

### 3

## Aspectos Gerais da Física de Neutrinos

O objetivo deste capítulo é apresentar uma noção geral sobre a física de neutrinos. Abordaremos questões como oscilação e mistura de neutrinos, destacamos também as suas implicações cosmológicas.

### 3.1

#### Neutrinos e suas representações: Weyl, Dirac e Majorana

Espinores são certos objetos matemáticos introduzidos para expandir a noção de espaço vetorial. Eles são necessários por que a estrutura completa de rotações num dado número de dimensões exige algum número extra de dimensões para exibi-la. Do ponto de vista formal, espinores são objetos geométricos contruidos a partir de um dado espaço vetorial por meio de um procedimento de quantização ou através de um procedimento algébrico. Com isso podemos dizer que os espinores formam uma representação projetiva do grupo das rotações. Aqui vamos apresentar apenas uma noção geral sobre as representações de Weyl, Dirac e Majorana que serão úteis na descrição da física de neutrinos.

Um espinor de Weyl (ou quiral) de duas componentes, é um estado de partícula de mão esquerda (*left-handed*),  $\psi_L$ , a qual está necessariamente associada por *CPT* [51] com um estado de antipartícula de mão direita (*right-handed*),  $\psi_R^c$ , ou seja,

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \xleftrightarrow{\text{CPT}} \begin{pmatrix} \nu_e^c \\ e^+ \end{pmatrix}_R \quad (3.1)$$

e satisfaz

$$P_L \psi_L = \psi_L \quad (3.2)$$

$$P_R \psi_L = 0 \quad (3.3)$$

onde utilizamos o operador quiralidade definido por:

$$P_L = \frac{1 - \gamma^5}{2} \quad (3.4)$$

$$P_R = \frac{1 + \gamma^5}{2}, \quad (3.5)$$

possuindo as seguintes propriedades:

$$P_L^2 = P_L, \quad (3.6)$$

$$P_R^2 = P_R,$$

$$P_L P_R = 0$$

$$P_R P_L = 0,$$

$$P_L + P_R = 1.$$

Um espinor de Weyl pode existir por si só, ou pode ser considerado como uma projeção de um espinor de Dirac de 4 componentes  $\psi = \psi_L + \psi_R$ . É importante comentar que  $\psi_R^c$  é essencialmente o adjunto de  $\psi_L$ :

$$\psi_R^c = C \bar{\psi}_L^T = C \gamma_0^T (\psi_L^\dagger)^T, \quad (3.7)$$

$$\psi_L = C \bar{\psi}_R^{cT} \quad (3.8)$$

onde usamos a notação  $T$  para denotar a transposta e  $C$  é o operador conjugação de carga, definido por

$$C \gamma_\mu C^{-1} = -\gamma_\mu^T.$$

Na representação de Pauli-Dirac temos que  $C = i\gamma^2\gamma^0$ . As denominações que são usadas na literatura, que também são utilizadas neste trabalho, como partícula de "mão esquerda(left-handed)" e "mão direita(right-handed)" vem do fato que para partículas relativísticas a quiralidade quase coincide com helicidade, que é definida como a projeção do spin da partícula na direção do seu momento linear. A expressão matemática que representa o operador helicidade é:

$$P_+ = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} \right), \quad (3.9)$$

$$P_- = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\sigma \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} \right), \quad (3.10)$$

esse operador satisfaz relações similares àsquelas definidas para o operador quiralidade (3.6). A helicidade é invariante sob transformações de Lorentz para partículas sem massas, neste caso helicidade e quiralidade são equivalentes. Para partículas massivas a quiralidade permanece invariante, enquanto que a helicidade já não é mais invariante sob transformações de Lorentz.

Vamos agora fazer uma breve discussão sobre os termos de massa de Dirac e Majorana. Para um férmion massivo, o termo de massa na lagrangeana tem a forma

$$\begin{aligned} -\mathcal{L}_m &= m\bar{\psi}\psi = m(\overline{\psi_L + \psi_R})(\psi_L + \psi_R) \\ -\mathcal{L}_m &= m\bar{\psi}_L\psi_R + m\bar{\psi}_R\psi_L \end{aligned} \quad (3.11)$$

Assim é possível perceber que os termos de massa acoplam as componentes de mão direita com as componentes de mão esquerda do campo fermiônico, e portanto o campo massivo deve ter as duas componentes:

$$\psi = \psi_L + \psi_R \quad (3.12)$$

Existem duas possibilidades para os termos de massa. Primeiro, a componente de mão direita de um campo massivo pode ser completamente independente da componente de mão esquerda, neste caso temos um campo de Dirac. Em outras palavras, um termo de massa de Dirac conecta dois neutrinos de Weyl distintos e é dado por:

$$-\mathcal{L}_D = m_D \bar{\nu}_L N_R + m_D \bar{N}_R \nu_L = \bar{\nu}\nu \quad (3.13)$$

Isto pode ser generalizado para três ou mais famílias. Este termo de massa permite a conservação do número leptônico  $L$ , o qual implica em nenhuma mistura entre  $\nu_L$  e  $N_R^c$ , ou entre  $\nu_R^c$  e  $N_R$ . Um termo de massa de Dirac pode ser gerado pelo mecanismo de Higgs [52, 53]. A massa de Dirac  $m_D = h_\nu \langle \phi^0 \rangle$  é análoga às massas dos quarks e dos léptons carregados.

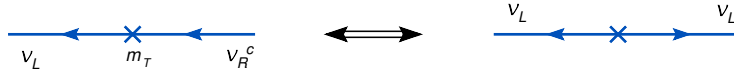


**Figura 3.1:** Termo de massa de Dirac. O X representa a ação do termo de massa.

A segunda possibilidade, vem do fato que o campo de mão direita pode ser exatamente o  $C$ -conjugado do campo de mão esquerda, ou seja,

$$\psi = \psi_L + \eta(\psi^c)_R = \psi_L + \eta(\psi_L)^c \quad (3.14)$$

aqui incluímos um fator de fase  $\eta = e^{i\phi}$  com uma fase arbitrária  $\phi$ . Neste caso, temos um campo de Majorana. Em geral, um termo de massa de Majorana descreve uma transição entre um neutrino de mão esquerda e seu  $CPT$ -conjugado antineutrino de mão direita, como mostrado na figura 3.2.



