

## 5 Acoplamento do Conjunto Tela – Gravel – Formação

A produção de areia em poços de alta vazão pode acarretar na erosão de tubos ou (e) na obstrução do sistema de produção com grande potencial de reduzir ou interromper a produção de óleo. Em função dos efeitos catastróficos desta ocorrência, a utilização de métodos e sistemas para o controle da produção de areia é fundamental para viabilizar a produção de poços produtores de hidrocarbonetos em alta vazão em arenitos fráveis. Neste cenário, a técnica do *open hole gravel packing* é a mais usada para contenção de areia em poços horizontais. Somente no Brasil mais de 200 poços já foram perfurados e completados com esta técnica, constituindo umas das principais alternativas de completação em poços de petróleo *off shore*.

A figura 41 apresenta os tipos mais comuns de *gravel packing* realizados pela indústria de petróleo o *gravel packing* a poço aberto (a) e o *gravel packing* à poço revestido (b).

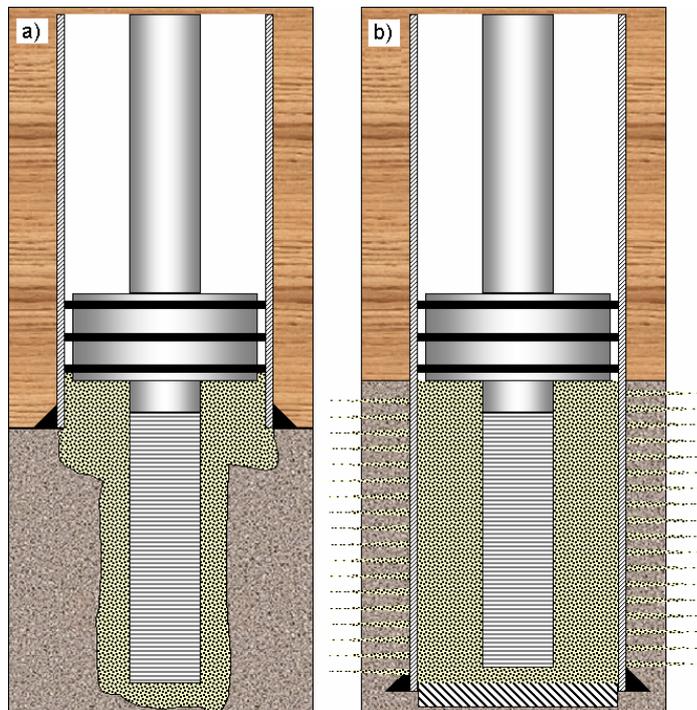


Figura 41 – Esquema de gravel pack em poço aberto (a) e poço revestido (b).

No entanto, a indústria de petróleo não considera durante a etapa de projeto, dimensionamento e especificação dos sistemas de contenção de areia os carregamentos impostos ao conjunto telado durante a vida produtiva do poço. A seleção da melhor alternativa é realizada em função da granulometria da formação, otimizando a vazão de óleo sem explicitar os carregamentos impostos ao conjunto telado durante a sua vida produtiva.

Este capítulo procura estabelecer um modelo para avaliar os carregamentos impostos ao elemento estrutural do conjunto de telas (no caso o tubo base) em função das alterações ocorridas no estado de tensões próximo à parede do poço. Serão apresentados os modelos constitutivos e as propriedades mecânicas consideradas na descrição do tubo base, do gravel e da formação, o modelo de contato gravel x tubo e gravel x formação bem como o modelo numérico utilizado na simulação 3D das solicitações impostas ao tubo base.

A figura 42 apresenta a seção transversal do poço horizontal considerado neste trabalho onde: o diâmetro do poço ( $D_w$ ) possui  $8 \frac{1}{2}$  polegadas, o diâmetro do tubo base ( $OD_{ss}$ ) é igual à  $5 \frac{1}{2}$  polegadas, a espessura do tubo base ( $e_{ss}$ ) é igual à 0,3 polegadas e desvio do centro da tela em relação ao centro do poço (*off set*) é nulo.

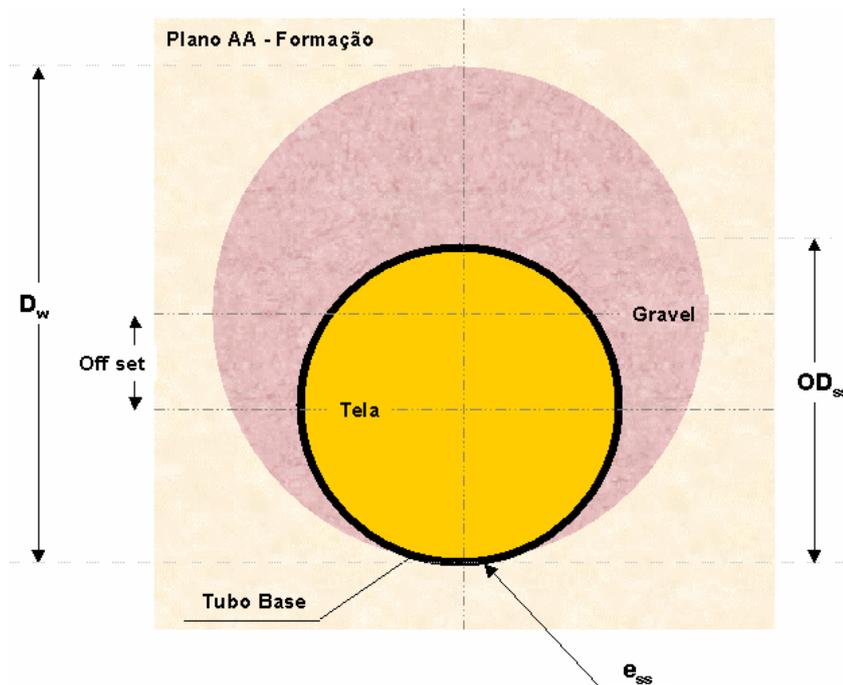


Figura 42 – Esquema 2 D do conjunto formação x gravel x tubo.

## 5.1 Modelagem e Propriedades do Tubo

O conjunto telado foi modelado considerando apenas a geometria do tubo base. A contribuição da carcaça externa e da malha de aço para a rigidez e integridade estrutural do conjunto foi considerada desprezível.

Em função dos resultados obtidos no capítulo 4, foi utilizado um modelo para a tubulação com a área aberta ao fluxo de 8-10%, com densidade de 72 a 84 furos/pé e diâmetro de furos de  $\frac{3}{8}$  e  $\frac{1}{2}$  polegadas, com 6 polegadas de comprimento e ovalização de 0,5% na direção y conforme esquematizado na figura 43.

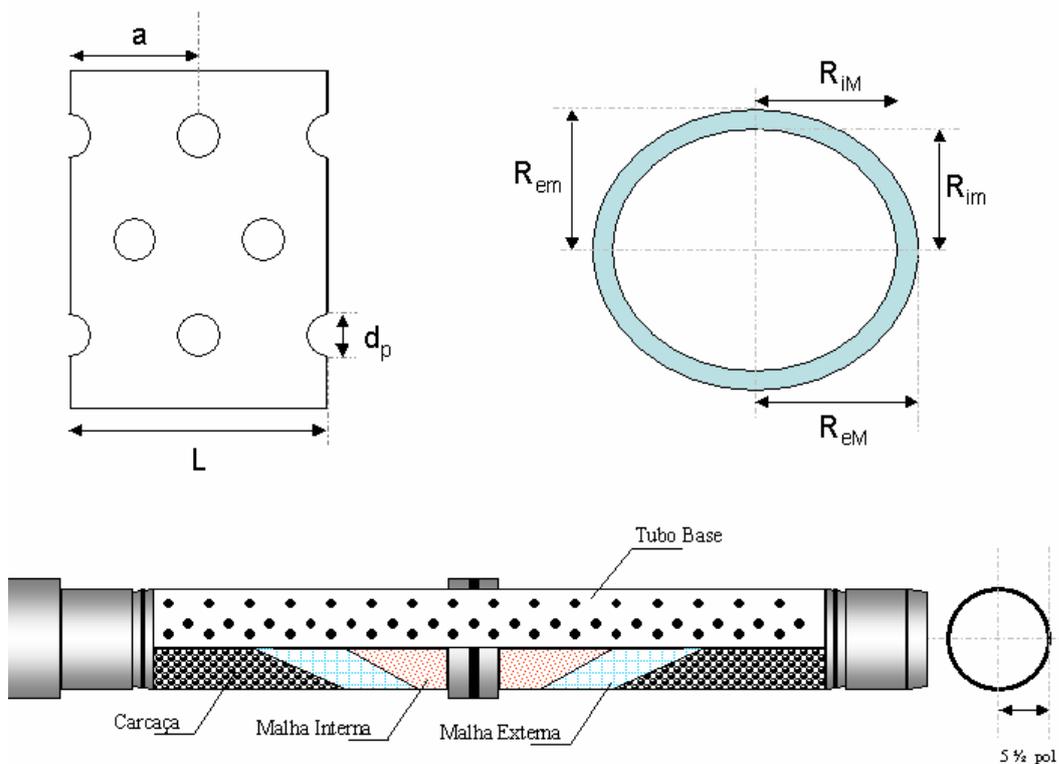


Figura 43 – Esquema do tubo base utilizado no acoplamento tubo x gravel x formação.

