

6

O Método de Ajuste

Como vimos no Capítulo 2, o decaimento $D^+ \rightarrow K_S \pi^- \pi^+ \pi^+$ pode acontecer através de vários modos de decaimento de dois e três corpos. O nosso objetivo é encontrar quais destes canais contribuem efetivamente. O método de ajuste usado é o de Máxima Verossimilhança, que utiliza uma função densidade de probabilidade (pdf) para considerar as amplitudes de cada canal de decaimento. Como vimos no capítulo 2, estas são construídas utilizando o Formalismo de Análise de Amplitudes dentro do Modelo Isobárico, sendo somadas coerentemente e ponderadas pelos respectivos coeficientes complexos ($c_k = a_k e^{i\delta_k}$), a serem determinados pelo ajuste.

Na prática, este tipo de análise é bastante complexo. A função densidade de probabilidade deve levar em conta a variação da eficiência dos detetores no espaço de fase, efeitos de resolução, composição de *background* e deve ser apropriadamente normalizada. Além disso, o espaço de fase é pentadimensional, fato este que dificulta a visualização dos dados. Finalmente, a questão fundamental a considerar nesta análise é o conjunto de canais que devem ser incluídos no ajuste. Devemos ser cuidadosos em não adicionar um número excessivo de possibilidades com o risco de induzir possíveis falsos efeitos de interferências que mascarem a interpretação dos resultados. A seguir discutiremos cada um desses pontos com maior detalhe.

6.1

p.d.f. do Sinal

De acordo com o que vimos no Capítulo 2, a distribuição de eventos no espaço de fase $\phi = \{m_{K_S \pi^-}^2, m_{K_S \pi_1^+}^3, m_{K_S \pi_2^+}^3, m_{\pi^- \pi_1^+}^2, m_{\pi_1^+ \pi_2^+}^2\}$ do decaimento $D^+ \rightarrow K_S \pi^- \pi^+ \pi^+$ pode ser descrita por uma função densidade de probabilidade (pdf) do sinal dada por:

$$\rho(\phi) |\mathcal{M}(\phi; \vec{\alpha})|^2. \quad (6-1)$$

onde \mathcal{M} é a amplitude física de decaimento e $\vec{\alpha}$ é o vetor de parâmetros $\{a_k, \delta_k\}$ que representam as magnitudes e fases relativas de cada canal intermediário. Supondo que na análise são considerados M canais de decaimento, então, $\vec{\alpha}$ será um vetor de $2 \times M$ dimensões:

$$\vec{\alpha} = (a_1, \delta_1, a_2, \delta_2, a_3, \delta_3, \dots, a_M, \delta_M) \quad (6-2)$$

Assim, o termo $\mathcal{M}(\phi; \vec{\alpha})$ é a soma coerente das amplitudes dos canais de decaimento, cada um deles ponderado com sua respectiva contribuição:

$$\mathcal{M}(\phi; \vec{\alpha}) = \sum_k c_k \mathcal{A}_k^N(\phi) . \quad (6-3)$$

A função $\mathcal{A}_k^N(\phi)$ é a amplitude “normalizada” do canal de decaimento k . No capítulo 2 encontramos as expressões para as amplitudes de canal. Se representamos a amplitude do canal k por $A_k(\phi)$, então a respectiva amplitude normalizada estará dada pela expressão:

$$\mathcal{A}_k^N(\phi) = \frac{A_k(\phi)}{\sqrt{\int d\phi' \rho(\phi') A_k(\phi') A_k^*(\phi')}} . \quad (6-4)$$

Ao analisar as nossas distribuições de dados, devemos considerar que estas sofrem efeitos de aceitação e resolução, como discutido no Capítulo 5. Usamos uma função dupla-gaussiana $S(M)$ para descrever a resolução de massa do D^+ (ajuste ao espectro de massa $K_S \pi^- \pi^+ \pi^+$), enquanto que obtivemos a função aceitação $\epsilon(\phi)$ a partir de MC. Assim, consideramos ambos efeitos escrevendo a pdf do sinal como:

$$\mathcal{F}_S(\phi, M, \vec{\alpha}) = \frac{1}{\mathcal{N}_S(\vec{\alpha})} S(M) \epsilon(\phi) \rho(\phi) \left| \sum_k a_k e^{i\delta_k} \mathcal{A}_k^N(\phi) \right|^2. \quad (6-5)$$

