

3 Principais aplicações para a análise da curva de juros

A maior parte das ciências oferece um número significativo de aplicações da análise de fatores. Em Finanças, a aplicação mais destacada relaciona-se com o estudo da curva de juros, que é o objeto desse trabalho. Os artigos mais conhecidos desse segmento da literatura são “*Common Factors Affecting Bond Returns*”, de Litterman e Scheinkman (*Journal of Fixed Income*, junho de 1991), e “*Explorations into Factors Explaining Money Market Returns*”, de Knez, Litterman e Scheinkman (*The Journal of Finance*, dezembro de 1994).

No primeiro artigo os autores partem de uma amostra onde as variáveis aleatórias x_1, x_2, \dots, x_p são os *excess returns*⁹ de *zero-coupon bonds* de diversos prazos de vencimento emitidos pelo Tesouro norte-americano¹⁰. Além de mostrar que um modelo com três fatores comuns captura razoavelmente bem a variabilidade dos dados, pois a proporção da variância total atribuída a eles alcança 96%, os autores também mostram que:

- As mudanças provocadas por um choque¹¹ no primeiro fator são tais que os *excess returns* associados aos diversos prazos de vencimento variam igualmente. Nas palavras dos autores, “... *the first factor represents essentially a parallel change in yields*”, daí a denominação escolhida para o mesmo (nível).

- As mudanças provocadas por um choque no segundo fator (que os autores denominam inclinação) são tais que os *excess returns* associados a prazos mais curtos (longos) caem (sobem), ou seja, o choque faz com que a curva de juros se torne mais inclinada.

⁹ *Excess return*: diferença entre a rentabilidade de um dado ativo financeiro e a taxa de juros sem risco (usualmente aproximada pela FED Funds).

¹⁰ Mais especificamente, a amostra abrangia observações semanais dos *excess returns* de *treasuries* coletadas entre janeiro de 1984 e junho de 1988.

¹¹ Choque: alteração súbita que faz com que o fator F_i aumente σ_i unidades.

- As mudanças provocadas por um choque no terceiro fator (denominado curvatura) são tais que os *excess returns* associados a prazos curtos (abaixo de dois anos) caem, os *excess returns* associados a prazos médios (entre dois e dez anos) sobem e os *excess returns* associados a prazos longos (acima de dez anos) caem. Dessa maneira, a concavidade da curva de juros aumenta quando o choque se manifesta.

O segundo destes artigos estende o resultado para títulos de renda fixa em geral, pois a amostra abrange os retornos semanais de *treasuries*, *commercial papers*, *certificates of deposit*, *eurodollar certificates of deposit* e *bankers' acceptances* (os quatro últimos são títulos emitidos por empresas privadas pertencentes aos setores financeiro e não-financeiro). Os prazos de vencimento se situam entre um e doze meses. A amostra possui observações semanais retiradas do período de janeiro de 1985 a agosto de 1988.

Os autores demonstram que um modelo com quatro fatores é capaz de explicar razoavelmente bem a variabilidade dos dados, pois a proporção da variância total dos retornos de cada título que pode ser atribuída a eles é, na maioria dos casos, maior do que 90% (beirando os 98% para os retornos de *commercial papers* de *rating* inferior e com maturidade de três meses). Os autores também mostram que:

- O primeiro fator gera um deslocamento quase paralelo (e para cima) da curva de juros dos *treasuries* (isso é especialmente verdade para maturidades entre dois e doze meses). O efeito sobre títulos de outros setores também pode ser descrito dessa maneira.

- O segundo fator muda a inclinação da curva de juros dos *treasuries*, já que o aumento nos retornos semanais dos títulos curtos é significativamente menor do que o aumento registrado para títulos longos. O efeito sobre títulos de outros setores é tal que os retornos semanais dos títulos curtos caem, enquanto que os retornos semanais dos papéis mais longos sobem.