Para a descrição do material foram consideradas as propriedades mecânicas dos tubos normalmente usados na indústria. Foi modelado um tubo de  $5 \frac{1}{2}$  polegadas fabricado com aço P110 e peso linear de 17 lb/ft. O resumo das características geométricas do tubo conforme as dimensões esquematizadas na figura 43 é apresentado na tabela 2.

Tabela 2– Características geométricas do modelo para o tubo base

OD (diâmetro externo)	5,5 pol	$d_p$ (diâmetro do furo)	$\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{8}$ pol
$R_{em}$ (raio externo menor)	2,73625 pol	$a$ (espaçamento entre furos)	2 pol
$R_{eM}$ (raio externo maior)	2,76375 pol	$L$ (comprimento do tubo)	6 pol
$R_{im}$ (raio interno menor)	2,43225 pol	% area aberta ao fluxo	8 - 10 %
$R_{iM}$ (raio interno maior)	2,45975 pol	Densidade dos furos (furos/ft)	72

As equações que permitem calcular as tensões tangenciais e radiais são obtidas considerando as relações de equilíbrio de forças atuante no tubo nestas direções e considerando a Lei de Hooke para descrever o material do tubo conforme apresentado no capítulo 4.

As condições de contorno do modelo são apresentadas na figura 49. A figura 44a ilustra as condições de contorno dadas no plano xy do modelo 3D e a figura 44b apresenta o detalhe da interface gravel x formação.

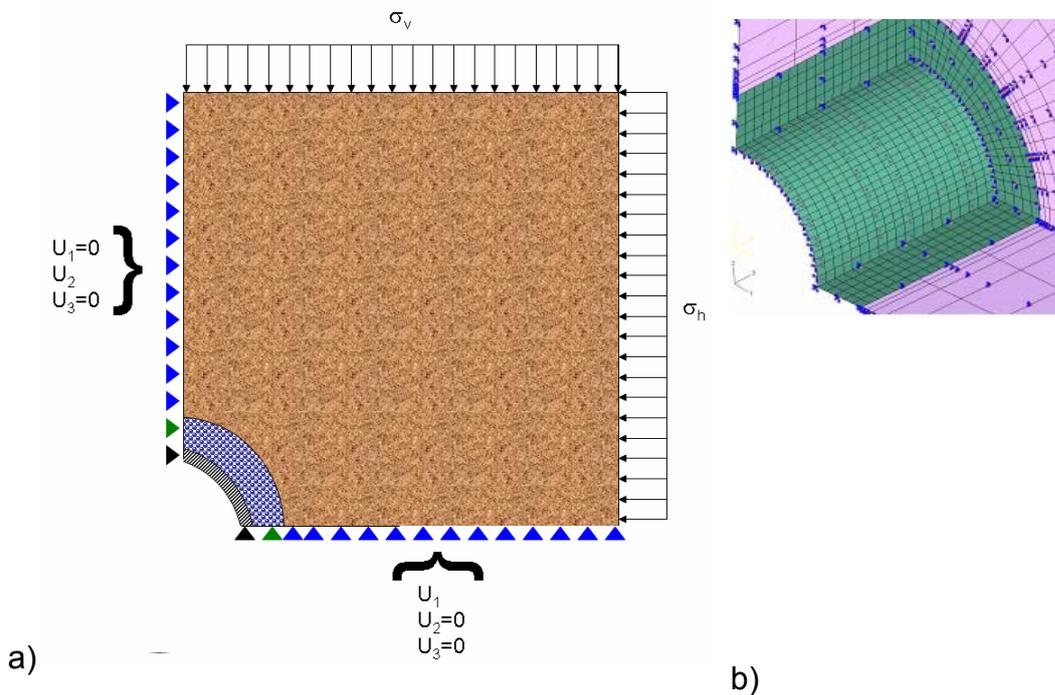


Figura 44 – Condições de contorno prescritas no modelo utilizado.

### 5.1.1 Modelagem e Propriedade do Gravel e Formação

A literatura é rica em modelos constitutivos para a descrição do comportamento de geomateriais. A dificuldade em estabelecer um modelo tão genérico quanto possível, mas passível de aplicação prática, é um grande desafio, isto porque, quanto mais abrangente for o modelo, maior o número de parâmetros que devem ser obtidos para permitir sua utilização (Papamichos, 1999)

No caso da indústria de petróleo, a obtenção de parâmetros geomecânicos é custosa e complexa, e estes parâmetros nem sempre estão disponíveis para o poço que será perfurado, limitando a utilização dos modelos constitutivos mais complexos.

A descrição do comportamento tensão-deformação ao redor da parede do poço é descrita geralmente por modelos elasto-plásticos, com elasticidade não-linearmente dependente com a tensão e a plasticidade baseada na teoria de fluxo, conforme apresentado no capítulo 3 deste trabalho.

A literatura indica que o modelo de Mohr Coulomb apresenta bons resultados na representação do comportamento da formação sendo largamente usado no estudo de estabilidade de poços e na previsão do potencial de produção de areia (Papamichos, 1999, Gnirk, 1972 e veeken, 1989). Este modelo foi adotado para descrever o comportamento da formação e do gravel.

No caso da modelagem do *gravel*, as limitações impostas pela utilização deste modelo geram resultados conservadores conforme descrito no capítulo 3.

Entretanto, como o objetivo deste trabalho é apresentar uma proposta para análise das solicitações nos conjuntos telados avaliando seu dimensionamento e, tendo em vista a dificuldade encontrada para caracterização do *gravel* (em função da ausência de dados na literatura), esta simplificação é adotada aceitando suas limitações em prol do desenvolvimento de um modelo da tela acoplado ao gravel e à formação para análise do comportamento do poço durante a sua vida útil.

### 5.1.2 Propriedades Geomecânicas da Formação

Uma bacia sedimentar pode estar exposta à uma série de forças tectônicas que acarretam em eventos cíclicos de elevação e (ou) depressão, erosão e sedimentação de matéria alterando o ambiente de deposição e influenciando nas propriedades de interesse geomecânico, incluindo as tensões *in situ*, pressão de poros, e propriedades mecânicas da rocha.

As formações de sub-superfície normalmente suportam o peso das formações superficiais depositadas em idade geológica mais recente. Assim, a tensão vertical numa profundidade  $z$  causada por uma coluna de matéria com densidade  $\rho_{\text{lito}}$  dependente da profundidade é dada pela equação 5.1:

$$\sigma_v = \int \rho(z)gdz \quad (5.1)$$

Em solos saturados uma parcela das cargas aplicadas são transferidas pelo fluido contido nos poros.

Desta forma, o modelo normalmente utilizado para descrever o efeito de carregamento nestes solos consiste de uma câmara repleta de fluido com a superfície superior e inferior ligadas através de uma mola, conforme apresentado na figura 45.

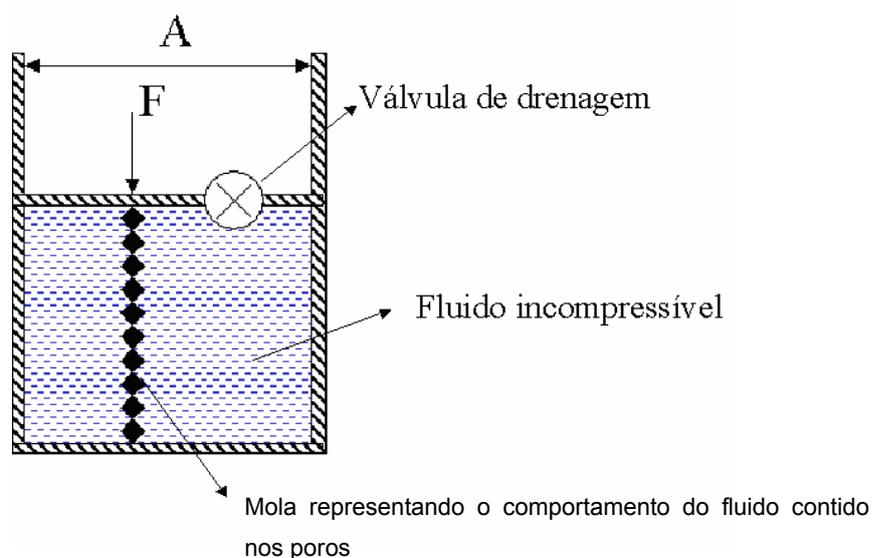


Figura 45 – Modelo utilizado na descrição da tensão efetiva em solos saturados.

A mola representa a influência da pressão do fluido contido nos poros, deste modo a tensão efetiva transmitida pela formação é dada pela equação 5.2.

$$\sigma' = \sigma - \alpha P_p \quad (5.2)$$

Onde  $\sigma'$  é a tensão efetiva relacionada com o fluido presente nos poros da rocha pelo coeficiente de Biot,  $\alpha$ . A partir desta equação podemos inferir que a tensão efetiva, dada por  $\sigma'$  (e não pela pressão de poros) é responsável pela deformação e resistência do meio granular.

