

Referências Bibliográficas

- [1] J. Proakis, *Digital Communications*. McGraw-Hill, 1995.
- [2] S. Verdú, *Multiuser Detection*. Cambridge United Press, 1998.
- [3] S. Hara and R. Prasad, “Overview of multicarrier CDMA,” *IEEE Communications Magazine*, vol. 35, no. 12, pp. 126–133, Dezembro 1997.
- [4] M. Zeng, A. Annamalai, and V. Bhargava, “Recent advances in cellular wireless communications,” *IEEE Commun. Mag.*, vol. 37, no. 9, pp. 128–138, Setembro 1999.
- [5] A. Duel-Hallen, J. Holtzman, and Z. Zvonar, “Multiuser detection for CDMA systems,” *IEEE Personal Communications*, vol. 2, no. 2, pp. 46–58, Abril 1995.
- [6] S. Moshavi, “Multiuser detection for DS-CDMA communications,” *IEEE Communications Magazine*, vol. 34, no. 10, pp. 124–135, Outubro 1996.
- [7] S. Verdú, “Minimum probability of error for asynchronous Gaussian multiple-access channels,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 32, no. 1, pp. 85–96, Janeiro 1986.
- [8] R. Lupas and S. Verdú, “Linear multiuser detectors for synchronous CDMA channels,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 35, no. 1, pp. 123–136, Janeiro 1989.
- [9] Z. Xie, R. T. Short, and C. K. Rushforth, “A family of suboptimum detectors for coherent multiuser communications,” *IEEE Journal on Selected Areas of Communications*, vol. 8, no. 4, pp. 683–690, Maio 1990.
- [10] P. Patel and M. Holtzman, “Analysis of a single successive interference cancellation scheme in a DS/CDMA system,” *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 12, no. 5, pp. 796–807, Junho 1994.
- [11] M. K. Varanasi and B. Aazhang, “Multistage detection in asynchronous CDMA communications,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 38, no. 4, pp. 509–519, Abril 1990.

- [12] T. T. V. Vinhoza, R. C. de Lamare, and R. Sampaio-Neto, “Enhanced blind minimum variance CDMA receivers with joint channel estimation for frequency selective channels,” *Proc. IEEE Veh. Tech. Conf, Fall*, vol. 7, pp. 4933 – 4937, Setembro 2004.
- [13] —, “Low complexity blind constrained data-reusing algorithms based on minimum variance and constant modulus criteria,” *Proceedings International Conference on Speech, Acoustics and Signal Processing (ICASSP)*, vol. III, pp. 776–779, Maio 2006.
- [14] —, “Blind adaptive parallel interference canceller for DS-CDMA in frequency-selective fading channels,” *Proc. International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications*, pp. 253–257, Agosto 2006.
- [15] R. C. de Lamare, T. T. V. Vinhoza, and R. Sampaio-Neto, “Blind adaptive and iterative interference cancellation receiver structures based on the constant modulus criterion in multipath channels,” *Proc. International Telecommunications Symposium*, pp. 977–982, Setembro 2006.
- [16] T. T. V. Vinhoza, R. C. de Lamare, and R. Sampaio-Neto, “Blind adaptive and iterative interference cancellation receiver structures based on the constant modulus criterion in multipath channels,” *aceito para publicação IET Communications*, 2008.
- [17] C. A. Medina, T. T. V. Vinhoza, and R. Sampaio-Neto, “Performance comparison of minimum variance single carrier and multicarrier CDMA receivers,” *Proc. SPAWC*, Junho 2007.
- [18] —, “Reduced complexity blind channel estimation for MC-CDMA systems,” *aceito para publicação SPAWC*, 2008.
- [19] F. D. Backx, T. T. V. Vinhoza, and R. Sampaio-Neto, “Power techniques for blind channel estimation in zero-padded OFDM systems,” *Proc. PIMRC*, Setembro 2007.
- [20] S. Bashyam and B. Aazhang, “Multiuser channel estimation and tracking for long-code CDMA systems,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, no. 7, pp. 1081–1090, Julho 2002.
- [21] S. Buzzi and H. V. Poor, “Channel estimation and multiuser detection in long code DS-CDMA systems,” *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 19, no. 8, pp. 1476–1487, Agosto 2001.

- [22] P. Liu and Z. Xu, “Joint performance study of channel estimation and multiuser detection for uplink long-code CDMA systems,” *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, no. 1, pp. 98–112, Novembro 2004.
- [23] Z. Xu, “Low complexity multiuser channel estimation with aperiodic spreading codes,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 49, no. 11, pp. 2813–2822, Novembro 2001.
- [24] A. Weiss and B. Friedlander, “Channel estimation for DS-CDMA downlink with aperiodic spreading codes,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 47, no. 10, pp. 1561–1569, Outubro 1999.
- [25] M. K. Tsatsanis and G. B. Giannakis, “Optimal decorrelating receivers for DS-CDMA systems: A signal processing framework,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 44, no. 12, pp. 3044–3055, Dezembro 1996.
- [26] P. van Rooyen, M. Lotter, and D. van Wyk, *Space-Time Processing for CDMA Communications*. Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [27] L. B. Milstein, “Wideband code division multiple access,” *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 18, no. 8, pp. 1344–1354, Agosto 2000.
- [28] J. C. Liberti and T. S. Rappaport, *Smart Antennas for Wireless Communications: IS-95 and Third Generation CDMA Applications*. Prentice Hall Upper Saddle River, 1999.
- [29] T. Ojanpera and R. Prasad, “An overview of air interface multiple access for IMT-2000/UMTS,” *IEEE Communications Magazine*, vol. 36, no. 9, pp. 82–95, Setembro 1998.
- [30] P. Taaghola, B. G. Evans, R. de Gaudenzi, G. Gallinaro, J. H. Lee, and C. G. Kang, “Satellite UMTS/IMT2000 W-CDMA air interfaces,” *IEEE Communications Magazine*, vol. 37, no. 9, pp. 116–126, Setembro 1999.
- [31] R. Lupas and S. Verdú, “Near-far resistance of multiuser detectors in asynchronous CDMA channels,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 38, no. 4, pp. 496–508, Abril 1990.
- [32] M. Marçal, “Recepção Multiusuário com Detecção Ótima por Grupos em Sistemas com Múltiplo Acesso CDMA,” Dissertação de Mestrado, PUC-Rio, Abril 2002.