- O terceiro fator “separa” *commercial papers* de títulos emitidos pelo setor financeiro (*certificates of deposit, eurodollar certificates of deposit e bankers’ acceptances*), dado que um choque que altera o seu valor afeta negativamente a rentabilidade dos primeiros e positivamente a rentabilidade dos últimos. O terceiro fator não exerce influência alguma sobre a curva de juros dos *treasuries*.

- O quarto fator está associado a variações no risco de crédito, pois “separa” as rentabilidades dos *treasuries* e dos demais títulos privados. No que diz respeito à curva de juros dos *treasuries*, (i) os retornos semanais dos títulos de um mês caem bastante, (ii) os retornos semanais dos títulos de médio prazo (2, 3 e 4 meses) caem moderadamente e (iii) os retornos semanais dos títulos mais longos têm uma queda ainda mais reduzida. O efeito do quarto fator sobre os retornos semanais de títulos privados é tal que a rentabilidade dos títulos curtos cai (a queda, porém, é menos intensa do que a registrada para *treasuries* de prazo equivalente), enquanto que a rentabilidade dos papéis mais longos sobe.

Trabalhos inspirados em Litterman e Scheinkman (1991) foram desenvolvidos para a curva de juros brasileira, chegando a resultados similares. Vamos destacar as seguintes contribuições:

- Varga e Valli (2001): os autores trabalham com as taxas pré-fixadas implícitas em contratos de *swap* DI-pré com prazos de 20, 41, 61, 82, 102, 123, 143, 163, 184, 204, 225 e 245 dias úteis negociados na Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F)^{12,13}. A amostra contém observações diárias retiradas do período de janeiro de 1995 a julho de 1999. Conclui-se que um modelo com três fatores é

¹² Os motivos para essa opção serão discutidos oportunamente.

¹³ Um contrato de *swap* consiste em um acordo onde as partes trocam a remuneração incidente sobre as suas posições ativas em um dado período. No caso em questão, o investidor que assume a posição comprada se obriga a remunerar aquele que assumiu a posição vendida com a variação acumulada do CDI de um dia ao longo do período de vigência do contrato. Dessa maneira, se a variação acumulada do CDI de um dia superar o limite acordado entre as partes (que nada mais é do que a cotação do *swap* DI-pré no momento em que o contrato é celebrado), então o comprador paga a diferença para o vendedor. O contrário ocorre caso a variação acumulada do CDI de um dia seja menor do que o limite citado.

Já o CDI (Certificado de Depósito Interbancário) é um título emitido por instituições financeiras e que é transacionado exclusivamente entre elas no mercado interbancário. As instituições que necessitam de recursos para complementar as suas reservas bancárias emitem esses títulos, que são adquiridos por outras instituições com reservas em excesso. Quando o título possui maturidade de apenas um dia, a sua taxa de emissão é chamada *overnight*, ou simplesmente *over*.

capaz de explicar razoavelmente bem a variabilidade dos dados (pois a proporção da variância total que pode ser atribuída aos três ultrapassa 94%) e que esses fatores podem ser interpretados como nível, inclinação e curvatura. A Tabela 1 e a Figura 1 reproduzem os resultados encontrados no artigo. A Tabela 1 mostra os autovetores associados aos três autovalores de maior magnitude, enquanto que a Figura 1 traz uma representação gráfica dos dados da tabela. Repare que a Figura 1 corrobora a interpretação dos autores com relação aos fatores comuns.

Tabela 1 - Autovetores associados aos três autovalores de maior magnitude.

Prazos	V1	V2	V3
20	0.1981	-0.5123	0.5789
41	0.2425	-0.4989	0.3027
61	0.2973	-0.3246	-0.3457
82	0.2849	-0.2383	-0.4231
102	0.2783	-0.1823	-0.4763
123	0.3104	0.1810	0.0399
143	0.3102	0.2077	0.0481
163	0.3091	0.2057	0.0993
184	0.2987	0.1767	0.0917
204	0.3054	0.2191	0.0992
225	0.3056	0.2239	0.0840
245	0.3016	0.2138	0.0939

Fonte: Varga e Valli (2001).

