \alpha_j + N_{p_{j-1}} (\alpha_j - \alpha_{j-1}) + (G_{p_j} - G_{p_{j-1}}) B_{g_j} + G_{p_{j-1}} (B_{g_j} - B_{g_{j-1}}) + (A_{p_j} - A_{p_{j-1}}) - (A_{inj_j} - A_{inj_{j-1}}) = N[(\beta_j - \beta_{j-1}) + (\gamma_j - \gamma_{j-1})] \quad (4.10)$$

$$\Delta N_{p_j} \alpha_j + \Delta G_{p_j} B_{g_j} + \Delta A_{p_j} = N[(\beta_j - \beta_{j-1}) + (\gamma_j - \gamma_{j-1})] - N_{p_{j-1}} (\alpha_j - \alpha_{j-1}) - G_{p_{j-1}} (B_{g_j} - B_{g_{j-1}}) - \Delta A_{inj_j} \quad (4.11)$$

Considerando:

$$\Delta G_{p_j} = \bar{R}_{go_j} \Delta N_{p_j} \quad (4.12)$$

$$\Delta A_{p_j} = \bar{R}_{ao_j} \Delta N_{p_j}$$

$$\Delta N_{p_j} = [1/(\alpha_j + \bar{R}_{go_j} + \bar{R}_{ao_j})] \{N[(\beta_j - \beta_{j-1}) + (\gamma_j - \gamma_{j-1})] - N_{p_{j-1}} (\alpha_j - \alpha_{j-1}) - G_{p_{j-1}} (B_{g_j} - B_{g_{j-1}}) - \Delta A_{inj_j}\} \quad (4.13)$$

4.2. Razões de Produções de Fluidos

Razão água-óleo:

$$R_{ao} = \left(\frac{K_a}{K_o}\right) \left(\frac{\mu_o}{\mu_a}\right) \left(\frac{B_o}{B_a}\right)$$

$$R_{ao_j} = \left(\frac{K_a}{K_o}\right)_j \left(\frac{\mu_o}{\mu_a}\right)_j \left(\frac{B_o}{B_a}\right)_j \tag{4.14}$$

$$\bar{R}_{ao_j} = \frac{1}{2} (R_{ao_j} + R_{ao_{j-1}})$$

Razão gás-óleo:

$$R_{go} = \left(\frac{K_g}{K_o}\right) \left(\frac{\mu_o}{\mu_g}\right) \left(\frac{B_o}{B_g}\right) + R_s$$

$$R_{go_j} = \left(\frac{K_g}{K_o}\right)_j \left(\frac{\mu_o}{\mu_g}\right)_j \left(\frac{B_o}{B_g}\right)_j + R_{s_j} \tag{4.15}$$

$$\bar{R}_{go_j} = \frac{1}{2} (R_{go_j} + R_{go_{j-1}})$$

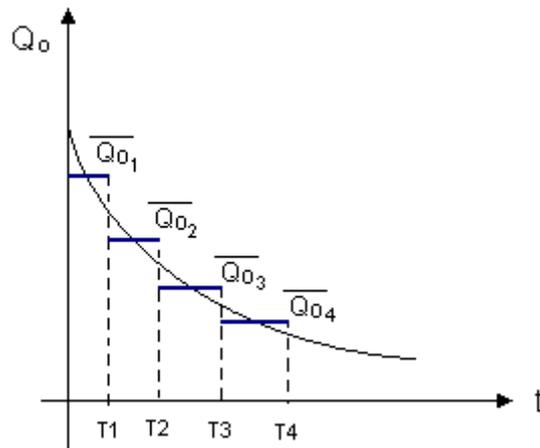


Figura 9 – Gráfico das vazões médias

$$N_{p_j} = N_{p_{j-1}} + \bar{Q}_{o_j} \Delta t_j$$

$$\Delta N_{p_j} = \bar{Q}_{o_j} \Delta t_j$$

$$\Delta A_{p_j} = \bar{Q}_{a_j} \Delta t_j$$

$$\Delta G_{p_j} = \bar{Q}_{g_j} \Delta t_j \tag{4.16}$$

Logo,

$$\begin{aligned}\bar{R}_{ao_j} &= \frac{Q_{a_j}}{Q_{o_j}} = \frac{\Delta A_{p_j}}{\Delta N_{p_j}} \\ \bar{R}_{go_j} &= \frac{Q_{g_j}}{Q_{o_j}} = \frac{\Delta G_{p_j}}{\Delta N_{p_j}}\end{aligned}\quad (4.17)$$

