

3 Modelagem numérica com o programa FLAC

3.1. Descrição geral do programa FLAC

FLAC v.5 (ITASCA, 2005) é um programa para análise 2D (estados planos de deformação, de tensão e axissimetria) baseado no método das diferenças finitas, utilizando um algoritmo explícito no tempo para determinar a solução de problemas envolvendo solos, rochas e outros materiais que apresentem fluxo plástico quando as tensões de escoamento são atingidas.

A terminologia utilizada no FLAC é semelhante à usual do método dos elementos finitos (Figura 3.1), com algumas exceções, como o emprego da palavra zonas em vez de elementos.

O corpo sólido é dividido pelo usuário em uma malha formada por zonas quadrilaterais através de um algoritmo (pouco versátil e algo ineficiente, diga-se de passagem). Como regra geral, o razão comprimento/altura de uma zona deve ser mantida tão próximo quanto possível da unidade e não se deve ultrapassar a razão 1/5 sob pena de obtenção de resultados potencialmente imprecisos.

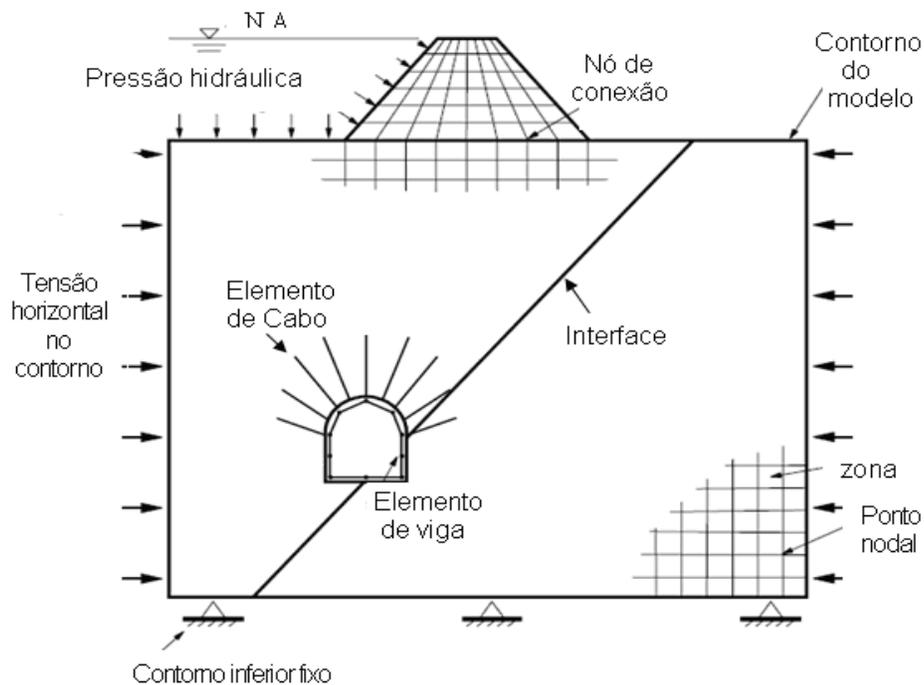


Figura 3.1 – Exemplo de modelagem no programa FLAC (Manual FLAC v.5).

As equações de movimento são resolvidas, mesmo quando o sistema está em equilíbrio estático, o que permite ao programa acompanhar processos fisicamente instáveis sem muitas dificuldades numéricas como, por exemplo, a ruptura progressiva de taludes e seu colapso.

Um esquema de solução explícita no tempo é utilizada, permitindo a solução de problemas tensão x deformação não-lineares. Não é necessário o armazenamento de matrizes (como geralmente acontece no método dos elementos finitos), possibilitando assim que um grande número de zonas sejam modeladas com pouca memória RAM de computador.

No entanto, o programa FLAC tem desvantagens em certas situações, quando comparado com implementações baseadas no método dos elementos finitos: a) problemas lineares são executados em tempos maiores de processamento no FLAC do que normalmente levariam em programas de elementos finitos; b) o tempo de processamento no FLAC é proporcional à razão entre o maior e o menor período natural do sistema sendo modelado, o que faz com que certos problemas sejam modelados de forma muito ineficiente como, por exemplo, em casos contendo grandes disparidades de tamanho de elementos ou valores de módulos de elasticidade.

FLAC v.5 contém 11 modelos constitutivos implementados no código computacional para modelagem mecânica de solos e rochas, conforme Tabela 3.1. Adicionalmente são disponíveis 5 módulos extras para análises dinâmicas, térmicas, de acoplamento fluido-mecânico, para materiais apresentando comportamento visco-plástico (*creep*) e a possibilidade de inclusão de novos modelos constitutivos definidos pelo usuário.

O FLAC também opera no modo *large-strain* no qual os incrementos de deslocamentos são adicionados às coordenadas da malha que tal maneira que esta se desloca e se deforma juntamente com o material que representa. Este tipo de formulação é conhecido como Lagrangeana Modificada. A relação constitutiva em cada passo do método explícito é formulada com pequenas deformações, mas é equivalente a uma abordagem a grandes deformações para muitos passos de cálculo.

Além da utilização de comandos FLAC específicos, o programa também contém uma poderosa linguagem de programação denominada FISH, possibilitando que o usuário escreva suas próprias funções e assim amplie a utilidade do programa e o potencial de suas aplicações. Muitas funções FISH já foram escritas por usuários do FLAC e encontram-se armazenadas em uma

biblioteca especial, podendo ser diretamente utilizadas ou modificadas para atender às condições específicas do problema em análise.

Através da linguagem de programação FISH é possível prescrever variações de propriedades na malha, plotar e imprimir variáveis definidas pelo usuário, implementar algoritmos de geração de malhas, especificar condições de contorno variáveis no tempo e espaço, desenvolver modelos constitutivos especiais, etc.

A utilização do FLAC não é tão simples quanto no caso da maioria dos programas de elementos finitos orientados a aplicações da engenharia geotécnica (Plaxis, GeoStudio, dentre os principais), exigindo do usuário o conhecimento de um número razoável de comandos e de seus atributos, bem como boas noções de programação na linguagem FISH. Uma vez que estes aspectos sejam conhecidos e o usuário esteja bem familiarizado com a estrutura do programa, este se torna, sem dúvida, no mais completo *software* hoje disponível para estudo de problemas envolvendo solos e rochas.

