5
Teoria de Opções Reais

Para avaliação de projetos, inclusive os que envolvem estruturas de *project finance*, como as concessões rodoviárias, os métodos de avaliação mais utilizados são os tradicionais, com destaque para o VPL (Valor Presente Líquido) e para a TIR (Taxa Interna de Retorno).

Entretanto, em vários casos, podem ser identificadas situações de opcionalidade, seja de abandono de um projeto, seja de garantias e benefícios que o governo possa oferecer ao investidor privado em uma PPP, seja de término antecipado do contrato de concessão, entre outras.

Os projetos que envolvem estas características, se avaliados na forma tradicional, podem ter seus valores subestimados, ocasionando distorções nas decisões de investimento. Neste caso, deve-se adotar a análise a partir de ferramentas adequadas, como as de opções reais.

Neste capítulo, serão abordados princípios importantes da Teoria de Opções Reais que virão a fundamentar as análises dos valores dos projetos envolvendo estruturas de *project finance* e PPP. As aplicações existentes serão apresentadas Capítulo 6 e um projeto hipotético será avaliado no Capítulo 7.

5.1
Teoria Tradicional de Análise de Investimentos

Na Economia, investimento é definido como “o ato de se incorrer em um custo imediato na expectativa de retornos futuros” (Dixit e Pindyck, 1994).

As empresas fazem projeções de fluxos de caixa relevantes para tomar decisões sobre investimentos, que podem ser expressas sob forma de aceitação ou rejeição de um projeto. A Teoria Financeira Tradicional apresenta várias técnicas para realização de tais análises e tomadas de decisão.

Dentre todas as disponíveis, há duas que são as mais utilizadas e aceitas: o VPL (Valor Presente Líquido, ou *Net Present Value*) e a TIR (Taxa Interna de Retorno ou *Internal Rate of Return*)[31].

[31] A TIR é a taxa de desconto que iguala o VPL de um determinado projeto a zero.

O VPL é a ferramenta mais utilizada pelas empresas de forma geral. Seu cálculo envolve a subtração do valor investimento inicial (I) de um projeto do valor presente de seus fluxos de caixa em cada período (FC_t), descontados a taxa de custo de capital da empresa (k). Em tempo discreto, tem-se:

$$VPL = \sum_{t=1}^{T} \frac{FC_t}{(1+k)^t} - I \quad (5.1)$$

O VPL considera explicitamente o valor do dinheiro no tempo, descontando os fluxos de caixa a uma taxa chamada de custo de capital, referente ao retorno mínimo que se deseja de um projeto.

O critério para tomada de decisão de acordo com o VPL calculado se baseia em seu sinal. Se o VPL for maior do que zero, aceita-se o projeto. Isto porque, no caso de VPL positivo, a empresa, ao realizar o investimento, espera obter um resultado maior do que seu custo de capital. Se o VPL for menor do que zero, rejeita-se o projeto. Finalmente, entre dois projetos mutuamente excludentes, escolhe-se o de maior VPL.

Outra abordagem para o VPL é a de certeza equivalente[32]. Para estimar o valor de um projeto, podem-se descontar os fluxos de caixa futuros esperados a taxa do custo de capital ajustada ao risco ou ajustar ao risco os fluxos de caixa e descontá-los a taxa livre de risco (Copeland e Antikarov, 2003).

A abordagem tradicional do VPL utiliza a taxa de desconto ajustada ao risco como custo médio ponderado de capital[33]. O retorno esperado de um ativo pode ser estimado a partir do CAPM (*Capital Asset Pricing Model* – ou Modelo de

[32] Esta abordagem é importante para a compreensão do conceito de neutralidade ao risco nos métodos de avaliação de opções.

[33] Custo médio ponderado de capital (CMPC, ou WACC – *weighted average cost of capital*) pode ser estimado pela equação: $\mathrm{CMPC} = \mathrm{k_d}(1-\tau)\frac{\mathrm{D}}{\mathrm{D+E}} + \mathrm{k_E}\frac{\mathrm{E}}{\mathrm{D+E}}$, sendo uma média ponderada entre o custo de capital de terceiros (k_d) e o custo de capital próprio (k_E). O fator $(1-\tau)$, calculado com base na alíquota de imposto τ , corrige o custo de capital de terceiros considerando o benefício fiscal por conta do pagamento de juros, quando este ainda não estiver corrigido. A proporção para ponderação é feita a partir da estrutura de capital do projeto, onde D é a dívida e E o capital próprio (Gitman, 2001).