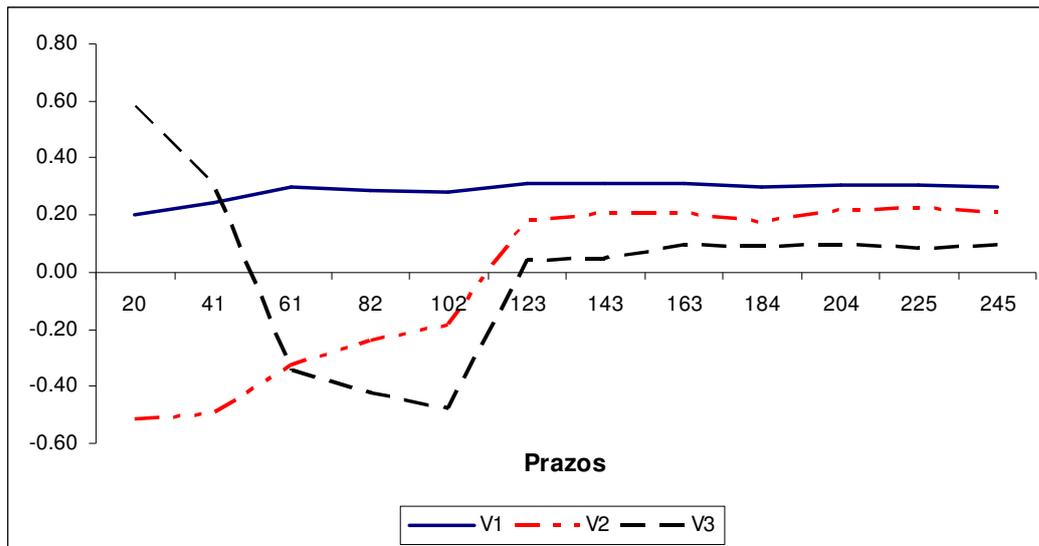


Figura 1 - *Factor loadings* encontrados por Varga e Valli (2001). A observação da figura acima corrobora a interpretação dos autores de que os fatores comuns estão associados a mudanças no nível, na inclinação e na curvatura da estrutura a termo brasileira.

- Silveira e Bessada (2003): os autores trabalham com as taxas pré-fixadas implícitas em contratos de DI futuro (para cada dia são utilizados os contratos com os três vencimentos mais próximos) e de *swap* (com prazos de 6, 12, 24 e 36 meses) negociados na BM&F. A amostra contém observações diárias retiradas do período de julho de 1999 a maio de 2001. Mais uma vez chega-se à conclusão de que os três fatores mais relevantes podem ser interpretados como nível, inclinação e curvatura.

- Luna (2006): o autor trabalha com duas amostras diferentes, a primeira formada por taxas pré-fixadas implícitas em contratos de DI futuro e a segunda por taxas relativas a contratos de *swap*. A primeira amostra, que abrange dados diários retirados do período de janeiro de 2002 a dezembro de 2004, serve para construir uma curva de juros com nove prazos de vencimento (21, 42, 63, 84, 105, 126, 168, 210 e 252 dias úteis). A segunda amostra, que também abrange dados diários retirados do período de janeiro de 2002 a dezembro de 2004, foi utilizada para construir uma curva de juros com doze prazos de vencimento (30, 60, 120, 240, 360, 480, 600, 720, 900, 1.200, 1.500, 1.800, 2.160 e 2.520 dias corridos). O autor conclui que um modelo com três fatores é capaz de explicar razoavelmente bem a variabilidade dos dados porque (i) na primeira amostra, a proporção da variância total atribuída aos três fatores é maior que 97%, e (ii) na segunda

amostra, essa proporção supera 95%. A interpretação desses fatores como nível, inclinação e curvatura permanece válida.