4.3. Saturação de Fluidos

$$\begin{aligned}S_g &= \frac{V_g}{V_{p_i}} \\ S_o &= \frac{V_o}{V_{p_i}} \\ S_a &= \frac{V_a}{V_{p_i}} \\ S_a + S_o + S_g &= 1\end{aligned}\quad (4.18)$$

4.3.1. Saturação de Óleo

Volume de óleo *in-situ*, em condições de reservatório, após a produção acumulada N_p .

$$V_o = (N - N_p)B_o \quad (4.19)$$

Volume original de hidrocarbonetos:

$$V_{pi} = \frac{NB_{oi}}{1 - S_{ac}} \quad (4.20)$$

Logo,

$$S_o = \frac{V_o}{V_{pi}} \rightarrow S_o = \frac{(N - N_p)B_o}{NB_{oi}} \cdot (1 - S_{ac}) \quad (4.21)$$

$$S_o = \left(1 - \frac{N_p}{N}\right) \frac{B_o}{B_{oi}} (1 - S_{ac}) \quad (4.22)$$

4.3.2. Saturação de Gás

$\underline{V = N(R_{si} - R_s)B_g}$	$-$	$\underline{N_p(R_p - R_s)B_g}$
Gás Removido de Solução em condições de reservatório		Produção acumulada de gás, em condições de reservatório

$$V_g = (NR_{si} - G_p)B_g - (N - N_p)R_sB_g \quad (4.23)$$

$$S_g = \frac{V_g}{V_{pi}} \quad (4.24)$$

$$S_g = \left[(R_{si} - R_s) - \frac{N_p}{N} (R_p - R_s) \right] \frac{B_g}{B_{oi}} (1 - S_{ac}) \quad (4.25)$$

4.4. Equações de Balanço de Materiais para Reservatório Sub-saturado (sem capa de gás)

Para $p > p_s \Rightarrow R_s = R_{si} = R_p$

$$N_p B_o + A_p B_a - A_e - A_{inj} B_{ainj} = N(B_o - B_{oi}) + N B_{oi} C_{ef} + (p_i - p) \quad (4.26)$$

Considere $B_a=1 \Rightarrow$ qualquer que seja p :

$$N_p B_o + A_p - A_e - A_{inj} = N\beta + N\xi \quad (4.27)$$

$$\text{Para } t=t_j \Rightarrow N_{p_j} B_{o_j} + A_{p_j} - A_{e_j} - A_{inj_j} = N(\beta_j + \xi_j)$$

$$\text{Para } t=t_{j-1} \Rightarrow N_{p_{j-1}} B_{o_{j-1}} + A_{p_{j-1}} - A_{e_{j-1}} - A_{inj_{j-1}} = N(\beta_{j-1} + \xi_{j-1})$$

Subtraindo:

$$\begin{aligned} & (N_{p_j} B_{o_j} - N_{p_{j-1}} B_{o_{j-1}}) + (A_{p_j} - A_{p_{j-1}}) - (A_{e_j} - A_{e_{j-1}}) - (A_{inj_j} - A_{inj_{j-1}}) = \\ & = N[(\beta_j - \beta_{j-1}) + (\xi_j - \xi_{j-1})] \end{aligned} \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} & (N_{p_j} - N_{p_{j-1}})B_{o_j} + N_{p_{j-1}}(B_{o_j} - B_{o_{j-1}}) + (A_{p_j} - A_{p_{j-1}}) - (A_{e_j} - A_{e_{j-1}}) - (A_{inj_j} - A_{inj_{j-1}}) = \\ & = N[(\beta_j - \beta_{j-1}) + (\xi_j - \xi_{j-1})] \end{aligned} \quad (4.29)$$

Como:

$$\begin{aligned} \Delta N_{p_j} &= N_{p_j} - N_{p_{j-1}} \\ \Delta A_{p_j} &= A_{p_j} - A_{p_{j-1}} \\ \Delta A_{e_j} &= A_{e_j} - A_{e_{j-1}} \\ \Delta A_{inj_j} &= A_{inj_j} - A_{inj_{j-1}} \end{aligned}$$