Tabela 3.1- Modelos constitutivos disponíveis no programa FLAC v.5

Modelo	Material	Exemplo de Aplicação
Nulo	Vazio	Furos, escavações, regiões nas quais o material será adicionado em estágio posterior.
Elástico linear	Homogêneo, isotrópico contínuo; comportamento tensão-deformação linear.	Materiais manufaturados (aço), submetidos a carregamentos inferiores ao limite de elasticidade.
Elástico transversalmente isotrópico	Materiais laminados esbeltos exibindo anisotropia elástica	Materiais laminados (ardósia ou rocha tipo xisto), submetidos a carregamentos inferiores ao limite de elasticidade.
Ducker - Prager	Aplicação limitada; argila mole com baixa coesão.	Modelo comum para comparação com programas de elementos finitos.
Mohr-Coulomb	Materiais granulares; solos, rocha, concreto.	Aplicado de forma generalizada em problemas da Mecânica dos Solos.
Mohr-Coulomb com amolecimento/ endurecimento	Materiais granulares que exibem comportamento não-linear de amolecimento ou endurecimento	Estudos de pós-ruptura, ruptura progressiva.
Modelo de Juntas	Materiais laminados esbeltos exibindo anisotropia de resistência	Escavações em camadas estratificadas
Modelo de Juntas com deformação bi linear e	Materiais laminados que exibem endurecimento ou	Estudos em pós-ruptura de materiais laminados.

amolecimento/endurecimento	amolecimento de material não-linear.	
Escoamento Duplo	Materiais granulares com baixa cimentação onde tensões causam decréscimo de volume permanente.	Barragens de enrocamento.
Cam-Clay Modificado	Materiais cuja deformabilidade e resistência são funções de variação de volume	Problemas geotécnicos em argila normalmente adensadas.
Hoek – Brown	Rocha isotrópica e homogênea.	Problemas geotécnicos em rochas.

3.2. Modelagem do aterro

O modelo elasto-perfeitamente plástico de Mohr-Coulomb foi utilizado para representação do solo do aterro. Cinco parâmetros do material foram necessários para sua descrição numérica: dois parâmetros elásticos (módulo de deformação volumétrica K , módulo de cisalhamento G), dois parâmetros de plasticidade (ângulo de atrito ϕ , coesão c) e o ângulo de dilatância ψ .

O ângulo de dilatância é empregado em análises numéricas para corrigir a excessiva variação volumétrica negativa (expansão) do solo prevista pelo modelo de Mohr-Coulomb com lei de fluxo associada. Exceto no caso de argilas fortemente pré-adensadas, solos coesivos tendem a apresentar pouca dilatância ($\psi \sim 0$). Em areias, a dilatância depende da densidade relativa e do ângulo de atrito; para areias de quartzo a ordem de magnitude da dilatância pode ser aproximada por $\psi = \phi - 30^\circ$ e para valores de $\phi < 30^\circ$ o ângulo de dilatância é geralmente considerado nulo. Um ângulo de dilatância positivo em condições drenadas implica que o solo vai sofrer expansão de volume contínua, sem atingir a condição de estado crítico, o que é claramente irrealista; em condições não-drenadas uma dilatância positiva, associada à condição de não-variação de volume, leva a geração de poropressões negativas (sucção). Em uma análise não-drenada em termos de tensões efetivas a resistência do solo, logo, pode ser superestimada.

3.3. Modelagem do reforço

O programa FLAC também dispõe de 7 elementos estruturais para representação de apoios, elementos de ligação e de interface entre diferentes materiais. Elementos de viga (*beam elements*) e de cabo (*cable elements*) podem ser utilizados para a modelagem de reforços com geossintéticos.

Segundo Bathurst e Hatami (1999), elementos de cabo constituem-se na melhor alternativa (elementos de cabo foram adotados nesta pesquisa) pois têm melhor eficiência computacional quanto ao tempo de processamento, os parâmetros de interface são mais fáceis de serem especificados e as informações geradas sobre a distribuição de tensões e deformações ao longo do reforço são suficientes para compreensão do comportamento do solo.

3.3.1. Comportamento axial

O comportamento axial do sistema pode ser assumido como controlado inteiramente pelo elemento de reforço, o qual é usualmente esbelto, oferecendo pouca resistência à flexão e tratado como elemento 1D capaz de resistir à tração uniaxial. A rigidez axial é definida em termos da área da seção transversal A do material de reforço e do seu módulo de Young E .

O incremento de força axial, ΔF , é calculado do deslocamento axial incremental por:

$$\Delta F^t = -\frac{EA}{L} \Delta u^t \quad (3.1)$$

onde L é o comprimento do elemento e

$$\begin{aligned} \Delta u^t &= \Delta u_i t_i \quad \text{para } i = 1, 2 \\ &= \Delta u_1 t_1 + \Delta u_2 t_2 \\ &= (u_1^{[b]} - u_1^{[a]}) t_1 + (u_2^{[b]} - u_2^{[a]}) t_2 \end{aligned}$$

onde os sobrescritos a e b referem-se a nós e t_1, t_2 representam os valores dos cossenos diretores em relação à direção axial do cabo.

Valores da força de escoamento à tração (**yield**) e da força de escoamento à compressão (**ycomp**) podem ser atribuídos (Figura 3.2) pelo usuário. Caso não informados, o programa considera-os nulos.

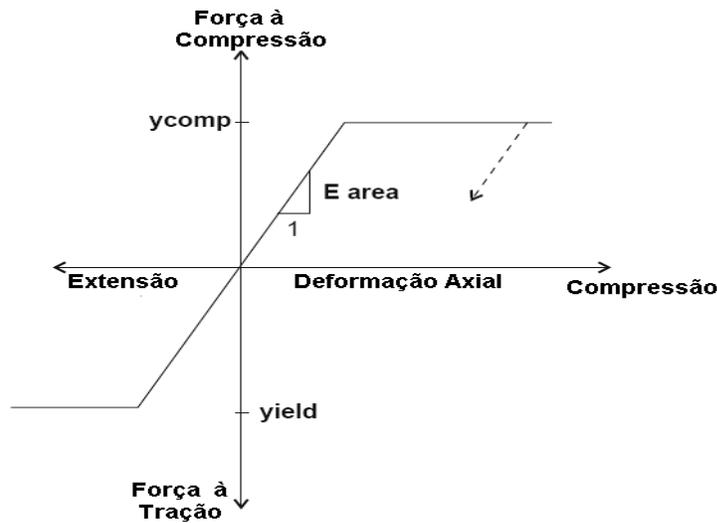


Figura 3.2 - Comportamento do material para elementos de cabo (manual FLAC v.5).