Precificação de Ativos de Capital), que descreve sua relação com o risco não-diversificável[34] do ativo (Gitman, 2001). A equação básica do CAPM é dada por:

$$k = r + \beta\left(E[\tilde{R}_m] - r\right) \quad (5.2)$$

onde r é a taxa livre de risco
β é o coeficiente dado pela covariância entre o retorno de mercado e o retorno do ativo dividido pela variância do retorno do mercado
$E[\tilde{R}_m]$ é o valor esperado do retorno de mercado (sobre uma carteira de ativos do mercado)

A taxa k é dita taxa ajustada ao risco, pois considera que o retorno exigido é composto por duas parcelas: a taxa livre de risco r mais um prêmio de risco dado por $\beta\left(E[\tilde{R}_m] - r\right)$, recompensando o risco não diversificável associado ao um ativo. Considerando um período na forma discreta, o valor presente de um projeto será dado por:

$$VP = \frac{E\left[\widetilde{FC}\right]}{1+k} = \frac{E\left[\widetilde{FC}\right]}{1 + r + \beta\left(E[\tilde{R}_m] - r\right)} \quad (5.3)$$

Ou seja, na abordagem tradicional do VPL, ajusta-se ao risco a taxa de desconto no denominador.

Na abordagem de certeza equivalente, ajusta-se o fluxo de caixa no numerador, subtraindo uma parcela referente ao risco, de forma que o valor obtido possa ser descontado à taxa livre de risco r. Como demonstrado em Copeland e Antikarov (2003)[35], pela abordagem da certeza equivalente, obtém-se:

$$VP = \frac{E\left[\widetilde{FC}\right] - \lambda_m COV\left[\widetilde{FC}, \tilde{R}_m\right]}{1+r} \quad (5.4)$$

---

[34] Risco não-diversificável ou sistemático é a porção relevante do risco de um ativo atribuível a fatores de mercado que afetam todas as empresas, não podendo ser eliminado através da diversificação (Gitman, 2001).
[35] Copeland e Antikarov (2003), Capítulo 3, p. 72

onde λ_m é o preço de mercado do risco dado por:

$$\lambda_m = \frac{E[\tilde{R}_m] - r}{VAR[\tilde{R}_m]} \quad (5.5)$$

A compreensão do VPL é fundamental para análise de opções reais pois em ambos os casos são considerados fluxos de caixa descontados a valor presente (Copeland e Antikarov, 2003). Entretanto, a abordagem através simplesmente do VPL sem avaliar a presença de possíveis opções desconsidera o valor das flexibilidades existentes em uma oportunidade de investimento. O valor das flexibilidades é ponto de partida da Teoria de Opções Reais.

5.1.1
Teoria Tradicional *versus* Teoria de Opções Reais

Segundo Dixit e Pindyck (1994), há três características básicas na maioria das decisões de investimento: irreversibilidade, incerteza e momento de realização.

Qualquer investimento é parcialmente ou totalmente irreversível, uma vez que parte do seu custo inicial pode ser considerada como custo afundado. A incerteza também está presente nos fluxos futuros de um determinado investimento e, conseqüentemente, no retorno que pode proporcionar. Finalmente, o momento de realização do investimento pode ser muitas vezes postergado de forma a se obter um pouco mais de informação sobre suas características.

Uma oportunidade de investimento em determinado projeto deve ser vista como uma opção – ou seja, tem-se o direito (e não a obrigação) de realizar tal investimento em algum momento futuro, de forma análoga a uma opção financeira. Além disso, o projeto normalmente contém outras flexibilidades que se caracterizam como opções e que devem ser avaliadas como tais.

A falha dos métodos tradicionais que se utilizam apenas do fluxo de caixa descontado reside principalmente na falta do reconhecimento da flexibilidade de gerenciamento e de adaptação que existe em condições diferentes de mercado (Trigeorgis, 1996). Desta forma, o valor destas flexibilidades não é capturado e o valor do projeto fica sendo subestimado.

Além disso, quando se consideram as opções presentes em um projeto, não há uma forma fácil de calcular a taxa de desconto ajustada ao risco apropriada (Hull, 2006). Outro problema reside na própria estimativa do coeficiente β para cálculo da taxa de desconto ajustada ao risco. A estimativa de β a partir de dados de mercado das empresas para ser utilizado como parâmetro de um projeto específico pode fornecer informações incorretas, pois não reflete o impacto da existência das opções do projeto em questão e carrega em si o impacto das opções das próprias empresas.

