

## 7

### Considerações finais

Neste trabalho foi demonstrado que o conjunto de difeomorfismos Morse-Smale é aberto e denso nos difeomorfismos  $C^1$  do círculo e que um difeomorfismo é estruturalmente estável se, e somente se, é Morse-Smale. Estes resultados valem ainda na topologia  $C^r$ . Isto é, considerando a distância  $d_r$  introduzida no capítulo 2 e a topologia por ela induzida no espaço de difeomorfismos  $C^r$  de  $S^1$ , podemos afirmar que os Morse-Smale  $C^r$  são abertos e densos em  $\text{Diff}^r(S^1)$ . Além disso um difeomorfismo  $C^r$  é  $C^r$ -estruturalmente estável se, e somente se, é Morse-Smale.

O conceito de estabilidade estrutural foi introduzido por Andronov e Pontrjagin em 1937. Peixoto demonstrou (1959) que para fluxos em variedades compactas bidimensionais, ser Morse-Smale (numa definição mais ampla, para fluxos) é equivalente a ser estruturalmente estável e que estes são genéricos (isto é, aberto e denso). Smale especulou que o mesmo valeria para dimensões maiores. Mais tarde, Smale e Palis (1970) provaram que todo Morse-Smale é estruturalmente estável, porém Smale (1965) já havia apresentado um contra-exemplo (conhecido como *Ferradura de Smale*) que mostra que a recíproca não é verdadeira. Além disso, em dimensões maiores os sistemas estruturalmente estáveis não são genéricos.