Temos:

$$\begin{aligned} & \Delta N_{p_j} B_{o_j} + N_{p_{j-1}}(B_{o_j} - B_{o_{j-1}}) + \Delta A_{p_j} - \Delta A_{e_j} - \Delta A_{inj_j} = \\ & = N[(\beta_j - \beta_{j-1}) + (\xi_j - \xi_{j-1})] \end{aligned} \quad (4.30)$$

$$\begin{aligned} & \Delta N_{p_j} B_{o_j} + N_{p_{j-1}}(B_{o_j} - B_{o_{j-1}}) + \Delta A_{p_j} - \Delta A_{inj_j} = \\ & = N[(\beta_j - \beta_{j-1}) + (\xi_j - \xi_{j-1})] \end{aligned} \quad (4.31)$$

Considerando: $\Delta A_{p_j} = \bar{R}_{ao_j} \Delta N_{p_j}$

Sendo, \bar{R}_{ao_j} = média da razão água-óleo no intervalo de tempo j .

Termo de injeção pode ser calculado de duas formas

i) Vazão de injeção especificada:

$$\Delta A_{inj_j} = (n_{inj} Q_{inj})_j \Delta t_j \quad (4.32a)$$

ii) Pressão de injeção especificada:

$$Q_{inj_j} = IJ (P_{inj} - P_j) \quad (4.33)$$

Onde IJ é o índice de injetividade e o n_{inj} é o numero de poços de injeção.

Obs.: Se os poços injetores tiverem índices de injetividade ou vazões diferentes, as fórmulas acima têm que ser modificadas para considerar as vazões diferentes de injeção de cada poço.

Neste caso, utiliza-se então a fórmula 4.32a para calcular a quantidade de água injetada. No caso das vazões dos poços serem distintas, a equação 4.32a ficará da seguinte forma:

$$\Delta A_{inj_j} = \left(\sum_{i=1}^{n_{inj}} Q_{inj_i} \right) \Delta t_j \quad (4.32b)$$

No nosso caso estamos supondo que as vazões de cada poço são iguais.

Mas sendo $\Delta t_j = \frac{\Delta N_{p_j}}{n_p Q_{o_j}}$; logo:

$$\Delta A_{inj_j} = \left(\frac{n_{inj} Q_{inj}}{n_p Q_{o_j}} \right) \Delta N_{p_j} \quad (4.34)$$

Sendo $\frac{n_{inj} Q_{inj}}{n_p Q_{o_j}} = \theta_j$, então:

$$\Delta A_{inj_j} = \theta_j \Delta N_{p_j} \quad (4.35)$$

O θ é um fator importante e é conhecido como fator de injetividade por fazer a relação entre o que é injetado (água) e o que é produzido.

4.4.1.**Influxo Acumulado de Água do Aquífero (Método de Fetkovitch)**

$$\Delta A_{e_j} = A_i c (p_{a_{j-1}} - p_j) \left[1 - \exp\left(-\frac{J \Delta t_j}{A_i c}\right) \right] \quad (4.36)$$

Para valores pequenos do argumento da função exponencial, podemos usar a seguinte aproximação:

$$\exp\left(-\frac{J \Delta t_j}{A_i c}\right) = 1 - \frac{J}{A_i c} \Delta t_j \quad (4.37)$$

$e^{-x} = 1 - x \rightarrow$ para x pequeno.

Logo,

$$\Delta A_{e_j} = A_i c (p_{a_{j-1}} - p_j) \frac{J}{A_i c} \Delta t_j \quad (4.38)$$

$$\Delta A_{e_j} = J (p_{a_{j-1}} - p_j) \Delta t_j \quad (4.39)$$

Substituindo Δt_j pela expressão anterior:

$$\Delta A_{e_j} = \frac{J (P_{a_{j-1}} - P_j)}{n_p Q_{o_j}} \Delta N_{p_j} \quad (4.40)$$

Sendo $\Omega_j = \frac{J (P_{a_{j-1}} - P_j)}{n_p Q_{o_j}}$, temos:

$$\Delta A_{e_j} = \Omega_j \Delta N_{p_j} \quad (4.41)$$

Assim, a equação de balanço de materiais fica sendo:

$$\Delta N_{p_j} B_{o_j} + \bar{R}_{ao_j} \Delta N_{p_j} - \Omega_j \Delta N_{p_j} - \theta_j \Delta N_{p_j} = N[(\beta_j - \beta_{j-1}) + (\xi_j - \xi_{j-1})] - N_{p_{j-1}} (B_{o_j} - B_{o_{j-1}}) \quad (4.42)$$

$$\Delta N_{p_j} = \frac{1}{B_{o_j} + \bar{R}_{ao_j} - (\Omega_j + \theta_j)} \{ N[(\beta_j - \beta_{j-1}) + (\xi_j - \xi_{j-1})] - N_{p_{j-1}} (B_{o_j} - B_{o_{j-1}}) \} \quad (4.43)$$