- [33] M. F. Marçal, T. T. V. Vinhoza, F. D. Backx, and R. Sampaio-Neto, “A grouping strategy for parallel group detection in synchronous gaussian CDMA channels,” *Proc. International Telecommunications Symposium*, pp. 426–431, Setembro 2006.
- [34] F. D. Backx and R. Sampaio-Neto, “Detecção Multiusuário Ótima por Grupos em Sistemas DS/CDMA com Codificação Convolutacional,” *Anais XXI Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, Setembro 2004.
- [35] —, “Detecção Multiusuário e Estimação de Canal Conjunta por Grupos em Sistemas DS/CDMA com Codificação Convolutacional,” *Anais XXII Simpósio Brasileiro de Telecomunicações*, pp. 846–851, Setembro 2005.
- [36] R. Raheli and A. Polydoros, “Per-survivor processing: A general approach to MLSE in uncertain environments,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 43, no. 2/3/4, pp. 354–364, Fev/Mar/Abr 1995.
- [37] M. L. Honig, U. Madhow, and S. Verdú, “Blind adaptive multiuser detection,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 41, no. 7, pp. 944–960, Julho 1995.
- [38] X. Wang and H. V. Poor, “Blind equalization and multiuser detection in dispersive CDMA channels,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 46, no. 1, pp. 91–103, Janeiro 1998.
- [39] —, “Blind multiuser detection: A subspace approach,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 2, pp. 677–690, Março 1998.
- [40] B. Yang, “Projection approximation subspace tracking,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 44, no. 1, pp. 95–107, Janeiro 1995.
- [41] M. K. Tsatsanis, “Inverse filtering criteria for CDMA systems,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, no. 1, pp. 102–112, Janeiro 1997.
- [42] H. Liu and K. Li, “Low complexity receivers for CDMA communications over frequency-selective channels,” *Proceedings SPAWC’97, Paris, França*, pp. 265–268, Abril 1997.
- [43] M. K. Tsatsanis and Z. Xu, “Performance analysis of minimum variance CDMA receivers,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 46, no. 11, pp. 3014–3022, Novembro 1998.

- [44] Y. Sato, "A method of self recovering equalization for multilevel amplitude modulation systems," *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 23, no. 6, pp. 679–682, Junho 1975.
- [45] D. N. Godard, "Self recovering equalization and carrier tracking in two dimensional data communication systems," *IEEE Trans. on Commun.*, vol. COM-28, no. 11, pp. 1867–1875, Novembro 1980.
- [46] C. R. Johnson, Jr., P. Schniter, T. J. Endres, J. D. Behm, D. R. Brown, and R. A. Casas, "Blind equalization using the constant modulus criterion: a review," *Proceedings of the IEEE*, vol. 86, no. 10, pp. 1927–1950, Outubro 1998.
- [47] A. Paulraj and C. Papadias, "A constant modulus algorithm for multiuser signal separation in presence of delay spread using antenna arrays," *IEEE Signal Processing Letters*, vol. 4, no. 6, pp. 178–181, Junho 1997.
- [48] J. Miguez and L. Castedo, "A linearly constrained constant modulus approach to blind adaptive multiuser interference suppression," *IEEE Communications Letters*, vol. 2, no. 8, pp. 217–219, Agosto 1998.
- [49] C. Xu and G. Feng, "Comments on 'a linearly constrained constant modulus approach to blind adaptive multiuser interference suppression'," *IEEE Communications Letters*, vol. 4, no. 9, pp. 280–282, Setembro 2000.
- [50] C. Xu, G. Feng, and K. S. Kwak, "A modified constrained constant modulus approach to blind adaptive multiuser detection," *IEEE Trans. Communications*, vol. 49, no. 9, pp. 1642–1648, Setembro 2001.
- [51] J. P. de Villiers and L. P. Linde, "On the convexity of the LCCM cost function for DS-CDMA blind multiuser detection," *IEEE Communications Letters*, vol. 8, no. 6, pp. 351–353, June 2004.
- [52] Z. Xu and P. Liu, "Code-constrained blind detection of CDMA signals in multipath channels," *IEEE Signal Processing Lett.*, vol. 9, no. 12, pp. 389–392, Dezembro 2002.
- [53] R. C. de Lamare and R. Sampaio-Neto, "Blind adaptive code-constrained constant modulus algorithms for CDMA interference suppression in multipath channels," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 9, no. 4, pp. 334–336, Abril 2005.

- [54] W. Chen and U. Mitra, “An improved blind adaptive MMSE receiver for fast fading DS-CDMA channels,” *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 19, no. 8, pp. 1531–1543, Agosto 2001.
- [55] —, “An enhanced correlation matrix estimation scheme for blind adaptive MMSE receiver,” *Proceedings IEEE Int. Conference on Communications*, pp. 699–703, Maio 2002.
- [56] X. Doukopoulos and G. Moustakides, “Blind channel estimation for downlink CDMA,” *Proceedings IEEE Int. Conference on Communications*, pp. 2416–2420, Maio 2003.
- [57] Z. Xu, P. Liu, and X. Wang, “Blind multiuser detection: From MOE to subspace methods,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 52, no. 2, pp. 510–524, Fevereiro 2004.
- [58] X. G. Doukopoulos and G. V. Moustakides, “Adaptive power techniques for blind channel estimation in CDMA systems,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 53, no. 3, pp. 1110–1120, Março 2005.
- [59] T. S. Rappaport, *Wireless Communications: Principles and Practice*. Prentice Hall PTR, 1996.
- [60] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*. Prentice Hall, 2001.
- [61] P. S. R. Diniz, *Adaptive Filtering: Algorithms and Practical Implementation*. Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [62] A. H. Sayed, *Fundamentals of Adaptive Filtering*. Wiley, 2003.
- [63] B. Farhang-Boroujeny, *Adaptive Filters: Theory and Applications*. Wiley, 1998.
- [64] Z. Xu and M. K. Tsatsanis, “Blind adaptive algorithms for minimum variance CDMA receivers,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 49, no. 1, pp. 180–194, Janeiro 2001.
- [65] R. C. de Lamare and R. Sampaio-Neto, “Low complexity variable step size mechanisms for stochastic gradient algorithms in minimum variance CDMA receivers,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 54, no. 6, pp. 2302–2317, Junho 2006.
- [66] R. C. de Lamare, “Estruturas e algoritmos para detecção multiusuário e supressão de interferência em sistemas DS-CDMA,” Tese de Doutorado,

- Centro de Estudos em Telecomunicações (CETUC), PUC-Rio, Dezembro 2004.
- [67] S.-J. Chern and C.-H. Sun, “Constrained adaptive constant modulus RLS algorithm for blind DS-CDMA multiuser receiver under time-varying channels,” *IEICE Transactions on Fundamentals*, vol. E90-A, no. 7, pp. 1452–1461, Julho 2007.
- [68] K. Ozeki and T. Umeda, “An adaptive filtering algorithm using an orthogonal projection to an affine subspace and its properties,” *Electron. Commun. Jpn.*, vol. 67-A, no. 5, pp. 19–27, 1984.
- [69] M. L. R. Campos, J. A. Apolinario, Jr., and P. S. R. Diniz, “On normalized data-reusing and affine-projections algorithms,” *Proceedings of ICECS '99 IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems*, vol. 2, pp. 843–846, Setembro 1999.
- [70] R. A. Soni, K. A. Gavillan, and W. K. Jenkins, “Low-complexity data reusing methods in adaptive filtering,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 52, no. 2, pp. 394–405, Fevereiro 2004.
- [71] S. Werner, J. A. Apolinário, Jr., M. L. R. de Campos, and P. S. R. Diniz, “Low-complexity constrained affine-projection algorithms,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, no. 12, pp. 4545–4555, December 2005.
- [72] J. Li and X.-D. Zhang, “Blind adaptive multiuser detection based on affine projection algorithm,” *IEEE Sig. Proc. Letters*, vol. 12, no. 10, pp. 673–676, Outubro 2005.
- [73] M. Rupp and A. H. Sayed, “A time-domain feedback analysis of adaptive algorithms via small gain theorem,” *Proc. SPIE*, vol. 2563, pp. 458–469, Julho 1995.
- [74] —, “A time-domain feedback analysis of filtered-error adaptive gradient algorithms,” *IEEE Trans. on Signal Processing*, vol. 44, no. 6, pp. 1428–1439, Junho 1996.
- [75] N. R. Youssef and A. H. Sayed, “A unified approach to the steady-state and tracking analyses of adaptive filters,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 49, no. 2, pp. 314–324, Fevereiro 2001.
- [76] H. C. Shin and A. H. Sayed, “Mean-square performance of a family of affine projection algorithms,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 52, no. 1, pp. 90–102, Janeiro 2004.