Considerando a deformação de grãos pequena para a faixa de pressão de interesse (ou seja, considerando que os grãos são incompressíveis) temos  $\alpha = 1$  reduzindo a equação 5.2:

$$\sigma' = \sigma - P_p \quad (5.3)$$

Assumindo que as tensões horizontais máximas e mínimas são iguais numa área de baixo tectonismo ou geologicamente estável a relação entre tensões seria dada por:

$$\sigma'_h = \sigma'_H = K_o \sigma'_v \quad (5.4)$$

Considerando o material isotrópico, sendo válidas as relações tensão-deformação dada pela Lei de Hooke e considerando que não ocorre deslocamento horizontal ( $\varepsilon_x$  e  $\varepsilon_y = 0$ ) temos:

$$\sigma'_x = (\lambda + 2G)\varepsilon_x + \lambda\varepsilon_y + \lambda\varepsilon_z = \left(\frac{\nu}{1-\nu}\right)\sigma'_z \quad (5.5)$$

$$\sigma'_y = \lambda\varepsilon_x + (\lambda + 2G)\varepsilon_y + \lambda\varepsilon_z = \left(\frac{\nu}{1-\nu}\right)\sigma'_z \quad (5.6)$$

A estimativa de tensão horizontal mínima para um modelo elástico de bacia, considerando as tensões horizontais mínimas e máximas iguais pode ser obtida segundo as equações 5.7:

$$\sigma_h = \left[ (\sigma_v - \alpha P_e) \frac{\nu}{1 - \nu} \right] + \alpha P_e + \sigma_{tec} \quad (5.7)$$

Onde  $\sigma_v$  é a tensão de sobrecarga,  $\alpha$  o coeficiente de Biot,  $P_e$  a pressão estática do reservatório,  $\nu$  o coeficiente de Poisson e  $\sigma_{tec}$  é a tensão referente à algum tectonismo na formação. Considerando os grãos do meio granular incompressíveis e ausência de tectonismo, a relação entre as tensões verticais e horizontais para poços *off shore* é obtida assumindo o gradiente da água do Mar e substituindo o pacote de rocha na profundidade de água na locação de interesse:

$$\sigma_v = 0,454LDA + (PV - LDA)OVB \quad (5.8)$$

Onde  $\sigma_v$  é a tensão de sobrecarga (ou tensão vertical) e OVB é o gradiente de sobrecarga. Considerando as características geométricas do poço e da formação apresentadas na tabela 3 para arenitos pouco consolidados e a ausência de tectonismo, obtemos o contraste de tensão horizontal e vertical *in situ* para o poço estudado:

1. Tensão vertical,  $\sigma_v$ : 6372 psi
2. Tensão horizontal mínima,  $\sigma_h$ : 5167 / 5461 psi (em função do coeficiente de Poisson apresentado na tabela 4)

Da figura 46 obtém-se o módulo de elasticidade da formação em função da profundidade de interesse (que são apresentados na tabela 3). A coesão foi obtida a partir da resistência à compressão uniaxial (equação 3.38). Neste trabalho considerou-se a resistência compressiva variando entre 300 e 1000 psi. Assim a coesão da formação terá valores entre 100 e 300 psi.

A figura 47 apresenta a variação das tensões radiais e circunferenciais para diversos valores de coesão da formação de interesse modelada conforme as propriedades apresentadas na tabela 3.

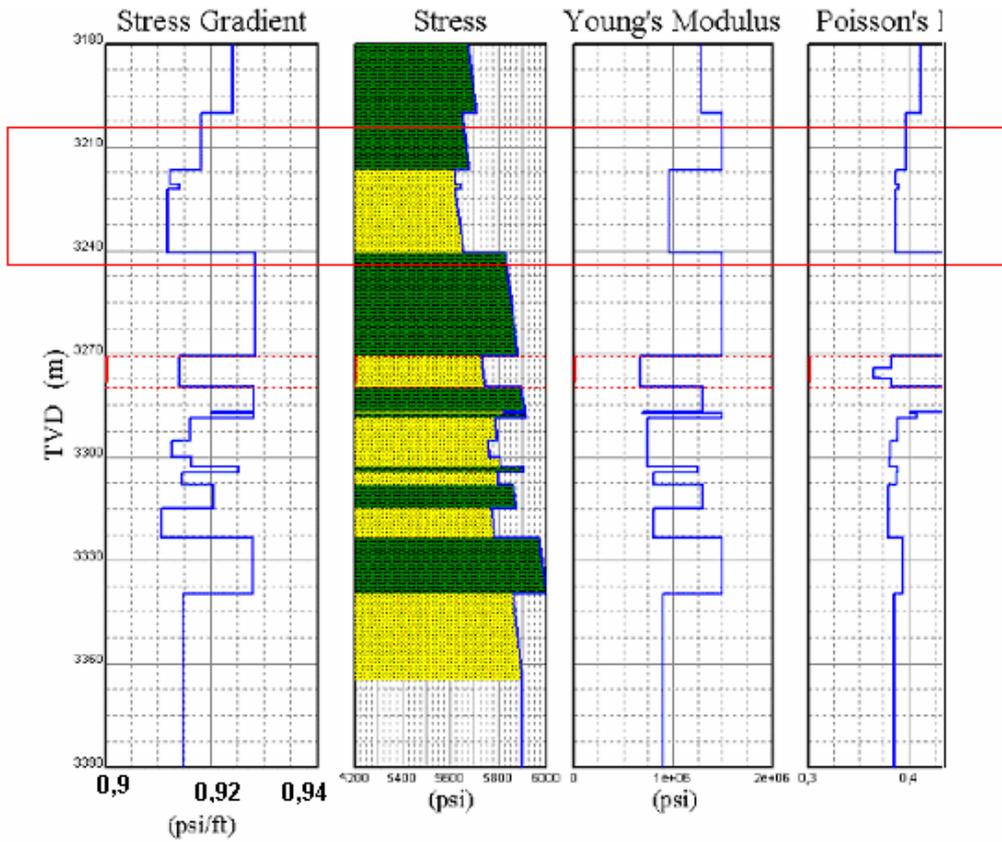


Figura 46 – Propriedades mecânicas de formação off shore.

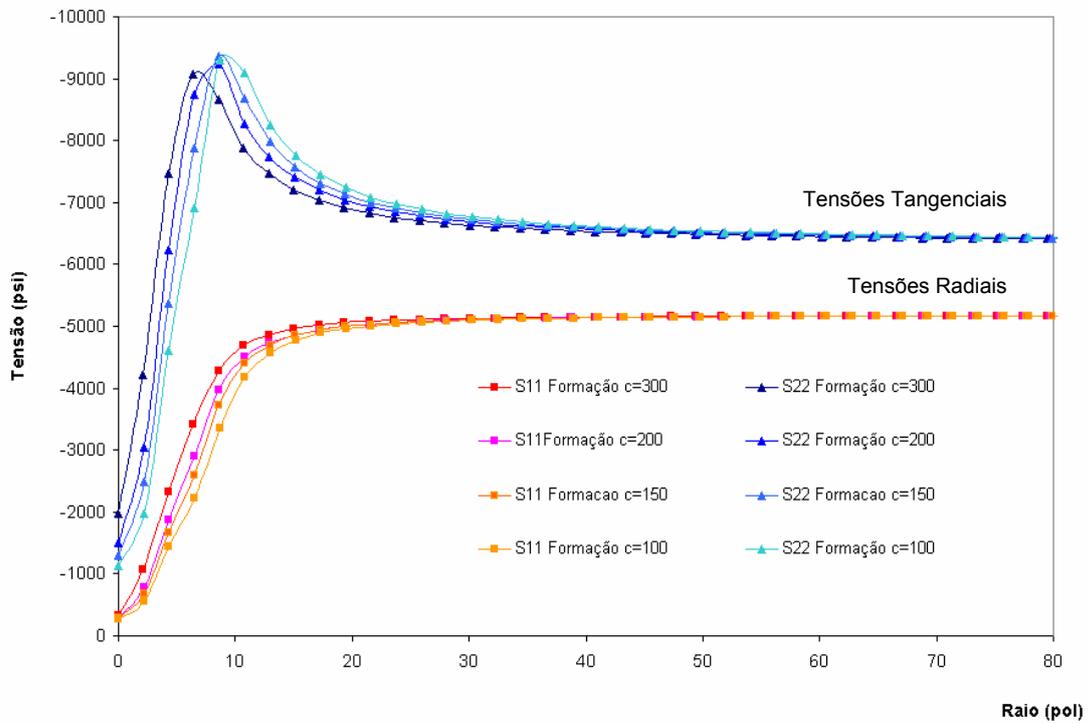


Figura 47 – Variação da tensão  $\sigma_{11}$  e  $\sigma_{22}$  para diversos valores de coesão da formação.

A tabela 3 apresenta um resumo de todas as propriedades geomecânicas e características geométricas utilizadas na modelagem do conjunto formação x gravel x tubo

Tabela 3 – **Característica do Poço e da Formação**

LDA (profundidade de água)	1800 m	Ângulo de atrito, $\Phi$	30°
PM (profundidade medida)	4285 m	coeficiente de Poisson, $\nu$	0,30-0,34
PV (profundidade vertical)	3050 m	Resistência compressiva uniaxial, $C_o$	300 psi
Diâmetro	8 ½ pol	gradiente de sobrecarga, $\sigma_{ovB}$	0,9 psi/ft
Pe (pressão estática)	4400 psi à -3050	constante de Biot, $\alpha$	1

A tabela 4 apresenta os valores utilizados para o modelo de Mohr Coulomb, os parâmetros geométricos do poço e as características da formação objeto de estudo deste trabalho.