O denominador da equação 4.43 é um ponto de referência e o seu valor dá as seguintes informações projeções sobre a pressão do campo:

- Se for > 0 – esta em regime de depleção (queda de pressão).
- Se for $= 0$ – a pressão estará se mantendo constante.
- Se for < 0 – haverá um aumento na pressão.

A pressão média do aquífero pode ser calculada por:

$$p_{a_j} = p_i - \frac{A_{e_j}}{A_i c} \quad (4.44)$$

4.5. Condições de Produção dos Poços

- (1) Q_{oi} conhecida
- (2) IP_i conhecido, P_p estabelecida

$$Q_{oi} = IP_i (P_j - P_{pj}) \quad (4.45)$$

Para $t=t_j$:

$$Q_{o_j} = IP_j (P_j - P_{pj}) \quad (4.46)$$

$$\frac{Q_{o_j}}{Q_{o_i}} = \frac{IP_j (P_j - P_{p_j})}{IP_i (P_i - P_{p_i})} \quad (4.47)$$

$$\frac{(P_j - P_{p_j})}{(P_i - P_{p_i})} = 1 \quad (4.48)$$

$$\frac{Q_{o_j}}{Q_{o_i}} = \frac{f_G \frac{K_{ro_j}}{\mu_o B_{o_j}}}{f_G \frac{K_{ro_i}}{\mu_o B_{o_i}}} \quad (4.49)$$

$$\frac{Q_{o_j}}{Q_{o_i}} = \frac{\left(\frac{K_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_j}{\left(\frac{K_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_i} \quad (4.50)$$

Condições de injeção:

$$Q_{o_{inj}} = \Pi_{inj} (P_{inj} - P) \quad (4.51)$$

4.6. Cálculo Para Manutenção de Pressão no reservatório

Quando $P_{j-1} = P_j = \text{constante}$, a condição para a pressão constante no reservatório é:

$$B_{o_j} + \bar{R}_{ao_j} - \Omega_j - \theta_j = 0 \quad (4.52)$$

Procedimento de cálculo:

- (1) Fixe o intervalo de tempo Δt_j .
- (2) Estime um valor para S_{a_j} .
- (3) Determine \bar{R}_{ao_j} .

$$\bar{R}_{ao_j} = \left(\frac{K_a}{K_o} \right)_j \left(\frac{\mu_o}{\mu_a} \right)_j \left(\frac{B_o}{B_a} \right)_j \quad (4.53)$$

$$\bar{R}_{ao_j} = \frac{1}{2} (R_{ao_j} - 1 + R_{ao_j}) \quad (4.54)$$

(4) Determine \bar{Q}_{o_j} .

$$Q_{o_j} = \frac{(IP)_j}{(IP)_i} Q_{o_i} \quad (4.55)$$

$$Q_{o_j} = \frac{\left(\frac{K_{ro}}{B_o \mu_o} \right)_j}{\left(\frac{K_{ro}}{B_o \mu_o} \right)_i} Q_{o_i} \quad (4.56)$$

$$\bar{Q}_{o_j} = \frac{1}{2} (Q_{o_{j-1}} + Q_{o_j}) \quad (4.57)$$

(5) Determine Ω_j .

$$\Omega_j = \frac{J(p_{a_{j-1}} - p_j)}{n_p \bar{Q}_{o_j}} \quad (4.58)$$

(6) Determine θ_j .

$$\theta_j = B_{o_j} + \bar{R}_{ao_j} - \Omega_j \quad (4.59)$$

(7) Determine ΔN_{p_j} e N_{p_j} .

$$\Delta N_{p_j} = (n_p Q_{o_j}) \Delta t_j \quad (4.60a)$$

No caso das produções dos poços serem distintas, a equação 4.60a fica da seguinte forma:

$$\Delta N_{P_j} = \left(\sum_{i=1}^{n_p} Q_{o_i} \right) \Delta t_j \quad (4.60b)$$

$$N_{P_j} = N_{P_{j-1}} + \Delta N_{P_j} \quad (4.61)$$

(8) Determine S_{a_j} .

$$S_{a_j} = 1 - \left[\left(1 - \frac{N_{P_j}}{N} \right) \frac{B_{o_j}}{B_{o_i}} (1 - S_{ac}) \right] \quad (4.62)$$

(9) Compare o (S_{a_j}) calculado com o (S_{a_j}) estabelecido.