- [77] J. Mai and A. H. Sayed, “A feedback approach to the steady state performance of fractionally spaced blind adaptive equalizers,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 48, no. 1, pp. 80–91, Janeiro 2000.
- [78] S. G. Sankaran and A. A. Beex, “Convergence behavior of affine projection algorithms,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 48, no. 4, pp. 1086–1096, Abril 2000.
- [79] J. A. Apolinário, Jr., M. L. R. de Campos, and P. S. R. Diniz, “Convergence analysis of the binormalized data-reusing LMS algorithm,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 48, no. 11, pp. 3235–3242, Novembro 2000.
- [80] N. J. Bershad and S. Roy, “Performance of the 2-2 constant modulus (CM) adaptive algorithm for Rayleigh fading sinusoids,” *Proceedings IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pp. 1675–1678, Abril 1990.
- [81] H. H. Zeng and L. Tong, “The MSE performance of constant modulus receivers,” *Proceedings IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pp. 3577–3580, Abril 1997.
- [82] I. Fijalkow, C. E. Manlove, and C. R. Johnson, Jr., “Adaptive fractionally spaced blind CMA equalization: excess MSE,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 46, no. 1, pp. 227–231, Janeiro 1998.
- [83] K. Hilal and P. Duhamel, “A convergence study of the constant modulus algorithm leading to a normalized-CMA and block-normalized-CMA,” *3th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 1993)*, pp. 135–138, Agosto 1992.
- [84] C. B. Papadias and D. T. M. Slock, “On the convergence of normalized constant modulus algorithm for blind equalization,” *Proceedings Int. Conf. Digital Signal Processing*, pp. 245–250, Julho 1993.
- [85] J. B. Whitehead and F. Takawira, “Performance analysis of the linearly constrained constant modulus algorithm-based multiuser detector,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, no. 2, pp. 643–653, Fevereiro 2005.
- [86] Y. Cai and R. C. de Lamare, “Low complexity variable step size mechanism for code-constrained constant modulus stochastic gradient algorithms applied to CDMA interference suppression,” *Proceedings 41st. Asilomar Annual Conference on Signal, Control and Communications*, pp. 1055–1059, Novembro 2007.

- [87] H. H. Zeng, L. Tong, and C. R. Johnson, Jr., "Relationships between the constant modulus and wiener receivers," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, no. 4, pp. 1523–1538, Julho 1998.
- [88] H. H. Zeng, L. Tong, and C. R. Johnson, Jr., "An analysis of constant modulus receivers," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 47, no. 11, pp. 2990–2999, Novembro 1999.
- [89] M. Abdulrahman, A. U. Sheikh, and D. D. Falconer, "Decision feedback equalization for CDMA in indoor wireless communications," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 12, no. 4, pp. 698–706, Maio 1994.
- [90] Y. Cho and J. H. Lee, "Analysis of an adaptive SIC for near far resistant DS-CDMA," *IEEE Trans. on Commun.*, vol. 46, no. 11, pp. 1429–1432, Novembro 1998.
- [91] K. C. Lai and J. J. Shynk, "Steady-state analysis of the adaptive successive interference canceler for DS/CDMA signals," *IEEE Trans. on Sig. Proc.*, vol. 49, no. 10, pp. 2345 – 2362, Outubro 2001.
- [92] M. Latva-aho and J. Lilleberg, "Parallel interference cancellation in multiuser CDMA channel estimation," *Wireless Personal Communications*, vol. 7, no. 8, pp. 171–195, Agosto 1998.
- [93] M. Juntti and M. Latva-aho, "Multiuser receivers for CDMA systems in Rayleigh fading channels," *IEEE Trans. Veh. Tech.*, vol. 49, no. 3, pp. 885–899, Maio 2000.
- [94] D. Divsalar, M. K. Simon, and D. Raphaeli, "Improved parallel interference cancellation for CDMA," *IEEE Transactions on Communications*, vol. 46, no. 2, pp. 258–268, Fevereiro 1998.
- [95] G. Xie, J. Weng, T. Le-Ngoc, and S. Tahar, "Adaptive multistage parallel interference cancellation for CDMA," *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, vol. 17, no. 10, pp. 1815–1827, Outubro 1999.
- [96] W. A. Hamouda and P. J. McLane, "A fast adaptive algorithm for MMSE receivers in DS-CDMA systems," *IEEE Sig. Proc. Letters*, vol. 11, no. 4, pp. 86–89, Fevereiro 2004.
- [97] M. Li and W. Hamouda, "Blind adaptive multiuser detection using linear parallel interference cancellation for CDMA systems," *Proc. IEEE Veh. Tech. Conf, Spring*, vol. 3, pp. 1683–1687, Maio 2004.

- [98] —, “Adaptive multistage detection for DS-CDMA systems in multipath fading channels,” *Proc. IEEE Veh. Tech. Conf, Spring*, vol. 1, pp. 300 – 304, Maio 2005.
- [99] G. Barriac and U. Madhow, “PASIC: A new paradigm for low-complexity multiuser detection,” *Proc. Conference on Information Sciences and Systems*, Março 2001.
- [100] M. Martinez-Ramon, J. Arenas-Garcia, A. Navia-Vazquez, A. R. Figueiras-Vidal, and A. H. Sayed, “An adaptive combination of adaptive filters for plant identification,” *Signal Processing*, vol. 86, pp. 2430–2438, Setembro 2006.
- [101] J. Arenas-Garcia, A. R. Figueiras-Vidal, and A. H. Sayed, “Mean-square performance of a convex combination of two adaptive filters,” *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 54, no. 3, pp. 1078–1090, Março 2006.
- [102] J. Arenas-Garcia and A. R. Figueiras-Vidal, “Improved blind equalization via adaptive combination of constant modulus algorithms,” *Proc. ICASSP*, vol. III, pp. 756–759, Maio 2006.
- [103] M. T. M. Silva and V. H. Nascimento, “Convex combination of blind adaptive equalizers with different tracking capabilities,” *Proc. ICASSP*, vol. III, pp. 457–460, Abril 2007.

A

Método iterativo para obtenção do maior e do menor autovalor de uma matriz hermitiana

Sejam $\mathbf{B}$ uma matriz hermitiana simétrica definida não negativa e $\mathbf{e}_{\max}$ e $\mathbf{e}_{\min}$ os autovetores associados ao maior ($\lambda_{\max}$) e ao menor ($\lambda_{\min}$) autovalores de $\mathbf{B}$, respectivamente.