O termo $\mathcal{N}_S(\vec{\alpha})$ é o fator de normalização global da pdf do sinal, necessário pelo processo de ajuste. Ele é dado pela integral no espaço das variáveis (M, ϕ) :

$$\mathcal{N}_S(\vec{\alpha}) = \int_{1.851}^{1.891} dM' \int d\phi' S(M') \epsilon(\phi') \rho(\phi') \left| \sum_k a_k e^{i\delta_k} \mathcal{A}_k^N(\phi') \right|^2 \quad (6-6)$$

6.1.1

p.d.f. do *Background*

Como tínhamos visto no capítulo anterior, existem 2 tipos de *background* contaminando a nossa amostra de dados: combinatorial e charmoso, onde parametrizamos o *background* charmoso devido a três canais de decaimento do D_s . Teremos então um total de 4 componentes para o *background*. Definimos a função densidade de probabilidade para cada uma dessas componentes de maneira análoga ao caso do sinal:

$$\mathcal{F}_{B_l}(\phi, M) = B_l(M) \epsilon(\phi) \rho(\phi) |\mathcal{B}_l(\phi)|^2. \quad (6-7)$$

A função $\mathcal{B}_l(\phi)$ é a amplitude “normalizada” do respectivo termo de *background*. Se representamos a amplitude do termo l por $b_l(\phi)$, então a respectiva amplitude normalizada estará dada por:

$$\mathcal{B}_l(\phi) = \frac{b_l(\phi)}{\sqrt{\int_{1.851}^{1.891} dM' \int d\phi' B_l(M') \epsilon(\phi') \rho(\phi') b_l(\phi') b_l^*(\phi')}} \quad (6-8)$$

$B_l(M)$ é a função que representa a respectiva componente da distribuição de eventos do *background* no espectro $K_S \pi^- \pi^+ \pi^+$, como obtivemos no capítulo anterior. As funções $b_i(\phi)$ dependem do tipo de *background*. Para o combinatorial ($i = 1$) e para os dois canais de D_s não-ressonantes ($i = 3, 4$), tomamos simplesmente $b_{1,3,4} = 1.0$, ou seja, constantes no espaço de fase. Para o canal $D_s^+ \rightarrow K^{*+} K^{*0}$ ($i = 2$) consideramos uma amplitude de decaimento tipo vetor-vetor (VV) em onda-S, parametrizando adequadamente as Breit-Wigners que representam as ressonâncias K^* . Para o ajuste da análise de amplitudes, a descrição do *background* é então totalmente fixa.

6.2

O Ajuste por Máxima Verossimilhança

A função densidade de probabilidade total \mathcal{F} contém os termos que representam o sinal e o *background* e está definida como:

$$\mathcal{F}(\phi, M, \vec{\alpha}) = p_S \mathcal{F}_S(\phi, M, \vec{\alpha}) + \sum_{l=1}^4 p_{B_l} \mathcal{F}_{B_l}(\phi, M) \quad (6-9)$$

onde p_S e p_{B_l} representam os pesos relativos de eventos de sinal *background* dentro da região de interesse, de acordo às estimativas que encontramos no Capítulo 5: $p_S = 0.92845$, $p_{B_1} = 0.06446$, $p_{B_2} = 0.00217$, $p_{B_3} = 0.00064$ e $p_{B_4} = 0.00230$.

Definimos a função de verossimilhança como o produtório sobre todos os eventos da função densidade de probabilidade avaliada no ponto do espaço de fase de cada evento,

$$\mathcal{L} = \prod_i^{\#eventos} \mathcal{F}(\phi_i, M, \vec{\alpha}) = \prod_i^{\#eventos} \left(p_S \mathcal{F}_S(\phi_i, M, \vec{\alpha}) + \sum_l p_{B_l} \mathcal{F}_{B_l}(\phi_i, M) \right) \quad (6-10)$$

Segundo o método de ajuste por Máxima Verossimilhança, a função densidade de probabilidade que melhor representa a distribuição de dados está

dada pela função $\mathcal{F}(\phi, M, \vec{\alpha}_j)$, cujo valor de $\vec{\alpha}_j$ é aquele que maximiza a função \mathcal{L} da expressão 6-10.

