

4

Cálculo dos Certificados de Capacidade Firme

Nesta seção descreveremos detalhadamente o cálculo dos Certificados de Capacidade Firme.

Os Certificados de Capacidade Firme podem ser calculados em duas etapas:

- (1) Determinar a *Capacidade de Suprimento da Demanda* (CSD) do sistema, i.e., a máxima demanda que pode ser atendida com um conjunto de geradores, respeitando o critério de confiabilidade do sistema. Conforme visto no capítulo 1, se a CSD do sistema é maior ou igual à demanda total, então a segurança de suprimento pode ser considerada adequada, caso contrário há a necessidade de buscar novas fontes de capacidade firme para igualar o suprimento firme com a demanda total.

Note que a CSD é “sistêmica”, i.e., depende das características dos geradores que compõem o sistema e da interação entre eles. Por exemplo: a saída de geradores é independente, o que significa que a Capacidade Firme do sistema se beneficia do efeito “portfólio” (é menos provável que um número maior de geradores falhe simultaneamente).

- (2) *Desagregar* a CSD em certificados de capacidades *individuais* para cada gerador.

A desagregação deve atender dois requisitos:

- (i) A soma dos certificados deve ser igual à CSD. Não há desperdício nas alocações.
- (ii) Deve ser *justa*. Embora, o conceito de justiça esteja usualmente associado a conceitos jurídicos ou sociológicos, existem definições matemática em termos da teoria de jogos cooperativos¹.

¹ Mais especificamente, um exemplo do conceito de justiça pode ser definido matematicamente da seguinte maneira: uma alocação é dita justa, se o certificado de capacidade de qualquer gerador ou de um conjunto de geradores é maior quando calculados na coalizão quando calculados separadamente ou em qualquer outra sub-coalizão. Em termos da teoria dos jogos, significa que a alocação deve pertencer ao núcleo de um jogo cooperativo.

A metodologia do cálculo de capacidade firme deve garantir remuneração adequada por potência a todos os geradores. Remuneração adequada implica em garantir um sistema confiável. Uma metodologia errônea no cálculo da capacidade firme incentiva a instalação de unidades que não contribuem para a confiabilidade do sistema, podendo promover a saída de geradores existentes que contribuem significativamente para a confiabilidade do sistema.

4.1

Cálculo da Capacidade de Suprimento da Demanda (CSD)

A princípio, a *Capacidade de Suprimento da Demanda* (CSD) de um sistema pode ser calculada iniciando-se a demanda com um valor alto e decrescendo-a sistematicamente até atingir um nível de confiabilidade estabelecido a priori (ρ^*). Uma maneira mais eficiente é usar a busca binária, ilustrada nos seguintes passos:

- a) Defina um limite superior D^U para a máxima demanda atendida, i.e., uma demanda que viole o critério de confiabilidade; e um limite inferior D_L , uma demanda que satisfaça o critério de confiabilidade. Faça $D = (D^U + D_L)/2$
- b) Calcule o critério de confiabilidade para D , denotado por $\rho(D)$.
- c) Caso $\rho(D) = \rho^*$, então D é a máxima demanda atendida, a busca chegou ao fim. Caso contrário, existem duas opções: (1) se $\rho(D) > \rho^*$ então a carga D é muito alta; neste caso, faça $D \leftarrow (D + D_L)/2$; ou (2) se $\rho(D) < \rho^*$ então a carga é muito pequena; neste caso, faça $D \leftarrow (D + D^U)$. E retorne ao passo (b).

Para análise da CSD, vamos utilizar como critério de confiabilidade, a restrição que impõe que o valor esperado da energia não suprida não exceda uma porcentagem pequena δ da demanda.

4.1.1

CSD como um problema de programação linear

Nesta seção veremos com mais detalhes o cálculo da Capacidade de Suprimento da Demanda de um sistema, onde utilizaremos a notação explicitada anteriormente. O Cálculo da Capacidade de Suprimento de Carga (CSD) pode ser formulado como o seguinte problema de otimização:

$$v(c_1, \dots, c_N) = \text{Max } D \quad (4.1)$$

sujeito a

$$EENS = E[r] \leq \delta D$$

Onde $r = [D - g]^+$ é o corte de carga¹ e $\delta \in (0, 1)$.

Observe que $D = 0$ é solução do problema, na próxima seção vamos demonstrar que sempre existe solução finita para o cálculo da CSD.