Tabela 4– **Propriedades Mecânicas dos Materiais**

Propriedade	Aço	Gravel	Formação
E	30E6 psi	0,5-0,9 E6 psi	0,9-1,5E6 psi
$\nu$	0,29	0,32	0,28-0,35
Coesão (Mohr Coulomb)	-	0 psi	100-300 psi
Ângulo de atrito (Mohr Coulomb)	-	30°	30°
Altura do modelo	6 pol		
Diâmetro do poço	8 ½ pol		
Comprimento da formação	90 pol		
Numero de furos do tubo base	72-84 furos/ft	-	-
OD do tubo base	5 ½ pol	-	-
ID do tubo base	4,892 pol	-	-
Ovalização do tubo base	0,5%		
Metalurgia	P110	-	-
Off set (conforme figura 4.2)	1 pol		

### 5.1.3 Propriedades Geomecânicas do Gravel

As propriedades mecânicas do pacote de *gravel* constituem um desafio para a implantação de um modelo que represente de maneira realista o comportamento do conjunto formação x *gravel* x tubo em função da ausência de dados disponíveis para o material e da sua influência no amortecimento das tensões que serão transferidas para o tubo base.

Foram realizadas diversas simulações numéricas comparando a transferência de tensão da formação para um tubo de 5 ½ polegada, 17 lbm/ft P110 em função do módulo de elasticidade do pacote de *gravel* (variando de 0,5 a 8E6 psi). Os resultados são apresentados nas figura 48 e 49.

A figura 48 apresenta a variação de tensões radiais ( $\sigma_1$ ) e circunferenciais ( $\sigma_2$ ) nas interfaces *gravel* x formação (G/F) e *gravel* x tubo (G/T) em função de diversos módulos de elasticidade do *gravel* mantendo o carregamento na formação constante. Foi utilizado carregamento hidrostático da formação.

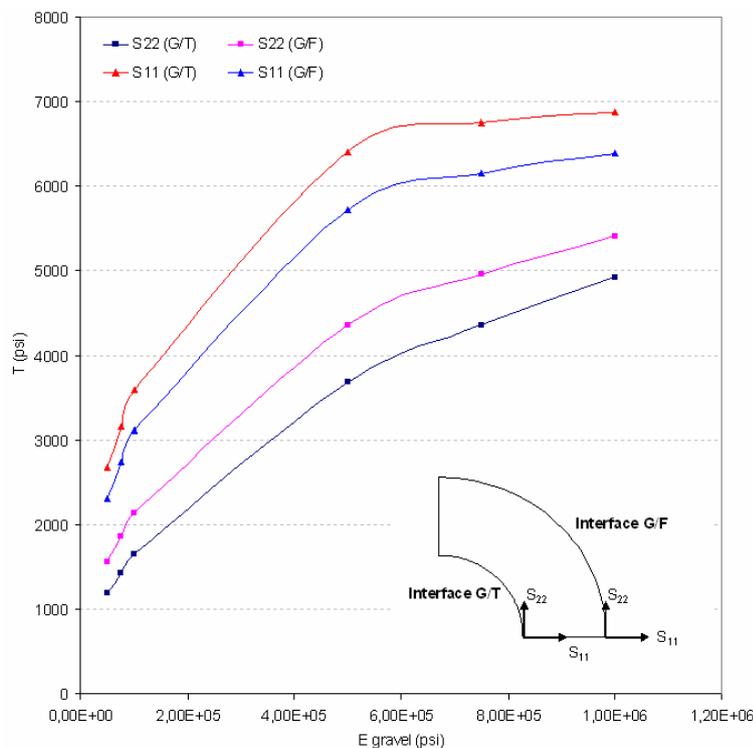


Figura 48 – Variação das tensões radiais e tangenciais nas interfaces G/F e G/T.

Pode-se verificar que a tensão circunferencial no tubo apresenta pequena variação para grandes variações do módulo de elasticidade do gravel para valores superiores a  $5E+05$  psi na janela de espessura próxima à 0,3 polegadas.

Na figura 49 é apresentada a variação da tensão de Mises máxima no tubo na interface gravel x tubo (G/T) na posição vertical em função de diversos módulos de elasticidade do gravel mantendo o carregamento na formação constante. Foi utilizado carregamento anisotrópico da formação.

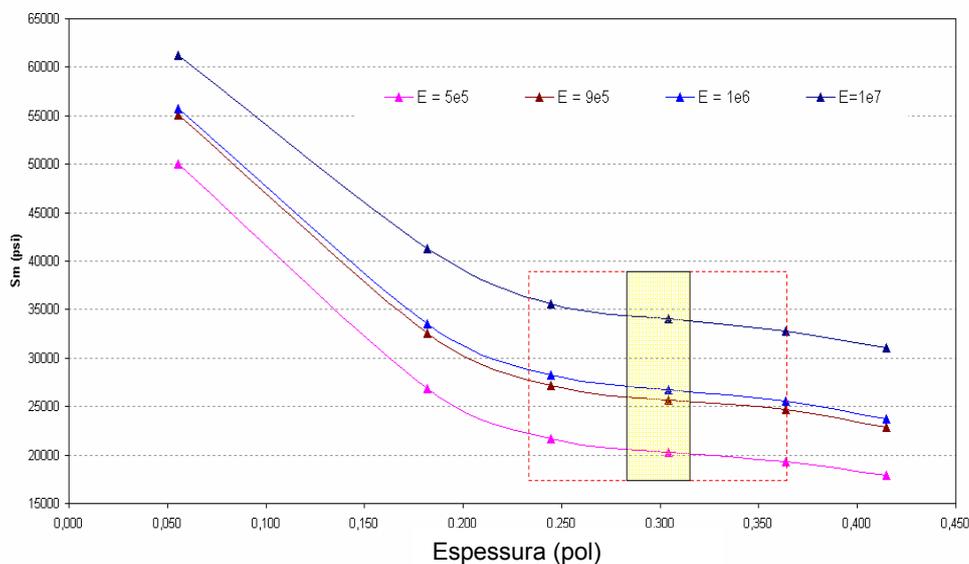


Figura 49 – Tensão de Mises no tubo em função módulos de Young do gravel.

A partir destes resultados o pacote de *gravel* foi modelado considerando seu módulo de elasticidade semelhante ao da formação e variando de  $0,5E6$  psi a  $0,9E6$  psi. Em todas as simulações considerou-se o gravel como um pacote de areia sem coesão, ou seja,  $c = 0$ .

## 5.2 Relações de Contato entre as Superfícies

O contato mecânico é um assunto amplo e complexo e não consiste no objeto direto de estudo deste trabalho, assim não serão descritos explicitamente nem abordados com profundidade. A diferença de resposta ao

carregamento submetido ao tubo base de conjuntos telados em modelos geométricos 2D em função dos diferentes modelos de contato foi avaliada. A partir destes resultados foi estabelecido o modelo de contato para a análise 3D. Apesar de existirem diversas relações para descrever o contato entre partículas com diferentes geometrias e natureza de comportamento, em função das restrições impostas pelo pequeno número de dados disponíveis para caracterizar o contato entre as superfícies de interesse, foram utilizados os seguintes modelos para a descrição do comportamento na interface gravel x tubo e gravel x formação:

1. Superfícies completamente aderidas sem deslocamento relativo entre si;
2. Contato normal elástico descrito segundo o modelo de Hertz para partículas rígidas;
3. Considerando a presença e ausência do atrito elástico;
4. Combinação entre os relações 2 e 3.

A modelagem da interface entre as superfícies de contato (tubo x gravel e gravel x formação) foi realizada através das facilidades disponíveis no pacote numérico comercial utilizado neste trabalho. Nesta ferramenta a modelagem de contato pode ser realizada de duas formas: através superfícies de contato ou de elementos específicos de contato. A maior parte dos problemas de engenharia pode ser modelada no ABAQUS™ utilizando superfícies de contato, reservando a modelagem através de elementos de contato para modelagem de problemas específicos. Neste trabalho, o contato foi modelado considerando a interação entre superfícies de acordo com os critérios apresentados no manual do pacote numérico utilizado.

### **5.2.1 Modelos Mecânicos de Contato Utilizados**

Na mecânica dos sólidos o atrito entre partículas é normalmente relacionado com as propriedades básicas do material que podem ser facilmente determinadas em laboratório.

No entanto, nem sempre os modelos utilizados para descrever o comportamento no contato entre partículas consegue representar corretamente a

realidade em função da complexidade de efeitos que governam as relações de contato entre materiais de natureza diversa.

Apesar de existirem diversas relações que são utilizadas para descrever as forças e a cinemática do contato entre partículas somente a relação perfeitamente plástica será utilizada neste trabalho.

A figura 50 ilustra as relações de força e deslocamento entre duas partículas usadas para simulação do comportamento intragranular. A ativação do contato ocorre quando as esferas estão superpostas. As variáveis  $N$  e  $S$  representam a projeção da força de contato normal e tangencial, respectivamente, na direção do contato.