Estas são motivações para o estudo do princípio de avaliação neutra ao risco para situações envolvendo opções reais.

5.2
Opções Financeiras

A base para a Teoria de Opções Reais reside nas opções financeiras. Myers (1977) foi o primeiro a utilizar o termo “opções reais” pela analogia entre as oportunidades de investimento das firmas em ativos reais com opções de compra (Dias, 2005).

Conceitualmente, os termos e expressões utilizados são praticamente os mesmos, já que a Teoria das Opções nasceu no mercado financeiro e foi posteriormente adaptada para considerar oportunidades de investimento em projetos.

Uma opção de compra é um direito (e não uma obrigação) de comprar um determinado ativo por um certo preço em uma data futura ou até uma data futura, sendo conhecida no mercado como *call*. Analogamente, uma opção de venda é um direito de vender o ativo, sendo conhecida como *put*. Este ativo sobre o qual a opção é escrita é dito ativo subjacente.

A teoria moderna das opções financeiras tem seus fundamentos nos trabalhos de Black e Scholes (1973) e de Merton (1973), nos quais foi desenvolvido um modelo de equilíbrio para precificação de opções baseado na construção de uma carteira livre de risco, de forma que são utilizados conceitos de não-arbitragem no mercado para se encontrar o preço justo de uma opção escrita sobre uma ação. O resultado obtido independe de suposições acerca das preferências de risco de cada investidor, levando ao conceito de neutralidade ao risco, abordado mais adiante.

Os pressupostos do modelo de Black e Scholes (1973) para cálculo do valor de uma opção européia escrita sobre uma ação são[36]:

- Ação não paga dividendos ao longo da vida da opção
- Os mercados são eficientes
- Não há custos de transação
- Taxa de juros livre de risco conhecida e constante
- Os ativos são perfeitamente divisíveis
- Retornos instantâneos dos ativos apresentam distribuição normal (preços apresentam distribuição lognormal)

De forma geral, nos mercados de ações, o valor de uma opção F_t escrita sobre a ação S_t será função de:

$$F_t = u(S_t, r, X, T, \sigma, \delta)$$

onde: S_t: valor do ativo no tempo t
r: taxa livre de risco
X: preço de exercício da opção
T: vencimento da opção
σ: volatilidade dos retornos do ativo
δ: taxa de dividendos do ativo S

Por analogia, uma oportunidade de investimento em um projeto pode ser considerada uma opção real e ser comparada à opção financeira, dada a seguinte correspondência entre as variáveis:

[36] Na análise de Merton (1973), foi considerado o pagamento de dividendos

Opção Financeira	Opção Real
Preço da ação	Valor do projeto
Preço de exercício da opção	Valor do investimento no projeto
Taxa de dividendos da ação	Fluxo de caixa gerado pelo projeto
Taxa livre de risco	Taxa livre de risco
Volatilidade dos retornos da ação	Volatilidade do valor do projeto
Tempo de expiração da opção	Tempo de expiração da oportunidade de investimento

Tabela 5 - Comparação Opção Financeira *versus* Opção Real

Entretanto, na prática, a opções reais e as financeiras apresentam diferenças importantes, como destacadas por Mun (2006). As opções reais têm prazos de vencimento normalmente mais longos do que as opções financeiras, podendo ser até mesmo infinito, como no caso das opções perpétuas. O ativo subjacente no caso das opções financeiras é o preço da ação, enquanto que nas opções reais podem ser diversos tipos de variáveis – como fluxos de caixa, demanda por algum produto, preços de *commodities*, entre outros. As opções reais não são negociáveis por natureza e tem seus valores direcionados por decisões gerenciais, em contraponto com as opções financeiras.

De forma geral, as opções reais são mais complexas, pois podem apresentar fatores como preço de exercício incerto, interação entre elas, incertezas técnicas e interações estratégicas com outras empresas (http://www.puc-rio.br/marco.ind/ind2072.html). A parte mais difícil freqüentemente está na identificação da existência da opção.