3.3.2. Comportamento cisalhante na interface solo-reforço

O comportamento cisalhante na interface solo-reforço, quando do deslocamento relativo entre o solo e o reforço, é descrito numericamente pela rigidez cisalhante da interface k_{bond} (Figura 3.3b):

$$\frac{F_s}{L} = k_{\text{bond}}(u_c - u_m) \quad (3.2)$$

onde:

F_s = Força tangencial desenvolvida ao longo da interface reforço – solo;

k_{bond} = Rigidez cisalhante da interface;

u_c = deslocamento axial do cabo;

u_m = deslocamento axial do solo;

L = comprimento do elemento de contribuição.

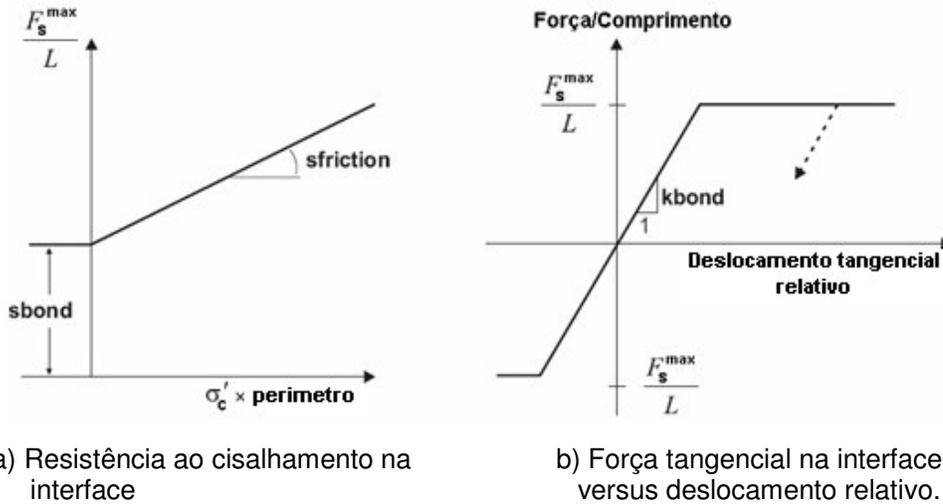


Figura 3.3 - Comportamento do material de interface (manual FLAC v.5).

A máxima força tangencial que pode ser desenvolvida na interface, normalizada em relação ao comprimento do elemento L , é uma função da coesão e do ângulo de atrito na interface, de acordo com (Figura 3.3-a):

$$\frac{F_s^{\max}}{L} = S_{bond} + \sigma'_c * \tan(S_{friction}) * \text{perímetro} \quad (3.3)$$

onde:

S_{bond} : força resistente devida à coesão na interface (força/comprimento do reforço)

$S_{friction}$: ângulo de atrito na interface

perímetro : perímetro exposto do elemento de cabo

σ'_c : tensão efetiva normal média atuante na interface, definida por¹

$$\sigma'_c = -\left(\frac{\sigma_{nn} + \sigma_{zz}}{2} + p\right) \quad (3.4)$$

onde:

p = poro pressão;

σ_{zz} = tensão fora do plano;

$$\sigma_{nn} = \sigma_{xx} n_1^2 + \sigma_{yy} n_2^2 + 2\sigma_{xy} n_1 n_2$$

¹ convenção de sinais do programa FLAC segue à notação tradicional de Resistência dos Materiais.

n_i = cossenos diretores do vetor unitário normal ao elemento de cabo

3.3.3. Propriedades do reforço

Os elementos de cabo do FLAC v.5 necessitam da especificação, como dados de entrada, dos seguintes parâmetros:

- a) Área da seção transversal do reforço;
- b) Massa específica do reforço, para análises dinâmicas;
- c) Módulo de Young do material do reforço;
- d) Comprimento do reforço (opcional). Se não informado, é considerado contínuo na direção fora do plano;
- e) Resistência à tração do material de reforço;
- f) Resistência à compressão do material de reforço; se não especificada, assumida nula;
- g) Perímetro exposto do reforço;
- h) Rigidez cisalhante na interface (força / comprimento do cabo / deslocamento relativo);
- i) Força resistente devida à coesão (força/comprimento do cabo)
- j) Ângulo de atrito na interface (graus);

3.4. Aspectos da modelagem dinâmica

3.4.1. Contornos silenciosos

A modelagem de problemas de geomecânica envolve meios que, na escala da análise, podem muitas vezes serem considerados infinitos. Escavações subterrâneas profundas são geralmente assumidas como circundadas por um meio infinito enquanto que estruturas na superfície são consideradas assentes sobre um semi-espaço. Métodos numéricos dependentes da discretização de regiões finitas requerem que condições de contorno sejam adequadamente prescritas. Em análises estáticas, condições de contorno rígidas podem ser realisticamente empregadas através da prescrição de apoios fixos colocados a alguma distância da região de interesse. Em problemas dinâmicos, contudo, tal tipo de contorno poderia causar a reflexão de ondas novamente para o interior do modelo e não permitir a necessária radiação

de energia. A utilização de malhas de grandes proporções poderia minimizar o problema, considerando-se que o amortecimento do material dissiparia a maior parte da energia gerada pelas ondas refletidas nos contornos distantes, mas esta solução levaria a tempos de computação extremamente elevados. A alternativa é utilizar contornos silenciosos (em oposição ao ruído introduzida nos resultados numéricos por contornos rígidos), como os propostos por Lysmer e Kuhlemeyer (1969) e usados no FLAC, no qual amortecedores independentes são dispostos ao longo dos contornos do modelo nas direções normal e tangencial. Este método é quase completamente eficiente para ondas com ângulos de incidência superiores a 30° , medidos em relação aos contornos. Para menores ângulos de incidência ou para ondas de superfície ainda ocorre absorção de energia pelos amortecedores, mas esta não é perfeita (daí porque estes contornos são também conhecidos como de *transmissão imperfeita*). Todavia, esta técnica tem a vantagem de que opera no domínio do tempo e sua eficiência foi comprovada ao longo dos anos em vários programas computacionais baseados no método dos elementos finitos e das diferenças finitas. Um aperfeiçoamento deste tipo de contorno foi sugerido por White et al. (1970) considerando que as características dos amortecedores dependem também do coeficiente de Poisson.