O cálculo da CSD pode ser formulado por um problema de otimização linear:

$$v(c_1, \dots, c_N) = \text{Max } D$$

sujeito a

$$\sum_{s=1}^S q_s r_s \leq \delta D$$

$$r_s \geq \max(D - g_s, 0), \quad s = 1, \dots, S.$$

O problema acima pode ser transformado em um problema de otimização linear:

$$v(c_1, \dots, c_N) = \text{Max } D$$

sujeito a

$$\sum_{s=1}^S q_s r_s \leq \delta D$$

$$r_s \geq D - g_s$$

$$r_s \geq 0$$

¹A notação $[\cdot]^+$ indica que para todo $a \in \mathfrak{R}$, $[a]^+ = \max(a, 0)$.

Colocando na forma padrão:

$$v(c_1, \dots, c_N) = \text{Max } D$$

sujeito a

$$\sum_{s=1}^S q_s r_s - \delta D \leq 0$$

$$D - r_s \leq g_s$$

$$r_s \geq 0$$

4.1.2

Efeito “portfólio”

Nesta seção vamos demonstrar o efeito “portfólio” ao se considerar, na maximização da demanda atendida o valor esperado da energia não suprida como critério de confiabilidade. Iremos também analisar tipos de soluções no cálculo da capacidade de suprimento da demanda por um sistema.

Demonstração do Efeito “**portfólio**”.

Para demonstração vamos utilizar a seguinte propriedade:

Propriedade do Valor Esperado:

Sejam x e y variáveis aleatórias quaisquer; se $x \leq y$ com probabilidade 1 então $E[x] \leq E[y]$.

Vamos mostrar para o caso de duas usinas; o caso geral é imediato.

Seja c_i a variável aleatória que representa a capacidade da usina i . Ou seja, c_i é uma variável aleatória com distribuição de Bernoulli. Então, dado um valor de demanda e utilizando a propriedade do valor esperado, temos que:

$$\text{se } |D - (c_1 + c_2)|^+ \leq |D - c_1|^+ \text{ então } E[|D - (c_1 + c_2)|^+] \leq E[|D - c_1|^+] \quad (4.2)$$

Logo, quanto mais geradores o sistema possuir, a função do valor esperado da energia não suprida (EENS) em função da demanda é menor ou igual à EENS com menos geradores. Assim, conforme demonstrado no Apêndice, a restrição de confiabilidade ($EENS \leq \delta D$) na solução ótima é ativa, i.e., é satisfeita com igualdade e

pela desigualdade (4.2) temos que a máxima demanda atendida com a usina isolada é menor que a máxima demanda atendida pelo sistema composto pelos geradores 1 e 2. Portanto, a máxima demanda atendida é maior quando temos um sistema com mais geradores caracterizando o efeito “portfólio”. As idéias acima são ilustradas na figura abaixo:

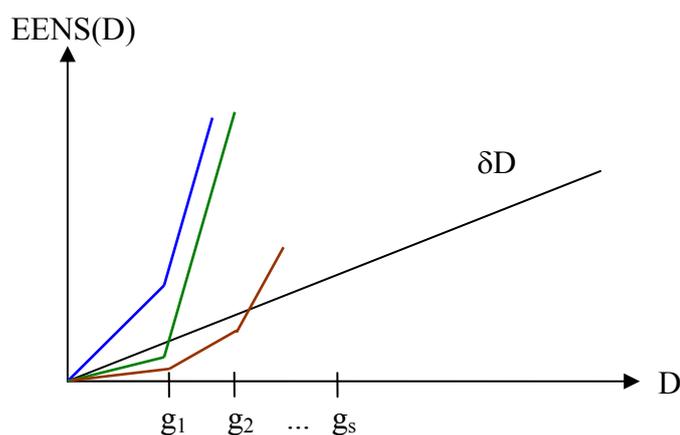


Figura 4.1 – Comportamento da restrição EENS em função de D.