**Figura 3.2:** Termo de massa de Majorana. O X representa a ação do termo de massa.

Pode-se construir um campo de Majorana exatamente como no caso de Weyl. Fazendo uma breve análise de (3.14) segue imediatamente, que no caso de Majorana, o campo conjugado coincide com o campo original a menos de um fator de fase:

$$\psi^c = \eta^* \psi. \quad (3.15)$$

Isto significa que partículas descritas por campos de Majorana são genuinamente neutras, ou seja, coincide com sua antipartícula.

Assim, partículas de Majorana são análogas dos fótons e dos mésons  $\pi^0$ . Vimos que para construir um campo de Dirac massivo, são necessários campos de Weyl de duas componentes,  $\psi_L$  e  $\psi_R$ , juntamente com seus conjugados,  $(\psi_L)^c = \psi_R^c$  e  $(\psi_R)^c = \psi_L^c$ , isto nos dá quatro graus de liberdade. Já no caso de Majorana temos apenas dois graus de liberdade, referentes à  $\psi_L$  e  $(\psi_L)^c = \psi_R^c$ . O termo de Majorana mais geral, para  $n$  sabores, pode ser escrito como

$$-\mathcal{L}_M = \frac{1}{2} \left[ \overline{(\psi_L)^c} M \psi_L + \overline{\psi_L} M (\psi_L)^c \right] = \frac{1}{2} \left[ \psi_L^T C M \psi_L + \overline{\psi_L} C M^\dagger \overline{\psi_L}^T \right] \quad (3.16)$$

onde  $\psi = (\psi_1 \dots \psi_n)^T$  é um vetor no espaço de sabor e  $M$  é uma matriz  $n \times n$ . Do ponto de vista cinemático, massas de Dirac e Majorana são indistinguíveis, pois eles levam à mesma relação entre energia, momento e massa,

$$E = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}. \quad (3.17)$$

Da equação (3.16) uma diferença muito importante entre termos de massa de Dirac e Majorana é derivada. O termo de massa de Dirac  $\bar{\psi}\psi$  é invariante sob transformações de  $U(1)$ ,

$$\psi \rightarrow e^{i\alpha}\psi,$$

$$\bar{\psi} \rightarrow e^{-i\alpha}\bar{\psi},$$

$$\bar{\psi}\psi \rightarrow e^{-i\alpha}e^{-i\alpha}\bar{\psi}\psi,$$

de onde conclui-se que:

$$\bar{\psi}\psi \rightarrow \psi\bar{\psi},$$

isto é, ele conserva as correspondentes cargas (carga elétrica, número leptônico, número bariônico, etc). Da equação (3.16), segue que o termo de massa de Majorana quebra todas as cargas que o campo  $\psi$  tem por duas unidades. Isto em particular, significa que, uma vez que a carga elétrica é conservada exatamente, nenhuma partícula carregada poder ter massa de Majorana. Portanto, de todos os férmions conhecidos, somente o neutrino pode ser uma partícula de Majorana. Se neutrinos possuem massa de Majorana, o número leptônico total não é conservado, ao contrário do caso de Dirac em que o número leptônico é conservado.

### 3.2

#### Formalismo de oscilação de neutrinos

Nesta seção discutiremos o formalismo de oscilação de neutrinos, visto que é a prova mais forte de que neutrinos são partículas de massa não-nula. A essência deste fenômeno de oscilação é muito simples e vários exemplos podem ser encontrados em muitos livros de mecânica quântica. Em todos os exemplos, "oscilação" é o nome dado à dependência periódica com o tempo e o espaço das soluções do sistema estudado. Este tipo de solução é obtida quando medimos um observável que não é diagonal na base dos auto-estados da hamiltoniana. A investigação de oscilação de neutrinos é usualmente baseada nas seguintes suposições, as quais são suportadas por todos os dados experimentais existentes:

1. *A interação de neutrinos com outras partículas é descrita pelo modelo padrão de partículas elementares*
2. *Existem apenas três sabores de neutrinos na natureza*

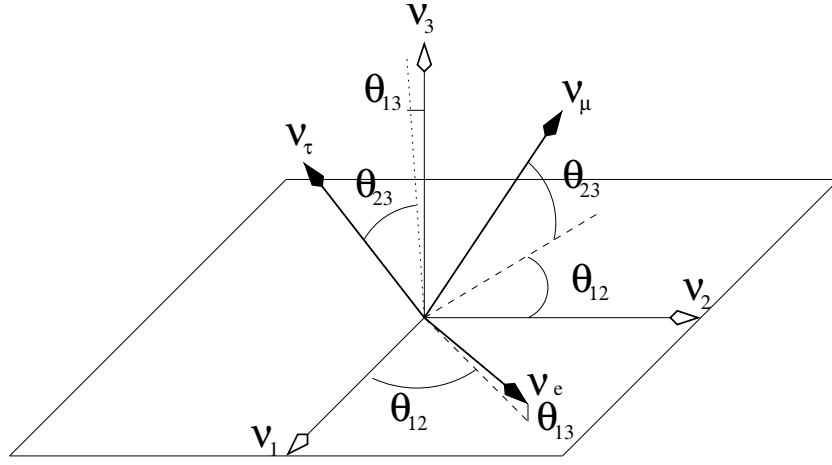
No caso de oscilação de neutrinos, os auto-estados de sabor  $\nu_e, \nu_\mu$  e  $\nu_\tau$  são escritos como uma superposição linear de auto-estados de massa bem definida  $\nu_1, \nu_2$  e  $\nu_3$ , com respectivas massas  $m_1, m_2$  e  $m_3$ . Para o caso de três sabores temos

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

onde  $U$  é a matriz de mistura leptônica conhecida como matriz de Maki-Nakagawa-Sakata. Em geral  $U$  depende dos ângulos de mistura  $\theta_{ij}$ , uma fase de Dirac, e se assumimos que os neutrinos são partículas de Majorana temos duas fases adicionais, chamadas fases de Majorana. Na figura 3.3 [54] é mostrado a relação entre os auto-estados de sabor e os auto-estados de massas, assim como os ângulos de mistura.

