7
Resultados

Neste capítulo vamos apresentar os resultados obtidos da aplicação do algoritmo de ajuste dos dados para os diferentes modelos testados. A amostra de dados a ser ajustada é aquela amostra listrada da Figura 5.7, que contém 7841 eventos, sendo 7.2 % *background*.

7.1
Resultados do Ajuste

Os canais que podem ser considerados no processo de ajuste estão listados na seção 2.2.1. O algoritmo de ajuste é usado para encontrar as contribuições de cada canal de decaimento. Não sabemos ainda quais desses canais realmente fazem parte do decaimento. Definimos então diferentes modelos como um grupo determinado de canais e vemos qual desses modelos se ajusta melhor à nossa amostra de dados.

7.1.1
O Modelo MARK III

Como ponto de partida para efetuar a análise, consideramos a seguir o modelo da colaboração MARK III [15] o qual foi visto na seção 2.6. Este modelo conta com apenas 3 canais de decaimento. O resultado das contribuições e fases relativas obtidas por MARK III foi apresentado na Tabela 2.6. Realizamos então o ajuste de dados com o nosso algoritmo considerando os mesmos canais, ao qual chamamos de Modelo MARK III. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 7.1, onde podemos observar que, assim como obtido por MARK III, há predominância da contribuição do méson vetor-axial $a_1(1260)$ seguido do méson vetor-axial $K_1^0(1400)$. Com relação ao canal não-ressonante, MARK III observa 17 %, porém um sinal com apenas 3σ de significância estatística. Nossos resultados, com maior estatística, apontam para uma contribuição bem menor.

Vemos que a qualidade do nosso ajuste para o modelo MARK III é bastante deficiente: temos um $\chi^2/\text{Nbins} = 15.9$. Isto também pode ser observado claramente a partir da inspeção visual das diferentes projeções

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0220955/CA

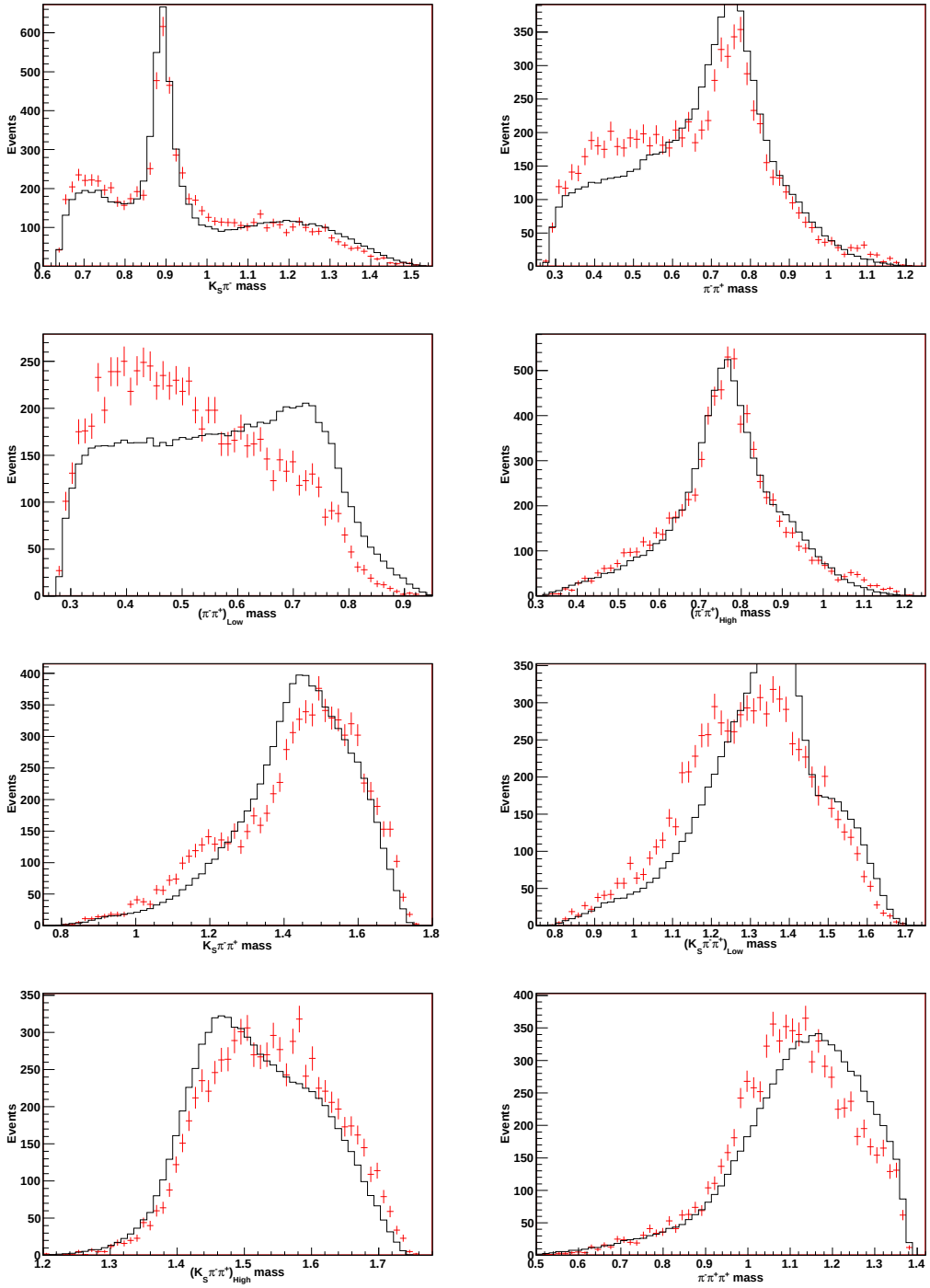

Figura 7.1: Projeções de massas invariantes para os Resultados obtidos pela aplicação do Algoritmo de Ajuste ao modelo MARK III.