Na figura acima, a curva em azul representa o valor esperado da energia não suprida (EENS) em função da demanda quando temos apenas um gerador no sistema. Note que a única interseção neste caso é quando $D = 0$. Ou seja, quando a probabilidade de falha é maior que o valor de δ , o primeiro segmento de reta que compõe a EENS(D) tem inclinação maior que δD e, portanto, a única interseção com a reta δD é quando $D = 0$. Note que, a curva verde também representa a EENS de um único gerador, porém quando a probabilidade de falha é menor, o primeiro segmento de reta da EENS(D) possui inclinação menor que δD e quando D é tal que excede a geração g_1 a inclinação de EENS(D) é unitária e como estamos assumindo δ um percentual pequeno, matematicamente menor que um, a interseção de EENS(D) com δD , resultará em um valor finito para D. Não estamos limitando a demanda D, pois no caso mais realista com sistemas com um número maior de geradores, a interseção de

EENS(D) com δD , resulta em uma demanda D menor que a capacidade máxima do sistema.

No caso geral, temos que o efeito “portfólio” nos diz que a capacidade firme de um sistema aumenta quando aumentamos o número de geradores, i.e., quando diversificamos o parque gerador.

Matematicamente, dados S e T subconjuntos de N , i.e, coalizões de usinas tais que $S \subset T$ então temos $D(S) \leq D(T)$.

No capítulo 5, vamos mostrar que o efeito “portfólio” implica que a capacidade firme é uma medida superaditiva. Para qualquer restrição linear de confiabilidade temos que esse resultado é válido. Como veremos posteriormente, a prova deste resultado é baseada na desigualdade primal-dual.

4.2

Sensibilidade com Relação à Potência

A seguir, vamos calcular a derivada da máxima demanda em relação à potência de um gerador. A máxima demanda atendida é obtida resolvendo o problema de programação linear abaixo. O critério de confiabilidade considerado é: o valor esperado da potência não suprida menor ou igual a δD , ou seja, o valor esperado do corte de carga deve ser menor ou igual a $\delta \times 100\%$ da demanda máxima.

$$D^* = \text{Max } D \quad (4.3)$$

s.a.

$$EPNS = E[r] = \sum_{s=1}^S r_s q_s \leq \delta D$$

q_s é a probabilidade associada ao cenário s , obtida por convolução das variáveis aleatórias que representam as capacidades dos geradores que compõem o sistema.

Uma pergunta natural é: como a máxima demanda varia se aumentarmos ou diminuirmos a capacidade de um gerador? Ou seja, quanto vale $\partial D^* / \partial C_i$?

Seja D^* , r^* solução do problema (4.3), então conforme demonstrado no Apêndice, a igualdade abaixo é necessária:

$$\sum_{s=1}^S q_s r_s^* = \delta D^*$$

$$r_s^* = D^* - \sum_{i=1}^N \alpha_{is} C_i \text{ para } s \text{ tal que } D^* \geq \sum_{i=1}^N \alpha_{is} C_i \text{ (} s \in \Omega \text{) e } r_s^* = 0 \text{ caso}$$

contrário.

Onde α_{is} é uma função indicadora que nos diz se no cenário s a usina i está funcionando e Ω é o conjunto dos cenários em que ocorre corte de carga, ou seja,

$$\Omega = \{s \in S \mid D^* \geq \sum_{n=1}^N \alpha_{n,s} c_n\}.$$

Com isto,

$$\sum_{s \in \Omega} q_s (D^* - \sum_{i=1}^N \alpha_{is} C_i) = \delta D^*$$

Então,

$$D^* = \frac{\sum_{s \in \Omega} q_s (\sum_{i=1}^N \alpha_{is} C_i)}{\sum_{s \in \Omega} (q_s) - \delta}$$

Logo, a sensibilidade da função objetivo do problema (4.3) com relação à capacidade das usinas é:

$$\frac{\partial D^*}{\partial C_i} = \frac{\sum_{s \in \Omega} q_s \alpha_{is}}{\sum_{s \in \Omega} q_s - \delta}. \quad (4.4)$$

A geração de potência disponível total do sistema no cenário s é dada por $g_s = \sum_{i=1}^N \alpha_{is} C_i$. O conjunto Ω dos cenários em que ocorre o corte de carga é dado, por exemplo:

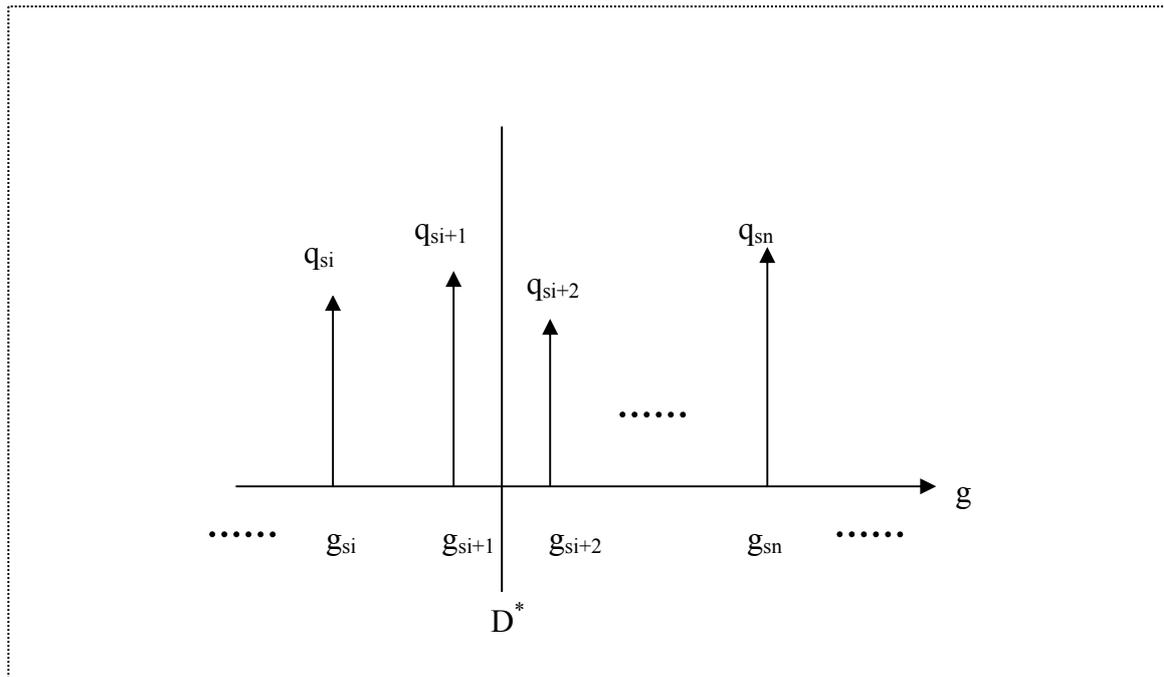


Figura 4.2 – Distribuição de geração de Capacidade obtida por Convolução

Para D^* indicado na figura temos que o conjunto dos cenários em que ocorrem corte de carga é dado por $\Omega = \{s_1, s_2, \dots, s_{i+1}\}$.

Como visto anteriormente, para cada cenário s temos associado um vetor α_s informando quais usinas estão funcionando, i.e., a i -ésima componente do vetor α_s assume o valor 1 quando a usina i está operando e assume valor zero quando a usina i está fora de operação (falha). Os valores das probabilidades são computados por convolução da seguinte maneira:

$$q_s = \prod_{i=1}^N [p_i(1 - \alpha_{is}) + (1 - p_i)\alpha_{is}]$$

Ou seja, a probabilidade q_s associada ao cenário s é o produto para todas as usinas das probabilidades p_i se a usina i falhou, ou $(1-p_i)$ se a usina i não falhou no cenário s .

Porém, dado um processo de convolução qualquer não temos a função indicadora α_{is} associada ao cenário s . Ou seja, a função indicadora depende do conhecimento intrínseco do processo de convolução. Ao desenvolvermos tal modelo para um número grande de geradores temos que utilizar um processo eficiente de convolução e podemos não ter o conhecimento da função indicadora. Portanto, não é

possível encontrarmos $\partial D^*/\partial C_i$ com a fórmula explicitada em (4.4). Como proceder? Na seção seguinte, vamos mostrar como $\partial D^*/\partial C_i$ pode ser encontrada segundo um processo de convolução qualquer.

4.2.1

Sensibilidade em um processo de convolução eficiente

Como calcular a derivada da máxima demanda em relação à capacidade do gerador i , dado um processo qualquer de convolução? Note que, as funções indicadoras α_{is} implicam no conhecimento dos estados no processo de convolução, de maneira que dado um cenário s de capacidade conheça-se qual gerador está operando. Porém, na prática o processo de convolução é muito custoso computacionalmente pelo caráter exponencial (2^N cenários de capacidade) onde N é o número de geradores. Então, faz-se necessário o uso de processos de convolução eficientes. Desta maneira devemos computar a sensibilidade da *capacidade de suprimento da demanda* total (CSD) em relação à capacidade de um gerador sem o auxílio da função indicadora α_{is} .