Substituindo em 6-10 os termos encontrados para a função densidade de probabilidade de sinal e *background*:

$$\mathcal{L} = \prod_i^{\#eventos} \left[\epsilon(\phi_i) \rho(\phi_i) \left(p_S \frac{1}{\mathcal{N}_S(\vec{\alpha})} S(M) \left| \sum_k a_k e^{i\delta_k} \mathcal{A}_k(\phi_i) \right|^2 + \sum_l p_{B_l} B_l(M) \left| \mathcal{B}_l(\phi_i) \right|^2 \right) \right] \quad (6-11)$$

Para o processo de ajuste, utilizamos o pacote MINUIT da biblioteca do ROOT. O MINUIT é um programa de minimização. Definimos a função a ser minimizada por:

$$fcn = -2 \ln(\mathcal{L}) \quad (6-12)$$

Então, tomando o logaritmo da expressão 6-11 temos:

$$\ln(\mathcal{L}) = \sum_i^{\#eventos} \ln(\epsilon(\phi_i) \rho(\phi_i)) + \sum_i^{\#eventos} \ln \left(p_S \frac{1}{\mathcal{N}_S(\vec{\alpha})} S(M) \left| \sum_k a_k e^{i\delta_k} \mathcal{A}_k^N(\phi_i) \right|^2 + \sum_l p_{B_l} B_l(M) \left| \mathcal{B}_l(\phi_i) \right|^2 \right) \quad (6-13)$$

No espaço de parâmetros do ajuste, o termo $\sum \ln(\epsilon(\phi_i) \rho(\phi_i))$ é uma constante e não afeta a posição do mínimo. Na prática, então, minimizamos a quantidade

$$-2 \sum_i^{\#eventos} \ln \left(p_S \frac{1}{\mathcal{N}_S(\vec{\alpha})} S(M) \left| \sum_k a_k e^{i\delta_k} \mathcal{A}_k(\phi_i) \right|^2 + \sum_l p_{B_l} B_l(M) \left| \mathcal{B}_l(\phi_i) \right|^2 \right) \quad (6-14)$$

A correção por causa da eficiência dos detetores $\epsilon(\phi)$ assim como a densidade de espaço de fase $\rho(\phi)$ são consideradas unicamente ao calcular as constantes de normalização totais $\mathcal{N}_S(\vec{\alpha})$ e \mathcal{N}_B . O ajuste realizado é do tipo evento a evento (não binado).

Terminada a minimização, MINUIT fornece os parâmetros ajustados (α_k) e seus respectivos erros. Também fornece a matriz de erro *ERR*, necessária para calcular o erro nas frações f_j definidas pela equação:

$$(\delta f_j)^2 = \sum_{l,k} \frac{\partial f_j}{\partial \alpha_k} \frac{\partial f_j}{\partial \alpha_l} ERR(\alpha_k, \alpha_l) . \quad (6-15)$$

6.3

Considerações nos Cálculos

6.3.1

Geração de Eventos por fastMC

A criação de eventos pelo método de simulação FastMC utilizado nesta tese se baseia em decaimentos sucessivos de dois corpos como o apresentado na figura 6.1. É um método bastante simples cujas principais características são:

- Geração da massa M_D do méson D^+ através da função obtida do ajuste do espectro de massa, $S(M)$.
- Geração das massas das partículas intermediárias seguindo uma distribuição uniforme. Por exemplo a massa da ressonância R_1 é gerada seguindo uma distribuição uniforme no intervalo $[(m_3 + m_4), M_D - (m_1 + m_2)]$.
- A trajetória das partículas é definida por dois ângulos (θ, ϕ) . Estes ângulos são gerados no centro de massa da respectiva partícula mãe. ϕ é o ângulo que a trajetória faz com o eixo z e θ o ângulo que a projeção da trajetória no plano xy faz com o eixo x . O ângulo ϕ é gerado seguindo uma distribuição uniforme no intervalo $[0, 2\pi]$, e para definir o ângulo θ , é gerado o $\cos \theta$ seguindo uma distribuição uniforme no intervalo $[-1, 1]$.
- O evento gerado seguindo os passos anteriores é tem peso seguindo a função densidade de probabilidade $\rho(\phi)$ cuja expressão (pag. 275 em [12]) é dada por:

$$\rho(\phi) = \frac{1}{2\sqrt{s}} \prod_{i=2}^4 \frac{1}{2} P_i, \quad (6-16)$$

onde

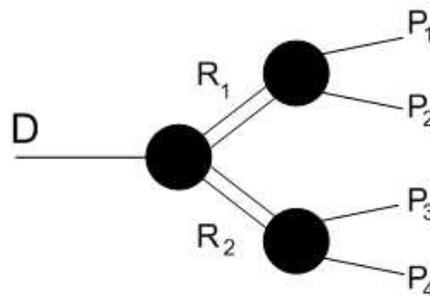


Figura 6.1: Um decaimento de dois corpos no primeiro nível seguido de dois decaimentos de dois corpos no segundo nível.

$$P_i = \frac{\lambda^{1/2}(M_i^2, Ma_{i-1}^2, Mb_{i-1}^2)}{2M_i} \quad (6-17)$$

que, para nosso caso, é:

$$\rho(\phi) = \frac{1}{2\sqrt{s}} \frac{1}{8} \left(\frac{\lambda^{1/2}(M_D^2, M_{R_1}^2, M_{R_2}^2)}{2M_D} \right) \times \left(\frac{\lambda^{1/2}(M_{R_1}^2, m_1^2, m_2^2)}{2M_{R_1}} \right) \times \left(\frac{\lambda^{1/2}(M_{R_2}^2, m_3^2, m_4^2)}{2M_{R_2}} \right) \quad (6-18)$$

6.3.2

Cálculo da Amplitude Normalizada

Para encontrar o valor da Amplitude Normalizada $\mathcal{A}_k^N(\phi)$ de cada canal de decaimento é necessário calcular o valor que se encontra dentro da raiz quadrada do denominador da expressão 6-4, onde define-se esta integração no espaço de fase definido pela massa nominal do D^+ ($M_D = 1.869 \text{ GeV}/c^2$):

$$N_k = \int d\phi' \rho(\phi') A_k(\phi') A_k^*(\phi') \quad (6-19)$$

Fazemos isto gerando um grande número de eventos (N_{gen} de FastMC que já contém implicitamente a densidade de espaço de fase $\rho(\phi)$, assim:

$$\int d\phi' \rho(\phi') A_k(\phi') A_k^*(\phi') = \frac{1}{N_{gen}} \sum_{MC} A_k(\phi_{MC}) A_k^*(\phi_{MC}) \quad (6-20)$$

6.3.3

Cálculo dos Fatores de Normalização

O fator de normalização $\mathcal{N}_S(\vec{\alpha})$ também é calculado via FastMC:

$$\mathcal{N}_S(\vec{\alpha}) = \int_{1.851}^{1.891} dM' \int d\phi' S(M') \epsilon(\phi') \rho(\phi') \left| \sum_k a_k e^{i\delta_k} \mathcal{A}_k^N(\phi') \right|^2 \quad (6-21)$$

Escrevendo em termos das amplitudes não normalizadas, temos:

$$\mathcal{N}_S(\vec{\alpha}) = \int_{1.851}^{1.891} dM' \int d\phi' S(M') \epsilon(\phi') \rho(\phi') \left| \sum_k a_k e^{i\delta_k} \frac{A_k(\phi')}{\sqrt{N_k}} \right|^2 \quad (6-22)$$

$$\mathcal{N}_S(\vec{\alpha}) = \int_{1.851}^{1.891} dM' \int d\phi' S(M') \epsilon(\phi') \rho(\phi') \left(\sum_k \sum_j a_k a_j e^{i(\delta_k - \delta_j)} \frac{A_k(\phi') A_j^*(\phi')}{\sqrt{N_k N_j}} \right) \quad (6-23)$$

que podemos reescrever como:

$$\mathcal{N}_S(\vec{\alpha}) = \sum_k \sum_j a_i a_j e^{i(\delta_k - \delta_j)} \left(\frac{1}{\sqrt{N_k N_j}} \int_{1.851}^{1.891} dM' \int d\phi' S(M') \epsilon(\phi') \rho(\phi') A_k(\phi') A_j^*(\phi') \right) \quad (6-24)$$