de massa invariante. Na Figura 7.1, mostramos estas projeções para dados (pontos com barras de erro) e o resultado do modelo via amostra de fastMC. É bastante notável a deficiência com que os eventos gerados representam os dados observados. Se faz necessária então uma nova definição do modelo através dos outros canais disponíveis.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0220955/CA

Tabela 7.1: Resultados obtidos para o modelo Mark III

	Nosso Resultado		MARK III	
Canal	Fração	Fase (graus)	Fração	Fase (graus)
$K_S a_1^+\{\rho\pi^+\}$	0.658 ± 0.007	0.0 (fixo)	0.539 ± 0.057	0.0 (fixo)
$K_1^0(1400)\{K^*(892)^-\pi^+\}\pi^+$	0.313 ± 0.007	10.9 ± 2.6	0.277 ± 0.047	4.01 ± 18.3
Não-Resonante	0.011 ± 0.003	330.7 ± 10.4	0.170 ± 0.056	62.5 ± 16.0
Soma das Frações	0.982		0.986	
fcn	-17421.8			
χ^2/Nbins	2589/163=15.9			

7.1.2 Estudo dos Possíveis Canais de Decaimento

Temos um total de 22 canais (ver seção 2.2.1) que poderiam fazer parte do modelo para a nossa análise. Ao considerar todos os canais possíveis, o modelo respectivo efetivamente forneceria o melhor resultado. Porem, não representaria necessariamente o melhor modelo, dado que a quantidade de parâmetros permitidos ao ajuste (maior número de canais, maior número de parâmetros no ajuste) pode causar falsos resultados pela liberdade excessiva.

Devido à grande variedade na escolha de canais, a tarefa de encontrar um modelo adequado é complicada quando a busca é feita manualmente. Por esse motivo foi implementado um processo automático que encontra o modelo de menor *fcn* para um número determinado de canais.

O processo começa com um modelo de dois canais o qual denominamos modelo base. Escolhemos para isto os dois canais ressonantes que contêm o vetor axial a_1, o qual sabemos tem uma contribuição bastante significativa no decaimento. A partir desse modelo de 2 canais, são encontrados modelos de maior quantidade de canais e são selecionados aqueles com menor valor de *fcn*.

Dessa maneira, para achar o modelo de menor *fcn* de 3 canais, construímos todos os possíveis modelos de 3 canais fazendo combinações do modelo base com cada um dos canais não considerados. Logo, realizamos um ajuste dos dados com cada um dos modelos de 3 canais construído. Selecionamos então aquele modelo que forneça o menor valor final de *fcn*.

O processo é repetido até obter o modelo de menor *fcn* de 15 canais.

Observando os resultados dos modelos selecionados para cada número de canais, verificamos que o modelo de 10 canais contém contribuições significativas para seus canais e que os modelos com maior número de canais não modificam consideravelmente o valor de *fcn*, além de ter contribuições com

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0220955/CA

pouca significancia estatística.

Na Tabela 7.2, mostramos os resultados obtidos para os modelos de 10 e de 13 canais selecionados pelo processo, para comparação. Observa-se que os 3 canais adicionais do modelo de 13 canais têm contribuições pouco significativas no ajuste (suas frações têm menos de 3σ de significância estatística). Além disso, os canais $K_1^0(1270)\{K^*(892)^-\pi^+\}\pi^+$ SW e $K_1^0(1400)\{\rho^0 K_S\}\pi^+$ SW têm cada um deles um parceiro com características similares já incluído no modelo de 10 canais. Tratam-se dos canais $K_1^0(1400)\{K^*(892)^-\pi^+\}\pi^+$ SW e $K_1^0(1270)\{\rho^0 K_S\}\pi^+$ SW respectivamente. Estes sofrem quedas significativas nos valores das suas frações (34.0% $\rightarrow$ 28.1% e 4.6% $\rightarrow$ 2.7% respectivamente) ao serem incluídos os outros. As duas escolhas dos dois vetores-axiais $K_1's$ estão em acordo com o indicado no PDG [31] ($K_1^0(1270)$ decai predominantemente em ρ enquanto que $K_1^0(1400)$ em $K^*(892)$).

Escolhemos então o modelo de 10 canais para ser o nosso Modelo Central pois ele descreve satisfatoriamente as características do decaimento estudado.

Tabela 7.2: Modelo Central (10 Canais) vs. Modelo de 13 Canais

	Modelo Central (10 Ch)		Modelo com 13 Canais	
Canal	Fração	Fase (graus)	Fração	Fase (graus)
$K_S a_1^+\{\rho\pi^+\}$ SW	0.451 ± 0.022	0.0 (fixo)	0.392 ± 0.029	0.0 (fixo)
$K_S a_1^+\{\rho\pi^+\}$ DW	0.023 ± 0.004	86.9 ± 5.0	0.020 ± 0.003	73.3 ± 5.1
$K_S a_1^+\{\sigma\pi^+\}$	0.045 ± 0.005	229.8 ± 3.8	0.037 ± 0.004	231.5 ± 4.3
$K_1^0(1400)\{K^*(892)^-\pi^+\}\pi^+$ SW	0.340 ± 0.011	31.6 ± 2.5	0.281 ± 0.019	21.3 ± 2.7
$K_1^0(1270)\{\rho^0 K_S\}\pi^+$ SW	0.046 ± 0.006	9.8 ± 3.7	0.027 ± 0.006	23.3 ± 6.2
$K^*(892)^-\pi^+\pi^+$	0.147 ± 0.010	136.7 ± 2.7	0.118 ± 0.010	124.4 ± 3.1
$K^*(1430)^-\pi^+\pi^+$	0.020 ± 0.005	178.1 ± 6.1	0.026 ± 0.007	164.7 ± 6.6
$\kappa^-\pi^+\pi^+$	0.141 ± 0.011	318.6 ± 3.5	0.172 ± 0.017	322.1 ± 3.8
$K_S\pi^+\rho^0$	0.151 ± 0.014	141.3 ± 2.8	0.201 ± 0.018	144.2 ± 4.1
$K_S\pi^+\sigma$	0.048 ± 0.007	125.3 ± 6.1	0.031 ± 0.007	115.7 ± 7.3
$K_1^0(1400)\{\rho^0 K_S\}\pi^+$ SW	-	-	0.012 ± 0.004	45.4 ± 10.8
$K_1^0(1270)\{K^*(892)^-\pi^+\}\pi^+$ SW	-	-	0.008 ± 0.003	340.9 ± 9.9
Não-Resonante	-	-	0.013 ± 0.006	104.2 ± 15.2
Soma das Frações	1.412		1.338	
fcn	-20867.3		-20957.6	
χ^2/Nbins	492/163=3.0		459.6/163=2.8	