5.3
Tipos de Opções Reais

Trigeorgis (1996) destaca diversos exemplos de opções reais, através das quais os gerentes de um projeto podem dispor de flexibilidades operacionais e estratégicas. Segundo o autor, muitas destas opções podem existir naturalmente e outras podem ser planejadas e incorporadas com um custo adicional. Dentre elas, podem ser destacadas as seguintes, com especial ênfase nas de maior interesse nos casos de *project finance* e PPP envolvendo concessões rodoviárias:

- Opção de adiar um investimento:

  Segundo Dixit e Pindyck (1994), nem sempre as empresas têm a oportunidade de postergar investimentos, como, por exemplo, em indústrias de grande competição. Entretanto, o adiamento em muitos casos é viável e pode ser benéfico, já que a opção de se investir tem valor.

  Uma empresa com uma oportunidade de investimento detém uma opção e, ao realizar o investimento precocemente, está exercendo esta opção, "abrindo mão" do seu valor.

  Pode até haver um custo de se postergar uma decisão de investimento, mas os benefícios obtidos pela espera por uma nova informação podem superar muito este custo.

  Esta opção é análoga a uma *call* americana, sendo especialmente valiosa em casos de alta incerteza e de projetos de longo prazo (Trigeorgis, 1996).

- Opção de *default* durante as etapas de um investimento:

  Na maior parte dos projetos, o investimento não é realizado em apenas um momento. O que ocorre é uma seqüência de investimentos de capital, criando opções de abandono do projeto antes de iniciar sua fase operacional.

  De forma mais geral, ao se considerarem diversos estágios de investimentos, cada etapa pode ser vista como uma opção escrita sobre o valor das etapas subseqüentes. Segundo a abordagem de Finnerty (2007), em situações envolvendo *project finance,* e, conseqüentemente, projetos intensivos em capital, estas opções são de extrema importância para avaliação correta do valor do projeto.

  Trigeorgis (1996) destaca que este tipo de opção é especialmente valiosa em indústrias de alta incerteza, desenvolvimento longo e intensivas em capital - como aquelas envolvendo projetos de Pesquisa e Desenvolvimento (P&D) e financiamentos de capital de risco.

- Opção de expansão:

  Dependendo de condições de mercado e contratuais, um projeto pode ser expandido através da realização de um novo investimento.

  Nas concessões rodoviárias, por exemplo, dependendo do fluxo de tráfego, a concessionária pode ter a opção de aumentar as pistas em determinados trechos conforme acordado em contrato.

  Brandão (2002) e Galera (2006), em suas teses de Doutorado, analisam uma opção de expansão na área de concessões rodoviárias. Brandão (2002) considera que esta opção pode estar presente caso o volume de tráfego justifique um aumento da capacidade, seja ampliando o número de faixas de tráfego, seja estendendo o projeto para outras localidades, ou ainda através de investimentos em outras concessões. No modelo utilizado, ele considera a presença destas opções em datas previamente especificadas. Galera (2006) considera também os casos de opção em datas não definidas, podendo ser inclusive ser uma obrigação contratual caso o tráfego supere determinado nível.

- Opção de abandono por valor de liquidação:

  Se as condições de mercado forem desfavoráveis, os gerentes de um projeto podem decidir abandoná-lo em troca de seu valor de liquidação. Em projetos de investimento de fábricas, por exemplo, isso pode envolver a venda dos equipamentos e outros ativos no mercado secundário.

  No caso de uma operação envolvendo *project finance*, por exemplo, este ponto é abordado por Pollio (1998) justamente como uma forma de precificar o valor do patrimônio (ou *equity*) e da dívida (ou *debt*).

  Há também casos de projetos BOT em que esta opção é considerada na fase de construção (Huang e Chou, 2005). Brandão (2002) e Galera (2006), em suas teses de Doutorado, avaliam a opção de abandonar a concessão em determinados períodos, pagando um certo valor indenizatório.

Outras opções que podem ser citadas são: opções de contração, opções de parada temporária, opções de troca de tecnologia, opções de troca de entrada de insumos ou saída de produtos finais etc.

No caso específico de projetos estruturados segundo *project finance* ou ainda parcerias público-privadas com incentivos e garantias que influenciam o cálculo do valor do projeto, há presença de opções reais específicas, de forma que o simples cálculo de VPL não fornece o real valor do projeto. A utilização das ferramentas de opções reais faz-se necessária e já é abordada na literatura a respeito do assunto, cujos modelos serão apresentados no Capítulo 6.

Quando estão presentes mais de uma opção, é necessário avaliar também a interação entre elas. A flexibilidade gerencial envolve na maior parte dos casos uma coleção de opções reais e a interação entre elas faz com que o valor final da oportunidade de investimento não seja a soma dos valores das opções. O valor incremental de uma opção adicional é normalmente menor do que seu valor isolado.