Gerando eventos de FastMC, podemos achar

$$\int_{1.851}^{1.891} dM' \int d\phi' S(M') \epsilon(\phi') \rho(\phi') A_k(\phi') A_j^*(\phi') = \frac{1}{N_{gen}} \sum_{MC} \epsilon(\phi_{MC}) A_k(\phi_{MC}) A_j^*(\phi_{MC}) \quad (6-25)$$

Assim,

$$\mathcal{N}_S(\vec{\alpha}) = \sum_k \sum_j a_i a_j e^{i(\delta_k - \delta_j)} \left(\frac{1}{\sqrt{N_k N_j}} \sum_{MC} \epsilon(\phi_{MC}) A_k(\phi_{MC}) A_j^*(\phi_{MC}) \right) \quad (6-26)$$

Ou seja,

$$\mathcal{N}_S(\vec{\alpha}) = \sum_k \sum_j c_k c_j^* N_{kj} \quad (6-27)$$

onde

$$N_{kj} = \frac{1}{\sqrt{N_k N_j}} \sum_{MC} \epsilon(\phi_{MC}) A_k(\phi_{MC}) A_j^*(\phi_{MC}) \quad (6-28)$$

Os termos N_k e N_{kj} são calculados previamente ao processo de minimização reduzindo assim de maneira dramática o tempo de processamento.

O cálculo do fator de normalização do *background* \mathcal{N}_B é similar ao cálculo de $\mathcal{N}_S(\vec{\alpha})$.

6.3.4

Cálculo das Frações

As contribuições fornecidas pelo ajuste $c_k = a_k e^{i\delta_k}$ são calculadas escolhendo uma delas como fixa (geralmente é escolhida a contribuição daquele canal que contribui mais ao decaimento). No nosso caso, escolhemos o canal $D^+ \rightarrow a_1^+(1260)K_S$, $a_1^+(1260) \rightarrow \rho^0\pi^+$, $\rho^0 \rightarrow \pi^-\pi^+$, o qual fixamos com o valor de $c_k = 1$ ($a_k = 1$, $\delta_k = 0$).

Se entendemos que, uma vez obtidos os parâmetros $\vec{\alpha}$, a modelagem da dinâmica do decaimento está determinada e agora descorrelacionada dos efeitos dos detectores, os cálculos das frações devem tomar a integração dentro do espaço de fase do decaimento, definido pela massa nominal do D^+ (em coerência com a nossa definição das normalizações N_k , na equação 6-19).

Vimos no Capítulo 2 que a fração do canal k é definida como:

$$f_k = \frac{\int d\phi \rho(\phi) |a_k e^{i\delta_k} \mathcal{A}_k^N(\phi)|^2}{\int d\phi \rho(\phi) |\sum_j a_j e^{i\delta_j} \mathcal{A}_j^N(\phi)|^2} \quad (6-29)$$

Como $\int d\phi \rho(\phi) |\mathcal{A}_k^N(\phi)|^2 = 1$ (as amplitudes estão normalizadas), então:

$$f_k = \frac{a_k^2}{\mathcal{N}_{FR}(\vec{\alpha})} \quad (6-30)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_{FR}(\vec{\alpha}) &= \int d\phi \rho(\phi) \left| \sum_j a_j e^{i\delta_j} \mathcal{A}_j^N(\phi) \right|^2 \\ &= \sum_{k,j} a_k a_j e^{i(\delta_k - \delta_j)} Nfr_{kj} \end{aligned} \quad (6-31)$$

e

$$Nfr_{kj} = \int d\phi \rho(\phi) \mathcal{A}_k^N \mathcal{A}_j^{N*} . \quad (6-32)$$

Os valores de Nfr_{kj} são também calculados via FastMC, previamente ao processo de minimização, e as frações e seus erros são calculados uma vez terminado o ajuste.