A formulação de contornos silenciosos proposta por Lysmer e Kuhlemeyer (1969) considera os seguintes valores de tensão normal e tangencial ao contorno, respectivamente:

$$t_n = -\rho C_p v_n \quad (3.5)$$

$$t_s = -\rho C_s v_s \quad (3.6)$$

onde:

t_n = tensão normal ao contorno

t_s = tensão cisalhante ao contorno

ρ = massa específica

C_p = velocidade de onda P

C_s = velocidade de onda S

v_n = componente normal da velocidade no contorno

v_s = componente tangencial da velocidade no contorno

Os valores das tensões t_n e t_s no FLAC são aplicados em cada passo de tempo.

3.4.2. Contornos de campo livre

A análise numérica da resposta dinâmica de estruturas, como barragens (Figura 3.4), requer a discretização da região adjacente à sua fundação. O registro sísmico é geralmente representado por ondas planas SV propagando-se verticalmente e as condições de contorno devem considerar o movimento de campo livre que ali existiria caso a estrutura estivesse ausente. Para impor este tipo de condição, de tal maneira que os contornos conservem suas características de absorção de ondas, o programa FLAC executa o problema de propagação de ondas 1D, na hipótese de campo livre, realizado simultaneamente com a análise da malha principal.

Desta maneira, ondas planas propagando-se verticalmente não sofrem distorção no contorno porque as condições de campo livre são idênticas àsquelas do modelo semi-infinito. Se a malha principal é uniforme, e se não houvesse estrutura na superfície, então os amortecedores laterais não seriam ativados porque os contornos livres executam o mesmo movimento da malha principal. Todavia, se o movimento da malha principal for diferente (causado, por exemplo, pela radiação de ondas secundárias pela estrutura) então os amortecedores absorveriam energia de maneira similar aos contornos silenciosos anteriormente descritos.

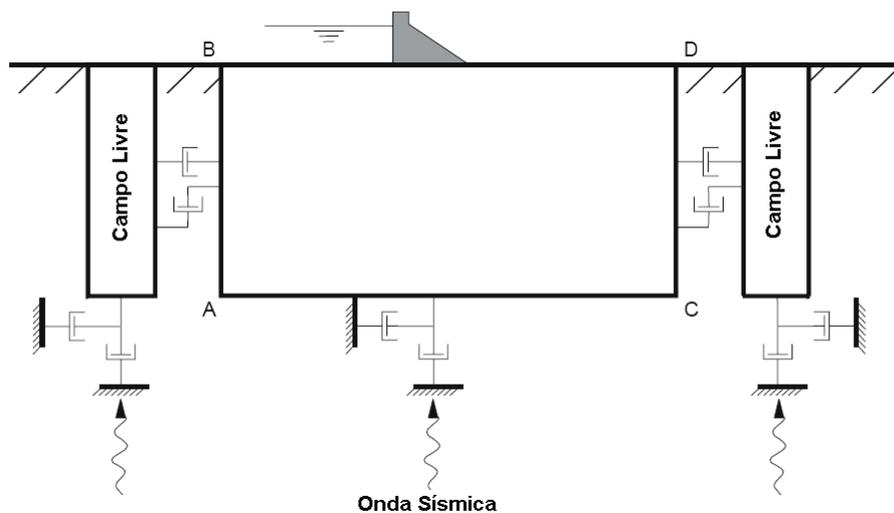


Figura 3.4 - Modelo para análise sísmica de uma estrutura de superfície e com condição de contorno em campo livre (manual do FLAC v.5).

Os contornos laterais da malha principal são acoplados aos das malhas de campo livre por amortecedores viscosos para simular um contorno silencioso (ver Figura 3.4), e as forças desbalanceadas da malha de campo livre são aplicadas nos contornos da malha principal. Ambas as condições são expressas pelas equações (3.7) e (3.8), relativas somente ao contorno da esquerda na Figura 3.4. Expressões semelhantes podem ser escritas em relação ao contorno da direita.

$$F_x = -[\rho C_p (v_x^m - v_x^{ff}) - \sigma_{xx}^{ff}] \Delta S_y \quad (3.7)$$

$$F_y = -[\rho C_s (v_y^m - v_y^{ff}) - \sigma_{xy}^{ff}] \Delta S_y \quad (3.8)$$

onde:

- ρ = massa específica do material ao longo do contorno vertical do modelo;
- C_p = velocidade de onda P no contorno;
- C_s = velocidade de onda S no contorno;
- ΔS_y = tamanho vertical medida da zona entre nós do contorno;
- v_x^m = velocidade na direção x do nó do contorno na malha principal;
- v_y^m = velocidade na direção y do nó do contorno na malha principal;
- v_x^{ff} = velocidade na direção x do nó do contorno na malha de campo livre;
- v_y^{ff} = velocidade na direção y do nó do contorno na malha de campo livre;
- σ_{xx}^{ff} = tensão normal média no nó de contorno da malha de campo livre;
- σ_{xy}^{ff} = tensão cisalhante média no nó de contorno da malha de campo livre

O modelo de campo livre consiste em uma coluna 1D de largura unitária. Está discretizada em n elementos consistentes com as zonas da malha principal, ao longo dos contornos laterais. As massas dos elementos são concentradas (*lumped*) nos n+1 pontos nodais. Uma variação linear do campo de deslocamentos é assumida no interior de cada elemento do modelo de campo livre (isto é, admitindo-se uma distribuição constante de tensões ou deformações no interior de cada elemento).