De acordo com a parametrização padrão, a matriz de mistura leptônica tem a forma

$$U_{MNS} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}, \quad (3.19)$$



**Figura 3.3:** Relação entre os auto-estados de sabor do neutrino  $\nu_e, \nu_\mu$  e  $\nu_\tau$  e os auto-estados de massa  $\nu_1, \nu_2$  e  $\nu_3$  em termos dos ângulos de mistura  $\theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{23}$ .

onde estamos usando a notação  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ ,  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$  e  $\delta$  é a fase de violação de CP <sup>1</sup>. Se assumimos que neutrinos são partículas de Majorana, então temos que adicionar duas fases extras, ou seja,

$$U \equiv U_{MNS} \times \begin{pmatrix} e^{i\alpha_1} & 0 & 0 \\ 0 & e^{i\alpha_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.20)$$

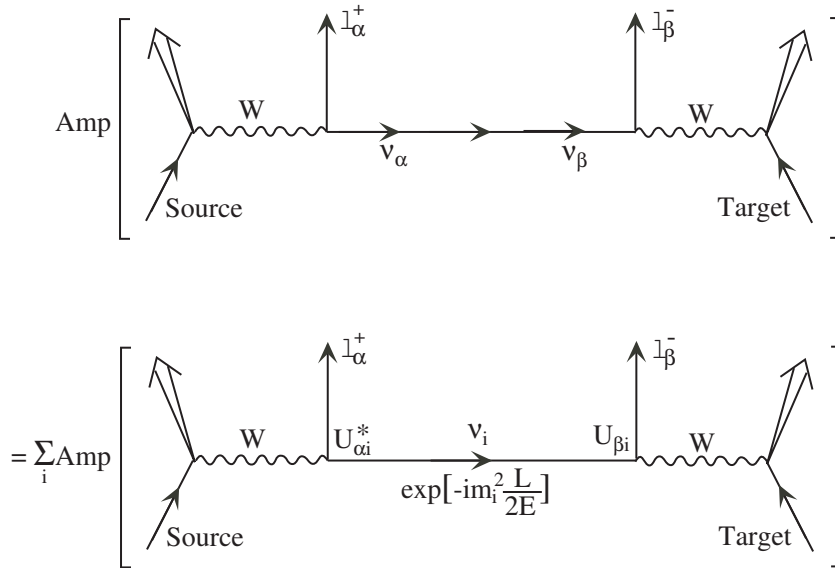
onde  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  implicam as fases de violação de CP de Majorana.

A mudança de sabor do neutrino no *vácuo* é o processo no qual um neutrino é criado junto com um lépton carregado  $l_\alpha$  de sabor  $\alpha$ , então ele viaja uma distância macroscópica  $L$  no vácuo, e finalmente interage com um alvo para produzir um segundo lépton carregado  $l_\beta$  com  $\alpha \neq \beta$ . Nessa viagem um neutrino  $\nu_\alpha$  se transforma num neutrino  $\nu_\beta$ . Esse processo é comumente referido na literatura como *oscilação*  $\nu_\alpha \longrightarrow \nu_\beta$  e está representado na figura 3.4 [55].

Se existe mistura de neutrinos, como vimos anteriormente, os autoestados de sabor do neutrino,  $|\nu_\alpha\rangle_L$ , são combinações lineares unitárias de autoestados massivos,  $|\nu_k\rangle_L$ , comumente chamados de neutrinos físicos [56, 57, 58],

$$|\nu_\alpha(t)\rangle_L = \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k}^* |\nu_k(t)\rangle_L, \quad (3.21)$$

<sup>1</sup>As vezes esta fase é chamada a fase de violação de CP de Dirac para distinguir das fases de Majorana.



**Figura 3.4:** Mudança de sabor do neutrino no vácuo. O diagrama mostra a criação de um neutrino junto com um lépton carregado por uma fonte. Depois de viajar uma distância  $L$ , ele interage com um alvo e produz um segundo lépton carregado.

onde  $U$  é a matriz de mistura unitária e  $\alpha = e, \mu, \tau$ . Por simplicidade daqui em diante omitiremos o subíndice  $L$ . Os autoestados massivos,  $|\nu_k\rangle$ , possuem massa  $m_k$  e energia  $E_k$  bem definida, então sua evolução temporal é dada pela equação de Schrödinger:

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\nu_k(t)\rangle = \mathcal{H}_0 |\nu_k(t)\rangle = E_k |\nu_k(t)\rangle \quad (3.22)$$

$$|\nu_k(t)\rangle = e^{-iE_k t} |\nu_k(t=0)\rangle = e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle \quad (3.23)$$

onde  $\mathcal{H}_0$  é a hamiltoniana livre com autovalor  $E_k$  e  $|\nu_k(t=0)\rangle = |\nu_k\rangle$ . Esta última consideração implica que todos os neutrinos massivos iniciam sua propagação com a mesma fase arbitrária. É importante destacar que estamos trabalhando no sistema natural de unidades, isto é, estamos considerando  $\hbar = c = 1$ . Substituindo 3.23 em 3.21 encontramos:

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k}^* |\nu_k(t)\rangle = \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} |\nu_k\rangle.$$



Mas,

$$|\nu_k(t)\rangle = \sum_{\beta=e, \mu, \tau} U_{\beta k} |\nu_\beta\rangle,$$

temos:

$$|\nu_\alpha(t)\rangle = \sum_{\beta=e, \mu, \tau} \left( \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} U_{\beta k} \right) |\nu_\beta\rangle. \quad (3.24)$$

Analizando a equação 3.24 pode-se observar que o estado de sabor  $\alpha$  evolui no tempo como uma superposição linear dos diferentes sabores. Na teoria padrão de oscilação de neutrinos é uma boa aproximação assumir que todos os neutrinos massivos têm o mesmo momento linear  $\vec{p}$ . Atualmente sabe-se que as massas dos neutrinos são menores que 1 eV e que somente neutrinos com energias maiores que 100 keV podem ser detectados, por isso em experimentos de oscilação os neutrinos são sempre considerados ultrarelativísticos. Com isso podemos escrever:

$$E_k = \sqrt{\vec{p}^2 + m_k^2} \simeq E + \frac{m_k^2}{2E}, \quad (3.25)$$

onde consideramos  $E \equiv |\vec{p}|$  é a energia do neutrino na aproximação sem massa.