- Se $(S_{a_j})_{\text{calc.}} - (S_{a_j})_{\text{est.}} > \text{Tolerância}$, repita os passos (3) a (8) usando o $(S_{a_j})_{\text{calc.}}$.
- Se $(S_{a_j})_{\text{calc.}} - (S_{a_j})_{\text{est.}} \leq \text{Tolerância}$, houve convergência.

(10) Calcule ΔA_{P_j} .

$$\Delta A_{P_j} = R_{ao_j} \Delta N_{P_j} \quad (4.63)$$

(11) Calcule ΔA_{e_j} .

$$\Delta A_{e_j} = \Omega_j \Delta N_{P_j} \quad (4.64)$$

(12) Calcule ΔA_{mj_j} .

$$\Delta A_{inj\ j} = \theta_j \Delta N_{P\ j} \quad (4.65)$$

(13) Determine a vazão média de injeção de água por poço.

$$Q_{inj\ j} = \frac{\Delta A_{inj\ j}}{n_{inj} \Delta t_j} \quad (4.66)$$

4.7.

Método de Cálculo - Balanço de Materiais / Mecanismo de Gás em Solução / Injeção de Água

4.7.1.

Procedimento de Cálculo

Passo inicial:

- (b) Construir tabelas de propriedades PVT do óleo e gás usando correlações apropriadas.
- (c) Construir tabelas dos parâmetros de PVT usados nas equações de balanço de materiais.
- (d) Usar expressões apropriadas (correlações empíricas) para determinação das permeabilidades relativas gás - óleo.

Passos de cálculo - Reservatório Subsaturado:

Para cada pressão média do reservatório p_j no final do intervalo $j = 1, 2, 3, \dots$; admitir:

$$\Delta A_{inj\ j} = \Delta A_{inj\ j+1}$$

- (i) Um valor inicial de volume de água injetada no intervalo:
- (ii) Um valor inicial de saturação de gás S_{aj} ;

Executar os seguintes passos de cálculo:

Passo 1 - Determinar a razão água – óleo

Razão água-óleo:

$$R_{aoj} = \left(\frac{k_{ra}}{k_{ro}} \right)_j \left(\frac{\mu_o}{\mu_a} \right)_j \left(\frac{B_o}{B_a} \right)_j$$

Razão gás-óleo média no intervalo j:

$$\text{Se } S_{gj} < S_{gc} \rightarrow \text{então } R_j = R_{sj}$$

$$\bar{R}_{aoj} = 0,5 \times (R_{aoj-1} + R_{aoj})$$

Passo 2 - Determinar a produção acumulada de óleo no intervalo j

Produção de óleo no intervalo j

$$\Delta N_{pj} = \frac{1}{B_{oj} + R_{aoj}} \left\{ N [(\beta_j - \beta_{j-1}) + (\xi_j - \xi_{j-1})] - N_{pj-1} (B_{oj} - B_{oj-1}) + \Delta A_{inj} \right\}$$

Produção acumulada de óleo no final do intervalo j

$$N_{pj} = N_{pj-1} + \Delta N_{pj}$$

Passo 3 - Determinar a saturação de água no reservatório

$$S_{aj} = 1 - \left(1 - \frac{N_{pj}}{N} \right) \frac{B_{oj}}{B_{oi}} (1 - S_{ac})$$

Saturação de Água:

Comparar S_{aj} calculado pela fórmula acima com S_{aj} admitido; se:

- (i) A diferença for inferior a 0,01% considere que houve convergência;
- (ii) Caso contrário, use S_{aj} calculado e repita os passos 1 a 3 até obter convergência.

Passo 4 - Determinar o(s) índice(s) de produtividade do(s) poço(s) produtor(es) de óleo.

