

11

Opção europeia com barreira

11.1

Definição

A opção europeia com barreira não é uma opção que pode ser sempre exercida. A condição de ativação ou desativação da opção depende dos valores do ativo durante a vida da opção. Por causa disso, ela faz parte das opções que dependem das evoluções passadas dos preços.

Existem quatro tipos de opção europeia com barreira, cada uma podendo ser uma opção de compra ou de venda.

- Up & in
Para que a opção seja ativa, o ativo deve atingir um valor definido.
- Up & out
Para que a opção fique ativa, o ativo não deve ultrapassar um valor definido.
- Down & in
Para que a opção seja ativa, o ativo deve descer abaixo de um valor definido.
- Down & out
Para que a opção fique ativa, o ativo não deve descer abaixo de um valor definido.

Se a condição acima para cada tipo de opção não é respeitada, a opção estará inativa, ou seja sem valor e não pode ser exercida. O payoff então é nulo. Se a condição é respeitada durante a vida útil, a opção se comporta como uma opção europeia clássica.

11.2

Exemplo numérico:

Sendo uma opção com os parâmetros seguintes:

Preço do ativo no início	$S=100$
Strike da opção	$k=105$
Barreira	$b=95$
Tempo à expiração	$T=1$
Taxa livre de risco	$r=5\%$
Volatilidade do ativo	$v=20\%$
Dividend Yield	$y=0$

No caso de uma opção tipo “*Down & out*” com os parâmetros dados acima, o valor do ativo nunca deve descer por baixo de 95 no período de vida da opção.

Essa condição realizada, o payoff dessa opção de compra é dado pela a fórmula clássica:

$$Payoff = \text{Max}[S_T - k, 0]$$

com S_T sendo o preço à expiração e k o preço de exercício.

11.2.1

Simulação de um caminho válido para o exercício

O ano foi dividido em 365 dias e a simulação calcula um preço para cada dia.