7.1.3 O Modelo Central

Observamos nos resultados da Tabela 7.2 que ainda é valida a afirmação de que há predominância da contribuição do méson vetor axial $a_1(1260)$.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0220955/CA

Este méson decai através de três canais, sendo os dois primeiros através da ressonância ρ^0. O canal em onda S é o de maior contribuição (45.1%). Já a contribuição da onda D é bastante inferior (2.3%). Por outro lado, o terceiro canal decai na ressonância σ (4.5%).

A segunda grande contribuição é observada no canal que contém o méson vetor axial $K_1^0(1400)$ decaindo em onda S através da ressonância $K^*(892)^-$ (34.0%).

A ressonância $K^*(892)^-$ também se encontra presente significativamente (14.7%) no decaimento do méson D^+ em três corpos.

Destaca-se neste estudo a presença da ressonância κ^- num canal de decaimento de 3 corpos, com uma contribuição de 14.1 %. O estado κ já foi visto em seu modo neutro em outros decaimentos de charme, porém apenas recentemente há indícios de sua produção no modo carregado [33].

Na Figura 7.2 mostramos a comparação dos dados observados e gerados por fastMC para o Modelo Central. Claramente, se obteve uma grande melhoria com respeito às projeções obtidas utilizando o modelo MARK III.

Discutiremos sobre estes resultados na seção 7.2.3 mais adiante após o estudo dos erros sistemáticos.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0220955/CA

7.1.4 Outros Modelos

Apresentamos aqui uma breve descrição dos resultados obtidos ao incluir ou subtrair determinados canais ao modelo central.

Incluindo o Canal Não-Ressonante ao Modelo Central

No experimento Mark III, foi encontrada uma considerável fração do canal não-ressonante (17%) ainda que com grande erro, é por isso que apresentamos na Tabela 7.3 o resultado do ajuste para um modelo de 11 canais que inclui os 10 canais do Modelo Central e o canal não-ressonante (NR). Nesse resultado podemos salientar duas coisas importantes. A primeira é que o valor da contribuição do canal NR é desprezível, justificando dessa maneira a sua não inclusão no Modelo Central; e também o valor de *fcn* aumenta só em 20 unidades com a sua inclusão. A segunda observação é que sua presença modifica principalmente os os canais que contêm as subestruturas κ e σ, o que está relacionado ao fato destas ressonâncias serem muito largas. Para o caso do κ o valor da fração aumenta de 14.1% para 16.3% e para o caso do σ cai de 4.8% para 4.0%.