3.4.3. Transmissão de ondas

Distorções numéricas da propagação de ondas podem ocorrer em uma análise dinâmica em consequência da modelagem. Tanto o espectro de frequências da excitação dinâmica quanto as características de propagação das ondas no sistema podem afetar a precisão numérica da transmissão de ondas através do modelo discreto. Kuhlemeyer e Lysmer (1973) mostraram que para uma representação acurada da transmissão de ondas o tamanho do elemento Δl deve ser menor do que aproximadamente 1/10 a 1/8 do comprimento de onda λ associado à maior frequência do registro de entrada.

$$\Delta l \leq \frac{\lambda}{10} \quad (3.9)$$

3.4.4. Filtragem do registro sísmico

Para certas análises (por exemplo em registros exibindo altas velocidades de pico com rápidos intervalos de subida), a aplicação da equação (3.9) pode resultar em tamanhos de zonas e passos de tempo muito pequenos, implicando em tempos de processamento e quantidade de memória proibitivos. Em tais circunstâncias, o registro sísmico (história de acelerações, velocidades ou deslocamentos) deve ser tratado, reconhecendo-se que a maior parte da potência do sismo está contida nas componentes de baixa frequência. Por um processo de filtragem das altas frequências, uma malha com zonas maiores pode ser utilizada sem significativa mudança nos resultados esperados.

O procedimento de filtragem pode ser executado com uma rotina de filtro passa-baixo² utilizando a técnica de Transformada Rápida de Fourier (FFT). O programa FLAC tem disponível uma rotina escrita na linguagem FISH, denominada FILTER.FIS, pronta para filtrar registros considerando-se determinada frequência de corte f_c .

Baixas frequências também podem ser filtradas através de uma rotina de filtro passa-alta, removendo-se aquelas cujo período é maior do que a duração do terremoto, pois as mesmas tendem a causar valores não nulos no final da história de velocidades e deslocamentos.

² Filtro passa-baixo é o nome comum dado a um circuito eletrônico que permite a passagem de baixas frequências e atenua a amplitude das frequências maiores que uma frequência de corte

3.4.5. Correção da linha base

O processo de correção da linha base pode ser usado para prescrever velocidade e deslocamento residuais nulos ao final do movimento do terremoto.

Este processo, mostrado na Figura 3.5, pode ser explicado como:

- a) a história das velocidades pode ser obtida pela integração no tempo da história das acelerações. Neste cálculo, a velocidade final pode resultar não-nula como na Figura 3.5^a;
- b) a integração no tempo da história das velocidades pode resultar também em um deslocamento final não-nulo, como na Figura 3.5^b;
- c) uma onda de velocidade de baixa frequência pode ser selecionada de forma que a velocidade e deslocamento finais tornam-se nulos. Esta onda pode ser uma função polinomial ou periódica com parâmetros livres (Figura 3.5 c) que podem ser ajustados para obtenção dos resultados desejados, como mostrado na Figura 3.5^d. A correção da linha base no programa FLAC pode ser feita pelo usuário através da rotina da biblioteca FISH denominada BASELINE.FIS.

Se a correção da linha base não for executada, a história das acelerações não corrigidas resultará em um erro linear nas história das velocidades e um erro quadrático na história dos deslocamentos (Kramer, 1996).

Outra técnica para correção da linha base é aplicar um deslocamento adicional no final dos cálculos, se for constatada a existência de um deslocamento residual no modelo. Isto pode ser feito aplicando-se uma velocidade fixa na malha com o objetivo de reduzir os deslocamentos a zero. Esta ação não afetará o mecanismo de deformação do modelo.