A probabilidade mais geral para um neutrino, produzido com sabor  $\alpha$  e energia  $E$ , ser detectado como um neutrino de sabor  $\beta$  depois de percorrer uma distância  $L$  (*baseline*) num tempo  $t$ , é dada por:

$$P(\nu_\alpha \longrightarrow \nu_\beta) = |\langle \nu_\beta | \nu_\alpha(t) \rangle|^2 = \left| \sum_{k=1}^3 U_{\alpha k}^* e^{-iE_k t} U_{\beta k} \right|^2 = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i(E_k - E_j)t}. \quad (3.26)$$

Agora usando 3.25,

$$E_k - E_j = E + \frac{m_k^2}{2E} - E + \frac{m_j^2}{2E} = \frac{m_k^2 - m_j^2}{2E} = \frac{\Delta m_{kj}^2}{2E}, \quad (3.27)$$

substituindo 3.27 em 3.26 e levando em consideração que neutrinos são ultrarelativísticos, ou seja, considerando  $t \simeq L$  pois em experimentos reais o tempo de propagação do neutrino não é medido, chegamos na conhecida fórmula da probabilidade de oscilação no vácuo:

$$P(\nu_\alpha \longrightarrow \nu_\beta) = \sum_{k,j} U_{\alpha k}^* U_{\beta k} U_{\alpha j} U_{\beta j}^* e^{-i\left(\frac{\Delta m_{kj}^2}{2E}\right)L}. \quad (3.28)$$

A probabilidade pode ainda ser escrita como:

$$P(\nu_\alpha \longrightarrow \nu_\beta) = \delta_{\alpha\beta} - 4 \sum_{k>j} \mathcal{R}(U_{\alpha,k}^* U_{\beta,k} U_{\alpha,j} U_{\beta,j}^*) \sin^2(\Delta m_{kj}^2 L/4E) \quad (3.29)$$

$$+ 2 \sum_{k>j} \mathcal{I}(U_{\alpha,i}^* U_{\beta,i} U_{\alpha,j} U_{\beta,j}^*) \sin(\Delta m_{kj}^2 L/2E)$$

onde  $\alpha, \beta = e, \mu, \tau$  e  $k, j = 1, 2, 3$ .  $U$  é a matriz de mistura unitária como definida antes e  $\Delta m_{kj}^2 = m_k^2 - m_j^2$ . Em 3.29  $\mathcal{R}$  e  $\mathcal{I}$  são as partes real e imaginária, respectivamente. É importante ressaltar que esta expressão para a probabilidade é válida para um número arbitrário de auto-estados de massa, e permanece quando  $\beta$  é diferentes de  $\alpha$  ou quando são iguais. Para obter a expressão da probabilidade de oscilação para antineutrinos é suficiente fazer a substituição  $U \rightarrow U^*$ . Os argumentos gerais utilizados na derivação da probabilidade são:

- A conservação da probabilidade implica em

$$\sum_{l'} P(\nu_l \longrightarrow \nu_{l'}) = \sum_{l'} P(\bar{\nu}_l \longrightarrow \bar{\nu}_{l'}) = 1$$

- Invariância sob transformação de  $CPT$  implica em

$$P(\nu_l \longrightarrow \nu_{l'}) = P(\bar{\nu}_{l'} \longrightarrow \bar{\nu}_l)$$

- Em muitas situações existe invariância sob transformações de  $CP$  e isto implica em

$$P(\nu_l \longrightarrow \nu_{l'}) = P(\bar{\nu}_l \longrightarrow \bar{\nu}_{l'})$$

Se juntarmos as invariâncias sob transformações de  $CPT$  e  $CP$  é equivalente dizer que existe invariância sob transformações de  $T$

$$P(\nu_l \longrightarrow \nu_{l'}) = P(\nu_{l'} \longrightarrow \nu_l).$$

| Experimento | L (metros)        | E (MeV)       | $\Delta m^2 (eV^2)$ |
|-------------|-------------------|---------------|---------------------|
| Solar       | $10^{10}$         | 1             | $10^{-10}$          |
| Atmosférico | $10^4 - 10^7$     | $10^2 - 10^5$ | $10^{-1} - 10^{-4}$ |
| Reator      | SBL $10^2 - 10^3$ | 1             | $10^{-2} - 10^{-3}$ |
| Reator      | LBL $10^4 - 10^5$ | 1             | $10^{-4} - 10^{-5}$ |
| Acelerador  | SBL $10^2$        | $10^3 - 10^4$ | $> 0.1$             |
| Acelerador  | LBL $10^5 - 10^6$ | $10^4$        | $10^{-2} - 10^{-3}$ |

**Tabela 3.1:** Valores característicos de  $L$  e  $E$  para várias fontes de neutrinos e experimentos, também mostramos os valores de  $\Delta m^2$  onde eles são mais sensíveis.

Na tabela 3.2 [59] mostramos um resumo de experimentos assim como o comprimento de oscilação característico, a energia e o valor obtido da diferença de massa quadrada.

### 3.3

#### Buscas diretas de massa do neutrino

Medidas diretas de massa do neutrino são baseadas na análise da cinemática de partículas carregadas tais como os léptons e píons, emitidos juntos com os neutrinos em vários decaimentos fracos. As massas dos neutrinos distorcem o espectro eletrônico no decaimento  $\beta$  de um núcleo <sup>2</sup>. O método padrão para medida do valor absoluto da massa do neutrino é baseado na investigação detalhada da parte de alta energia do espectro do decaimento  $\beta$  do tritium [60, 61]:

$${}^3H \longrightarrow {}^3He + e^- + \bar{\nu}_e. \quad (3.30)$$

Este tipo de decaimento é super-permitido. Assim, o elemento de matriz nuclear é uma constante e o espectro eletrônico é determinado pelo espaço de fase  $\propto E_\nu p_\nu$ . O decaimento (3.30) tem uma pequena energia liberada ( $E_0 \simeq 18.6$  keV) e um tempo de vida conveniente ( $T_{1/2} \simeq 12.3$  anos).