5.4 Princípio da Neutralidade ao Risco

O princípio da neutralidade ao risco é de extrema importância na teoria de opções. No processo de precificação, pode-se supor um mundo neutro ao risco, de forma que o cálculo do preço da opção não envolva nenhuma variável que seja afetada pelas preferências de risco dos investidores (Hull, 2006). A avaliação neutra ao risco é um artifício para obtenção do valor de um derivativo; portanto, os preços calculados são corretos sempre, e não apenas no mundo neutro ao risco.

Matematicamente, observa-se que no modelo de Black, Scholes (1973) e Merton (1973), por exemplo, a equação diferencial independe das preferências de risco dos investidores. O desenvolvimento da equação diferencial pressupõe a criação de uma carteira π livre de risco formada pela ação S (ativo) que não paga dividendos e por um derivativo $F(\widetilde{S},\, t)$. Pelo método dos ativos contingentes, obtém-se a equação:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} + rS\frac{\partial F}{\partial S} + \frac{\partial F}{\partial t} - rF = 0 \quad (5.6)$$

De forma análoga, no caso da ação S pagar dividendos a uma taxa δ, tem-se:

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} + (r-\delta) S \frac{\partial F}{\partial S} + \frac{\partial F}{\partial t} - rF = 0 \quad (5.7)$$

As equações independem das preferências de risco dos indivíduos e pode-se supor qualquer conjunto de preferências para precificar a opção. Em particular, é válida a suposição de que os investidores são neutros ao risco para efeito prático de cálculo. Assim, o valor esperado do *payoff* do derivativo considerando neutralidade ao risco é calculado e descontado no tempo à taxa livre de risco, sendo este o retorno esperado para todos os ativos.

O modelo binomial de Cox, Ross e Rubinstein (1979) e a simulação de Monte Carlo de processos neutros ao risco são aplicações deste princípio que facilitam na prática a precificação de opções.

5.4.1 Preço de Mercado do Risco

O preço de mercado do risco de uma variável mede o excesso de retorno que esta variável proporciona em relação à taxa livre de risco por unidade de risco desta variável, ou seja, pela volatilidade dada pelo seu desvio padrão. Este conceito será importante para a aplicação prática apresentada no Capítulo 7, referente à avaliação de uma concessão rodoviária, em que a variável de risco é o tráfego de veículos na rodovia.

Seja um derivativo dependente de uma única variável θ, que pode ser uma variável qualquer, financeira ou não[37], cujo processo seguido:

$$\frac{d\theta}{\theta} = mdt + sdz \quad (5.8)$$

onde m é a taxa de crescimento esperada de θ, função de θ e t

s é a volatilidade de θ, função de θ e t

dz é um processo de Wiener

[37] Hulll (2006) destaca que esta variável não precisa ser o preço de um ativo de investimento. Pode ser algo como a temperatura de uma cidade.

Sejam f_1 e f_2 os preços de dois derivativos dependentes apenas da variável θ e do tempo t e que não forneçam nenhum fluxo ou dividendo, cujos processos seguidos sejam:

$$\frac{df_1}{f_1} = \mu_1 dt + \sigma_1 dz \quad (5.9)$$

$$\frac{df_2}{f_2} = \mu_2 dt + \sigma_2 dz \quad (5.10)$$

onde μ_1, μ_2, σ_1 e σ_2 são funções de θ e t

dz é um processo de Wiener

De forma similar ao desenvolvimento da equação de Black, Scholes (1973) e Merton (1973), pelo método dos ativos contingentes, é possível formar um portfólio livre de risco composto pelos derivativos f_1 e f_2.

Hull (2006) demonstra que[38]:

$$\frac{\mu_1 - r}{\sigma_1} = \frac{\mu_2 - r}{\sigma_2} \qquad (5.11)$$

Genericamente, para um derivativo dependente apenas de θ e t, cujo processo seja:

$$\frac{df}{f} = \mu dt + \sigma dz \qquad (5.12)$$

o preço de mercado do risco será dado por:

$$\frac{\mu - r}{\sigma} = \lambda \qquad (5.13)$$

O parâmetro λ é conhecido com preço de mercado do risco de θ, sendo o mesmo para todos os derivativos dependentes apenas de θ e t (Trigeorgis, 1996; Hull, 2006). Este parâmetro mede o *trade-off* entre risco e retorno de ativos dependentes de θ e, em analogia com o CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), pode-se escrever:

[38] Para demonstração, ver Hull (2006), Capítulo 25, p. 590 e 591

$$\mu - r = \lambda\sigma \quad (5.14)$$

de modo que o prêmio de risco do derivativo é dado por:

$$\pi = \lambda\sigma \quad (5.15)$$

A análise acima pode ser estendida para derivativos que apresentem um uma taxa de fluxo ou dividendos. Suponha o mesmo derivativo *f* anterior, mas que gera um fluxo à taxa δ, de forma análoga a uma taxa de conveniência ou de dividendos. Demonstra-se[39] que, nesse caso, a equação (5.14) será:

$$\mu + \delta - r = \lambda\sigma \quad (5.16)$$

Na realidade, vale a relação:

$$\mu^* = \mu + \delta \quad (5.17)$$

que expressa o retorno de f quando este possui uma taxa de conveniência ou dividendos, sendo dado pela sua taxa de crescimento, análoga ao ganho de capital de uma ação, mais o fluxo que ele produz, análogo ao dividendo de uma ação, conforme também abordado por Trigeorgis (1996).

Neste caso, aplicando o conceito de preço de mercado do risco, teremos:

$$\mu^* - r = \mu + \delta - r = \lambda\sigma \quad (5.18)$$

A questão também pode ser vista sob análise dos parâmetros da variável θ. Partindo novamente do seu movimento dado pela equação (5.8), tem-se:

$$\frac{d\theta}{\theta} = mdt + sdz \qquad (5.19)$$

Tome-se um ativo cujo preço *f* dependa de uma variável θ e do tempo *t*, que siga um processo na forma:

$$\frac{df}{f} = \mu dt + \sigma dz \qquad (5.20)$$

[39] Para maiores detalhes, ver *Student Solution Manual* (Hull, 2006), solução do exercício 25.7, p. 189. A demonstração está apresentada no Apêndice 10.1.1.

Aplicando o Lema de Itô, usando o conceito de prêmio de risco a partir do parâmetro λ e comparando as expressões obtidas com a equação de Black, Scholes e Merton, pode-se demonstrar[40] que, se θ apresentar um fluxo à taxa q análogo à taxa de conveniência, valerá a relação:

$$m - \lambda s = r - q \qquad (5.21)$$

Assim, para o caso geral em que a variável base θ apresente um fluxo à taxa q análogo ao dividendo de uma ação ou à taxa de conveniência de um *commodity*, o preço de mercado do risco será:

$$\lambda = \frac{m + q - r}{s} \qquad (5.22)$$

A expressão (5.21) representa duas maneiras de escrever a tendência neutra ao risco da variável θ. Na prática, o entendimento de $m - \lambda s$ é mais intuitivo, pois expressa um prêmio de risco sendo subtraído da tendência real de crescimento.

De forma geral, qualquer ativo dependente de θ pode ser avaliado subtraindo-se λs da taxa de crescimento esperada de θ, alterando-se m para $m - \lambda s$. Isto é análogo a subtrair o prêmio de risco da taxa de crescimento (*drift*), de forma a se obter um *drift* neutro ao risco. Neste caso, é possível se trabalhar como no mundo neutro ao risco, assumindo que a taxa de crescimento esperada de θ é dada por $m - \lambda s$ e descontando-se os fluxos de caixa à taxa livre de risco r.

Segundo Hull (2006), quando se considera que θ não é o preço de um ativo de investimento, o argumento do princípio de neutralidade ao risco pode não fornecer nenhuma sensibilidade prática do que ocorre no mundo neutro ao risco. Ele apenas indica que alterando a taxa esperada de crescimento de θ de m para $m - \lambda s$ e trabalhando segundo o princípio de neutralidade ao risco, será possível obter o valor correto para precificar derivativos dependentes de θ.

É interessante notar que, se a tendência neutra ao risco $m - \lambda s$ for diferente da taxa de juros livre de risco r, indica a existência de um fator análogo à taxa de

[40] Para maiores detalhes, ver Nota Técnica 20 de Hull (2006), disponível em http://www.rotman.utoronto.ca/~hull. A demonstração está apresentada no Apêndice 10.1.2.

conveniência utilizada para *commodities* ou a taxa de dividendos de uma ação. Desta forma $m - \lambda s$ será igual a $r - q$. Isto pode explicar, apesar de não intuitivamente, a presença de uma taxa de fluxo q, análoga a de dividendos ou de conveniência, em variáveis não financeiras, como demanda, tráfego e temperatura.