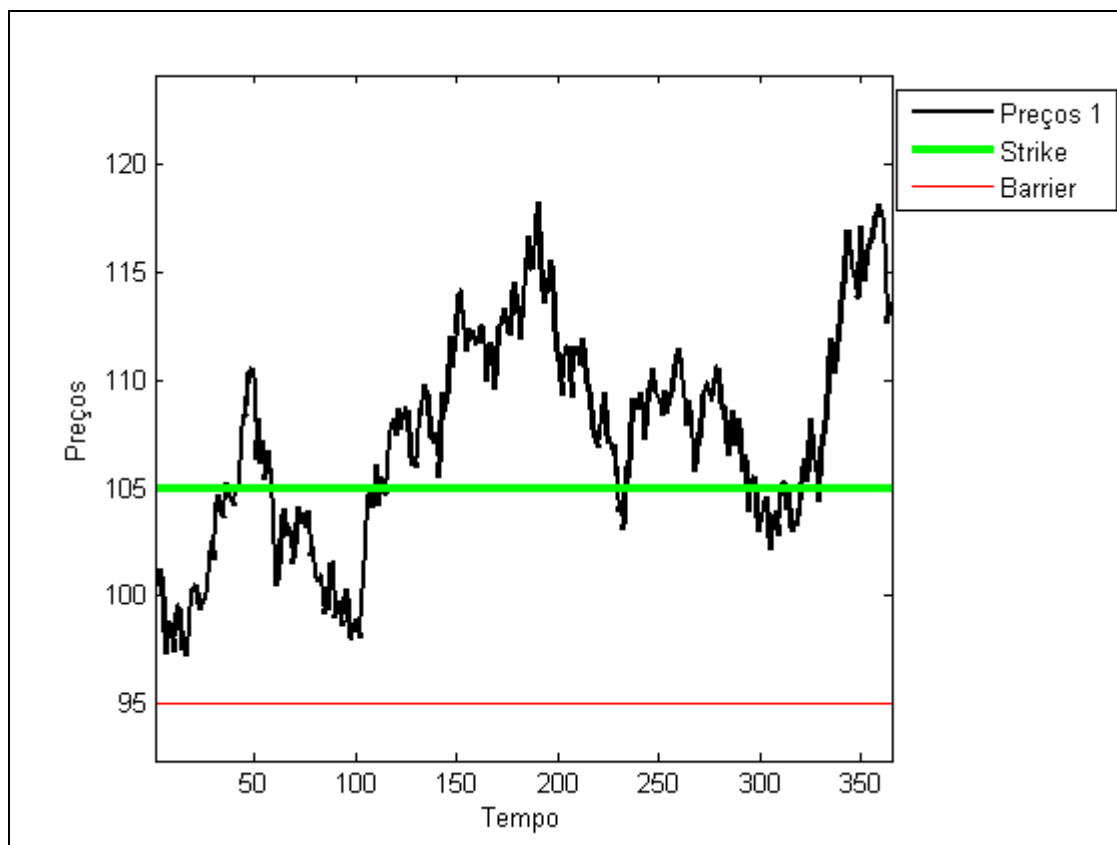


Figura 15 – Gráfico de simulação do preço do ativo objeto no ano e a barreira – Caminho válido

No ano inteiro, o preço do ativo nunca desceu por baixo de 95, valor que iria desativar a opção. Então, essa opção pode ser exercida. Ela se comporta como uma call européia normal.

No vencimento, quando o valor do ativo é maior que o strike:

$$Payoff = \text{Max}[S_T - k, 0] = 113,43 - 105 = 8,43$$

11.2.2

Simulação de um caminho não válido para o exercício

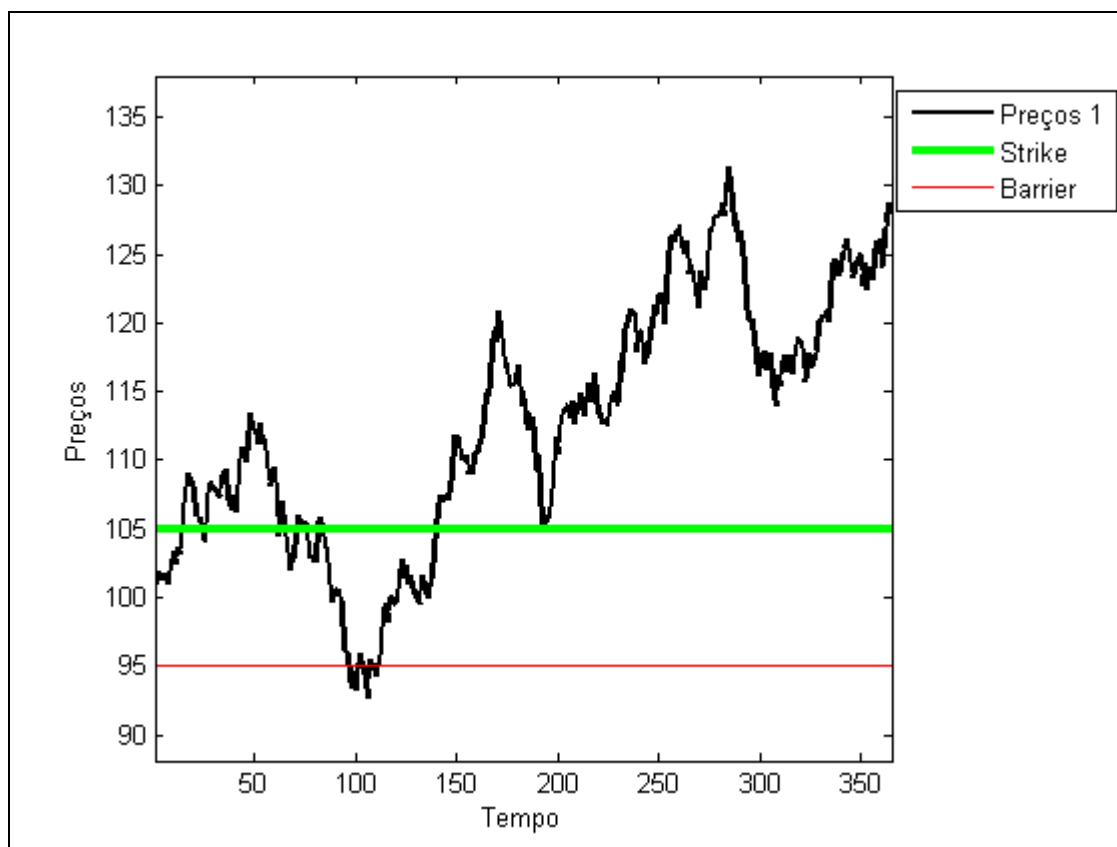


Figura 16 – Gráfico de simulação do preço do ativo objeto no ano e a barreira – Caminho não válido

A opção expira "*in-the-money*". Sendo uma opção de compra, o valor do ativo ao vencimento é maior que o valor do strike. Mas, o ativo desceu a baixo de 95 durante o ano, desativando a opção em torno do dia 100. Mesmo expirando "*in-the-money*", a opção não pode ser exercida. O payoff é nulo.