O valor para a força de contato no tempo  $t + \Delta t$  é calculado a partir do tempo  $t$  usando a relação dada nas equações 5.9.

$$\begin{cases} N(t + \Delta t) = N(t) + k_n \Delta n \\ S(t + \Delta t) = S(t) + k_s \Delta s \end{cases} \quad (5.9)$$

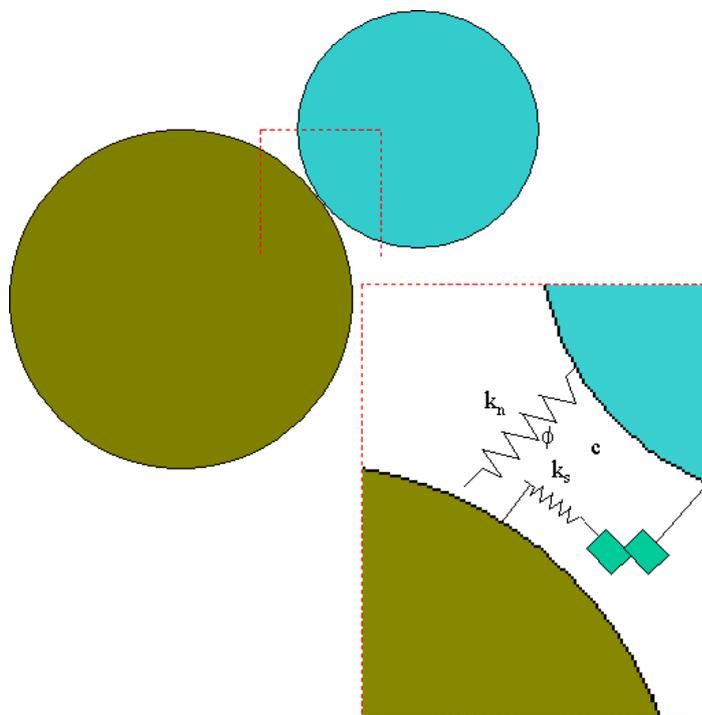


Figura 50 – Modelo para Contato gravel x formação elasto-plástico com atrito.

A interação mais simples entre superfícies que pode ser criada no ABAQUS™ é a que considera todo o movimento rotacional e translacional

transmitido entre as superfícies em contato, ligadas entre si como se estivessem coladas. Neste modelo não ocorre carregamento adicional ou dissipação de energia nas superfícies em função da presença de forças normais ou cisalhantes, simplesmente a superfície mestre é acompanhada pela superfície solidária.

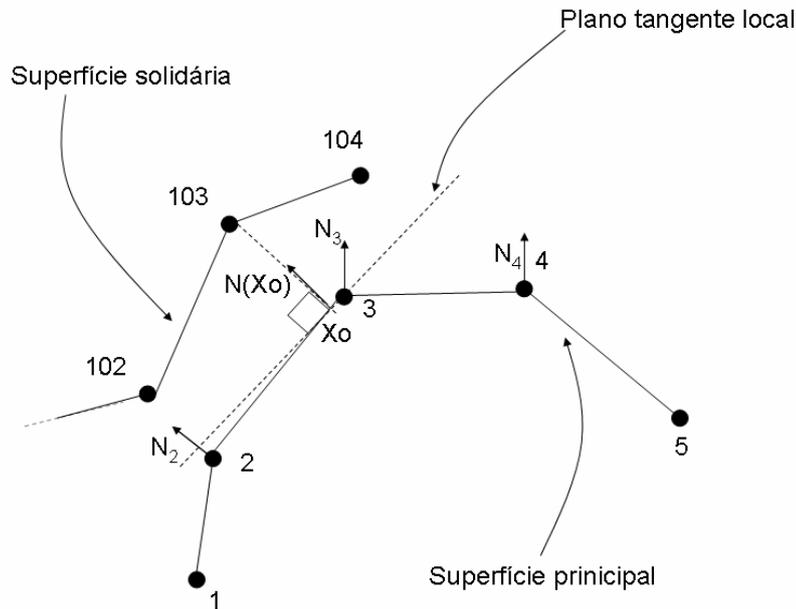


Figura 51 – Definição do ponto fixo e do plano tangente para o nó 103.

A formulação utilizada para pequenos deslocamentos entre as superfícies coladas considera os nós da superfície solidária (*Slave Surface*) restritos há uma interação local numa pequena área da superfície principal (*Master Surface*) definida através do estabelecimento de um plano tangente à superfície principal que não é transposto pelos nós da superfície solidária e é definido por um ponto denominado ponto de ancoragem  $X_o$  e pela orientação da superfície conforme apresentado na figura 56.

Definir um plano tangente e um ponto de ancoragem (fixo) para cada nó da superfície solidária em pequenos deslocamentos significa que o algoritmo do ABAQUS™ não precisa monitorar os nós individualmente necessitando assim de um menor custo computacional para a simulação numérica do modelo, em especial para modelos tridimensionais.

Após a simulação considerando as superfícies coladas, foi avaliada o caso para o contato normal entre as superfícies, descrito segundo a equação 5.10, quando:

$$\begin{cases} N = P, l = 0 \\ N = 0, l > 0 \end{cases}$$

Onde  $l$  é a distância entre as superfícies.

As forças cisalhantes transmitidas pelo atrito foram definidas em função de uma relação com a força normal segundo a definição do atrito através do modelo de Coulomb que assume que ocorre o movimento relativo entre as superfícies em contato quando a tensão cisalhante submetida entre os corpos é superior à tensão crítica proporcional à tensão normal e definida por:

$$\tau_{cri} = \mu P \quad (5.11)$$

Acima de  $\tau_{cri}$  ocorre um movimento irreversível, e portanto plástico, entre as superfícies de contato com uma taxa de deslocamento relacionado com a tensão cisalhante na interface definida por:

$$\tau_i = k_s \gamma_i^{el} \quad (5.12)$$

Onde  $k_s$  é o módulo de rigidez cisalhante do material. Os valores considerados para a tensão normal e cisalhante são apresentados na tabela 5.

Tabela 5– **Valores de tensão considerados na modelagem da interface**

Modelo	N (psi)	S (psi)	Coefficiente de atrito
Colado	-	-	-
Normal sem atrito	6372	-	-
Atrito	-	1533 - 6132	0.25 ou 1
Combinado	6372	1533 - 6132	0.25 ou 1

Os resultados para as relações de contato acima apresentadas, considerando apenas a simulação numérica de modelos bidimensionais, são apresentados nas figuras 52 a 57.

Na figura 52 é apresentada a distribuição da tensão  $\sigma_2$  no pacote de gravel para o modelo de contato que considera as superfícies gravel x

formação e gravel x tubo coladas para um carregamento  $\sigma_v$  e  $\sigma_h$  aplicado na formação e pressão interna do poço equivalente a hidrostática na profundidade vertical (conforme tabela 3). Pode-se verificar que o pacote de gravel é submetido a compressão em todo o seu volume.

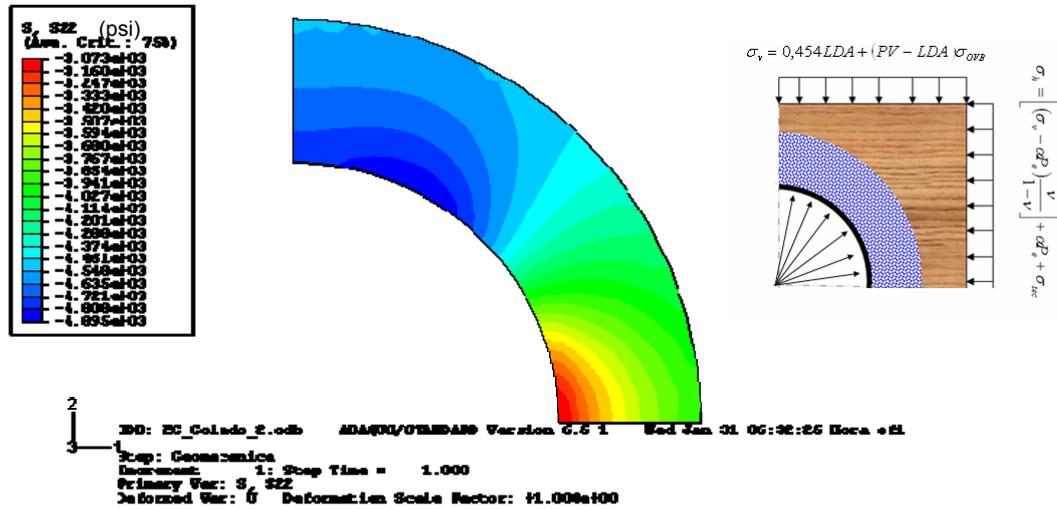


Figura 52 – Variação da tensão principal  $\sigma_{22}$  (em psi) no pacote de gravel considerando superfícies coladas

A figura 53 apresenta a distribuição de tensão radial na direção horizontal x (raio do poço) antes e depois da instalação do *gravel packing* para diversos modelos de contato. Pode-se observar a atenuação do comportamento plástico da formação pelo descarregamento de tensões sobre o corpo do tubo.