Teorema A.1

Se $\lambda_{\max}$ é não-repetido (multiplicidade 1),

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{B}\mathbf{x}_{k-1}; \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

e $\mathbf{x}_0$ é não perpendicular a $\mathbf{e}_{\max}$, então

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\mathbf{x}_k}{\|\mathbf{x}_k\|^2} = \mathbf{e}_{\max}$$

Prova. Sejam $\lambda_{\max} = \lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_{N-1} > \lambda_N = \lambda_{\min}$ os autovalores da matriz definida não-negativa $\mathbf{B}$ e sejam $\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \dots, \mathbf{q}_N$ os autovetores associados (como $\mathbf{B}$ é hermitiana simétrica estes autovetores são linearmente independentes e formam uma base para o $\mathbb{R}^N$).

Sendo $\mathbf{x}_0$ um valor inicial para $\mathbf{x}_k$ temos

$$\mathbf{x}_0 = c_1 \mathbf{q}_1 + c_2 \mathbf{q}_2 + \dots + c_N \mathbf{q}_N$$

com $c_1 \neq 0$ se $\mathbf{x}_0$ é não perpendicular a $\mathbf{q}_1$ e usando (1), temos

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= \mathbf{B}^k \mathbf{x}_0 = c_1 \lambda_1^k \mathbf{q}_1 + c_2 \lambda_2^k \mathbf{q}_2 + \dots + c_N \lambda_N^k \mathbf{q}_N \\ &= c_1 \lambda_1^k \left(\mathbf{q}_1 + \frac{c_2}{c_1} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^k \mathbf{q}_2 + \frac{c_3}{c_1} \left(\frac{\lambda_3}{\lambda_1} \right)^k \mathbf{q}_3 + \dots + \frac{c_N}{c_1} \left(\frac{\lambda_N}{\lambda_1} \right)^k \mathbf{q}_N \right) \end{aligned}$$

$$\text{assim } \frac{\mathbf{x}_k}{\|\mathbf{x}_k\|} = \frac{\mathbf{q}_1 + \frac{c_2}{c_1} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^k \mathbf{q}_2 + \frac{c_3}{c_1} \left(\frac{\lambda_3}{\lambda_1} \right)^k \mathbf{q}_3 + \dots + \frac{c_N}{c_1} \left(\frac{\lambda_N}{\lambda_1} \right)^k \mathbf{q}_N}{\left\| \mathbf{q}_1 + \frac{c_2}{c_1} \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \right)^k \mathbf{q}_2 + \frac{c_3}{c_1} \left(\frac{\lambda_3}{\lambda_1} \right)^k \mathbf{q}_3 + \dots + \frac{c_N}{c_1} \left(\frac{\lambda_N}{\lambda_1} \right)^k \mathbf{q}_N \right\|}}$$

Como $0 \leq \frac{\lambda_i}{\lambda_1} < 1; 2 \leq i \leq N$, resulta $\lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{\lambda_i}{\lambda_1} \right)^k = 0$, portanto

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\mathbf{x}_k}{\|\mathbf{x}_k\|} = \frac{\mathbf{q}_1}{\|\mathbf{q}_1\|} = \mathbf{e}_{\max}$$

■

Teorema A.2 Se $\lambda_{\min}$ é não repetido,

$$\mathbf{y}_k = \left(\mathbf{I}_N - \frac{\mathbf{B}}{\text{tr}[\mathbf{B}]} \right) \mathbf{y}_{k-1}; \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

e $\mathbf{y}_0$ é não perpendicular a $\mathbf{e}_{\min}$, então

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\mathbf{y}_k}{\|\mathbf{y}_k\|^2} = \mathbf{e}_{\min}$$

Prova. Se

$$\mathbf{B}' = \left(\mathbf{I}_N - \frac{\mathbf{B}}{\text{tr}[\mathbf{B}]} \right)$$

então $\mathbf{B}'$ é hermitiana simétrica com autovalores $\lambda'_i = 1 - \frac{\lambda_i}{\text{tr}[\mathbf{B}]}$. Como

$$\text{tr}[\mathbf{B}] = \sum_{i=1}^N \lambda_i \geq \lambda_1 = \lambda_{\max}$$

resulta que

$$0 \leq \lambda'_1 \leq \lambda'_2 \leq \dots \leq \lambda'_{N-1} < \lambda'_N = \lambda'_{\max}$$

Assim pela proposição 1, tem-se que a recursão

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{B}' \mathbf{y}_{k-1}; \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

leva a

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\mathbf{y}_k}{\|\mathbf{y}_k\|} = \mathbf{e}'_N$$

onde $\mathbf{e}'_N$ é o autovetor associado a $\lambda'_N = \lambda'_{\max} = 1 - \frac{\lambda_{\min}}{\text{tr}[\mathbf{B}]}$, ou seja, $\mathbf{e}'_N$ satisfaz

$$\mathbf{B}' \mathbf{e}'_N = \lambda'_N \mathbf{e}'_N = \left(1 - \frac{\lambda_{\min}}{\text{tr}[\mathbf{B}]} \right) \mathbf{e}'_N$$

Logo:

$$\left(\mathbf{I}_N - \frac{\mathbf{B}}{\text{tr}[\mathbf{B}]} \right) \mathbf{e}'_N = \left(1 - \frac{\lambda_{\min}}{\text{tr}[\mathbf{B}]} \right) \mathbf{e}'_N$$

o que leva a:

$$\mathbf{B}\mathbf{e}'_N = \lambda_{\min}\mathbf{e}'_N$$

isto é, $\mathbf{e}'_N$ é o autovetor associado ao menor autovalor de $\mathbf{B}$ ($\mathbf{e}'_N = \mathbf{e}_{\min}$). ■

Verificando o método através de um exemplo:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 11.139 & -0.53100 + 4.3460i & -2.9920 + 6.4636i \\ -0.53100 - 4.3460i & 4.0328 & -1.6649 + 2.4734i \\ -2.9920 - 6.4636i & -1.6649 - 2.4734i & 14.064 \end{bmatrix}$$

Os autovalores de $\mathbf{B}$ são: $\lambda_1 = 20.4933$, $\lambda_2 = 8.7027$, $\lambda_3 = 0.0396$. Os valores iniciais são dados por:

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{y}_0 = [-0.9947 \ 0.0936 \ 0.0425]^T$$

k	$\mathbf{x}_k^H \mathbf{B} \mathbf{x}_k$	$\mathbf{y}_k^H \mathbf{B} \mathbf{y}_k$
1	18.8958	5.0503
2	20.1692	2.5155
3	20.4335	1.3705
4	20.4824	0.7438
5	20.4913	0.4020
6	20.4929	0.2226
7	20.4932	0.1311
8	20.4932	0.0851
9	20.4933	0.0622
10	20.4933	0.0508
11	20.4933	0.0452
12	20.4933	0.0424
13	20.4933	0.0410
14	20.4933	0.0403
15	20.4933	0.0400
16	20.4933	0.0398
17	20.4933	0.0397
18	20.4933	0.0397
19	20.4933	0.0397

Tabela A.1: Convergência dos autovalores máximo e mínimo.