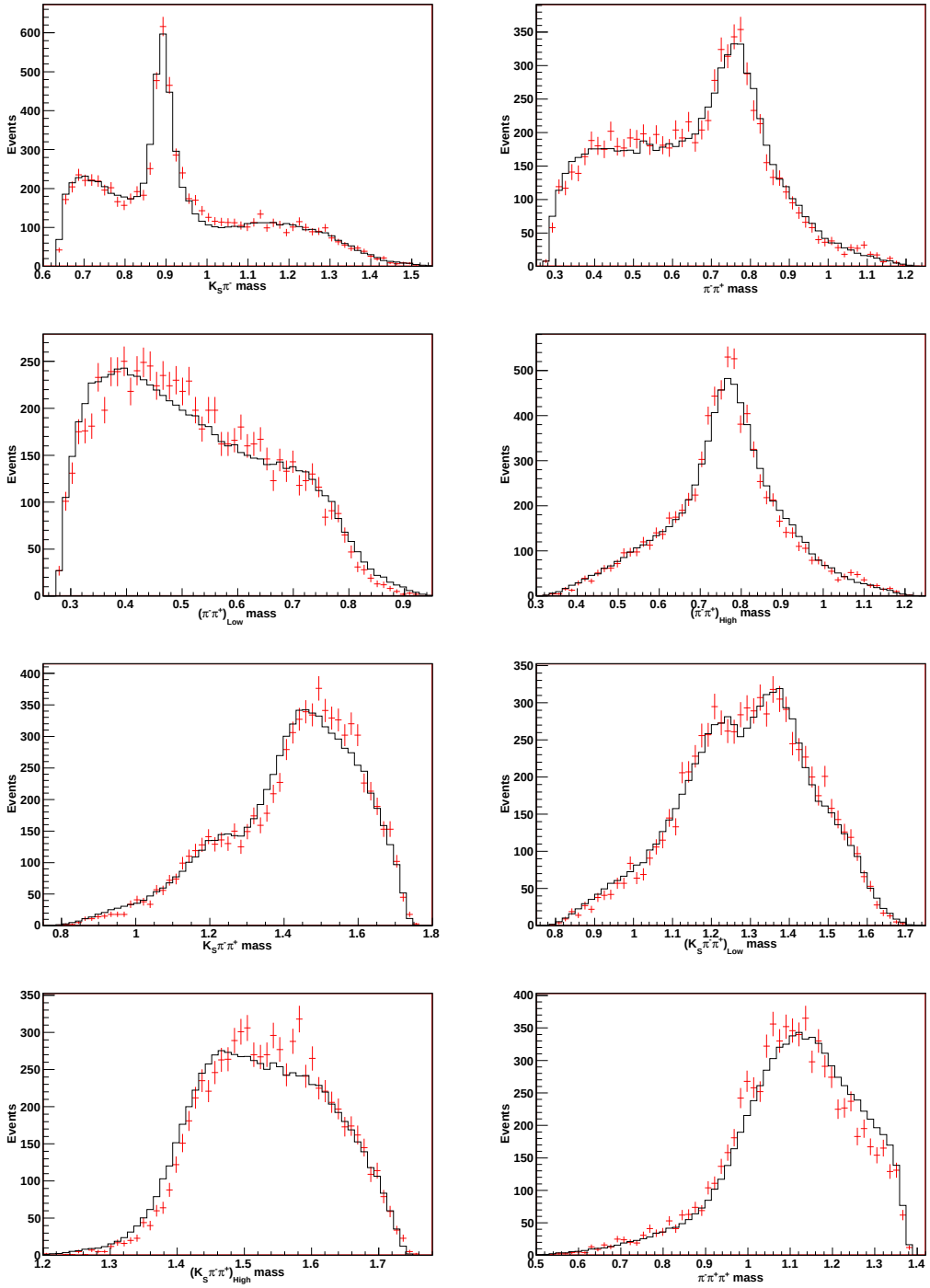

Figura 7.2: Projeções de massas invariantes para os Resultados obtidos pela aplicação do Algoritmo de Ajuste ao Modelo Central.

Excluindo o Canal Kappa do Modelo Central

Como discutimos anteriormente, a existência e propriedades da ressonância escalar leve κ ainda é fonte de controvérsia. No nosso estudo, o valor da sua contribuição é bastante significativo. É por isso que fazemos aqui uma comparação do Modelo Central com um modelo que exclui o canal $\kappa^-\pi^+\pi^+$.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0220955/CA

Tabela 7.3: Modelo Central + Canal Não-Ressonante

Canal	Fração	Fase (graus)
$K_S a_1^+\{\rho\pi^+\}$ S-wave	0.449 ± 0.021	0.0 (fixo)
$K_S a_1^+\{\rho\pi^+\}$ D-wave	0.023 ± 0.004	85.5 ± 5.3
$K_S a_1^+\{\sigma\pi^+\}$	0.042 ± 0.004	229.5 ± 3.9
$K_1^0(1400)\{K^*(892)^-\pi^+\}\pi^+$ S-wave	0.340 ± 0.012	30.3 ± 2.5
$K_1^0(1270)\{\rho^0 K_S\}\pi^+$ S-wave	0.047 ± 0.006	8.3 ± 3.7
$K^*(892)^-\pi^+\pi^+$	0.144 ± 0.019	135.0 ± 2.7
$K^*(1430)^-\pi^+\pi^+$	0.019 ± 0.005	163.0 ± 8.2
$\kappa^-\pi^+\pi^+$	0.163 ± 0.016	322.2 ± 3.8
$K_S\pi^+\rho^0$	0.169 ± 0.015	140.1 ± 3.0
$K_S\pi^+\sigma$	0.040 ± 0.010	118.2 ± 7.0
Non-resonant	0.009 ± 0.006	100.7 ± 18.0
Soma das Frações	1.345	
fcn	-20877	
χ^2/Nbins	493/163=3.0	

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0220955/CA

A Tabela 7.4 apresenta essa comparação, onde observamos que a qualidade do ajuste cai consideravelmente: o valor do *fcn* aumenta em 544 unidades e o χ^2/Nbins passa de 3.0 para 4.3. Mas a observação mais notável é uma modificação de caráter global nos resultados obtidos pelo ajuste. Os canais mais afetados são o $K_S a_1^+\{\rho\pi^+\}$ SW com um grande aumento na sua fração de 45.1% para 61.3%, o canal $K_S a_1^+\{\sigma\pi^+\}$ passa de 4.5% para 7.1%, o canal $K^*(892)^-\pi^+\pi^+$ cai de 14.7% para 11.1%, $K_S\pi^+\rho^0$ passa de 15.1% para 9.0% e o canal $K_S\pi^+\sigma$ teve a queda mais notória de 4.8% para 0.1% (sendo seu erro também 0.1%). Na Figura 7.3 temos as projeções dos dados observados comparados com os dados gerados a partir dos resultados do ajuste para o Modelo sem κ^-. São apresentadas as projeções com maiores diferenças com respeito ao Modelo Central. No caso da projeção $K_S\pi^-$, é verificado que o Modelo sem κ^- piora na descrição dos dados para a região correspondente à baixa massa $K_S\pi^-$, região correspondente à da massa do κ^-. Outras projeções que apresentam diferenças são a projeção $K_S\pi^-\pi^+$ Low e a projeção $\pi^-\pi^+\pi^+$.

A presença do κ é por tanto necessária na definição do Modelo Central. Sem ela, a qualidade do ajuste cai consideravelmente e os valores das frações dos outros canais são bastante afetados.

Excluindo o Canal Sigma do Modelo Central

Na Tabela 7.5 temos os resultados obtidos para o modelo que exclui os canais $K_S a_1^+\{\sigma\pi^+\}$ e $K_S\pi^+\sigma$ do modelo central. Como no caso da exclusão do κ^-, a qualidade do ajuste cai consideravelmente ($\sim$ 500 unidades de *fcn*) e