Para isso, vamos usar o teorema da probabilidade total, particionando o conjunto Ω dos cenários em que ocorre corte de carga, no conjunto em que a usina i não está funcionando Ω_0^i , e no conjunto em que a usina i está funcionando Ω_1^i .

Os conjuntos são dados por:

$$\Omega_0^i = \{s \in \Omega \mid \alpha_{is} = 0\} \text{ e } \Omega_1^i = \{s \in \Omega \mid \alpha_{is} = 1\}.$$

Note que pelo teorema da probabilidade total,

$$E[r^*] = E[r^* \mid \Omega_1^i](1 - p_i) + E[r^* \mid \Omega_0^i]p_i$$

Considerando que o gerador i nunca falha, ou seja, a probabilidade de falha do gerador i é nula ($p_i = 0$), temos que $E[r^*] = E[r^* \mid \Omega_1^i](1 - p_i)$. Para encontrarmos,

$E[r^* \mid \Omega_1^i] = \sum_{s=1}^S q_s^1 \mid D^* - g_s \mid^+$ temos que obter as probabilidades q_s^1 . Neste caso, as probabilidades q_s^1 são obtidas por convolução considerando o caso em que a usina i está sempre funcionando, ou seja, a probabilidade de falha da usina i é nula ($p_i = 0$).

Novamente, definimos o conjunto dos cenários em que ocorre corte de carga, denotado por $\bar{\Omega}$.

Note que, a máxima demanda atendida D^* é a mesma, portanto o conjunto Ω_1 é

$$\text{o mesmo. } \frac{\partial E[r^*]}{\partial C_i} = \frac{\partial}{\partial C_i} \left(\sum_{s=1}^S q_s (D^* - \sum_{i=1}^N \alpha_{is} C_i)^+ \right) = \delta \frac{\partial D^*}{\partial C_i}$$

$$\frac{\partial D^*}{\partial C_i} = \frac{\sum_{s \in \Omega} q_s \alpha_{is}}{\sum_{s \in \Omega} q_s - \delta}$$

Então, podemos calcular o numerador de $\partial D^*/\partial C_i$ sem utilizarmos a função indicadora α_{is} , da seguinte maneira:

Logo,

$$\frac{\partial D^*}{\partial C_i} = \frac{\sum_{s \in \Omega} q_s \alpha_{is}}{\sum_{s \in \Omega} q_s - \delta} = \frac{\sum_{s \in \Omega_0} q_s \alpha_{is} + \sum_{s \in \Omega_1} q_s \alpha_{is}}{\sum_{s \in \Omega} q_s - \delta} = \frac{\sum_{s \in \Omega_0} q_s \alpha_{is} + \sum_{s \in \Omega_1} q_s \alpha_{is}}{\sum_{s \in \Omega} q_s - \delta} = \frac{\sum_{s \in \Omega_0} q_s 0 + \sum_{s \in \Omega_1} q_s 1}{\sum_{s \in \Omega} q_s - \delta} = \frac{\sum_{s \in \Omega_1} q_s}{\sum_{s \in \Omega} q_s - \delta}$$

Mostrando que a derivada da CSD com relação à capacidade de um gerador pode ser encontrada através de um processo qualquer de convolução.

4.3

Dividindo ganhos entre duas usinas: um conceito de justiça

Nesta seção, vamos ilustrar um conceito de justiça formulado matematicamente como núcleo de um jogo na teoria dos jogos cooperativos.

Vamos considerar um sistema composto de duas usinas térmicas, com as seguintes características:

Tabela 4.1. Exemplo - Dados das usinas térmicas

Usina	Capacidade (MW)	Taxa de Falha (%)
A	200	4
B	150	1

Considerando a porcentagem da demanda ($\delta = 2\%$) e o critério de confiabilidade ($EENS \leq \delta D$), a *Capacidade de Suprimento de Carga* (CSD) da usina

A individualmente é nula. Enquanto, a CSD da usina *B* é 150MW. Logo, as usinas operando separadamente conseguem atender um total de 150MW.