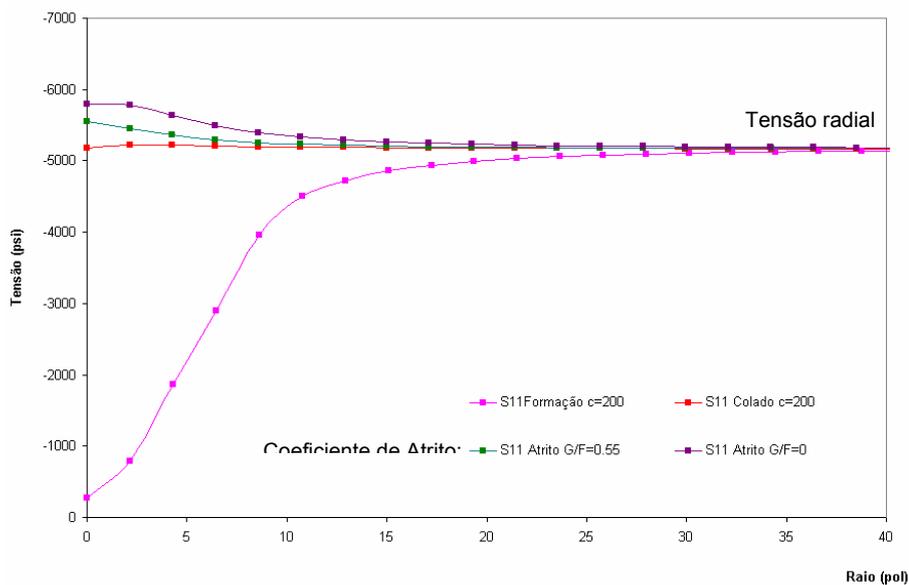
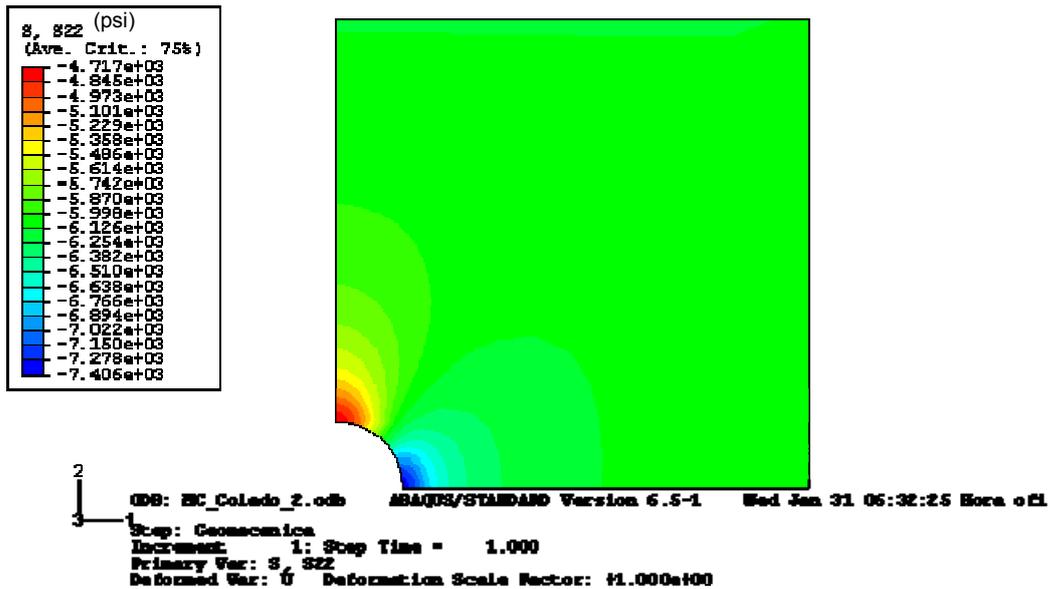


Figura 53 – Variação da tensão radial com o raio do poço.

Este efeito é evidenciado nas figuras 54 e 55 onde é verificada a manutenção da concentração de tensões próxima a parede do poço quando do acoplamento do tubo à formação. A figura 54 a e b ilustra as tensões principais  $\sigma_{22}$  na formação para os caso de acoplamento formação x gravel x tubo (figura 59 a) e no caso do carregamento apenas da formação (figura 54 b).

a)



b)

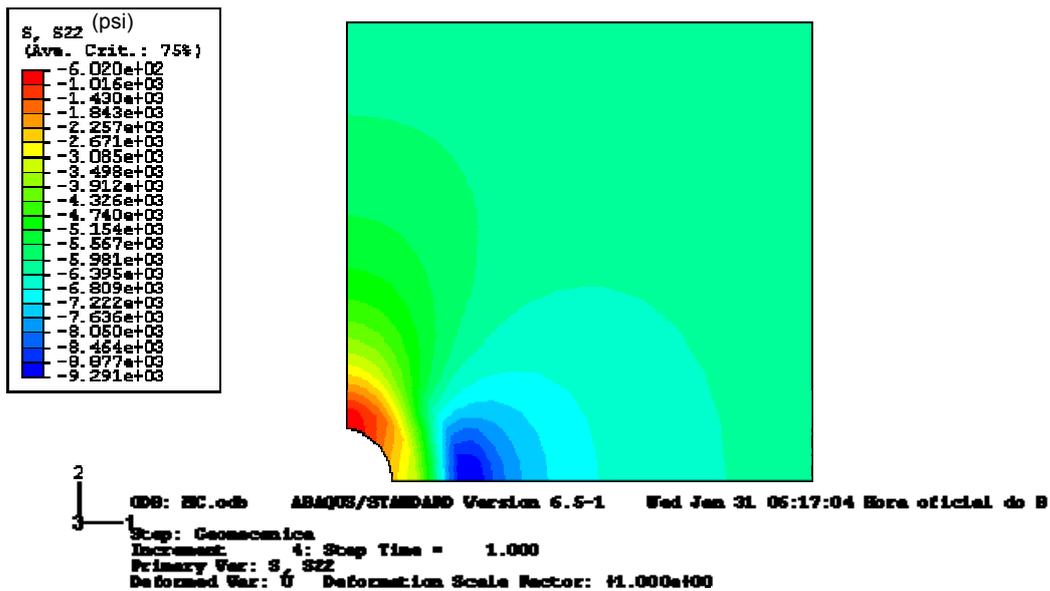


Figura 54 – Distribuição da tensão principal  $\sigma_{22}$  (em psi) na formação acoplada ao tubo (a) e não acoplada (b)

Em todos os casos analisados, a instalação do sistema de contenção de areia é suficiente para conter a deformação da formação, mantendo o estado de tensões ao redor das paredes do poço próximo ao estado original.

Nas figuras 55 ( $\sigma_{11}$ ) e 56 ( $\sigma_{22}$ ) são apresentados os resultados para a distribuição das tensões principais ao longo da seção AA (espessura do tubo) para diversos modelos de contato da interface gravel x tubo e gravel x formação.

Pode-se observar a maior amplitude de tensões impostas ao tubo (com valores de tração e compressão maiores) para o caso de considerarmos o coeficiente de atrito igual a 1 (ou seja a tensão cisalhante igual a tensão normal).

Nas análises 3D serão considerados os extremos destas curvas, ou seja, as superfícies coladas (modelo mais simples de contato) e com atrito entre as duas superfícies.

Na figura 59 é apresentada a distribuição da tensão de Mises no corpo do tubo, considerando: atrito entre as superfícies gravel x formação (coeficiente = 1) e gravel x tubo (coeficiente = 0.25) e componente normal dada de acordo com o modelo de Hertz. Pode-se observar que a tensão de Mises não ultrapassa o limite de escoamento do tubo.

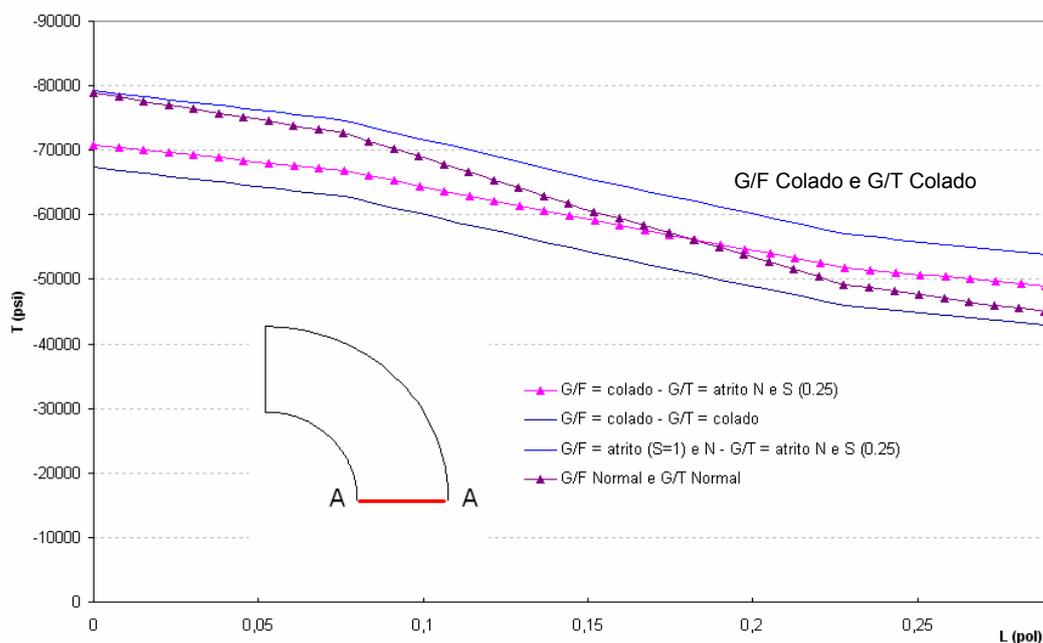


Figura 55 – Variação da tensão  $\sigma_{22}$  na seção AA com  $\sigma_v = 6372$  psi e  $\sigma_h = 5167$  psi.