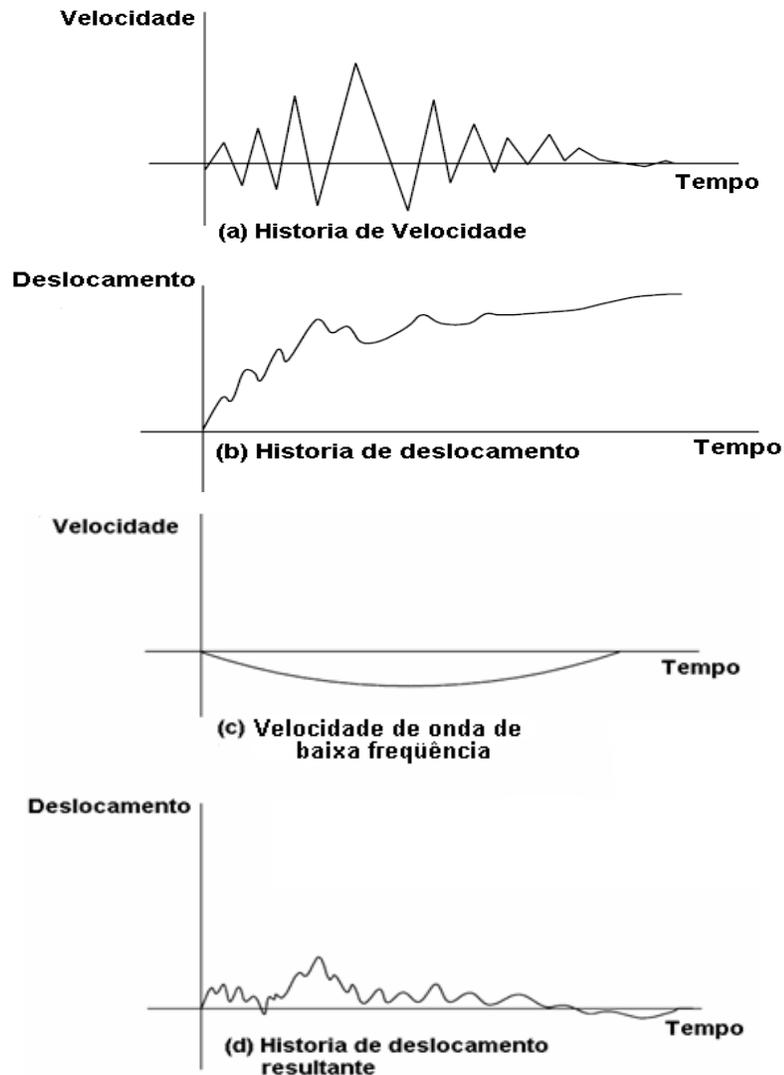


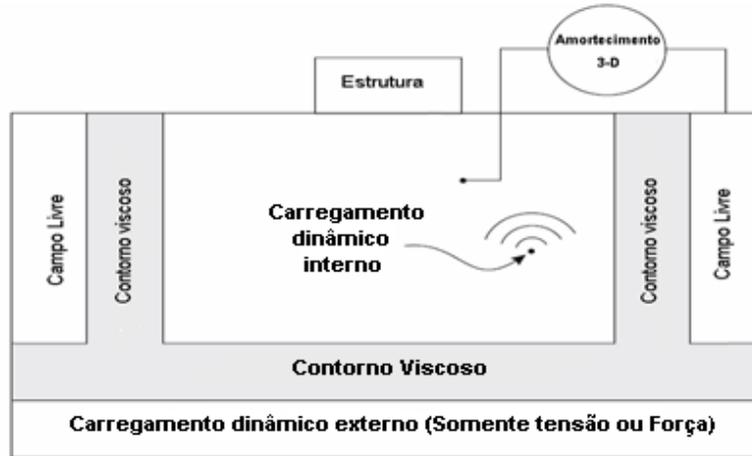
Figura 3.5 - Processo de correção da linha base (manual do FLAC v.5).

3.4.6. Carregamento dinâmico

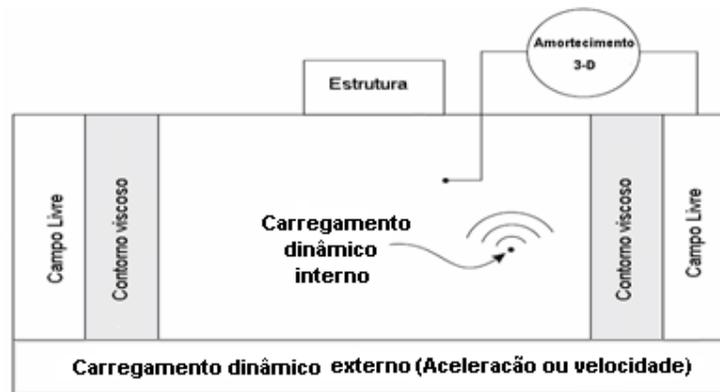
No FLAC, a aplicação do carregamento dinâmico no contorno do modelo pode ser sob uma das seguintes maneiras: uma história de acelerações, uma história de velocidades, uma história de tensões ou uma história de forças. As duas primeiras são aplicadas nos casos com fundação sobre base rígida (rocha) e os dois últimos para casos com fundação sobre base flexível (solo), conforme mostra a Figura 3.6.

Uma restrição quando considerando-se histórias de aceleração ou de velocidade é que estes carregamentos dinâmicos não podem ser aplicados sobre contornos silenciosos, porque as características destes seriam

significativamente alteradas. Para prescrever-se movimentos sísmicos sobre contornos silenciosos, uma condição de carregamento em termos de tensões deve ser utilizada, com o registro de velocidades transformado em um registro de tensões e em seguida aplicado.



(a) Base Flexível.



(b) Base Rígida.

Figura 3.6 - Condições de contorno e de carregamento dinâmico (manual FLAC v.5).

Uma onda de velocidade pode ser convertida em uma onda de tensão usando a formulação elástica:

$$\sigma_n = 2(\rho C_p) v_n \quad (3.10)$$

$$\sigma_s = 2(\rho C_s) v_s \quad (3.11)$$

onde:

σ_n = tensão normal aplicada;

σ_s = tensão cisalhante aplicada;

ρ = massa específica;

C_p = velocidade de propagação de onda P;

C_s = velocidade de propagação de onda S;

v_n = velocidade normal da partícula;

v_s = velocidade tangencial da partícula.

A formulação acima assume propagação de ondas planas. O fator 2 nas equações 3.10 e 3.11 leva em conta o fato de que a tensão aplicada deve ser duplicado em relação àquela prevista em um meio infinito, porque metade da energia é absorvida pelo contorno viscoso.

3.4.7. Amortecimento mecânico

Sistemas dinâmicos naturais contém algum grau de amortecimento da energia de vibração, caso contrário oscilariam indefinidamente. O amortecimento do material explica o comportamento inelástico dos materiais pois parte da energia interna do ciclo de carregamento é absorvida pelo material durante o ciclo de descarregamento, fazendo com que ambas as trajetórias não sejam coincidentes, o que caracteriza materiais inelásticos.

O programa computacional FLAC utiliza um algoritmo dinâmico para duas classes gerais de problemas: quase-estáticos e dinâmicos.

Problemas quase-estáticos requerem maiores amortecimentos para rápida convergência ao equilíbrio e o algoritmo usado no programa FLAC nestes casos é o do amortecimento local. Para situações de problemas dinâmicos são disponíveis os amortecimentos de Rayleigh, o amortecimento histerético e, em casos especiais, também o amortecimento local.

3.4.7.1. Amortecimento de Rayleigh

O amortecimento de Rayleigh foi originalmente usado na análise dinâmica de estruturas e corpos elásticos para amortecer os modos de oscilação natural do sistema. As equações são expressas de forma matricial, onde a matriz de amortecimento $[C]$ é utilizada com componentes proporcionais às matrizes de massa $[M]$ e de rigidez $[K]$.

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad (3.12)$$

onde

α = constante de amortecimento proporcional à massa

β = constante de amortecimento proporcional à rigidez

Para baixas frequências do sistema, a primeira componente α é dominante, enquanto que para altas frequências β é mais relevante (Figura 3.7).

Para um sistema com múltiplos graus de liberdade, a razão de amortecimento crítico, ξ_i , em qualquer frequência angular do sistema, ω_i , pode ser escrita como (Bathe e Wilson, 1976):

$$\alpha + \beta \omega_i^2 = 2 \omega_i \xi_i \quad (3.13)$$

ou

$$\xi_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_i} + \beta \omega_i \right) \quad (3.14)$$

A Figura 3.7 mostra a variação da razão de amortecimento crítico normalizado em relação à frequência angular, ω_i . Três curvas são mostradas: para componentes de massa e rigidez isoladamente e a soma de ambas as componentes. Como pode-se observar, o amortecimento proporcional à massa do sistema é dominante nos intervalos das baixas frequências angulares, enquanto que o amortecimento proporcional à rigidez domina para frequências angulares mais altas.