A hamiltoniana efetiva do decaimento  $\beta$  é dada por

$$\mathcal{H}_I^{CC} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} 2\bar{e}_L \gamma_\alpha \nu_{eL} j^\alpha + h.c \quad (3.31)$$

<sup>2</sup>Podemos representar este tipo de decaimento no nível dos quarks como  $d \longrightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$ , e a nível de núcleo como  $n \longrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ .

aqui  $j^\alpha$  é a corrente hadrônica carregada,  $G_F$  é a constante de Fermi e

$$\nu_{eL} = \sum_i U_{ei} \nu_{iL}.$$

Onde  $\nu_i$  é o neutrino físico e  $U$  é a matriz de mistura como definida antes.

Os dados experimentais fornecidos por esses experimentos são analisados pelo assim chamado gráfico de Kurie. O espectro eletrônico no decaimento  $\beta$  permitido é

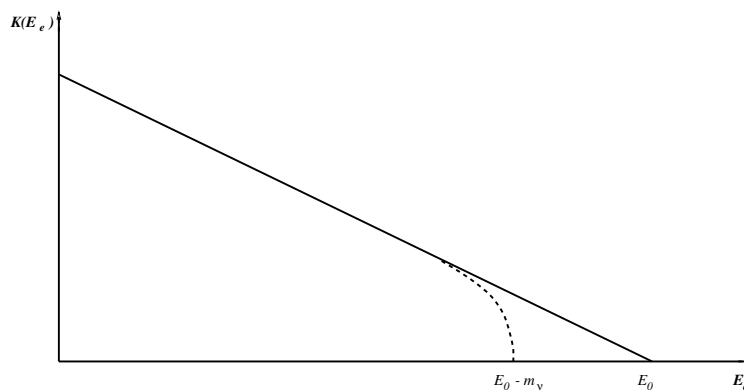
$$N_e(E_e) dE_e \propto F(Z, E_e) \sqrt{E_e^2 - m_e^2} E_e (E_0 - E_e)^2 dE_e, (m_\nu = 0) \quad (3.32)$$

$$N_e(E_e) dE_e \propto F(Z, E_e) \sqrt{E_e^2 - m_e^2} E_e (E_0 - E_e) \sqrt{(E_0 - E_e)^2 - m_\nu^2} dE_e, (m_\nu \neq 0). \quad (3.33)$$

Aqui  $F(Z, E_e)$  é uma função bem conhecida que leva em consideração a interação entre o elétron emitido e o núcleo no estado final,  $E_0$  é a energia liberada. Com isso, a forma do espectro do decaimento  $\beta$  deve depender de quando ou não os neutrinos tem massa. Das equações (3.32) e (3.33) plotamos o gráfico de Kurie, cuja função é definida como

$$K(E_e) \equiv \sqrt{\frac{N_e(E_e)}{F(Z, E_e) p_e E_e}}, \quad (3.34)$$

o gráfico  $K(E_e) \times E_e$  deve ser uma linha reta quando  $m_\nu = 0$ , mas deve ter uma forma diferente quando  $m_\nu \neq 0$  como mostrado na figura 3.5.



**Figura 3.5:** Gráfico de Kurie para o decaimento  $\beta$  do  ${}^3H$ .

Em termos gerais, as medidas realizadas nos experimentos do decaimento  $\beta$  serverm para determinar ou vincular a chamada massa cinemática, que é

calculada usando a relação

$$m_\beta \equiv \sqrt{\sum_i |U_{ei}|^2 m_{\nu i}^2}. \quad (3.35)$$

O limite atual fornecido pelos experimentos Mainz e Troitsk é [62]

$$m_{\nu e} < 2.2 \text{ eV} \quad (3.36)$$

em 95% (N.C.). Para os outros sabores os limites atuais são [62] :

$$m_{\nu \mu} < 190 \text{ keV} \quad (90\% \text{N.C.}) \text{ de } \pi^- \longrightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu, \quad (3.37)$$

$$m_{\nu \tau} < 18.2 \text{ MeV} \quad (95\% \text{N.C.}) \text{ de } \tau^- \longrightarrow n\pi + \nu_\tau, \quad (3.38)$$

Um novo experimento denominado KATRIN entrará em funcionamento em breve. Depois de pronto, espera-se que seja alcançada uma sensibilidade de  $m_\beta \sim 0.3 \text{ eV}$ .

### 3.4

#### Duplo decaimento beta sem neutrinos

Se assumimos que os neutrinos são partículas de Majorana, pode-se obter informação direta sobre a massa dos neutrinos a partir do *duplo decaimento beta sem neutrinos* ( $0\nu\beta\beta$ ) [63]:

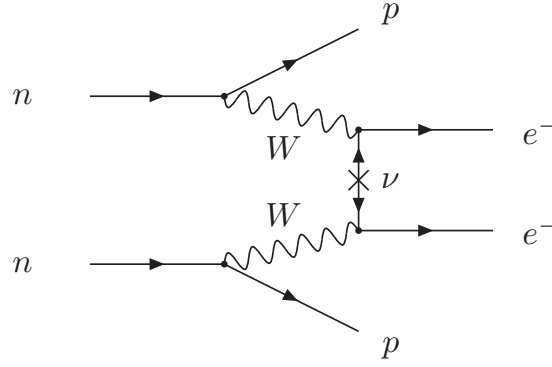
$$(A, Z) \longrightarrow (A, Z + 2) + e^- + e^- \quad (3.39)$$

Esquemáticamente na presença de massas de neutrinos e mistura o processo representado por (3.39) pode ser induzido pelo diagrama mostrado na figura 3.6. Este decaimento é um processo de segunda ordem na constante de Fermi  $G_F$  com neutrinos virtuais.