Tabela 7.4: Modelo Central vs. Modelo sem κ^-

	Modelo Central		Modelo sem κ	
Canal	Fração	Fase (graus)	Fração	Fase (graus)
$K_S a_1^+\{\rho\pi^+\}$ SW	0.451±0.022	0.0 (fixo)	0.613±0.021	0.0 (fixo)
$K_S a_1^+\{\rho\pi^+\}$ DW	0.023±0.004	86.9 ±5.0	0.025±0.004	111.1 ± 4.3
$K_S a_1^+\{\sigma\pi^+\}$	0.045±0.005	229.8±3.8	0.071±0.007	222.2 ± 3.4
$K_1^0(1400)\{K^*(892)^-\pi^+\}\pi^+$ SW	0.340±0.011	31.6 ±2.5	0.343±0.013	36.6 ± 2.3
$K_1^0(1270)\{\rho^0 K_S\}\pi^+$ SW	0.046±0.006	9.8 ±3.7	0.048±0.006	7.3 ± 4.1
$K^*(892)^-\pi^+\pi^+$	0.147±0.010	136.7±2.7	0.111±0.009	147.4 ± 2.6
$K^*(1430)^-\pi^+\pi^+$	0.020±0.005	178.1±6.1	0.016±0.004	137.7 ± 6.4
$\kappa^-\pi^+\pi^+$	0.141±0.011	318.6±3.5	-	-
$K_S\pi^+\rho^0$	0.151±0.014	141.3±2.8	0.090±0.010	129.2 ± 3.6
$K_S\pi^+\sigma$	0.048±0.007	125.3±6.1	0.001±0.001	216.4 ± 27.9
Soma das Frações	1.412		1.318	
fcn	-20867.3		-20323.2	
χ^2/Nbins	492/163=3.0		700.1/163=4.3	

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0220955/CA

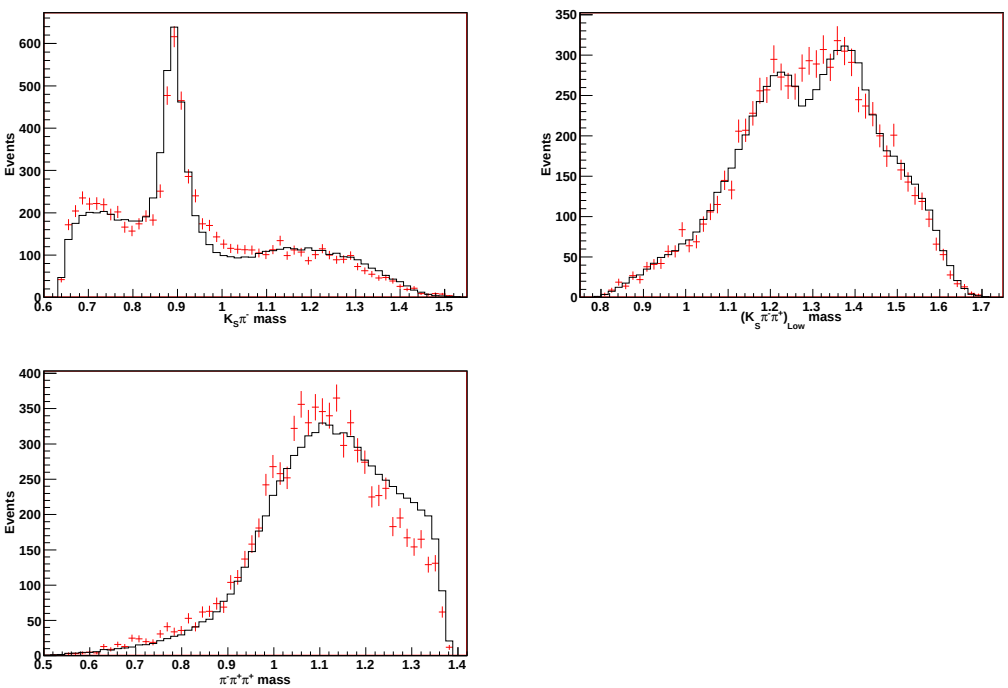

Figura 7.3: Projeções de massas invariantes para os resultados obtidos para o Modelo sem o Canal κ^- (Projeções que ficam mais comprometidas com a retirada do κ^-).

observa-se também o remanejamento de algumas frações.

Tabela 7.5: Modelo Central vs. Modelo sem σ

	Modelo Central		Modelo sem σ	
Canal	Fração	Fase (graus)	Fração	Fase (graus)
$K_S a_1^+\{\rho\pi^+\}$ SW	0.451±0.022	0.0 ±0.0	0.444±0.021	0.0± 0.0
$K_S a_1^+\{\rho\pi^+\}$ DW	0.023±0.004	86.9 ±5.0	0.037±0.005	62.4± 4.2
$K_S a_1^+\{\sigma\pi^+\}$	0.045±0.005	229.8±3.8	-	-
$K_1^0(1400)\{K^*(892)^-\pi^+\}\pi^+$ SW	0.340±0.011	31.6 ±2.5	0.335±0.010	19.0± 2.5
$K_1^0(1270)\{\rho^0 K_S\}\pi^+$ SW	0.046±0.006	9.8 ±3.7	0.062±0.006	9.2± 3.1
$K^*(892)^-\pi^+\pi^+$	0.147±0.010	136.7±2.7	0.160±0.010	126.6± 2.7
$K^*(1430)^-\pi^+\pi^+$	0.020±0.005	178.1±6.1	0.078±0.008	174.7± 3.1
$\kappa^-\pi^+\pi^+$	0.141±0.011	318.6±3.5	0.134±0.010	307.6± 2.8
$K_S\pi^+\rho^0$	0.151±0.014	141.3±2.8	0.207±0.014	138.2± 2.4
$K_S\pi^+\sigma$	0.048±0.007	125.3±6.1	-	-
Soma das Frações	1.412		1.457	
fcn	-20867.3		-20369.7	
$.\chi^2$/Nbins	492/163=3.0		653.4/163=4.0	

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0220955/CA

7.2
Estimativa dos Erros Sistemáticos

Havendo estabelecido o modelo de 10 canais na Tabela 7.1.2 como nosso Modelo Central, apresentamos nesta seção o nosso estudo dos efeitos sistemáticos presentes na medida.

Separamos os erros sistemáticos em dois tipos:

- **a)** de medida propiamente dita, decorrentes de possíveis efeitos devido ao experimento FOCUS.
- **b)** de modelagem, devido principalmente à paramerização dos estados ressonantes.

7.2.1
Erros Sistemáticos Devido ao Experimento

Este tipo de erro está sub-dividido em duas categorias: erros por divisão da amostra e erros por variações nos cortes para a obtenção da amostra.