A curva representando a soma de ambas as componentes atinge um valor mínimo em

$$\xi_{\min} = (\alpha \beta)^{\frac{1}{2}} \quad (3.15)$$

$$\omega_{\min} = (\alpha / \beta)^{\frac{1}{2}} \quad (3.16)$$

ou

$$\alpha = \xi_{\min} \omega_{\min} \quad (3.17)$$

$$\beta = \xi_{\min} / \omega_{\min} \quad (3.18)$$

A frequência mínima é escrita como

$$f_{\min} = \omega_{\min} / 2\pi \quad (3.19)$$

Note que somente na frequência f_{\min} o amortecimento de Rayleigh é composto por partes iguais de amortecimento proporcional à massa e proporcional à rigidez.

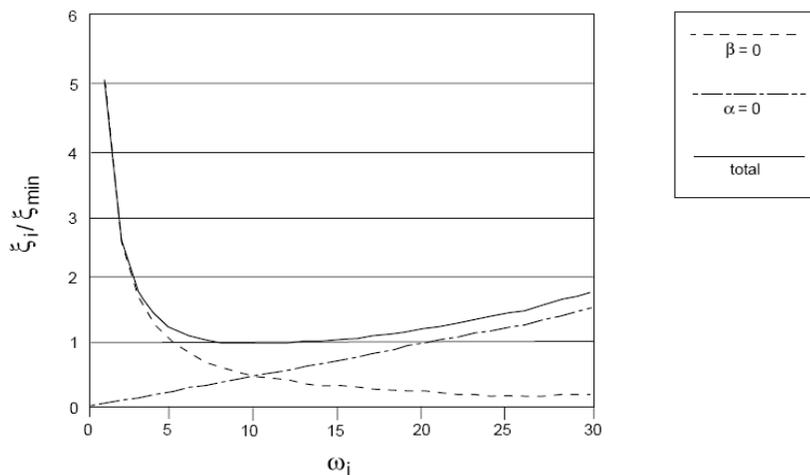


Figura 3.7 - Variação da razão de amortecimento crítico normalizada em relação à frequência angular.

No FLAC o amortecimento de Rayleigh é especificado através dos parâmetros f_{\min} (Hz) e ξ_{\min} .

Como o amortecimento em solos é praticamente independente da frequência, podemos estimar ξ_{\min} (conforme Tabela 3.2) e calcular ω_{\min} como aproximação da frequência angular predominante do sistema não-amortecido.

Tabela 3.2 – Valores típicos da razão de amortecimento crítico

Tipo de solo	Razão de amortecimento crítico	Referência
Pedregulho e areia seca	0.03 – 0.07	Weissmann e Hart (1961)
Areia seca e saturada	0.01 – 0.03	Hall e Richardt (1963)
Areia seca	0.03	Whitman (1963)
Areia seca e saturada Pedregulho	0.03 – 0.06	Barkan (1962)
Argila	0.02 - 0.05	Barkan (1962)
Areia siltosa	0.03 – 0.10	Stevens (1965)
Areia seca	0.01 – 0.03	Hardin (1965)

3.4.7.2. Amortecimento histerético

O modelo linear equivalente tem sido usado por muitos anos para calcular a resposta dinâmica de maciços de solos e rochas e no estudo de problemas de propagação de ondas. O método não captura diretamente qualquer efeito não-linear, pois assume linearidade durante o processo de resolução. Funções que descrevem a degradação do módulo de cisalhamento (Figura 3.8) e aumento da razão de amortecimento com os níveis das deformações cisalhantes são utilizadas e já foram apresentadas no Capítulo 2.

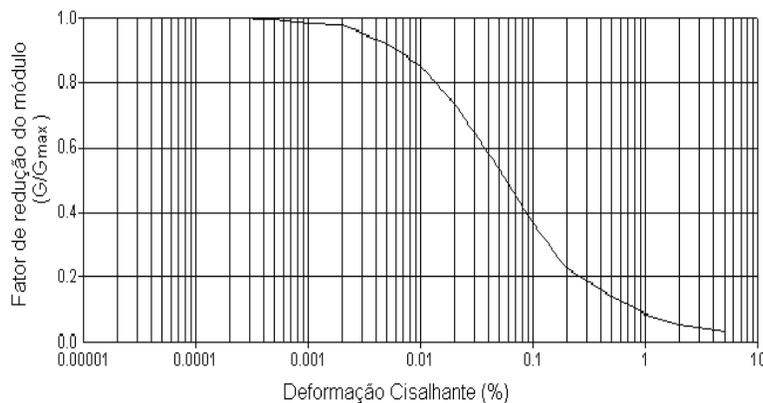


Figura 3.8 – Limite superior da curva de redução do módulo de cisalhamento para areias, proposta por Seed & Idriss (1970).

Uma motivação adicional para utilização dos dados obtidos em ensaios cíclicos de laboratório em um modelo de amortecimento histerético é que a necessidade de amortecimentos adicionais, como o de Rayleigh, seria eliminada. O amortecimento de Rayleigh é pouco usual entre os usuários de programas computacionais envolvendo solos ou rochas, pois envolve uma drástica redução no passo de tempo da solução e, conseqüentemente, um significativo acréscimo no tempo de processamento.

O problema principal com o amortecimento histerético implementado na versão 5 do programa FLAC, utilizada na elaboração desta dissertação, é que a curva de degradação do módulo G (ou G_{sec}) é obtida diretamente de ensaios de laboratório (Seed e Idriss, 1970; Hardin e Drnevich, 1972) mas o valor correspondente da razão de amortecimento crítico ξ_i é obtida com base na formulação teórica da equação (2.9), abaixo reproduzida:

$$\xi = \frac{W_d}{4\pi W_s} = \frac{1}{2\pi} \frac{A_{\text{laço}}}{G_{\text{sec}} \gamma_c^2} \quad (2.9)$$

onde W_d é energia dissipada no ciclo, W_s a energia de deformação máxima e $A_{\text{laço}}$ a área do laço de histerese.