A amplitude deste processo é proporcional ao produto de duas correntes leptônicas:

$$M_{\alpha\beta} \propto [\bar{e}\gamma_\alpha(1 - \gamma_5)\nu_e] [\bar{e}\gamma_\beta(1 - \gamma_5)\nu_e]. \quad (3.40)$$

O qual permite escrever o propagador do neutrino da contração  $\langle 0|\nu_e(x)\nu_e(y)^T|0\rangle$ . Se o neutrino é uma partícula de Dirac, o campo  $\nu_e$  aniquila um neutrino e cria um antineutrino, os quais são partículas diferentes. Neste caso a contração  $\langle 0|\nu_e(x)\nu_e(y)^T|0\rangle = 0$  e  $M_{\alpha\beta} = 0$ . Do contrário, se neutrinos forem partículas de Majorana, o neutrino e o antineutrino são genuinamente



**Figura 3.6:** Diagrama de Feynman para o duplo decaimento beta sem neutrinos ( $0\nu\beta\beta$ ).

a mesma partícula e neste caso teremos  $\langle 0|\nu_e(x)\nu_e(y)^T|0\rangle \neq 0$ . Portanto, o número leptônico total neste decaimento é violado por duas unidades e isto só é permitido se neutrinos forem partículas de Majorana.

A quantidade medida em experimentos é a taxa de decaimento  $\Gamma_{0\nu\beta\beta}$  e esta quantidade está relacionada com a massa efetiva de Majorana pela relação:

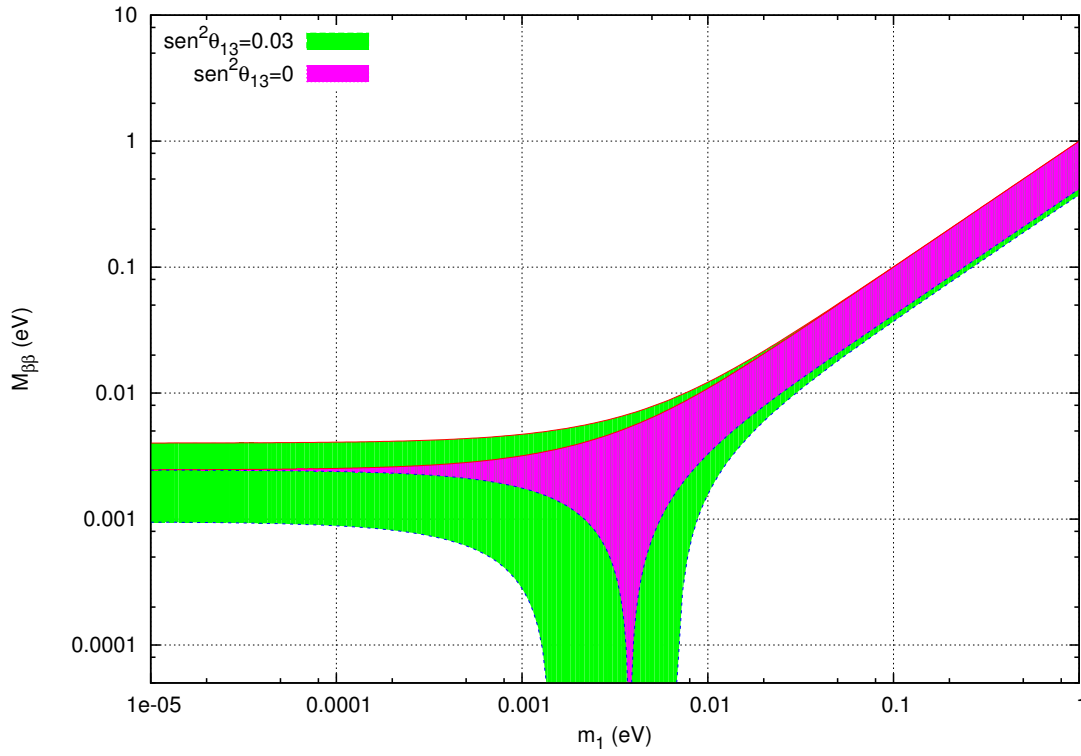
$$\Gamma_{0\nu\beta\beta} = G \cdot |\mathcal{M}_0|^2 \cdot \left| \frac{m_{\beta\beta}}{h} \right|^2 \quad (3.41)$$

Onde  $G$  é o fator do espaço de fase,  $\mathcal{M}$  é o elemento de matriz nuclear desse decaimento e  $h = \mathcal{M}_0/\mathcal{M}$  é o fator de incerteza no cálculo da matriz nuclear. A massa efetiva de Majorana é definida como:

$$m_{\beta\beta} = \left| \sum_i m_i U_{ei}^2 \right| \quad (3.42)$$

Aqui,  $U_{ei}$  representa os elementos na primeira linha de  $U$  e  $m_i > 0$  são os auto-valores de massa dos neutrinos físicos. Os vínculos experimentais sobre os ângulos de mistura são  $\sin^2 2\theta_{13} < 0.1 \equiv \sin^2 2\theta_{CHOOZ}$  do limite CHOOZ e  $0.2 < \cos 2\theta_{12} < 0.5$  ( $0.4 > s_{12}^2 > 0.25$ ) com o melhor ajuste  $\cos 2\theta_{12} = 0.37$  ( $s_{12}^2 = 0.315$ ). As diferenças de massas quadradas são fixadas como  $\Delta m_{12}^2 = 7.59 \times 10^{-5} \text{eV}^2$  e  $|\Delta m_{23}^2| = 2.6 \times 10^{-3} \text{eV}^2$ . Chamamos  $m_1 < m_2 < m_3$  de hierarquia normal e  $m_3 < m_1 < m_2$  de hierarquia invertida, essas denominações permanecem, mesmo que os neutrinos tenham massas quase degeneradas [64].