Para avaliação de concessões rodoviárias que apresentem opções reais, a variável de risco principal é o tráfego, de modo que a tendência neutra ao risco dada por $m - \lambda s$ pode ser mais facilmente obtida do que $r - q$.

5.4.1.1
Cálculo do Preço de Mercado do Risco de uma Variável

Quando se possui dados históricos, é possível estimar o preço de mercado do risco de uma determinada variável através do CAPM (Hull, 2006). Considerando um ativo de investimento a dependente apenas de uma variável θ, o prêmio de risco deste ativo dado será:

$$\mu - r = \beta(E[R_m] - r) \qquad (5.23)$$

O parâmetro β é dado por

$$\beta = \frac{COV[R_a, R_m]}{\sigma_m^2} = \frac{\rho_a \sigma_a}{\sigma_m} \qquad (5.24)$$

onde ρ_a é a correlação entre os retornos do ativo e os retornos da carteira de mercado
σ_a é o desvio padrão dos retornos do ativo
σ_m é o desvio padrão dos retornos da carteira de mercado

Desta forma:

$$\mu - r = \frac{\rho_a \sigma_a}{\sigma_m}(E[R_m] - r) \qquad (5.25)$$

Sendo este ativo dependente apenas de θ, a correlação entre seus retornos com os retornos da carteira de mercado é a mesma entre os retornos da variável base com os retornos da carteira de mercado, dada por ρ_θ. Logo:

$$\rho_a = \rho_\theta = \rho \qquad (5.26)$$

Definindo o preço de mercado do risco de θ como:

$$\lambda = \frac{\rho}{\sigma_m}(E[R_m] - r) \qquad (5.27)$$

obtém-se novamente a equação (5.14), de forma que:

$$\mu - r = \lambda \sigma_a \qquad (5.28)$$

5.4.2 Neutralidade ao Risco no Caso de Variáveis Não-Negociáveis

As fórmulas de precificação de opções foram derivadas a partir da possibilidade de construir um portfólio dinâmico capaz de replicar o *payoff* da opção considerada em qualquer estado. Segundo Trigeorgis (1996), na avaliação de opções reais, mesmo não sendo o ativo base negociável, ainda assim é possível precificar um derivativo a partir dos conceitos de neutralidade ao risco ao subtrair o prêmio de risco apropriado sob equilíbrio de mercado, conforme abordado nas seções anteriores.

Segundo Hull (2006), é necessário estimar o preço de mercado do risco de todas as variáveis estocásticas envolvidas. Quando se dispõe de dados históricos da variável, este parâmetro pode ser estimado segundo a fórmula (5.27).

Schwartz e Moon (2001) utilizam estes conceitos para avaliação de empresas de Internet, considerando processos estocásticos para a receita e para a taxa de crescimento da receita. Para a simulação dos movimentos neutros ao risco destas variáveis, são estimados seus preços de mercado do risco: o da receita é calculado a partir de dados históricos e o da taxa de crescimento da receita é considerado nulo[41].

Na área de interesse deste trabalho, envolvendo *project finance* e PPP, serão abordadas no próximo capítulo aplicações em infra-estrutura do setor de transporte. Alguns autores consideram questões relacionadas à utilização do conceito de neutralidade ao risco em projetos cujas variáveis de risco não são

[41] O preço de mercado do risco de uma variável é considerado nulo quando se acredita que ela é descorrelacionada com um índice de mercado.

ativos negociáveis (Rose, 1998; Brandão, 2002; Irwin, 2003; Cheah e Liu, 2006; Brandão e Cury, 2006; Galera, 2006; Brandão e Saraiva, 2007).

Irwin (2003) modela uma garantia de receita mínima em um projeto (por exemplo, uma concessão rodoviária). Este tipo de garantia apresenta características de opção, sendo necessário considerar o processo neutro ao risco para a receita, que não é nem mesmo um ativo, ainda menos um ativo negociado. Se a variável fosse um ativo, como, por exemplo, um projeto de investimento, poder-se-ia aplicar o método proposto por Copeland e Antikarov (2001). Segundo os autores, ao avaliar um projeto, não sendo este um ativo negociável, uma alternativa é usar o seu próprio valor sem flexibilidades como estimativa não viesada do seu valor de mercado[42].