B

Análise de convexidade da função custo CCM

Neste apêndice são examinadas as propriedades de convergência da técnica CCM. São utilizados os resultados obtidos em [53] a respeito da convexidade da função custo CCM.

Considere a expressão alternativa da função custo módulo constante (CM) $J_{CM} = (E[|z_k|^4] - 2E[|z_k|^2] + 1)$, supondo um cenário estacionário e que $b_k, k = 1, \dots, K$ sejam variáveis aleatórias complexas estatisticamente independentes e identicamente distribuídas com média zero e variância unitária. As variáveis aleatórias b_k também são supostas estatisticamente independentes de $\mathbf{n}$. Define-se também $\mathbf{x} = \sum_{k=1}^K A_k b_k \tilde{\mathbf{s}}_k$, $\mathbf{C}_k \mathbf{h}_k = \tilde{\mathbf{s}}_k$, $\mathbf{Q} = E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H]$, $\mathbf{P} = E[\boldsymbol{\eta}\boldsymbol{\eta}^H]$, $\mathbf{R} = \mathbf{Q} + \mathbf{P} + \sigma^2 \mathbf{I}_M$. Considere-se o usuário 1 como o de interesse, $\mathbf{w}_1 = \mathbf{w}$ e define-se $u_k = A_k^* \tilde{\mathbf{s}}_k^H \mathbf{w}$, $\mathbf{u} = \mathbf{A}^H \tilde{\mathbf{S}}^H \mathbf{w} = [u_1 \dots u_K]^T$, onde $\tilde{\mathbf{S}} = [\tilde{\mathbf{s}}_1 \dots \tilde{\mathbf{s}}_K]$, $\mathbf{A} = \text{diag}(A_1 \dots A_K)$ e $\mathbf{b} = [b_1 \dots b_K]^T$. Aplicando a restrição $\mathbf{C}_1^H \mathbf{w} = \nu \hat{\mathbf{h}}_k$ tem-se que para o usuário desejado a condição $u_1 = (A_1^* \tilde{\mathbf{s}}_1^H) \mathbf{w} = A_1^* \mathbf{h}_k \mathbf{C}_1^H \mathbf{w} = \nu A_1^* \mathbf{h}_k^H \hat{\mathbf{h}}_k$. Na ausência de ruído e desprezando-se a interferência entre símbolos, a função custo (do usuário desejado) pode ser expressa como

$$J_{CM}(\mathbf{w}) = E[(\mathbf{u}^H \mathbf{b} \mathbf{b}^H \mathbf{u})^2] - 2E[(\mathbf{u}^H \mathbf{b} \mathbf{b}^H \mathbf{u})] + 1 \quad (\text{B-1})$$

$$= 8 \left(\sum_{k=1}^K u_k u_k^* \right)^2 - 4 \sum_{k=1}^K (u_k u_k^*)^2 - 4 \sum_{k=1}^K u_k u_k^* + 1 \quad (\text{B-2})$$

$$= 8 \left(D + \sum_{k=2}^K u_k u_k^* \right)^2 - 4D^2 - 4 \sum_{k=2}^K (u_k u_k^*)^2 - 4D - 4 \sum_{k=2}^K (u_k u_k^*) \quad (\text{B-3})$$

onde $D = u_1 u_1^* = \nu^2 |A_1|^2 |\hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{h}_k|^2$. Para examinar as propriedades de convergência do problema de otimização, prossegue-se de forma similar a [50]. Sujeito às restrições $\mathbf{C}_1^H \mathbf{w} = \nu \hat{\mathbf{h}}_k$, tem-se:

$$J_{CM}(\mathbf{w}) = \tilde{J}_{CM}(\bar{\mathbf{u}}) = 8(D + \bar{\mathbf{u}}^H \bar{\mathbf{u}})^2 - 4D^2 - 4 \sum_{k=2}^K (u_k u_k^*)^2 - 4D - 4(\bar{\mathbf{u}}^H \bar{\mathbf{u}}) + 1 \quad (\text{B-4})$$

onde $\bar{\mathbf{u}} = [u_2, \dots, u_K]^T = \mathbf{B}\mathbf{w}$, $\mathbf{B} = \mathbf{A}'^H \tilde{\mathbf{S}}'^H$, $\tilde{\mathbf{S}}' = [\tilde{\mathbf{s}}_2 \dots \tilde{\mathbf{s}}_K]$ e $\mathbf{A}' = \text{diag}(A_2 \dots A_K)$. Para avaliar a convexidade de $\tilde{J}_{CM}(\cdot)$, calcula-se a sua matriz

Hessiana ($\mathbf{H}$) usando a regra $\mathbf{H} = \frac{\partial}{\partial \bar{\mathbf{u}}^H} \frac{\partial(\tilde{J}_{CM}(\bar{\mathbf{u}}))}{\partial \bar{\mathbf{u}}}$ que produz:

$$\mathbf{H} = \left[16(D - 1/4)\mathbf{I} + 16\bar{\mathbf{u}}^H \bar{\mathbf{u}} \mathbf{I} + 16\bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}}^H - 16 \text{diag}(|u_2|^2 \dots |u_K|^2) \right] \quad (\text{B-5})$$

Especificamente, $\mathbf{H}$ é positiva definida se $\mathbf{a}^H \mathbf{H} \mathbf{a} > 0$ para todo $\mathbf{a} \in \mathbb{C}^{K-1 \times K-1}$ diferente de zero [60]. O segundo, terceiro e quarto termos de (B-5) resultam na matriz positiva definida $16(\bar{\mathbf{u}} \bar{\mathbf{u}}^H + \text{diag}(\sum_{k=3}^K |u_k|^2 \sum_{k=2, k \neq 3}^K |u_k|^2 \dots \sum_{k=3, k \neq K}^K |u_k|^2))$, onde o primeiro termo fornece a condição $\nu^2 |A_1|^2 |\hat{\mathbf{h}}_1^H \mathbf{h}_1|^2 \geq 1/4$ que assegura a convexidade de $\tilde{J}_{CM}(\cdot)$ para o caso sem ruído. Como $\bar{\mathbf{u}} = \mathbf{B}\mathbf{w}$ é uma função linear de $\mathbf{w}$ e $\tilde{J}_{CM}(\bar{\mathbf{u}})$ é uma função convexa de $\bar{\mathbf{u}}$, isto implica que $J_{CM}(\mathbf{w}) = \tilde{J}_{CM}(\mathbf{B}\mathbf{w})$ é uma função convexa de $\mathbf{w}$. Como os pontos críticos da função custo podem ser considerados para pequenos valores de σ^2 uma pequena perturbação do caso sem ruído [50], a função custo também é convexa para valores pequenos de σ^2 quando a condição $\nu^2 |A_1|^2 |\hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{h}_k|^2 \geq 1/4$ é satisfeita. É interessante notar que, supondo-se estimativas ideais de canal ($|\hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{h}_k| = 1$) e $\nu = 1$, o resultado se reduz $|A_1|^2 \geq 1/4$, que é o mesmo encontrado em [51]. Para valores maiores de σ^2 , o termo ν pode ser ajustado de forma a tornar a função J_{CM} convexa como mostrado em [50].