6.4

A Forma da Largura dos Vetores Axiais

Como vimos no capítulo 2.3.1 a largura dos vetores axiais é calculada utilizando a expressão 2-17. Seja A o vetor-axial de massa m_A . Temos:

$$\Gamma_A(m_A) \propto \frac{1}{m_A^3} \int dm_{12}^2 dm_{23}^2 \left| \sum_i c_i \mathcal{A}_A^i(m_{12}, m_{23}) \right|^2 \quad (6-33)$$

onde m_{12} e m_{23} são as massas invariantes das combinações das partículas 1,2 e 2,3 do estado final do decaimento em 3 corpos do vetor-axial A . $\mathcal{A}_A^i(m_{12}, m_{23})$ é a amplitude do canal i do decaimento, e c_i é o valor encontrado da contribuição do respectivo canal de decaimento em 4 corpos do méson D^+ do qual forma parte o canal i do decaimento do A em 3 corpos.

Ou seja, para encontrar a forma da largura dos vetores axiais, precisamos antes ter realizado um ajuste para achar as respectivas contribuições c_i no decaimento de 4 corpos. Para isto, é realizado um processo iterativo de ajuste de dados e de cálculo da forma dos axiais até chegar a valores que estabilizem a forma da largura procurada, que também implica na otimização do ajuste.

Representamos a largura $\Gamma_A(m_A)$ de forma discreta, dividindo o espectro de massa do axial em 100 partes iguais. Para cada valor de massa é encontrada a largura a partir da expressão 6-33. Após obter os valores das larguras para cada massa, as larguras são reescaladas linearmente de tal maneira que à massa nominal do vetor axial corresponda a largura nominal. O cálculo da integral da expressão 6-33 é feito através de eventos gerados por FastMC para decaimentos de 3 corpos.

A Figura 6.2 apresenta a forma da largura para o caso do vetor-axial

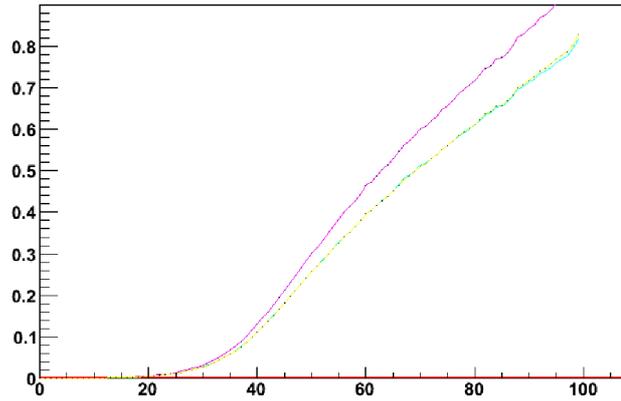


Figura 6.2: Forma da Largura do vetor-axial $a_1(1260)$. São realizadas varias iterações até obter estabilidade

$a_1(1260)$. São mostradas várias formas para diferentes iterações até obter estabilidade. O eixo Y corresponde á largura e o eixo X ao número do bin (a região de massa foi dividida em 100 $bins$).

No caso dos vetores-axiais $K_1(1400)$ e $K_1(1270)$, os valores nominais de massa e largura estão bem estabelecidos no PDG. Isso não acontece para o $a_1(1260)$. Por tal motivo, neste trabalho foi também realizado um estudo para achar valores de massa e largura nominal do $a_1(1260)$ que otimizem os resultados do ajuste. O processo iterativo é realizado para diferentes valores atribuídos de massa e largura, sendo escolhido o valor que, além de fornecer um bom ajuste de dados (menor valor de fcn), não se afaste da janela estabelecida pelo PDG para os parâmetros deste axial.

6.5

Teste de Consistência do Algoritmo de Ajuste

Para verificar se o algoritmo de ajuste é confiável, ele é testado em dados gerados por simulação de FastMC, onde as contribuições de cada canal são arbitrariamente estabelecidas através de um conjunto de parâmetros de entrada, $\vec{\alpha}_{in}$. Depois, essa amostra gerada é ajustada através do algoritmo para assim obter os parâmetros de saída $\vec{\alpha}_{out}$. Este processo é realizado utilizando 10 canais de decaimento, mostrados na tabela 6.1.

O primeiro canal é tomado como referência, com valores fixos $a_k = 1$, $\delta_k = 0$. Geramos uma amostra de 30 mil eventos. Um exemplo de resultado deste teste é apresentado na tabela 6.1. Vemos que o algoritmo de ajuste encontra com boa precisão os valores das contribuições na geração por FastMC.