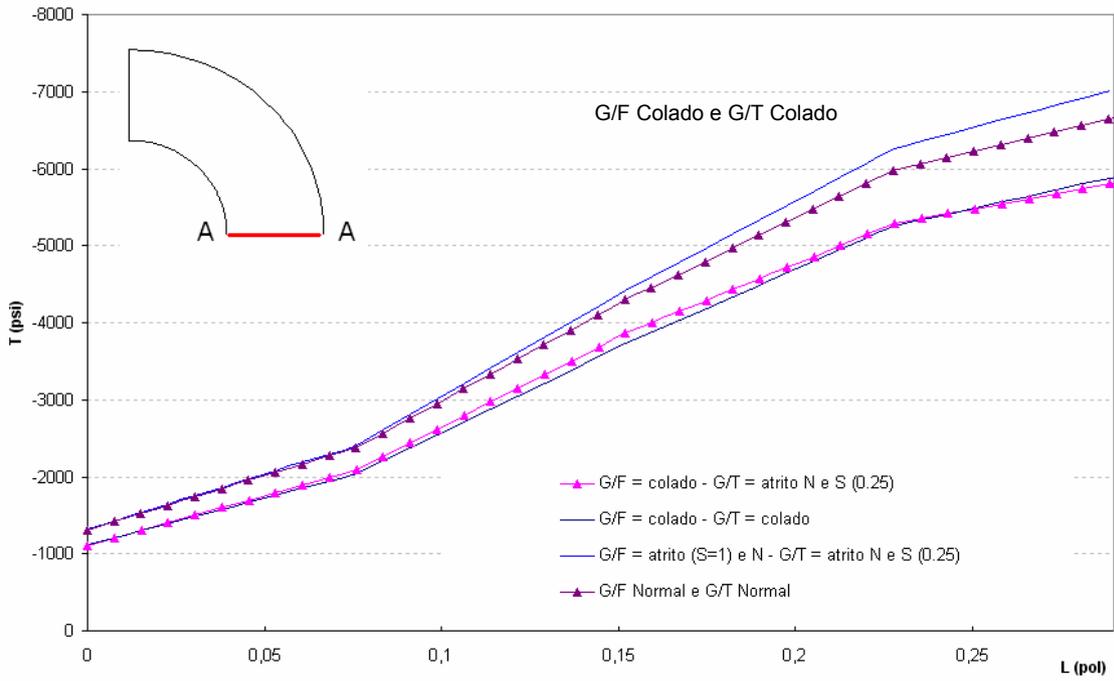


Figura 56 – Variação da tensão  $\sigma_{11}$  na seção AA com  $\sigma_v = 6372$  psi e  $\sigma_h = 5167$  psi.

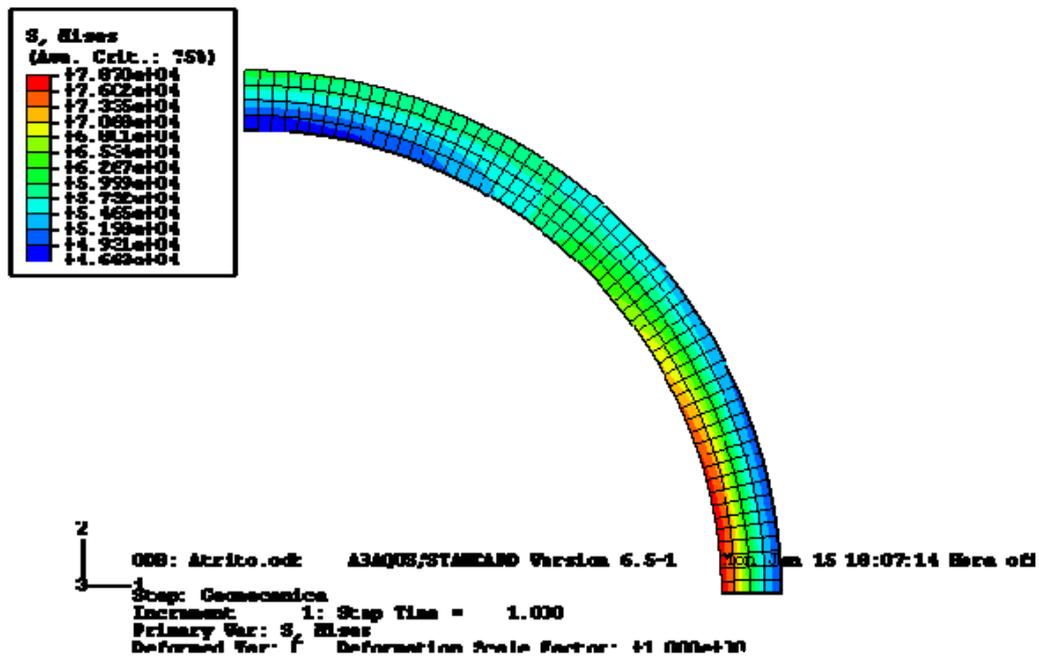


Figura 57 – Variação da tensão de Mises (em psi) no corpo do tubo considerando atrito entre as superfícies.

### 5.3 Modelagem Numérica Proposta

A discretização de problemas contínuos vem sendo utilizada ao longo dos últimos séculos para a solução do conjunto de equações diferenciais que governam a maioria dos problemas de engenharia. O método de elementos finitos (MEF) consiste na divisão do meio contínuo em um número finito de elementos com comportamento especificado por um número finito de parâmetros resolvendo o mesmo número de equações governantes em cada elemento iterativamente até a convergência segundo um critério pré-estabelecido.

A relação tensão-deformação descrita através de um modelo constitutivo permite computar as tensões e deformações no domínio de interesse através das relações de deformação-deslocamento e da utilização de uma lei elastoplástica de tensão-deformação. A seção seguinte apresenta sucintamente a formulação básica do MEF para a solução de problemas não lineares.

#### 5.3.1 Solução de problemas não lineares pelo MEF

O problema básico da mecânica dos sólidos formulado em termos de deslocamento é dado pela equação (Zienkiewicz, 1989):

$$\int_V (B^T \sigma) dV + f = 0 \quad (5.13)$$

Onde o deslocamento e a deformação são obtidos respectivamente pelo sistema de equações definido abaixo (Zienkiewicz, 1989):

$$\begin{aligned} u &= Na \\ \varepsilon &= Lu = Ba \end{aligned} \quad (5.14)$$

Considerando um material isotrópico elastoplástico e o momento de plastificação de determinado ponto deste material, a relação tensão-deformação poderá ser descrita através da solução do sistema de equações dado por:

$$\sigma = D_{ep}(\sigma)\varepsilon \quad (5.15)$$

Onde  $\sigma$  é o vetor de tensões,  $D_{ep}$  é a matriz elastoplástica e  $\varepsilon$  a deformação.

Substituindo a equação 3.43 em 5.15 temos a tensão dada em termos das contribuições elásticas e plásticas para cada incremento  $n+1$ :

$$\sigma_{n+1} = D(\varepsilon_n - \varepsilon_n^p + d\varepsilon_{n+1} - d\varepsilon_{n+1}^p) \quad (5.16)$$

No procedimento implementado, a escolha da equação mais conveniente para obtenção do par tensão-deformação é feita em cada passo através da sua derivada em função do método de discretização e da natureza do problema analisado. A análise do modelo geomecânico apresentado neste capítulo foi implementada utilizando um pacote comercial generalista de elementos finitos, o ABAQUS™. A solução de problemas não lineares utilizando esta ferramenta computacional envolve:

1. A combinação de métodos incrementais e procedimentos iterativos;
2. A utilização do método mais apropriado (Newton Raphson, quase-Newton, Netwon Modificado, etc...) para a solução do conjunto de equações não-lineares
3. Determinação do critério de convergência
4. Determinação do passo de incremento

Não houve necessidade (apesar da ferramenta apresentar esta alternativa) da utilização de critérios de convergência otimizados em rotinas implementadas pelo usuário. A utilização do pacote padrão da ferramenta foram suficientes para garantir a convergência nos problemas de interesse sem percalços e com tempo computacional razoável mesmo para simulações 3D.

O método de Newton Raphson é utilizado para a solução das equações de equilíbrio não lineares apresentadas ao longo dos capítulos 3 e 4. Neste método, uma solução da forma  $a = a^N$  é estendida na forma de uma expressão:

$$F(a^{n+1}) \equiv F(a^n) + \left( \frac{dF}{da} \right)_n \Delta a^n = 0 \quad (5.17)$$

Se valor de  $a^{n+1}$  é definido por:

$$a^{n+1} = a^n + \Delta a \quad (5.18)$$

E a representação da matriz tangente (Jacobiana) é dada por:

$$\frac{dF}{da} \equiv \frac{dP}{da} \equiv K_T(a) \quad (5.19)$$

O valor de  $a^{n+1}$  pode ser obtido através das combinações das equações 5.18 e 5.19, utilizando ou a matriz Jacobiana ou a sua inversa (no caso de Newton Modificado), para a obtenção do incremento de  $a$  ( $\Delta a$ )

$$\Delta a^n = -\left(K_T^n\right)^{-1} F^n = -\left(K_T^n\right)^{-1} (P^n + f) \quad (5.20)$$

As limitações do método de Newton são bem conhecidas, apresentando problemas de convergência na busca de soluções para funções que não sejam bem comportadas.

Para o caso aqui estudado, em especial, em modelos 2D a convergência é geralmente encontrada com passos pequenos visando a varredura da função em busca da convergência sem ser notado o custo adicional para a determinação da matriz Jacobiana (ou seja, da derivada da função) em cada passo do procedimento.

A principal vantagem do método de Newton-Raphson é obtida quando a estimativa inicial se aproxima da solução final exigindo assim a realização de poucas iterações. Não foi verificada queda nas taxas de convergência quando comparadas aos métodos de quasi-Newton e Newton-Raphson modificado, em especial, na simulação de modelos 2D.

No caso de simulações 2D e 3D a utilização de método de Newton modificado, evitando o cálculo de derivadas da função a cada passo, fazendo  $K_T^n = K_T^0$  pode ser utilizado melhorando a taxa de convergência.