Esse exemplo simples mostra que a opção não pode ser sempre exercida, e essa condição implica um payoff médio para esse tipo de opção europeia com barreira menor que o de uma opção europeia clássica. O valor dessa opção é menor, pois tem menos flexibilidade que a europeia.

11.3

Regra da paridade "in-out": opções européias sem dividendos

Para esse caso somente, podemos replicar uma opção européia com duas opções com barreira. Devemos por isso comprar duas opções de compra com os mesmos parâmetros. A primeira call será uma "*Up & in*" e a segunda um "*Up & out*", as duas com o mesmo valor de ativação ou desativação. Sendo assim, só uma das duas opções será ativa para qualquer evolução do preço do ativo. Comprar duas opções, assim definidas, é igual a comprar a opção européia de mesmos parâmetros.

Exemplo:

Preço do ativo no início	S=100
Strike da opção	k=105
Barreira	b=95
Tempo à expiração	T=1
Taxa livre de risco	r=5%
Volatilidade do ativo	v=20%
Dividend Yield	y=0
Número de simulações	n=5000
Divisão do tempo	m=365

O ano foi dividido em 365 datas para simular o preço diariamente.

Para a call Down & in: $Call_{Down\&in} = 3,0712$

Para a call Down & out: $Call_{Down\&out} = 4,9732$

Para a put Down & in: $Put_{Down\&in} = 7,8508$

Para a put Down & out: $Put_{Down\&out} = 0,0834$

Soma das call: $Call_{Down\&in} + Call_{Down\&out} = 3,0712 + 4,9732 = 8,0444$

Soma das put: $Put_{Down\&in} + Put_{Down\&out} = 7,8508 + 0,0834 = 7,9342$

A call européia vale: (para a fórmula de Black e Scholes)

$Call = 8,0213$ $Put = 7,9004$

11.4

Analise de sensibilidade: opção de compra "Down & Out"

Os parâmetros padrões da opção usados pelas análises de sensibilidade são:

Preço do ativo no início	$S=100$
Strike da opção	$k=105$
Barreira	$b=95$
Tempo à expiração	$T=1$
Taxa livre de risco	$r=5\%$
Volatilidade do ativo	$v=20\%$
Dividend Yield	$y=0$
Número de datas de exercício	$m=365$

O ano foi dividido em 365 datas para simular o preço diariamente.

11.4.1

Sensibilidade em mudança no número de simulações

Calculando 10 preços consecutivamente, podemos calcular a média do preço e o desvio padrão assumindo a distribuição normal.

Número de simulações	Preço simulado	
	μ	σ
100	5,1320	1,4783
1000	4,9367	0,2917
5000	4,9657	0,1133
10 000	4,9841	0,0856
20 000	5,02	0,0734

Tabela 50 – Valores das opções – Sensibilidade em mudanças no número de simulações

O valor da opção converge em média para 5. Usando mais simulações, o desvio-padrão da distribuição dos resultados cai, mostrando uma convergência do modelo com o aumento do número de simulações.

11.4.2

Sensibilidade em mudança no valor da barreira

Os cálculos são feitos com 5 000 simulações:

Valor da barreira	Call
80	7,9795
83	7,8650
86	7,7387
89	7,3706
92	6,4111
95	4,9016
98	2,6748

Tabela 51 – Valores das opções – Sensibilidade em mudanças no valor da barreira

A opção européia de barreira de compra é maior quanto menor for o valor da barreira. Logicamente, o ativo tem menos chances de descer por baixo da barreira. A opção tem, assim, mais chance de ficar ativa e de ter um payoff positivo.

Observação: o preço da opção barreira nunca ultrapassa o preço da opção européia com os mesmos parâmetros: valor 8,0213 para o call.