Índice de produtividade no tempo t_j :

$$IP_j = IP_i \frac{(k_{ro}/B_o\mu_o)_j}{(k_{ro}/B_o\mu_o)_i}$$

Passo 5 - Determinar a(s) vazão(ões) de produção do(s) poço(s) produtor(es) de óleo.

Vazão de produção de óleo do poço:

$$\text{Vazão inicial: } Q_{oi} = IP_i (p_i - p_p)$$

$$\text{Vazão no tempo } t_j: Q_{oj} = IP_j (p_j - p_p)$$

$$\text{Vazão média no intervalo } j: \bar{Q}_{oj} = 0,5x (Q_{oj-1} + Q_{oj})$$

OBS: Supomos um regime pseudo-permanente e com isso $(P_i - P_{pi}) = (P_j - P_{pj})$.

Onde P_i = pressão inicial; P_{pi} = pressão inicial no poço; P_j = pressão no tempo j ; P_{pj} = pressão no poço no tempo j

Passo 6 - Determinar o intervalo de tempo j .

Intervalo de tempo j :

$$\Delta t_j = \frac{\Delta N_{p_j}}{n_p Q_{o_j}}$$

Onde n_p é o número de poços produtores de mesmo índice de produtividade.

Obs.: Se os poços produtores tiverem índices de produtividade diferentes, a fórmula acima tem que ser modificada para considerar as vazões diferentes de produção de cada poço.

Passo 7 - Determinar o volume de água injetada no intervalo de tempo j .

Vazão de injeção no final do intervalo j :

Termo de injeção pode ser calculado de duas formas

i) Vazão de injeção especificada:

$$\Delta A_{inj_j} = (n_{inj} Q_{inj})_j \Delta t_j \quad (4.32a)$$

ii) Pressão de injeção especificada:

$$Q_{inj_j} = IJ (P_{inj} - P_j) \quad (4.33)$$

Onde IJ é o índice de injetividade e o n_{inj} é o número de poços de injeção.

Obs.: Se os poços injetores tiverem índices de injetividade ou vazões diferentes, as fórmulas acima têm que ser modificadas para considerar as vazões diferentes de injeção de cada poço.

Vazão média de injeção no final do intervalo j:

$$\bar{Q}_{a_j} = \frac{1}{2}(Q_{a_{j-1}} + Q_{a_j})$$

Volume de água injetada no intervalo j:

Neste caso supõe-se que as vazões dos poços são iguais.

$$\Delta A_{inj_j} = (n_{inj} Q_{inj})_j \Delta t_j$$

Passo 8 - Determinar a produção acumulada de água no final do intervalo j.

Produção acumulada de água:

$$A_{p_j} = N(\beta_j + \xi_j) + A_{inj_j} - N_{p_j} B_{o_j}$$

Passo 9 - Determinar a razão acumulada água – óleo.

Razão acumulada água – óleo:

$$R_{pa_j} = \frac{A_{p_j}}{N_{p_j}}$$

4.7.2. Memória de Cálculo

Determinação das Propriedades PVT

Dados de Entrada:

Densidade do óleo:	22 °API	Gama = 0,922
Densidade do gás:	0,82	
Temperatura da formação:	66,7 °C	= 152,0 °F
Pressão inicial do reservatório:	250 kgf/cm ²	= 3.555,0 psia
Pressão de saturação:	210 kgf/cm ²	= 2.986,2 psia

Razão de Solubilidade: Correlação de Standing

$$R_{sb} = \gamma_g \left[\frac{P_s}{18 \text{ anti log}(0,00091 T_f - 0,0125 \text{ } ^\circ \text{API})} \right]^{1,204}$$

Fator Volume de Formação de Petróleo Saturado: (Correlação de Standing)

$$B_{ob} = 0,9759 + 0,00012 \left[R_{sb} \left(\frac{\gamma_g}{\gamma_o} \right)^{0,5} + 1,25 T_f \right]^{1,2}$$

Compressibilidade de Petróleo Subsaturado: (Correlação de Vasquez)

$$c_o = \left(5,0 R_{sb} + 1,72 T_f - 1180 \gamma_g + 12,61 \text{ } ^\circ \text{API} - 1433 \right) \frac{10^{-5}}{p}$$

Fator Volume de Formação de Petróleo Subsaturado:

$$B_{oi} = \frac{B_{ob}}{1 + c_o (p_i - p_s)} \quad B_o = B_{oi} [1 + c_o (p_i - p)]$$

Viscosidade do Óleo:

Viscosidade do óleo morto à temperatura do reservatório: utilizada a correlação de Beal.

$$\underline{\text{Visc. do óleo morto: } 15 \text{ Cp}}$$

Viscosidade do óleo à pressão de saturação: utilizada a correlação de Chew e Connally.

$$\underline{\text{Visc. do óleo: } 2,5 \text{ cp}}$$

Fator volume de formação da água:

$$B_a = 1,00 \text{ m}^3/\text{m}^3 \text{ (rb/stb)}$$

Compressibilidade da água:

$$c_a = 42,66 \cdot 10^{-6} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$$

$$c_a = 3,00 \cdot 10^{-6} \text{ (psia)}^{-1}$$

Compressibilidade da formação:

$$C_f = 56,88 \cdot 10^{-6} \text{ (kgf/cm}^2\text{)}^{-1}$$

$$C_f = 4,00 \cdot 10^{-6} \text{ (psia)}^{-1}$$

Viscosidade da água:

$$\mu_a = 55 \text{ cp}$$

Saturação de água conata:

$$S_{ac} = 0,20$$

4.7.3. Cálculo

Razão de solubilidade à pressão de saturação:

$$R_{sb} = 563,73 \text{ scf/stb} = 100,40 \text{ m}^3/\text{m}^3$$

Fator volume de formação à pressão de saturação:

$$B_{ob} = 1,2989 \text{ rb/stb}$$

Pressão		Razão Solubilid.		Compres. ($\times 10^{-6}$)		F. Vol. Form. Óleo		Visc.
kgf/cm ²	psia	scf/stb	m ³ /m ³	(kgf/cm ²) ⁻¹	psia ⁻¹	m ³ /m ³	rb/stb	cp
250,0	3555,0	563,73	100,40	132,395	9,310	1,2921	1,2921	2,50
248,0	3526,6	563,73	100,40	133,463	9,386	1,2924	1,2924	2,50
246,0	3498,1	563,73	100,40	134,548	9,462	1,2927	1,2927	2,50
244,0	3469,7	563,73	100,40	135,651	9,539	1,2931	1,2931	2,50
242,0	3441,2	563,73	100,40	136,772	9,618	1,2935	1,2935	2,50
240,0	3412,8	563,73	100,40	137,911	9,698	1,2938	1,2938	2,50
238,0	3384,4	563,73	100,40	139,070	9,780	1,2942	1,2942	2,50
236,0	3355,9	563,73	100,40	140,249	9,863	1,2946	1,2946	2,50
234,0	3327,5	563,73	100,40	141,448	9,947	1,2950	1,2950	2,50
232,0	3299,0	563,73	100,40	142,667	10,033	1,2954	1,2954	2,50
230,0	3270,6	563,73	100,40	143,908	10,120	1,2958	1,2958	2,50
228,0	3242,2	563,73	100,40	145,170	10,209	1,2962	1,2962	2,50
226,0	3213,7	563,73	100,40	146,455	10,299	1,2966	1,2966	2,50
224,0	3185,3	563,73	100,40	147,762	10,391	1,2970	1,2970	2,50
222,0	3156,8	563,73	100,40	149,093	10,485	1,2974	1,2974	2,50
220,0	3128,4	563,73	100,40	150,449	10,580	1,2979	1,2979	2,50
218,0	3100,0	563,73	100,40	151,829	10,677	1,2983	1,2983	2,50
216,0	3071,5	563,73	100,40	153,235	10,776	1,2988	1,2988	2,50
214,0	3043,1	563,73	100,40	154,667	10,877	1,2992	1,2992	2,50
212,0	3014,6	563,73	100,40	156,126	10,979	1,2997	1,2997	2,50

Cálculo dos parâmetros da equação do balanço de materiais:

$$\alpha = B_o - R_s B_g \quad \beta = B_o - B_{oi} \quad \gamma = (R_{si} - R_s) B_g$$

$$\delta = B_g - B_{gi} \quad \xi = B_{oi} \frac{S_{ac} c_a + c_f}{1 - S_{ac}} (p_i - p)$$

j	p (kgf/cm ²)	α	β $\times 10^{-3}$ m ³ /m ³	γ $\times 10^3$	δ $\times 10^{-3}$ m ³ /m ³	ε $\times 10^{-3}$ m ³ /m ³
0	250,0		0,000			0,000
1	248,0		0,345			0,211
2	246,0		0,695			0,423
3	244,0		1,052			0,634
4	242,0		1,414			0,845
5	240,0		1,782			1,056
6	238,0		2,156			1,268
7	236,0		2,537			1,479