Caso haja cooperação entre as usinas o número total de cenários de capacidades térmica é $2^2 = 4$. As capacidades e as probabilidades associadas a estes cenários estão apresentadas na seguinte tabela:

Tabela 4.2. Exemplo - Cenários de capacidade

cenários	g_i		Probabilidade p_s
	As	Bs	
1	0	0	$4\% \times 5\% = 0.2\%$
2	0	150	$4\% \times 95\% = 3.8\%$
3	200	0	$96\% \times 5\% = 4.8\%$
4	200	150	$96\% \times 95\% = 91.2\%$

A CSD do sistema integrado é de 265.5 MW. Observe que o sistema se beneficia da operação em conjunto das usinas. Economicamente faz mais sentido os agentes cooperarem entre si, pois em conjunto atendem uma demanda $(265.5-150)$ MW = 115.5MW maior quando operando separadamente. O incremento de 115.5 MW da CSD representa a operação integrada das usinas. Uma pergunta natural é como dividir os ganhos com a cooperação entre os agentes?

Solução (a): Uma solução óbvia é dividir o ganho igualmente entre os agentes, ou seja, as usinas recebem $(265.5/2 = 132.75)$ MW cada uma. Note que, a usina *B* não aceitaria tal divisão, pois seu ganho isoladamente é de 150MW. A repartição igualitária não leva em consideração a diferença de tamanhos (capacidades) dos agentes. As usinas são tratadas como se fossem iguais.

Solução (b): Outra solução seria considerar o benefício por MW, ou seja, repartir o benefício por uma unidade comum. A capacidade total do sistema é de 350MW. Portanto, o benefício por MW é dado por $(265.5/350 = 0.758)$.

Assim, a usina A receberia um total de $(0.758 \times 200 = 151.7)$ MW e a usina B $(0.758 \times 150 = 113.8)$ MW. Novamente, a usina B não aceitaria tal contrato, pois recebe mais operando separadamente.

O problema consiste em encontrar uma divisão que induzam as usinas a cooperação. As soluções (a) e (b) aparentemente igualitárias, não levam em consideração o custo de oportunidade das usinas. Se cada agente receber um valor

maior que o seu custo de oportunidade, então claramente os agentes terão incentivos a cooperarem. Levando em consideração o custo de oportunidade de cada agente podemos sugerir as seguintes repartições:

Solução (c): Divisão igualitária do ganho da cooperação (115.5MW). A usina A recebe $(0 + 115.5/2 = 57.75 \text{ MW})$ e a usina B recebe $(150 + 115.5/2 = 207.75\text{MW})$. Tal alocação incentivaria as usinas a cooperarem entre si já que o que recebem cooperando é maior que receberiam operando separadamente.

Observe que o tamanho das usinas influencia o tamanho do benefício. Levando em consideração tal fato uma solução mais plausível seria:

Solução (d): Dividir o benefício da cooperação por uma unidade comum, i.e., por MW. Então o benefício por MW é dado por $(115.5/350 = 0.33)$, logo a usina A recebe $(0 + 0.33 \times 200 = 66\text{MW})$ e a usina B $(150 + 0.33 \times 150 = 199.5\text{MW})$.

Solução (e): Outra solução seria dividir o benefício da integração em proporção ao custo de oportunidade de cada usina. Desta maneira, a usina A receberia $(0 + 115.5 \times 0/150 = 0 \text{ MW})$ e a usina B receberia $(150 + 115.5 \times 150/150 = 265.5\text{MW})$.

Segue o resumo das repartições acima:

Tabela 4.3 – Soluções propostas de repartições de Capacidade Firme.

Solução	Repartição – MW	
	Usina A	Usina B
(a)	132.75	132.75
(b)	151.7	113.8
(c)	57.75	207.75
(d)	66	199.5
(e)	0	265.5

As soluções (c), (d) e (e) são repartições que incentivam a cooperação entre os agentes, pois cada usina recebe mais cooperando que individualmente. O conjunto de todas essas divisões é conhecido como núcleo. O núcleo consiste no conjunto de alocações que atribuem uma alocação de valor maior ou igual a 0 MW para a usina A e um valor maior ou igual a 150MW para a usina B. Note que as repartições (a) e (b) não pertencem ao núcleo.

Sejam u_A e u_B as alocações das usinas A e B , respectivamente. Na figura abaixo, exploraremos a interpretação geométrica do núcleo e das soluções analisadas. O conjunto de alocações pertencentes ao núcleo consiste no segmento de reta em azul destacado na figura.