Os dois exemplos ilustram os resultados teóricos. Supõe-se um sistema com apenas dois usuários. Deste modo, $\bar{\mathbf{u}} = u_2 = \Re\{u_2\} + j\Im\{u_2\}$. As superfícies função custo $\tilde{J}_{CM}(u_2) = \tilde{J}_{CM}(\Re\{u_2\}, \Im\{u_2\})$ são traçadas nas Figuras B.1 e B.2, para o caso em que a condição de convexidade é cumprida e não é cumprida, respectivamente.

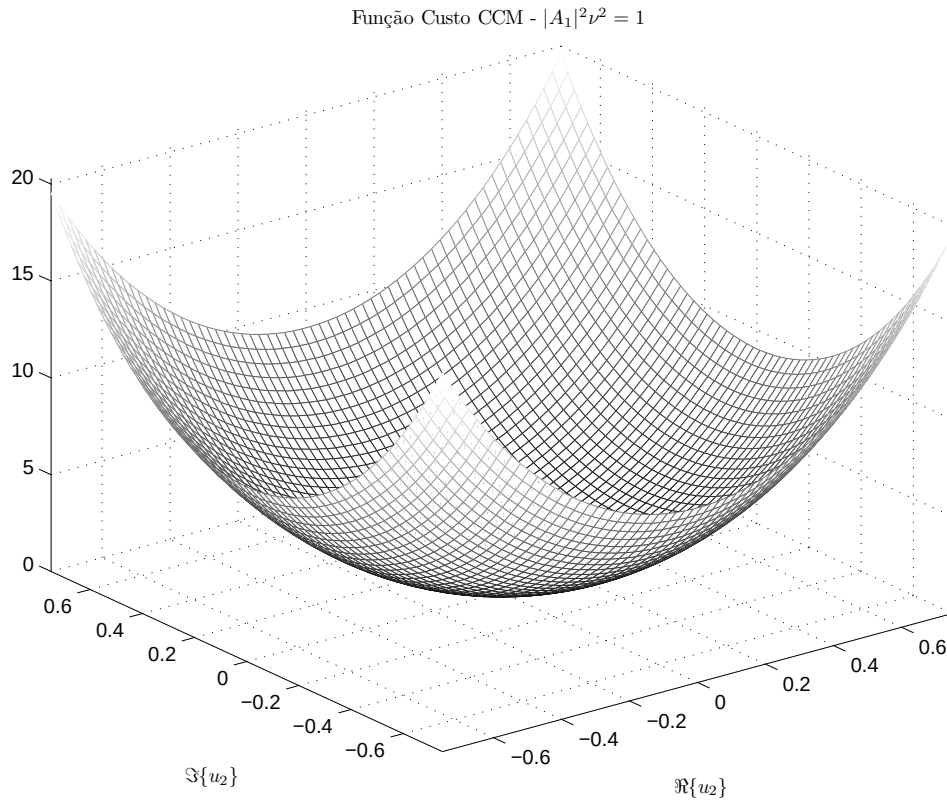


Figura B.1: Função custo CCM para $|A_1|^2 \nu^2 = 1$.

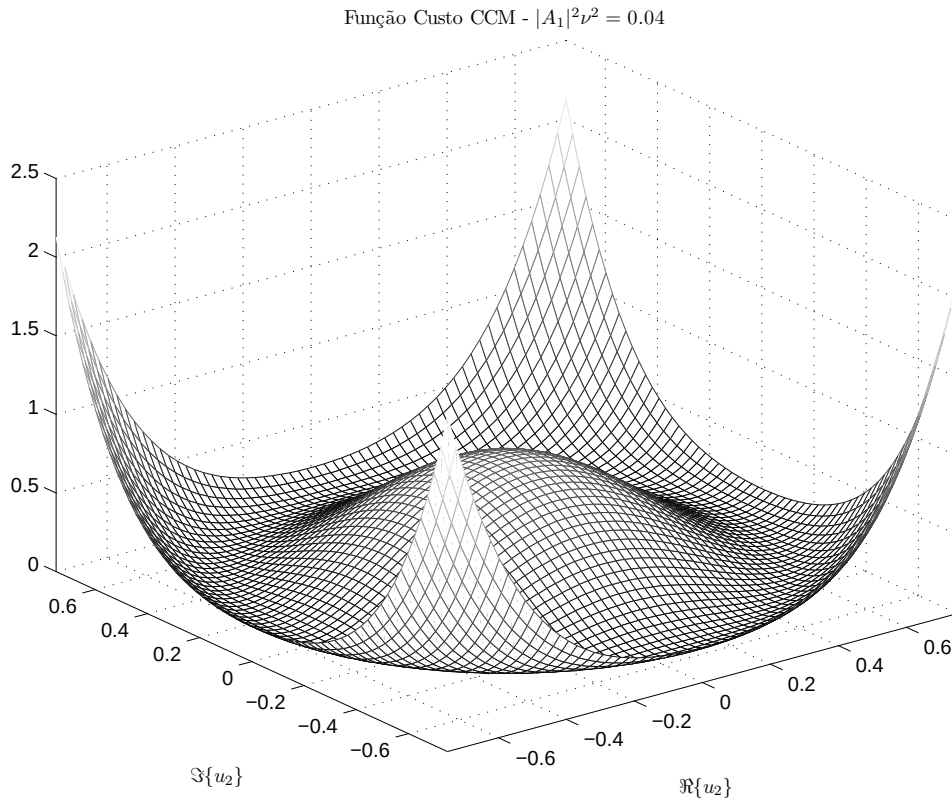


Figura B.2: Função custo CCM para $|A_1|^2 \nu^2 = 0.04$.

C

Uso de $\mathbf{R}_k$ na estimação de canal

A partir da análise do Apêndice B, tem-se que para o caso ideal e assintótico que $u_k = (A_1^* \mathbf{s}_k^H) \mathbf{w} = \nu A_1^* \mathbf{g}^H \hat{\mathbf{g}} \approx 0$, para $k = 2, \dots, K$. Então, $\mathbf{w}^H \mathbf{r} \approx A_1 b_1 \mathbf{w}^H \mathbf{s}_1 + \mathbf{w}^H \mathbf{n}$ e $|\mathbf{w}^H \mathbf{r}|^2 \approx |A_1|^2 \nu^2 |\mathbf{g}^H \hat{\mathbf{g}}|^2 + A_1 b_1 \mathbf{w}^H \mathbf{s}_1 \mathbf{n}^H \mathbf{w} + \mathbf{w}^H \mathbf{n} A_1^* b_1^* \mathbf{s}_1^H \mathbf{w} + \sigma^2 \mathbf{w}^H \mathbf{w}$. Portanto:

$$\mathbf{R}_k = \mathbb{E} [|\mathbf{w}_k^H \mathbf{r}|^2 \mathbf{r} \mathbf{r}^H] \approx |A_k|^2 \nu^2 |\mathbf{g}^H \hat{\mathbf{g}}|^2 \mathbf{R} + \mathbb{E} [|\mathbf{w}_k^H \mathbf{n}|^2 \mathbf{r} \mathbf{r}^H] \quad (\text{C-1})$$