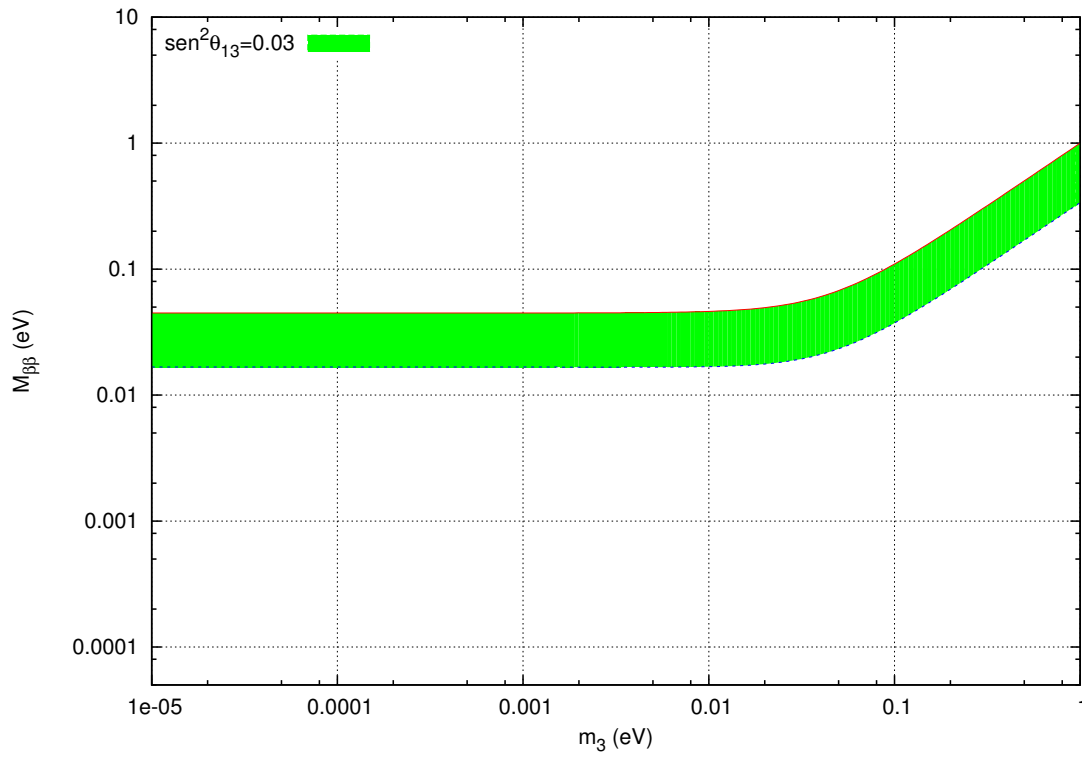
Na figura 3.7, mostramos as regiões permitidas para a massa efetiva de Majorana,  $m_{\beta\beta}$ , como função da massa do neutrino mais leve. Neste caso estamos assumindo que os neutrinos estão ordenados normalmente. No gráfico



**Figura 3.7:** Massa efetiva do  $(0\nu\beta\beta)$  em função do neutrino mais leve para hierarquia normal.

mostrado em 3.7, estamos mantendo os parâmetros associados a oscilação de neutrinos solares e atmosféricos fixos, cujos valores que estamos assumindo são:  $\theta_{\odot} = 0.58$ ,  $\Delta m_{\odot}^2 = 7.59 \times 10^{-5} \text{ eV}^2$  e  $\Delta m_A^2 = 2.6 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ . Consideramos também a incerteza na determinação do ângulo de mistura  $\theta_{13}$ , que quantifica a mistura entre os neutrinos eletrônicos com os neutrinos do tau, e deixamos as fases de Majorana variarem livremente entre 0 e  $2\pi$ . A região em magenta representa o caso em que  $\sin^2 \theta_{13} = 0$ , e pode ser observado que existe um valor de  $m_1$  que faz com que  $m_{\beta\beta} = 0$ . Na região em verde estamos fixando o ângulo de mistura  $\sin^2 \theta_{13} = 0.03$  em seu limite superior, enquanto que os outros parâmetros de oscilação continuam fixos com os mesmo valores e as fases de Majorana continuam variando livremente. É possível perceber que a região permitida, representada pela cor verde, é bem maior, e que existem alguns valores que  $m_1$  pode assumir tais que a massa efetiva se anula.

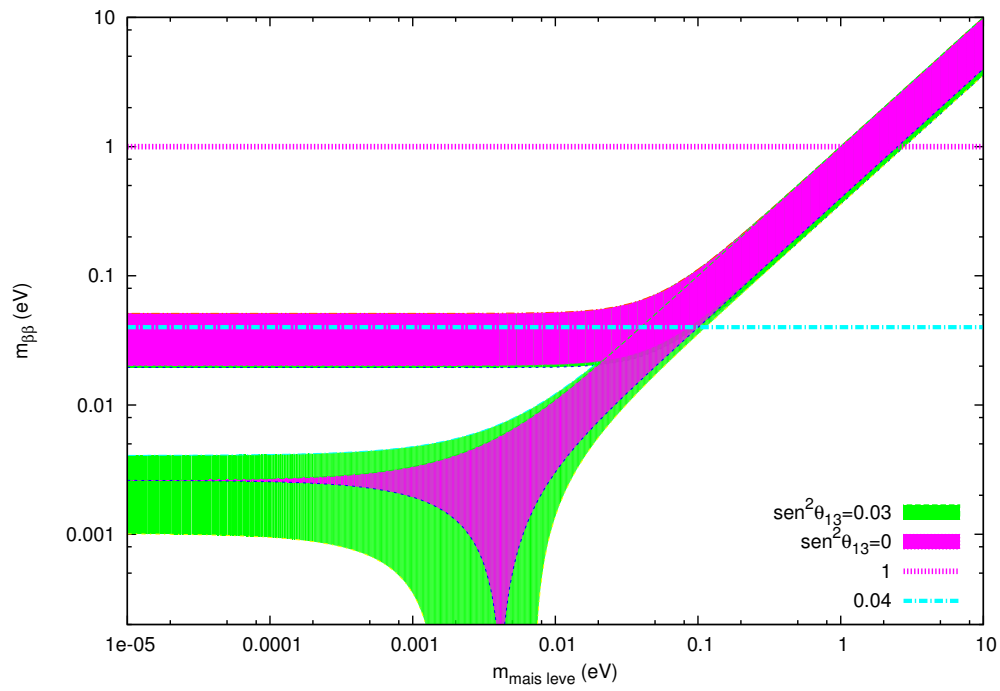
O caso em que os neutrinos obedecem a uma hierarquia invertida é representado na figura 3.8. Estamos fixando todos parâmetros de oscilação e considerando  $\sin^2 \theta_{13} = 0.03$ . Como é possível perceber, existe uma clara diferença entre os dois esquemas de massas. No caso normal existe uma região