Os erros sistemáticos do experimento são calculados somando em quadratura os valores obtidos para os erros sistemáticos por divisão da amostra aos erros sistemáticos por variação nos cortes.

Para o cálculo dos erros sistemáticos do tipo divisão de amostra, consideramos os seguintes critérios:

1. Divisão da amostra em eventos que contém D^+ ou D^-, para verificar possíveis efeitos sistemáticos na resolução e eficiência que possam depender da carga.

2. Divisão da amostra para diferentes regiões de momento do méson D (P_D). Muitas variáveis utilizadas nos cortes têm alguma dependência com o momento do D, isto pode vir a causar algum efeito sistemático nos resultados. Realizamos uma divisão da amostra em três sub-amostras: $P_D < 70$, $70 \leq P_D < 90$, $P_D \geq 90$, todas elas com número de eventos próximo.

3. Divisão da amostra para diferentes tipos de K_S (tipo 1, 4, 5 e 9). Como tínhamos visto anteriormente, no momento de reconstrução dos dados, estes têm um tratamento diferenciado segundo o tipo de K_S. Sendo assim, é importante verificar os efeitos sistemáticos para este tipo de divisão. Embora tenhamos 4 tipos de K_S, dividimos a amostras total em duas sub-amostras: uma sub-amostra contendo os eventos cujo K_S é tipo 1 e tipo 4, e outra amostra contendo eventos com K_S do tipo 5 e tipo 9. Isto é feito porque a quantidade de eventos para K_S's do tipo 1 e do tipo 9 é bastante pobre, causando isto com que o valor dos erros estatísticos para as correspondentes sub-amostras possa ser bastante alto.

4. Divisão da amostra segundo o período de rodada. Os dados coletados do experimento FOCUS estão agrupados em períodos de rodada, que identificam o momento no qual estes foram coletados. Existiu um momento decisivo na coleta dos dados que foi quando o detetor de silício do alvo entrou em operação. Os dados coletados podem sofrer alguma variação sistemática por causa da presença ou ausência da informação fornecida por esse detetor. Dividimos a amostra em duas sub-amostras, uma delas contendo eventos que não contam com a presença do detetor e outra que, sim, contém essa informação. O número de rodada da divisão é 9421.

Para o cálculo dos erros sistemáticos por variação nos cortes, consideramos duas amostras: uma na qual aplicamos cortes mais fracos dos que foram encontrados no Capitulo 5 e outros mais fortes. Na Tabela 7.6 mostramos os cortes fracos e fortes considerados para o cálculo.

Os erros sistemáticos do tipo divisão da amostra são calculados de acordo à técnica descrita no PDG [31] para tratamento de erros sistemáticos.

Primeiramente é testada a consistência estatística de que as N amostras independentes possam ser ajustadas por um único (médio) conjunto de parâmetros de ajuste. Isto é representado, para cada parâmetro, na forma de

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0220955/CA

		Cortes Fracos	Cortes Fortes
ℓ/σ_ℓ	$>$	12.00	16.00
CL_p	$\geq$	0.01	0.01
CL_s	$\geq$	0.02	0.02
ISO2	$\leq$	0.01	0.01
mat_cut	$>$	0.00	0.01
CL_p - ISO1	$\geq$	-0.1	0.1
CL_s - ISO2	$\geq$	-0.2	0.1
npri	$>$	2	2
N. Eventos	$=$	9203	4745

Tabela 7.6: Cortes Fortes e Fracos para o decaimento $K_S\pi^-\pi^+\pi^+$.

um χ^2 com $N-1$ graus de liberdade:

$$\chi^2 = \sum_i^N \frac{(x_i - \langle x\rangle)^2}{\sigma_i^2} \tag{7-1}$$

onde

$$\langle x\rangle = \frac{\sum_i x_i/\sigma_i^2}{\sum_i 1/\sigma_i^2} \tag{7-2}$$

Quando o valor de $\chi^2/(N-1)$ é menor ou igual que a unidade, os valores obtidos para o parâmetro x são compatíveis entre si e não existe erro sistemático associado.

No caso de $\chi^2/(N-1)$ ser maior que a unidade, existe um problema sistemático, cujo erro é calculado efetuando o seguinte tratamento:

Primeiramente é feito um reescalamento de todos os erros estatísticos σ_i por um fator $S = \sqrt{\chi^2/(N-1)}$. Então o novo valor de $\chi^2/(N-1)$ será igual à unidade igual 1.

Considerando o valor do erro estátistico combinado da média ponderada, dada por:

$$\bar{\sigma} \;=\; \frac{1}{\sqrt{\sum_i 1/\sigma_i^2}} \tag{7-3}$$

obtemos o erro re-escalado:

$$\tilde{\sigma} \;=\; \bar{\sigma}\,\sqrt{\frac{\chi^2}{N-1}} \;=\; \sqrt{\frac{\langle x^2\rangle - \langle x\rangle^2}{N-1}} \tag{7-4}$$

que seria uma estimativa do erro *total*, incluindo tanto os efeitos estatísticos como os sistemáticos. A partir desse valor, encontramos o erro sistemático sustraimos o valor correspondente à parte estatística:

$$\sigma_{\mathrm{sis}}^{\mathrm{DA}} \;=\; \bar{\sigma}\,\sqrt{\frac{\chi^2}{N-1} - 1} \tag{7-5}$$

$\sigma_{\mathrm{sis}}^{\mathrm{DA}}$ quer dizer erro sistemático por divisão de amostra.

Este método é então aplicado às sub-amostras definidas anteriormente, obtendo assim os erros sistemáticos apresentados na Tabela 7.7. Para cada

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0220955/CA

uma das 4 subdivisões de amostra é apresentado o valor do erro sistemático e é mostrado também o erro total obtido pela soma em quadratura dos erros individuais.

