6
Conclusões

O método de Jacobi clássico foi criado para obter autovalores de matrizes simétricas. Pouco tempo depois, o método foi aperfeiçoado para o cálculo de qualquer tipo de matriz. A presente dissertação mostrou um método tipo Jacobi baseando-se em rotações quaterniônicas.

A principal vantagem dos métodos de Jacobi sobre os métodos baseados em tridiagonalização, tal como o método QR, está na precisão inerente aos mesmos, além do fato que métodos tipo Jacobi são facilmente paralelizáveis. Dessa forma, com o avanço da arquitetura de computadores, algoritmos baseados no método de Jacobi vêm se apresentando como uma alternativa para a implementação de algoritmos eficientes. A chave para paralelizar um bom algoritmo de Jacobi ou um algoritmo tipo Jacobi é escolher a ordem correta para paralelizá-lo. Bons exemplos de ordens podem ser encontrados em (1) e (2).

Conforme o exposto no capítulo 3, os resultados obtidos nesse trabalho para matrizes anti-simétricas demonstram que, ao comparar o algoritmo qJ com os algoritmos baseados no método QR, houve uma melhora na precisão, em detrimento ao aumento do tempo de execução do algoritmo. No caso das matrizes simétricas, o custo computacional para obter os autovetores – mesmo que a precisão dos mesmos não seja importante para o cálculo da matriz de rotação devido ao fato que, como os vetores são unitários, a matriz R será ortogonal – torna-se um fator relevante. Uma melhoria pode ser feita no sentido de calcular os autovetores com uma precisão menor para as primeiras iterações, uma vez que os elementos diminuirão em módulo rapidamente durante a execução inicial do algoritmo.

Para matrizes normais, uma grande dificuldade consiste em decompor a matriz em uma soma direta de uma matriz simétrica e outra anti-simétrica. Outro problema do algoritmo está no caso do algoritmo não ter aplicabilidade na obtenção do espectro de matrizes quase-normais, uma vez que não há comutatividade entre as partes simétrica e anti-simétrica verificada para esses casos.

Por fim, a aplicação do algoritmo a matrizes Hamiltonianas tem uma contribuição relevante devido, em grande parte, ao uso dás matrizes simpléticas a fim de preservar a estrutura da matriz cliente ao longo do processo. Uma boa estimativa acerca da quantidade de memória necessária para alocar uma matriz de ordem $2n \times 2n$ está em $n^2 + n$ para matrizes simétricas Hamiltonianas, e $n^2 - n$ no caso das matrizes anti-simétricas anti-Hamiltonianas.

O uso de matrizes simpléticas, em conjunto com rotações quaterniônicas poderá trazer melhores compreensões para problemas no espaço $\mathbb{R}^3$. A deficiência do método para matrizes anti-simétricas anti-Hamiltonianas pode ser compensada com o uso de outros métodos, conforme descrito no Capítulo 5.

Como conclusão do presente trabalho, concluímos que o isomorfismo existente entre $\mathbb{H} \times \mathbb{H}$ traz uma decomposição natural para alguns tipos especiais de matrizes.