Irwin (2003) utiliza a metodologia proposta por Hull (2006), estimando o preço de mercado do risco da receita a partir da sua correlação com um índice de mercado, calculando a tendência neutra ao risco da receita (a partir da subtração do seu prêmio de risco da taxa de crescimento) e trabalhando no ambiente de certeza equivalente.

Brandão e Saraiva (2007) avaliam garantias governamentais em uma concessão rodoviária, cuja única variável de risco é a receita. O prêmio de risco da receita é calculado a partir do processo estocástico do valor do projeto, considerando que a correlação da variação das receitas com os retornos de mercado é igual à dos retornos do projeto com o mesmo índice de mercado.

Galera (2006) avalia diversos tipos de opções reais presentes em uma concessão rodoviária, cuja variável estocástica é o tráfego. Ele calcula o prêmio de risco desta variável considerando também conceitos de preço de mercado do risco e do parâmetro β correspondente em analogia com o CAPM.

5.5 Simulação de Monte Carlo

Desde que foi criado, durante a Segunda Guerra Mundial, o método de Monte Carlo tem sido aplicado nas mais diversas áreas. A popularização e o desenvolvimento tecnológico dos computadores propiciaram a disseminação deste método (http://www.puc-rio.br/marco.ind).

[42] Este é o método MAD (*Marketed Asset Disclaimer*), desenvolvido por Copeland e Antikarov (2003). Para maiores detalhes, consultar Capítulo 4, p. 94/95

Na área de interesse de opções reais, sua aplicação é interessante, pois descarta a necessidade de escrever equações diferenciais e permite a simulação direta dos processos estocásticos de várias fontes de incerteza simultaneamente – o que se torna ainda mais útil em problemas de maior complexidade. Ao utilizar o método em conjunto com o conceito de neutralidade ao risco, é possível obter o valor da opção a partir de uma regra de exercício determinada.

Considerando apenas uma fonte de incerteza, para cálculo do valor da opção, primeiramente ajusta-se o processo considerando neutralidade ao risco. Simulam-se então diversos caminhos que possam representar trajetórias neutras ao risco desta variável. Para opções européias, seguindo a regra de exercício no vencimento, para cada caminho calcula-se o valor da opção na data de expiração. O valor na data inicial será exatamente este *payoff* calculado no vencimento descontado pela taxa livre de risco, já que a simulação considerada é a neutra ao risco (Hull, 2006; http://www.puc-rio.br/marco.ind).

Dado um processo estocástico contínuo para uma variável, é necessário discretizá-lo para que se possa proceder com a simulação propriamente dita. A discretização deve ser feita sob alguns cuidados de forma a se minimizar ao máximo os erros que podem decorrer deste procedimento.

Tome-se, por exemplo, uma variável θ seguindo um Movimento Geométrico Browniano – MGB, de forma que:

$$\frac{d\theta}{\theta} = mdt + sdz \quad (5.29)$$

onde m é o retorno esperado do ativo

s é a volatilidade

dz é um processo de Wiener

Na forma neutra ao risco, o MGB da variável é dado por:

$$\frac{d\theta}{\theta} = (m - \pi)dt + sdz = m^{*}dt + sdz \quad (5.30)$$

onde π é o prêmio de risco do ativo

m^{*} é o retorno esperado do ativo sob neutralidade ao risco

Neste caso, a melhor simulação se dá para $ln\theta$, ao invés de θ diretamente. Aplicando o lema de Itô à função $ln\theta$ e tomando um intervalo de tempo entre t e $t+\Delta t$[43], obtém-se:

$$\theta(t+\Delta t)=\theta(t)e^{\left[\left(m-\pi-\frac{s^2}{2}\right)\Delta t+s\varepsilon\sqrt{\Delta t}\right]} \quad (5.31)$$

onde ε é uma amostra aleatória a partir de uma distribuição normal padronizada: N(0,1).

Sendo o *payoff* de uma opção européia escrita sobre θ na data de expiração T dado por $F(\theta_T,T)$, o preço da opção no instante $t=0$ dado pela simulação de Monte Carlo será (McDonald, 2006):

$$F(\theta_0,0)=\frac{1}{n}e^{-rT}\sum_{i=1}^{n}F\left(\theta_T^i,T\right) \quad (5.32)$$

onde $\theta_T^1,\theta_T^2,\ldots,\theta_T^n$ são n possíveis valores de θ no instante T, a partir de n simulações

Esta discretização será usada na modelagem do projeto proposto no Capítulo 7.

[43] Para maiores detalhes, ver Hull (2006), Capítulo 17, pg. 412