Tabela 7.7: Erros Sistemáticos Tipo Divisões da Amostra

Resultados para as Frações	Divisão Amostra	Carga do do D	Momento do D	Periodo IRun	Tipo de K_S
$K_S a_1^+\{\rho\pi^+\}$ SW	0.012	0.000	0.000	0.012	0.000
$K_S a_1^+\{\rho\pi^+\}$ DW	0.004	0.000	0.000	0.004	0.000
$K_S a_1^+\{\sigma\pi^+\}$	0.004	0.000	0.000	0.000	0.004
$K_1^0(1400)\{K^{*-}\pi^+\}\pi^+$ SW	0.012	0.012	0.000	0.000	0.000
$K_1^0(1270)\{\rho^0 K_S\}\pi^+$ SW	0.004	0.004	0.000	0.000	0.000
$K^*(892)^-\pi^+\pi^+$	0.028	0.002	0.020	0.000	0.020
$K^*(1430)^-\pi^+\pi^+$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$\kappa^-\pi^+\pi^+$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$K_S\pi^+\rho^0$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
$K_S\pi^+\sigma$	0.013	0.008	0.010	0.000	0.000
Resultados para as Fases					
$K_S a_1^+\{\rho\pi^+\}$ SW	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$K_S a_1^+\{\rho\pi^+\}$ DW	6.6	0.9	2.8	2.3	5.4
$K_S a_1^+\{\sigma\pi^+\}$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$K_1^0(1400)\{K^{*-}\pi^+\}\pi^+$ SW	3.1	0.0	2.0	0.0	2.4
$K_1^0(1270)\{\rho^0 K_S\}\pi^+$ SW	2.9	0.0	0.0	0.0	2.9
$K^*(892)^-\pi^+\pi^+$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$K^*(1430)^-\pi^+\pi^+$	4.5	0.0	3.4	3.1	0.0
$\kappa^-\pi^+\pi^+$	1.7	0.0	1.5	0.9	0.0
$K_S\pi^+\rho^0$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$K_S\pi^+\sigma$	4.9	0.0	4.9	0.0	0.0

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0220955/CA

Os erros estatísticos do tipo variação nos cortes são calculados aplicando a mesma técnica do caso dos erros tipo variações no modelo a qual é descrita na seguinte seção.

Oa valores obtidos para os erros sistématicos do experimento são apresentados na Tabela 7.8.

7.2.2 Erros Sistemáticos por Variações no Modelo

Vamos considerar aqui um segundo erro sistemático, devido às incertezas na construção do modelo, em particular na parametrização das ressonâncias. Devemos avaliar o quanto o ajuste é sensível à variação em tais considerações. As variações que iremos aplicar neste tipo de estudo sistemático são:

Tabela 7.8: Erros Sistemáticos do Experimento

	Fração			Fase (graus)		
Canal	Exper	Cortes For/Fra	Divi Amostr	Exper	Cortes For/Fra	Divi Amostr
$K_S a_1^+\{\rho\pi^+\}$ SW	0.0139	0.0070	0.0121	0.00	0.00	0.00
$K_S a_1^+\{\rho\pi^+\}$ DW	0.0038	0.0004	0.0038	6.58	0.51	6.56
$K_S a_1^+\{\sigma\pi^+\}$	0.0045	0.0007	0.0044	1.01	1.01	0.00
$K_1^0(1400)\{K^{*-}\pi^+\}\pi^+$ SW	0.0168	0.0119	0.0119	3.23	0.93	3.09
$K_1^0(1270)\{\rho^0 K_S\}\pi^+$ SW	0.0090	0.0080	0.0041	3.00	0.61	2.94
$K^*(892)^-\pi^+\pi^+$	0.0291	0.0069	0.0283	0.27	0.27	0.00
$K^*(1430)^-\pi^+\pi^+$	0.0002	0.0002	0.0000	9.13	7.92	4.53
$\kappa^-\pi^+\pi^+$	0.0054	0.0054	0.0000	1.89	0.74	1.74
$K_S\pi^+\rho^0$	0.0194	0.0194	0.0000	1.03	1.03	0.00
$K_S\pi^+\sigma$	0.0143	0.0055	0.0132	5.96	3.43	4.87

1. Variações na massa e largura do méson vetor axial $a_1(1260)$. Este não tem bem definido um valor central para sua massa e largura. Por tal motivo, foi realizada uma procura desses valores visando a obtenção de um modelo que fornecesse o melhor ajuste (menor valor de *fcn*). Não observamos variação significativa no *fcn* para o valor central da massa (que por isto foi tomada como o valor central do PDG 1.23 GeV/c^2) e para este valor de massa obtivemos a melhor largura de 0.56 GeV/c^2. Os resultados do ajuste poderiam ter variações sistemáticas por causa da escolha desses valores, então para analisar o seu efeito, realizamos ajustes dos dados tomando os valores da Tabela 7.9.

2. Variações na massa e largura da ressonância κ^-. Da mesma forma que o méson $a_1(1260)$, a ressonância κ^- não tem valores de massa e largura bem definidos. Utilizamos no nosso algoritmo os valores obtidos em [34]: 0.797 GeV/c^2 para a massa e de 0.410 GeV/c^2 para a largura. Sendo assim, realizamos um estudo dos erros sistemáticos considerando os valores indicados na Tabela 7.9.

3. Variações na massa e largura da ressonância σ. Usamos o valor central massa de 0.48 GeV/c^2 e largura de 0.32 GeV/c^2 obtidos em [20], e consideramos as variações indicadas na Tabela 7.9.