8	234,0		2,924		1,690
9	232,0		3,318		1,902
10	230,0		3,719		2,113
11	228,0		4,126		2,324
12	226,0		4,541		2,535
13	224,0		4,964		2,747
14	222,0		5,394		2,958
15	220,0		5,832		3,169
16	218,0		6,277		3,381
17	216,0		6,732		3,592
18	214,0		7,194		3,803
19	212,0		7,665		4,015

Permeabilidades relativas:

$$k_{ra} = a (S^*)^m \rightarrow \text{sendo } S^* = (S_a - S_{ai}) / (1 - S_{ai} - S_{or})$$

$$k_{ro} = b (1 - S^*)^n$$

$$a = 0,3 \rightarrow b = 0,72 \rightarrow m = 1,50 \rightarrow n = 1,60$$

Saturação residual de óleo: $S_{or} = 0,28$

Saturação de água irreduzível: $S_{ai} = 0,20$

Dados de entrada:

Volume original de óleo in-situ: $N = 30 \text{ M m}^3$

Volume original da capa de gás: $G = 0 \text{ M m}^3$

Saturação de água conata: $S_{ac} = 0,20$

Volume original de gás em solução: $G_s = 3,012 \text{ G m}^3$

Vazão inicial de produção por poço: $Q_{oi} = 1650,00 \text{ m}^3/\text{d}$

Índice de produtividade inicial: $(IP)_i = 120,00(\text{m}^3/\text{d}) / (\text{kgf}/\text{cm}^2)$

Pressão mínima de fluxo no poço: $p_p = 50,00 \text{ kgf}/\text{cm}^2$

Vazão de injeção por poço: $Q_{inj} = 2900,00 \text{ m}^3/\text{d}$

Índice de injetividade: $II = 46,00(\text{m}^3/\text{d}) / (\text{kgf}/\text{cm}^2)$

Pressão injeção: $p_{inj} = 320,00 \text{ kgf}/\text{cm}^2$

	Total			Ano 2	Ano 3 +
		1º seq	2º seq	3º seq	4º seq
Número de poços produtores	9	2	4	6	9
Número de poços injetores	5	1	2	3	5

Determinação das Produções Acumuladas de Óleo e Gás:

j	p (kgf/cm ²)	S _a est.	S*	R _{ao} (m ³ /m ³)	k _{ro}	Q _o (m ³ /d)	q	Δ N _p (M m ³)	N _p (M m ³)	S _a calc.
0	250,0		0,0000	0,0000	0,7200	1590,00		0,00	0,00	
1	247,5	0,2012	0,0023	0,0003	0,7173	1583,60	0,9138	55,12	55,12	0,2012
2	245,0	0,2026	0,0050	0,0009	0,7142	1576,23	0,9494	61,39	116,51	0,2026
3	242,5	0,2041	0,0079	0,0017	0,7109	1568,38	0,9858	69,18	185,69	0,2041
4	240,0	0,2060	0,0115	0,0031	0,7068	1558,60	1,0234	79,21	264,90	0,2060
5	237,5	0,2082	0,0158	0,0050	0,7019	1547,38	1,0625	92,70	357,60	0,2082
6	235,0	0,2109	0,0210	0,0077	0,6960	1533,77	1,1035	111,92	469,52	0,2109

Determinação das Vazões de Produção de Óleo e Gás e do Intervalo de Tempo:

j	p (kgf/cm ²)	Δt (anos)	t (anos)	ΔA _p (M m ³)	A _p (M m ³)	Δ A _{inj} (M m ³)	A _{inj} (M m ³)	f _R (%)
0	250,0		0,000		0,00		0,00	
1	247,5	0,048	0,048	0,01	0,01	50,37	50,37	0,18
2	245,0	0,053	0,101	0,04	0,04	58,28	108,65	0,39
3	242,5	0,060	0,161	0,09	0,13	68,20	176,85	0,62
4	240,0	0,069	0,230	0,19	0,32	81,06	257,91	0,88
5	237,5	0,082	0,312	0,37	0,70	98,50	356,40	1,19
6	235,0	0,100	0,412	0,71	1,41	123,50	479,90	1,57