Modo	a_{in}	a_{out}	δ_{in}	δ_{out}
$K_S a_1^+ \{\rho \pi^+\}$ SW	1.000	1.000 (fixo)	0.000	0.0 (fixo)
$K_S a_1^+ \{\rho \pi^+\}$ DW	0.358	0.362 ± 0.008	113.870	115.1 ± 1.3
$K_S a_1^+ \{\sigma \pi^+\}$	0.317	0.308 ± 0.007	229.786	229.0 ± 1.6
$K_1^0(1400) \{K^*(892)^- \pi^+\} \pi^+$ SW	0.121	0.116 ± 0.007	45.561	46.2 ± 3.7
$K_1^0(1270) \{\rho^0 K_S\} \pi^+$ SW	0.120	0.118 ± 0.007	34.809	35.5 ± 3.9
$K^*(892)^- \pi^+ \pi^+$	0.111	0.113 ± 0.008	150.673	151.4 ± 4.2
$K^*(1430)^- \pi^+ \pi^+$	0.310	0.310 ± 0.010	98.124	96.6 ± 2.0
$\kappa^- \pi^+ \pi^+$	0.460	0.440 ± 0.010	218.574	218.7 ± 1.3
$K_S \pi^+ \rho^0$	0.280	0.278 ± 0.009	41.258	39.0 ± 1.6
$K_S \pi^+ \sigma$	0.226	0.208 ± 0.010	25.339	24.6 ± 3.0

Tabela 6.1: Resultado do teste de consistência do algoritmo de ajuste

6.6

Avaliando a Qualidade do Ajuste

O algoritmo de ajuste é usado para encontrar as contribuições de cada canal de decaimento. Diferentes modelos serão estudados no capítulo seguinte, sendo que a diferença entre eles é unicamente na composição de canais usados para representar o decaimento.

Uma maneira simples de determinar se um modelo é melhor que o outro é comparar o valor de $fcn = -2 \ln \mathcal{L}$ fornecido pelo MINUIT. O modelo que melhor representa os dados será aquele com o menor valor de fcn . Mas o fcn só pode ser usado para fins comparativos, por si só não tem um sentido absoluto.

Outra maneira de saber se um modelo é bom ou não é calculando o valor da medida de χ^2 por número de bins (Nbins).

O procedimento para calcular o $\chi^2/Nbins$ começa, dividindo o espaço de fase em pequenos *bins* (hipercubos no nosso espaço de cinco dimensões). Para um *bin* i , é encontrado o número de eventos de dados (N_{obs}^i) e o número de eventos de uma amostra de fastMC gerada utilizando o modelo sendo analisado (N_{esp}^i). O valor de χ^2 é obtido utilizando a seguinte expressão:

$$\chi^2 = \sum_{i \text{ bins}} \frac{(N_{obs}^i - N_{esp}^i)^2}{N_{esp}^i}. \quad (6-34)$$

O número de bins Nbins é o número total de bins em que foi dividido o espaço de fase e que tem eventos de dados e de FastMC.

Ainda que o valor de $\chi^2/Nbins$ possa dar uma medida absoluta da qualidade do ajuste de histogramas (binados) uni-dimensionais (valores próximos a 1 indicam um bom ajuste) isto não está claro para ajustes em maiores dimensões evento a evento. Observamos neste estudo que o valor de $\chi^2/Nbins$ depende substancialmente da escolha do tamanho dos bins (gride pentadimensional). Por exemplo, para o nosso resultado central apresentado no próximo

capítulo, se escolhermos divisões de 4,5 e 6 *bins* por dimensão (massa invariante) obtemos, respectivamente, $\chi^2/N_{\text{bins}} = 3.24$, 3.02 e 2.31, para um total de bins ocupados de 92, 163 e 247. Estes três valores de χ^2/N_{bins} levam a um nível de confiança (CL) igual a zero, ainda que, como veremos, a comparação entre modelo e dados é boa na maioria das projeções de massas invariantes, as discrepâncias aparecendo em algumas regiões de massa isoladas. Isto nos mostra que mesmo o valor de χ^2/N_{bins} também não pode ser tomado de forma absoluta. De qualquer forma, entendemos que ainda assim é um critério útil na avaliação da qualidade do ajuste.