**Figura 3.8:** Massa efetiva do  $(0\nu\beta\beta)$  em função do neutrino mais leve para hierarquia invertida .

em que a massa efetiva se anula, enquanto que no caso invertido isso não acontece. A diferença entre os dois cenários, é que no caso de hierarquia normal existe um cancelamento dos termos na equação (3.42) fazendo com que a massa efetiva se anule, enquanto que no caso da hierarquia invertida esse cancelamento não acontece. Na figura 3.9 mostramos as duas situações simultaneamente para os caso em que  $\sin^2 \theta_{13} = 0$  e  $\sin^2 \theta_{13} = 0.03$





**Figura 3.9:** Massa efetiva do  $(0\nu\beta\beta)$  em função do neutrino mais leve para hierarquias normal e invertida.

Nas tabelas 3.2 e 3.3, mostramos os limites atuais sobre a massa efetiva e a sensibilidade esperada para futuros experimentos [65].

| Experimento | Núcleo            | Limite atual sobre $ m_{\beta\beta} /h$ em eV |
|-------------|-------------------|-----------------------------------------------|
| HM          | $^{76}\text{Ge}$  | 0.35                                          |
| IGEX        | $^{76}\text{Ge}$  | 0.38                                          |
| Cuoricino   | $^{130}\text{Te}$ | 0.42                                          |
| NEMO3       | $^{100}\text{Mo}$ | 1.7                                           |
| DAMA/LXe    | $^{136}\text{Xe}$ | 2.2                                           |

**Tabela 3.2:** Vínculos atuais em 90% (N.C.).

| Experimento | Núcleo            | Sensibilidade para $ m_{\beta\beta} /h$ em meV |
|-------------|-------------------|------------------------------------------------|
| GERDA       | $^{76}\text{Ge}$  | 25                                             |
| MAJORANA    | $^{76}\text{Ge}$  | 25                                             |
| CUORE       | $^{130}\text{Te}$ | 33                                             |
| EXO         | $^{100}\text{Mo}$ | 52                                             |
| superNEMO   | $^{136}\text{Xe}$ | 55                                             |

**Tabela 3.3:** sensibilidade para futuros experimentos.

### 3.5

#### Neutrinos cosmológicos

Do ponto de vista do modelo cosmológico padrão, os neutrinos são as partículas mais abundantes do universo depois dos fótons da radiação cósmica de fundo, por isso não seria difícil especular que eles devem ter um papel importante na história da evolução do universo. A densidade de energia total do universo recebe uma contribuição do setor dos neutrinos, como consequência os neutrinos são extremamente relevantes para a formação de estruturas de grande escala no universo e influenciam vários observáveis cosmológicos.

Em termos gerais o principal efeito de neutrinos em cosmologia é suprimir o crescimento de flutuações sobre escalas abaixo do horizonte quando eles passam para o regime não relativístico. Por exemplo, um neutrino com uma massa da ordem de uma fração de eV, produziria uma supressão bastante significativa da agregação sobre pequenas escalas cosmológicas. Devido a existência deste efeito é possível inferir vínculos, embora sejam indiretos, sobre as massas dos neutrinos comparando os mais recentes dados cosmológicos com as previsões teóricas.

Neste estudo, a quantidade relevante é a densidade de energia,  $\Omega_\nu h^2$ , onde  $h \approx 0.7$  parametriza o valor atual da constante de Hubble como  $H_0 = 72.4 \text{ kms}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$  [66]. Um fato interessante que vale pena comentar

é que cosmologia não distingue neutrinos de Dirac de neutrinos de Majorana. Dados cosmológicos provam principalmente, de forma aproximada, a soma de massas de neutrinos, que dentro da cosmologia padrão, controla a presente fração de energia  $\Omega_\nu$  de neutrinos não relativísticos. Esta quantidade está relacionada à massa total dos neutrinos como:

$$\Omega_\nu h^2 = \sum_i \frac{m_i}{94 \text{ eV}}. \quad (3.43)$$

Portanto, dados cosmológicos dão informação principalmente sobre a soma das massas dos neutrinos

$$\sum^{ativo} = \sum_{i=1}^3 m_{\nu i}, \quad (3.44)$$

e fornecem pouca informação sobre sua mistura.

As recentes observações astrofísicas e cosmológicas têm fornecido, indiretamente, um limite superior para massa absoluta dos neutrinos, as quais competem com os limites fornecidos por experimentos de laboratório. Afim de converter dados de CMB e LSS num vínculo sobre as massas dos neutrinos, antes de qualquer coisa, é necessário assumir um modelo cosmológico. Os vínculos cosmológicos assumem que as estruturas observadas são geradas por flutuações escalares adiabáticas gaussianas primordiais com um índice espectral  $n$  constante envolvido na presença das conhecidas partículas do modelo padrão, da matéria escura fria e de uma constante cosmológica. Este modelo padrão da cosmologia parece ser consistente com as observações. Usando os dados fornecidos somente por WMAP-5y encontra-se o limite  $\sum_i m_{\nu i} < 1.3 \text{ eV}$  [66] para os neutrinos padrões, se combinarmos os dados de WMAP-5y com dados de BAO e SN obtém-se  $\sum_i m_{\nu i} < 0.61 \text{ eV}$  [66]. Para uma discussão mais completa sobre os efeitos de neutrinos massivos em cosmologia sugerimos [67].