$$\begin{aligned} \approx & |A_k|^2 \nu^2 |\mathbf{g}^H \hat{\mathbf{g}}|^2 \mathbf{R} + \sigma^2 \mathbf{w}_k^H \mathbf{w}_k \sum_{k=1}^K |A_k|^2 \mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^H + \\ & + \mathbb{E} [|\mathbf{w}_k^H \mathbf{n}|^2 \mathbf{n} \mathbf{n}^H] \end{aligned} \quad (\text{C-2})$$

$$\begin{aligned} \approx & (|A_k|^2 \nu^2 |\mathbf{g}^H \hat{\mathbf{g}}|^2 + \sigma^2 \mathbf{w}_k^H \mathbf{w}_k) \mathbf{R} + \mathbb{E} [|\mathbf{w}_k^H \mathbf{n}|^2 \mathbf{n} \mathbf{n}^H] - \\ & - \sigma^4 \mathbf{w}_k^H \mathbf{w}_k \mathbf{I}_M \end{aligned} \quad (\text{C-3})$$

$$\approx \alpha \mathbf{R} + \tilde{\mathbf{N}} \quad (\text{C-4})$$

where $\mathbf{R} = \sum_{k=1}^K |A_1|^2 \mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^H + \sigma^2 \mathbf{I}_M$. Pode-se ver que $\mathbf{R}_k$ pode ser aproximado por $\mathbf{R}$ multiplicado por um fator escalar α mais um termo ruidoso $\tilde{\mathbf{N}}$, que, para E_b/N_0 grande suficiente, tem contribuição desprezível. Portanto, conclui-se que a estimação de canal pode ser efetuada utilizando-se $\mathbf{R}_k$ no lugar de $\mathbf{R}$, uma vez que as propriedades de $\mathbf{R}$ estudadas em [58] são mantidas para $\mathbf{R}_k$.

D

Obtenção dos passos normalizados

Neste apêndice são apresentadas as normalizações dos passos dos algoritmos SG e AP para os receptores lineares baseados na função custo CMV e CCM. Em todas as derivações o índice temporal é suprimido a título de simplificação.

D.1

CMV-SG

Para obter um passo normalizado no algoritmo SG de mínima variância para canais planos, soma-se $\mathbf{p}_k$ a ambos os lados de (4-2) e escreve-se a função custo de mínima variância $J_{MV} = |\mathbf{w}_k^H \mathbf{r}|^2$ como:

$$J_{MV} = |(\mathbf{w}_k - \mu_w(\mathbf{w}_k \mathbf{r}) \mathbf{v}_k)^H \mathbf{r}|^2 \quad (\text{D-1})$$

onde $\mathbf{v}_k = (\mathbf{I}_N - \mathbf{p}_k \mathbf{p}_k^H)$. Calculando-se os termos do gradiente de J_{MV} com relação a μ_w e igualando-se os termos a zero, tem-se:

$$\nabla J_{\mu_w} = 2|\mathbf{w}_k^H \mathbf{r} - \mu_w((\mathbf{w}_k^H \mathbf{r}) \mathbf{v}_k)^H \mathbf{r}| \times ((-\mathbf{w}_k^H \mathbf{r}) \mathbf{v}_k)^H \mathbf{r} = 0 \quad (\text{D-2})$$

e a solução é dada por:

$$\mu_w = \frac{1}{\mathbf{r}^H \mathbf{v}_k} = \frac{1}{\mathbf{r}^H (\mathbf{I}_N - \mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^H) \mathbf{r}} \quad (\text{D-3})$$

Um fator de convergência μ_0 deve ser introduzido de modo que o algoritmo opere com passos adequados, que geralmente são pequenos no caso de técnicas não-supervisionadas para garantir bom desempenho em ambientes dinâmicos.

Logo:

$$\mu_w = \frac{1}{\mathbf{r}^H \mathbf{v}_k} = \frac{\mu_0}{\mathbf{r}^H (\mathbf{I}_N - \mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^H) \mathbf{r}} \quad (\text{D-4})$$

Para obter um passo normalizado no algoritmo SG de mínima variância para canais com multipercurso, como o descrito por (4-5), escreve-se a função custo de mínima variância $J_{MV} = |\mathbf{w}_k^H \mathbf{r}|^2$ da seguinte forma:

$$J_{MV} = |(\mathbf{\Pi}_k(\mathbf{w}_k - \mu_w \mathbf{r} \mathbf{r}^H \mathbf{w}_k) + \mathbf{C}_k(\mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k)^{-1} \mathbf{g})^H \mathbf{r}|^2 \quad (\text{D-5})$$

Calculando-se os termos do gradiente de J_{MV} com a respeito a μ_w e igualando

a zero, tem-se:

$$\begin{aligned} \nabla_{\mu_w} J_{MV} &= 2|(\mathbf{\Pi}_k \mathbf{w}_k)^H \mathbf{r} - \mu_w (\mathbf{\Pi}_k \mathbf{r} \mathbf{r}^H \mathbf{w}_k)^H \mathbf{r} + (\mathbf{C}_k (\mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k)^{-1} \mathbf{g})^H \mathbf{r}| \times \\ &\times (-\mathbf{\Pi}_k \mathbf{r} \mathbf{r}^H \mathbf{w}_k)^H \mathbf{r} = 0 \end{aligned} \quad (\text{D-6})$$

Substituindo-se $\mathbf{\Pi}_k = \mathbf{I}_M - \mathbf{C}_k (\mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k)^{-1} \mathbf{C}_k^H$ e usando a restrição $\mathbf{C}_k^H \mathbf{w}_k = \mathbf{g}$, chega-se a seguinte solução:

$$\mu_w = \frac{1}{\mathbf{r}^H \mathbf{\Pi}_k \mathbf{r}} \quad (\text{D-7})$$

Introduz-se um fator de convergência μ_0 de modo a garantir a estabilidade do algoritmo e um bom desempenho em ambientes não estacionários. Portanto o passo normalizado é dado por:

$$\mu_w = \frac{\mu_0}{\mathbf{r}^H \mathbf{\Pi}_k \mathbf{r}} \quad (\text{D-8})$$

D.2 CCM-SG

Para obter um passo normalizado para o algoritmo descrito por (4-24), reescreve-se a função custo $J_{CM} = (|\mathbf{w}_k^H \mathbf{r}|^2 - 1)^2$ como função de (4-24):

$$J_{CM} = (|\mathbf{\Pi}_k (\mathbf{w}_k - \mu_w \mathbf{r}_k e_k z_k^*)^H \mathbf{r} + (\mathbf{C}_k (\mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k)^{-1} \mathbf{h}_k)^H \mathbf{r}|^2 - 1)^2 \quad (\text{D-9})$$

Substituindo $\mathbf{\Pi}_k = \mathbf{I}_M - (\mathbf{C}_k (\mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k)^{-1} \mathbf{C}_k^H)$ no primeiro termo de (D-9) e usando $\mathbf{C}_k^H \mathbf{w}_k = \mathbf{h}_k$ pode-se simplificar (D-9) obtendo-se:

$$J_{CM} = (|z_k - \mu_w e_k z_k \mathbf{r}^H \mathbf{\Pi}_k \mathbf{r}|^2 - 1)^2 \quad (\text{D-10})$$