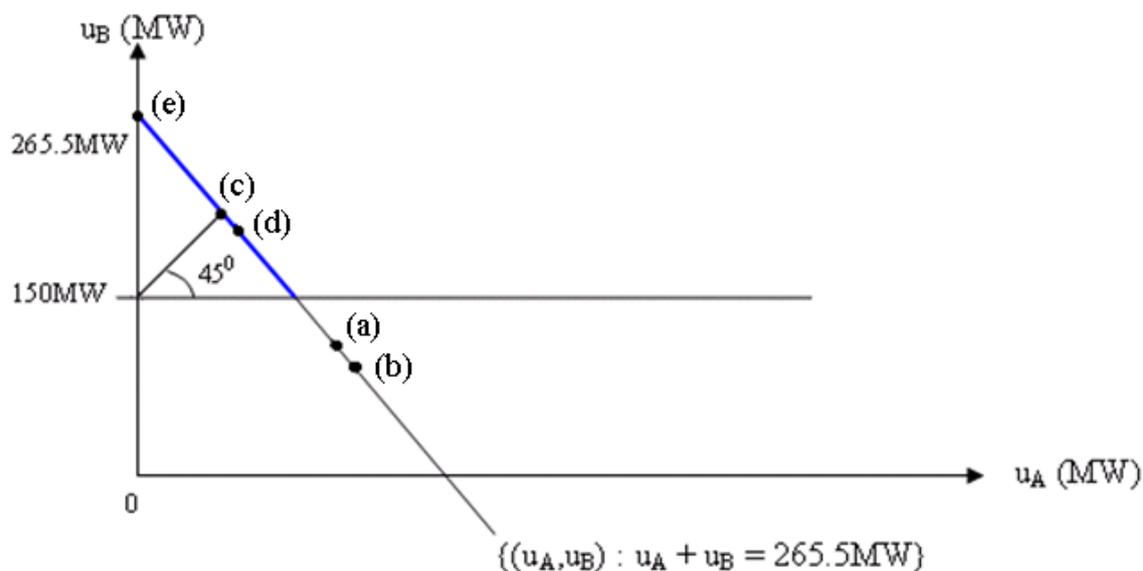


Figura 4.3 – Representação geométrica do núcleo

Neste caso, o *núcleo* representa um conjunto de alocações de medida positiva, i.e., existem infinitas alocações que pertencem ao *núcleo*.

A Solução (c) - Divisão igualitária do benefício da cooperação é um conceito central na teoria de repartição, esta alocação é chamada de Valor de Shapley.¹ A alocação é obtida caminhando-se na reta $u_A = u_B$ (45°) a partir da alocação que cada usina obtém operando separadamente $(0; 150$ MW), ou simplesmente pelo ponto médio do segmento de reta que representa o *núcleo*. O capítulo 8 é dedicado ao estudo deste conceito de repartição.

Uma repartição interessante é a solução (e) pertencente ao *núcleo*. Neste caso, a usina A é indiferente em participar da coalizão, ou operar separadamente, pois a quantidade alocada é a mesma nas duas situações. Para que as usinas cooperem entre

¹ Solução proposta por L. Shapley na sua dissertação de Ph. D em Princeton, 1953.

si, temos que analisar a preferência da usina A em relação à repartição realizada para o outro agente e para si própria. O agente, dono da usina A pode não achar justa tal repartição ou ainda ter inveja da alocação feita para a usina B e não participar da coalizão diminuindo a máxima demanda atendida pelo sistema. Ou, o dono da usina A pode ter uma preferência altruísta e participar da coalizão, mesmo sem obter nenhum ganho com a cooperação. Isto caracteriza que o incentivo a cooperação das alocações pertencentes ao núcleo dominam fracamente as alocações da não cooperação.

Uma pergunta natural é: a repartição apresentada na solução (e) representa uma solução robusta, i.e., pequenas alterações nas capacidades firmes individuais continuam a induzir a cooperação? Observe que qualquer incremento na capacidade firme da usina A faz com que a usina passe a não aceitar tal contrato de alocação, logo a solução (e) não é robusta. Uma extensão robusta do conceito de núcleo é o ε -núcleo. O conjunto de alocações que incentivam a cooperação mesmo com alterações iguais de $\varepsilon \in \Re$ nas capacidades firmes das usinas é chamado de ε -núcleo.

Um conceito na teoria de repartições são as alocações livres de inveja. Uma alocação é livre de inveja, se nenhum agente prefere a alocação de outro agente em relação a sua.

Uma repartição pertencente ao *núcleo* não está livre de inveja. Observe que o conceito de justiça em termos do *núcleo* de um jogo é limitado. Ao longo da dissertação exploraremos outros conceitos de repartição.