A análise de materiais elasto-plásticos pelo método de elementos finitos pode também ser realizada de forma exclusivamente incremental

utilizando um processo iterativo para a solução do problema. Neste processo, em cada passo da busca pela solução, incrementos de força são aplicados e os respectivos deslocamentos são calculados pelas relações descritas a partir das equações de equilíbrio. A figura 58 ilustra o esquema da busca da solução através do método de Newton-Raphson.

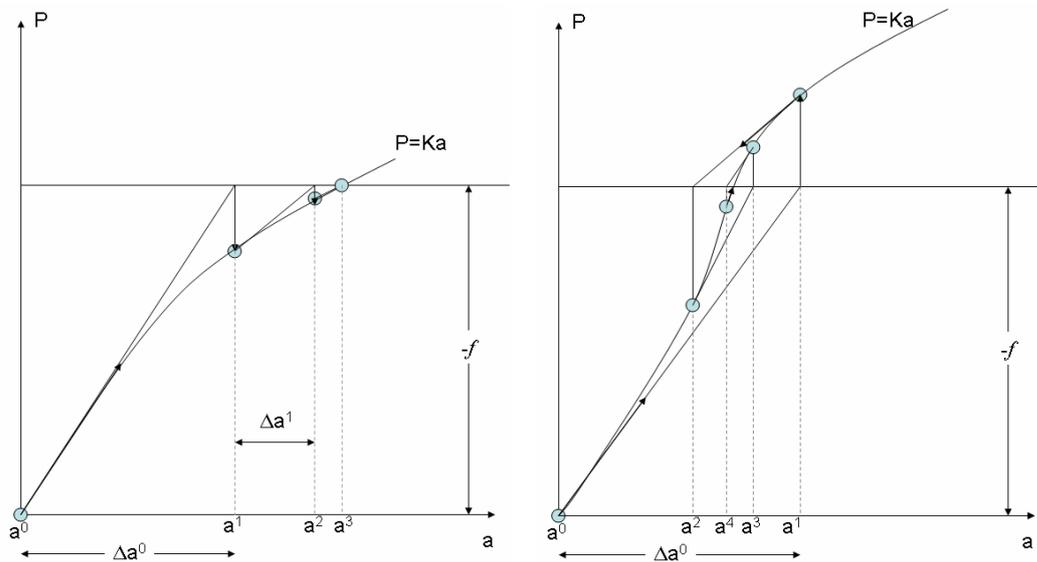


Figura 58 – Busca da Convergência pelo Método de Newton-Raphson

### 5.3.2 Elementos Finitos Utilizados nos Modelos Simulados

A ferramenta de modelagem numérica utilizada neste trabalho contém uma biblioteca de elementos sólidos para aplicações bi e tri-dimensionais, incluindo elementos triangulares, quadrilíneos, cúbicos, tetraédricos e elementos de aresta de primeira e segunda ordem.

Além destes, existe uma ampla gama de elementos que permite a implementação e simulação de modelos nas mais diversas situações de engenharia e dimensionalidade espacial. Neste trabalho, em função da natureza do problema, foram utilizados elementos bi e tri-dimensionais para simulação do estado plano de deformação.

A escolha dos elementos utilizados neste trabalho foi realizada visando atender às seguintes recomendações apresentadas no manual do ABAQUS™:

1. Garantir que os elementos não apresentem distorções significativas, fazendo uma análise de geometria dos elementos da malha antes do início da simulação (facilidade disponível no pacote computacional utilizado);
2. Nas simulações que envolvem superfícies de contato ou distorções significativas da malha foram utilizados, preferencialmente, elementos triangulares e quadrilíneos (no caso 2D), tetraédricos e cúbicos (para os problemas 3D) modificados reduzindo problemas de convergência ou anomalias de borda.
3. Caso existam distorções geométricas graves na malha aumentar o seu refinamento ou utilizar elementos de 1ª ordem.

A figura 59 ilustra alguns tipos de elementos de segunda ordem (com nós de integração nos pontos médios de seus lados) triangulares, quadrilíneos, tetraédrico e cúbicos (tipo *brick*) usados neste trabalho.

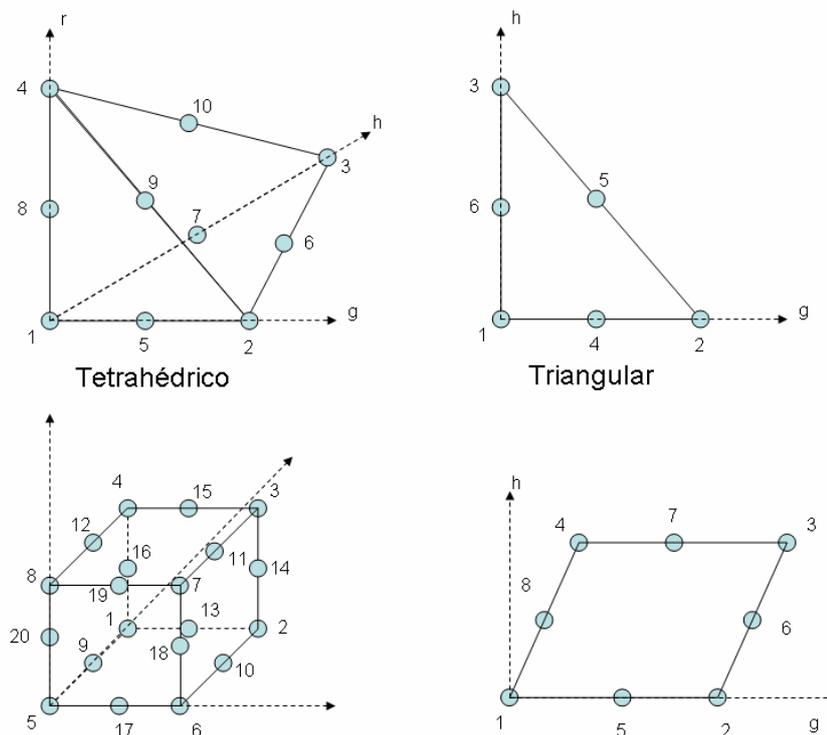


Figura 59 – Elementos isoparamétricos utilizados nas simulações com o ABAQUS™.

Os elementos triangulares apresentam um esquema de nós de até 6 pontos e são integrados usando funções polinomiais de 4ª ordem segundo Cowper (1973). O correspondente 3D para elementos quadrilíneos possui até

27 nós de integração fornecendo uma boa resposta para o cálculo da deformação para elementos bem dimensionados.

Uma malha de elementos quadrilíneos bem distribuída foi obtida sem distorção significativa tanto para os modelos 2D (onde este fato é menos crítico) quanto para os modelos 3D (especialmente avaliado no modelo do tubo base perfurado) conforme apresentada na figura 60.

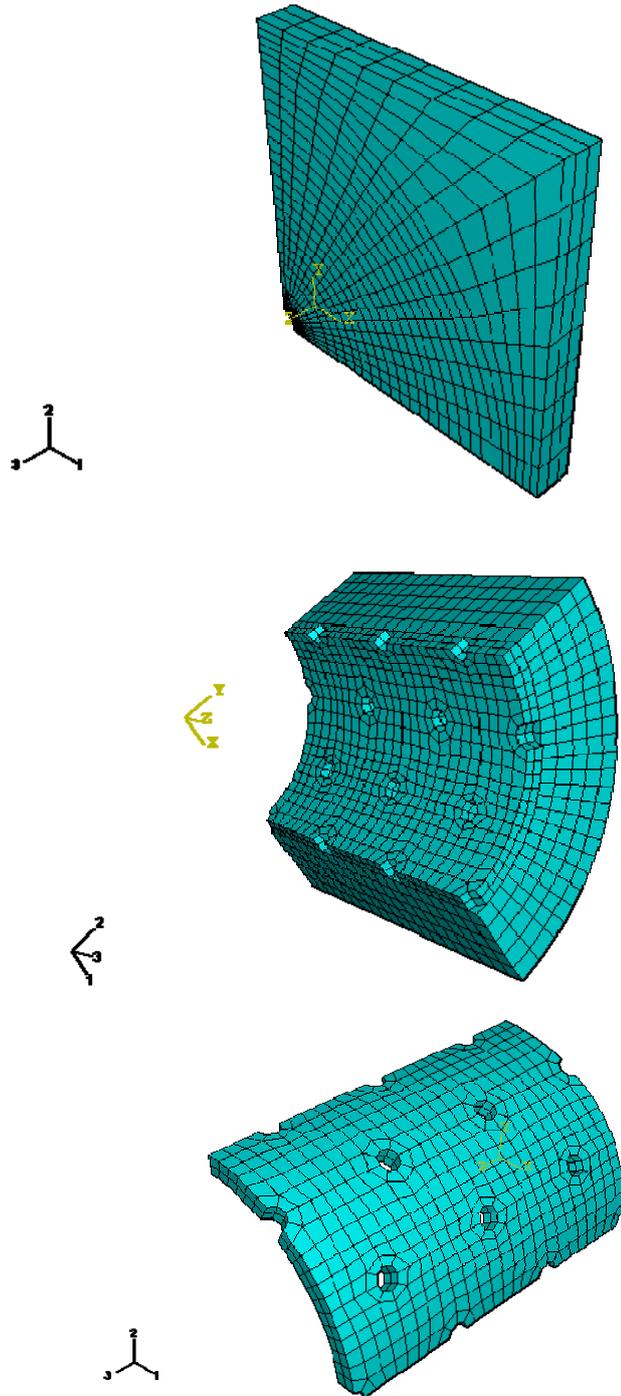


Figura 60 – Malha de elementos na simulação 3D para o conjunto tubo x gravel x formação.