Tirando o gradiente de J_{CM} com respeito a μ_w e igualando a zero, obtém-se:

$$\nabla J_{\mu_w} = 2(|z_k - \mu_w e_k z_k \mathbf{r}^H \mathbf{\Pi}_k \mathbf{r}|^2 - 1) \frac{d}{d\mu_w} |z_k - \mu_w e_k z_k \mathbf{r}^H \mathbf{\Pi}_k \mathbf{r}|^2 = 0 \quad (\text{D-11})$$

Pode-se ver, claramente, a partir da expressão acima que a minimização de J_{CM} leva a uma das quatro soluções elencadas abaixo:

$$\mu_w^{n.1} = \mu_w^{n.2} = \frac{1}{e_k \mathbf{r}^H \mathbf{\Pi}_k \mathbf{r}}, \quad \mu_w^{n.3} = \frac{(|z_k| - 1)}{|z_k| e_k \mathbf{r}^H \mathbf{\Pi}_k \mathbf{r}}, \quad \mu_w^{n.4} = \frac{(|z_k| + 1)}{|z_k| e_k \mathbf{r}^H \mathbf{\Pi}_k \mathbf{r}} \quad (\text{D-12})$$

Calculando a derivada segunda de (D-9) verifica-se que ela é sempre positiva para a terceira e a quarta solução, indicando assim que estas soluções correspondem a um ponto de mínimo. Escolhendo-se, arbitrariamente, $\mu_w = \frac{(|z_k| + 1)}{|z_k| e_k \mathbf{r}^H \mathbf{\Pi}_k \mathbf{r}}$, introduz-se um fator de convergência μ_0 de modo que os algoritmos operem com passos pequenos típicos das técnicas autodidatas para garantir bom desempenho. Portanto o passo normalizado é dado por:

$$\mu_w = \mu_0 \frac{(|z_k| + 1)}{|z_k| e_k \mathbf{r}^H \mathbf{\Pi}_k \mathbf{r}}. \quad (\text{D-13})$$

D.3 CMV-AP

Para obter um passo normalizado no algoritmo AP de mínima variância, reescreve-se a função custo $J_{\text{MV}}[\mathbf{w}_k] = \mathbf{w}_k \mathbf{U} \mathbf{U}^H \mathbf{w}_k$ usando-se como valor de $\mathbf{w}_k$ a equação (4-16). Calculando-se o gradiente de J_{MV} com relação a $\boldsymbol{\mu}$ e igualando-se a zero, obtém-se:

$$(\mathbf{I}_P - \mathbf{U} \mathbf{\Pi}_k \mathbf{U} \boldsymbol{\mu}) \mathbf{U}^H \mathbf{w} = \mathbf{0}_P \quad (\text{D-14})$$

portanto:

$$\boldsymbol{\mu} = (\mathbf{U} \mathbf{\Pi}_k \mathbf{U})^{-1} \quad (\text{D-15})$$

Da mesma forma que nos algoritmos anteriores, introduz-se um fator de convergência μ_0 de modo que os algoritmos operem com passos pequenos típicos das técnicas autodidatas para garantir bom desempenho. Portanto o passo normalizado é dado por:

$$\boldsymbol{\mu} = \mu_0 (\mathbf{U} \mathbf{\Pi}_k \mathbf{U})^{-1} \quad (\text{D-16})$$

Uma outra abordagem para obter um passo normalizado seria análoga ao algoritmo BNDR-LMS. Utilizando P amostras passadas:

$$\mathbf{w}(i+1) = \mathbf{w}(i) - \mu_1 \mathbf{\Pi}_k \mathbf{r}(i) e(i) - \dots - \mu_P \mathbf{\Pi}_k \mathbf{r}(i-P+1) e(i-P+1) \quad (\text{D-17})$$

Novamente encontra-se o valor da função custo a posteriori, derivar em relação a $\mu_1, \dots, \mu_P$ e resolve-se o sistema resultante.

$$J_{\text{MV}} = \|\mathbf{U}^H \mathbf{w}_k\|^2 = \|\mathbf{e}(i) - \mathbf{U}^H(i) \mathbf{\Pi} \mathbf{U}(i) \mathbf{E}(i) \boldsymbol{\mu}\|^2 = \|\mathbf{e}(i) - \mathbf{B}(i) \boldsymbol{\mu}\|^2 \quad (\text{D-18})$$

onde $\mathbf{E}(i) = \text{diag}[\mathbf{e}(i)]$ e $\boldsymbol{\mu}$ é um vetor $P \times 1$. A Solução para $\boldsymbol{\mu}$ é dada por:

$$\boldsymbol{\mu} = \mathbf{B}^{-1}(i) \mathbf{e}(i) = (\mathbf{U}^H(i) \mathbf{\Pi}_k \mathbf{U}(i) \mathbf{E}(i))^{-1} \mathbf{e}(i) \quad (\text{D-19})$$

O caso de $P = 2$ recai em (Constrained BNDR-LMS) e o caso $P = 1$ recai em (CMV-SG). Os resultados de simulação tanto para esta abordagem como para anterior foram praticamente iguais. Novamente, introduz-se um fator de convergência μ_0 de modo que os algoritmos operem com passos pequenos típicos das técnicas autodidatas para garantir bom desempenho. Portanto o passo normalizado é dado por:

$$\boldsymbol{\mu} = \mu_0 \mathbf{B}^{-1}(i) \mathbf{e}(i) = \mu_0 (\mathbf{U}^H(i) \mathbf{\Pi}_k \mathbf{U}(i) \mathbf{E}(i))^{-1} \mathbf{e}(i) \quad (\text{D-20})$$

Sumário das notações

$\Re\{\cdot\}$	seleciona a parte real de um número complexo
$\Im\{\cdot\}$	seleciona a parte imaginária de um número complexo
$\ \cdot\ $	norma-2 de um vetor
$E[\cdot]$	valor esperado
$\mathbf{I}_k$	matriz identidade $k \times k$
$\mathbf{0}_{m \times n}$	matriz nula $m \times n$
$\mathbf{0}_m$	matriz nula $m \times m$ ou vetor nulo $m \times 1$
$\text{tr}[\cdot]$	traço de uma matriz
$\text{sgn}[\cdot]$	função signum
$\text{diag}(\mathbf{A})$	vetor cujas componentes são a diagonal da matriz $\mathbf{A}$
$\text{diag}(\mathbf{a})$	matriz diagonal cujas diagonal principal são as componentes do vetor $\mathbf{a}$
$\text{diag}(a_i)$	matriz diagonal cujas diagonal principal são as componentes do vetor $\mathbf{a}$ cujos elementos são dados por a_i
$\mathbf{J}_P^{i,j}$	matriz $P \times P$ cuja única entrada não nula é 1 e se localiza na posição (i, j)
$\mathbf{X}(\ell_1 : \ell_2, :)$	a matriz menor de $\mathbf{X}$ contendo as linhas de ℓ_1 a ℓ_2 e todas as colunas
$(\cdot)^*$	complexo conjugado
$(\cdot)^T$	transposto
$(\cdot)^H$	hermitiano (transposto conjugado)
$\mathbb{R}$	conjunto dos números reais
$\mathbb{C}$	conjunto dos números complexos