Em conseqüência, a curva de degradação do módulo coincide com aquela presente em outros programas computacionais que empregam o modelo linear equivalente, como o SHAKE (Figura 3.9), mas as curvas de aumento da razão de amortecimento crítico são incompatíveis, para todo o intervalo de deformações, com aquelas obtidas de ensaios de laboratório (Seed e Idriss, 1970) e incorporadas diretamente no programa SHAKE (Figura 3.10).

Devido à inconsistência observada nas curvas de aumento da razão de amortecimento crítico, que não podem ser modificadas pelo usuário do programa FLAC, é sugerido então que uma abordagem de compromisso seja adotada, procurando-se concordar as curvas teóricas e de laboratório no intervalo de deformações esperado no problema em análise.

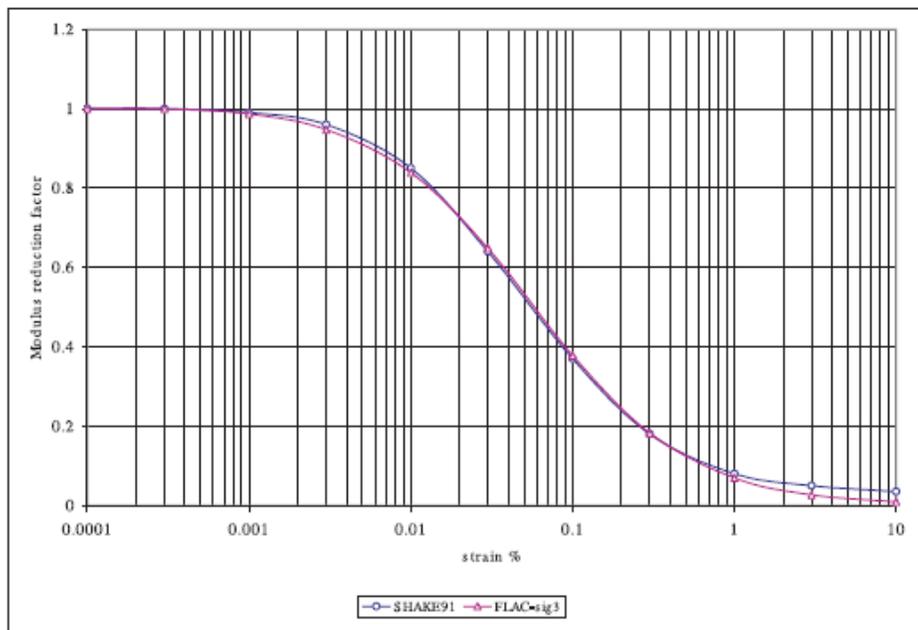


Figura 3.9 – Curvas de degradação de G no modelo linear equivalente implementado nos programas computacionais SHAKE e FLAC v.5.

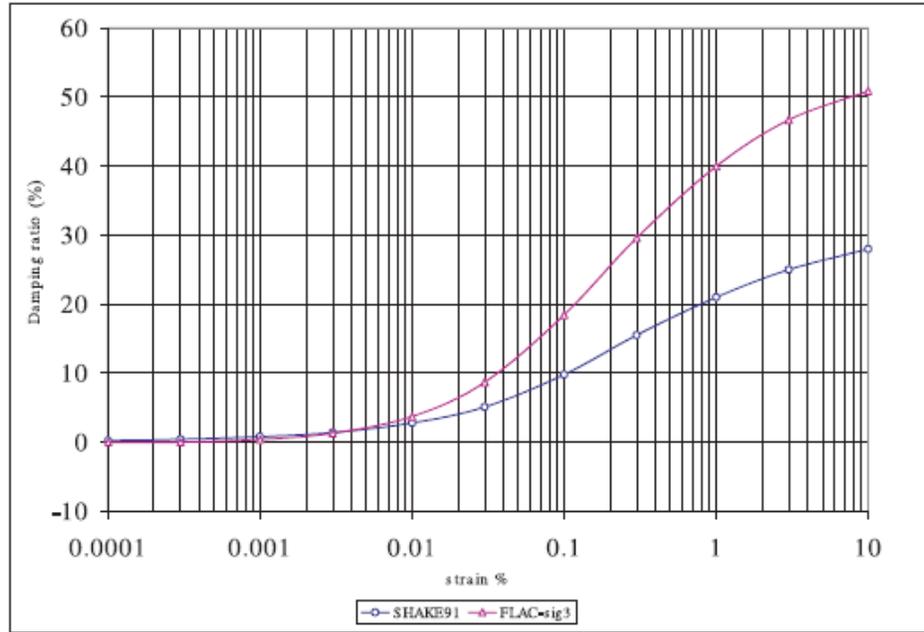


Figura 3.10 - Curvas de aumento da razão crítica de amortecimento no modelo linear equivalente implementado nos programas computacionais SHAKE e FLAC v.5.

3.4.7.3. Amortecimento local

O amortecimento local foi desenvolvido para simulações de equilíbrio estático. No entanto, apresenta algumas características que o fazem atrativo também para simulações dinâmicas. O algoritmo consiste em amortecer o movimento de aceleração pela adição de massa aparente em certos instantes de tempo (quando a velocidade for nula) e remoção em outros instantes, quando a aceleração for nula (i.e. nos instantes de velocidade máxima). Durante um ciclo de oscilação, a massa total do sistema é portanto conservada, mas a energia cinética é removida duas vezes do sistema. Note que no ponto de velocidade máxima a massa aparente é removida, mas não há descontinuidade na aceleração, pois a mesma é nula neste instante.

A quantidade de energia dissipada ΔW é proporcional à máxima energia de deformação transiente W e a razão $\Delta W / W$ é independente da frequência, podendo ser relacionada com uma razão de amortecimento crítico ξ através de (Kolsky, 1963):

$$\alpha_L = \pi\xi \quad (3.20)$$

onde α_L é o coeficiente de amortecimento local.

O amortecimento local parece dar bons resultados em casos simples onde o amortecimento é independente da frequência e não há necessidade da estimativa de frequências naturais do sistema sendo modelado. Para situações exibindo registros com complexas formas de ondas, há evidências que o amortecimento local subamortece as componentes de alta frequência, podendo introduzir “ruídos” de alta frequência na solução.