4. Variações no parâmetro r que descreve os fatores de forma F_D e F_R (veja Tabela 2.5). Os valores considerados foram de: $r_D = 3.0, 7.0$ e $r_R = 0.8, 3.0$.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0220955/CA

5. Variacões no modelo produzidas pela exclusão do fator de Tornqvist (ver Tabela 2.5 para J=0).

Tabela 7.9: Valores de massa e largura a serem considerados na análise de efeitos sistemáticos para as ressonâncias $a_1(1260)$, κ^- e σ^0

$a_1(1260)$		κ^-		σ^0	
M(GeV/c^2)	$\Gamma(GeV/c^2)$	M(GeV/c^2)	$\Gamma(GeV/c^2)$	M(GeV/c^2)	$\Gamma(GeV/c^2)$
1.19	0.56	0.750	0.41	0.40	0.32
1.27	0.56	0.850	0.41	0.60	0.32
1.23	0.52	0.797	0.35	0.48	0.40
1.23	0.60	0.797	0.50	0.48	0.50

Já que para este tipo de análise estaremos ajustando a mesma amostra de dados, então os erros estatísticos são totalmente correlacionados, sendo portanto qualquer variação nos resultados obtidos atribuída a efeitos sistemáticos. Desta forma, calculamos os erros sistemáticos de acordo ao seguinte procedimento:

- Consideramos que qualquer variação feita no modelo é equiprovável. Sendo assim, o valor médio de uma medida não é mais ponderado (como na equaçao 7-2), e sim simplesmente uma média aritmética $\langle x \rangle = \sum_i x_i/N$, onde N agora representa o número de variantes para o ajuste.
- Já que não estamos sub-dividindo a amostra, o fator $1/\sqrt{N}$ deve ser removido da expressão para $\tilde{\sigma}$, pois reflete o fato de que estávamos tomando a média de N sub-divisões para chegar ao erro da amostra combinada. Agora, queremos encontrar o desvio-padrão associado à distribuiçao das várias medidas (e não o desvio-padrão da média).
- A variância total agora não tem dentro dela uma parte correspondente aos efeitos estatísticos não sendo mais necessário fazer fazer subtração de $\tilde{\sigma}$ pela variância estatística.
- Com essas considerações achamos

$$\sigma_{\text{sis}}^{\text{VM}} = \sqrt{\frac{\sum_i^N x_i^2 - N\langle x \rangle^2}{N-1}} \tag{7-6}$$

$\sigma_{\text{sis}}^{\text{VM}}$ refere-se a erro sistemático por variações no Modelo.

Na Tabela 7.10 mostramos os resultados para o erro devido a variações no modelo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0220955/CA

Tabela 7.10: Erros Sistemáticos por Variações no Modelo.

Canais	Fração	Fase (graus)
$K_S a_1^+\{\rho\pi^+\}$ SW	0.019	0.0
$K_S a_1^+\{\rho\pi^+\}$ DW	0.003	2.8
$K_S a_1^+\{\sigma\pi^+\}$	0.005	12.3
$K_1^0(1400)\{K^{*-}\pi^+\}\pi^+$ SW	0.004	3.9
$K_1^0(1270)\{\rho^0 K_S\}\pi^+$ SW	0.006	2.5
$K^*(892)^-\pi^+\pi^+$	0.003	3.8
$K^*(1430)^-\pi^+\pi^+$	0.004	7.9
$\kappa^-\pi^+\pi^+$	0.012	7.3
$K_S\pi^+\rho^0$	0.016	2.7
$K_S\pi^+\sigma$	0.008	11.5

7.2.3
Resultado Final do Modelo Central e Discussão

Apresentamos na Tabela 7.11 a estimativa total dos erros sistemáticos. Apresentamos em separado os erros sistemáticos pela variação do modelo e os erros sistemáticos do experimento. Vemos na Figura 7.2 que este modelo apresenta em linhas gerais um boa representação dos dados, entretanto, em algumas projeções existem ainda certas regiões de massa que não estão bem descritas. Isto pode ser visto por exemplo principalmente nas projeções. Certamente é devido a estas pequenas discrepâncias que o valor de χ^2/Nbins é relativamente alto. A inclusão de mais canais não melhora significativamente o ajuste.

Nosso resultado apresenta algumas características interessantes, primeiramente vimos que era necessária a inclussão do canal do méson σ tanto como sub-estrutura do decaimento do vetor-axial $a_1(1260)$ como no decaimento em 3 corpos do méson D^+. O méson κ^- foi encontrado com relativamente alta contribuição 14.1%, sendo o primeiro decaimento de charme em que é observado em seu modo carregado. O ajuste não requer a inclusão do κ como sub-estrutura do K_1. Com relação aos vetores-axiais K_1, encontramos que ambos $K_1(1400)$ e $K_1(1270)$ são necessários no modelo. O ajuste sem a presença de um deles fica significativamente pior.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0220955/CA

Tabela 7.11: Resultado do Ajuste do Modelo Central. O primeiro erro é estatístico, o segundo é sistemático devido ao experimento, o terceiro é sistemático devido a variações no modelo.

Canal	Fração	Fase (graus)
$K_S a_1^+\{\rho\pi^+\}$ SW	0.451± 0.022± 0.014± 0.019	0.0 (fixo)
$K_S a_1^+\{\rho\pi^+\}$ DW	0.023± 0.004± 0.004± 0.003	86.9± 5.3± 2.8± 6.6
$K_S a_1^+\{\sigma\pi^+\}$	0.045± 0.004± 0.005± 0.005	229.8± 3.9± 12.3± 1.0
$K_1^0(1400)\{K^{*-}\pi^+\}\pi^+$ SW	0.340± 0.010± 0.017± 0.004	31.6± 2.4± 3.9± 3.2
$K_1^0(1270)\{\rho^0 K_S\}\pi^+$ SW	0.046± 0.006± 0.009± 0.006	9.8± 3.7± 2.5± 3.0
$K^*(892)^-\pi^+\pi^+$	0.147± 0.010± 0.029± 0.003	136.7± 2.6± 3.8± 0.3
$K^*(1430)^-\pi^+\pi^+$	0.020± 0.005± 0.000± 0.004	178.1± 6.2± 7.9± 9.1
$\kappa^-\pi^+\pi^+$	0.141± 0.012± 0.005± 0.012	318.6± 3.5± 7.3± 1.9
$K_S\pi^+\rho^0$	0.151± 0.013± 0.019± 0.016	141.3± 2.9± 2.7± 1.0
$K_S\pi^+\sigma$	0.048± 0.007± 0.014± 0.008	125.3± 6.0± 11.5± 6.0

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0220955/CA