

6 METODOLOGIA DE CÁLCULO DO CAPITAL ECONÔMICO

Uma das principais funções do gerenciamento de riscos em um setor financeiro é determinar a quantidade de capital que a instituição necessita para se proteger contra perdas futuras significativas, e inesperadas. Entidades seguradoras, fundos de capitalização, bancos e instituições financeiras em geral, devem ter uma base sólida de capital para cobrir o risco presente em suas operações.

A maioria dos modelos de determinação de capital, conforme discutido no capítulo 2, é composta por sub-modelos que mensuram, separadamente, o capital para cada classe de negócio da companhia. O capital total requerido será, então, a agregação desses capitais individuais. Entretanto, o comportamento marginal das classes de negócio não é suficiente para avaliar a necessidade de capital da companhia, uma vez que os riscos podem ter uma interdependência, em geral, não linear, impossibilitando a soma direta desses capitais. Portanto, é preciso conhecer o tipo e o grau de dependência entre as mesmas. Um dos grandes desafios na determinação de capital é justamente identificar e mensurar essas dependências.

Quando as relações de associação não são consideradas e o capital total é assumido como sendo a soma dos capitais individuais não é possível considerar os efeitos da diversificação de carteiras. Pela teoria da pulverização de riscos, ao diversificar as classes de negócio tem-se uma redução do risco e conseqüente redução do capital mínimo requerido para fazer face a este riscos. Então, não considerar estes efeitos pode levar a uma supercapitalização que acarretaria em um uso ineficiente do capital.

A correlação tem sido usada como padrão para descrever as estruturas de dependência entre classes de negócio. Entretanto, como apresentado no capítulo 5, ela não é capaz de captar todas as estruturas de dependência existentes. Em seguros, por exemplo, a presença de distribuições com caudas pesadas e assimétricas torna inadequado o uso da correlação uma vez que esta não é capaz

de captar as associações existentes nas caudas das distribuições das séries das diversas classes de negócio.

A necessidade da utilização de outras medidas de dependência que não a linear, para capturar outras dimensões de dependência existentes entre diferentes classes de negócio leva a uma discussão do uso de cópulas. O método das cópulas, apresentado no capítulo 4, tem se mostrado uma ferramenta importante na agregação de capitais uma vez que não há restrição na especificação das distribuições marginais das classes de negócio envolvidas, e por ser capaz de captar as interdependências, inclusive nas caudas das distribuições. Este método permite avaliar o impacto peculiar da dependência na determinação do capital requerido, sendo que o grau de dependência não é influenciado pelas distribuições marginais das classes.

Nesta seção, será determinado o capital econômico, que se baseia no valor mínimo que a companhia deve ter para cobrir as perdas futuras potenciais, refletindo seu risco específico. É possível medir o capital econômico através da distribuição de perdas agregadas da companhia, como será mostrado no final deste capítulo.

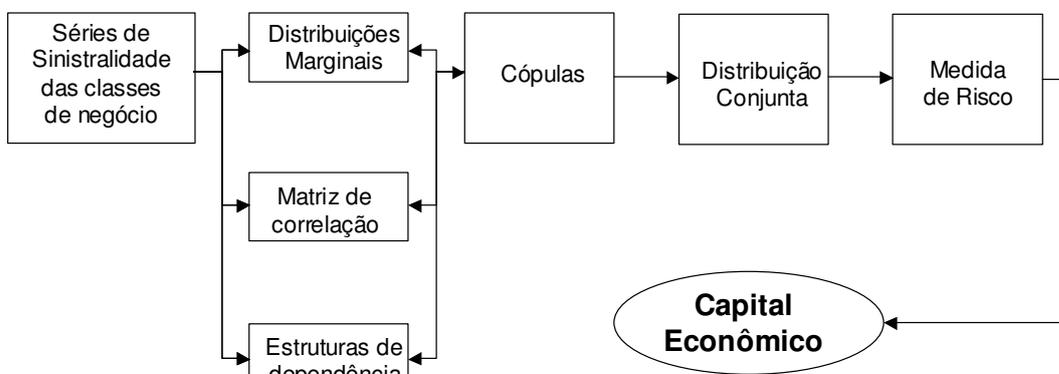


Figura 5: Procedimento de cálculo do capital econômico

A finalidade deste capítulo é apresentar uma metodologia para cálculo do capital econômico agregado de uma seguradora, com várias classes de seguros, a partir da análise dos valores extremos de suas perdas, levando em consideração as estruturas de dependência existentes entre as classes. Nesta aplicação será considerado apenas o risco de subscrição. O capital econômico será determinado a partir de uma metodologia fortemente inspirada por Valdez (2006), cujos passos

principais são: ajuste da distribuição aos dados (sinistralidade e sinistros); identificação das estruturas de dependência; ajuste das cópulas, determinação da distribuição conjunta e do capital econômico. A figura 5 apresenta um fluxograma do procedimento de cálculo do capital econômico.

Estes passos serão detalhados na seção 6.1. Uma aplicação desta metodologia será apresentada na seção 6.2. Uma metodologia alternativa desenvolvida a partir da aplicação de cópulas a séries temporais será apresentada na seção 6.3.

6.1.

Procedimento de determinação de capital econômico

6.1.1.

Ajuste da distribuição aos dados

A análise de exposição ao risco de perdas de uma seguradora requer o conhecimento das despesas com sinistros e a arrecadação de prêmios para cada classe, durante um determinado período. Este período deve ser grande o suficiente para que se possa ajustar as distribuições marginais de cada classe de negócios de forma adequada. As despesas com sinistros são padronizadas pelos prêmios ganhos, e esta taxa, denominada sinistralidade, ou taxa de perdas, é a base para a determinação das distribuições marginais. Esta padronização das perdas permite a comparação de resultados de diferentes classes com diferentes exposições ao risco. Então, a sinistralidade para o tempo t e a classe de seguros i , é definida como:

$$LR_{i,t} = \frac{\text{Sinistro}_{i,t}}{\text{Prêmio}_{i,t}},$$

em que $i = 1, 2, \dots, P$; $t = 1, 2, \dots, T$.

Na metodologia adotada neste trabalho o ajuste de distribuições de probabilidades marginais às séries de dados históricos das sinistralidades é realizado a partir de testes de aderência entre os dados e uma distribuição teórica. Na implementação deste procedimento via @Risk os parâmetros das distribuições propostas são estimados pelo método da máxima verossimilhança. Algumas estatísticas de teste, que serão apresentadas adiante, indicam se as distribuições ajustadas são adequadas para descrever os dados.

Ao ajustar distribuições às séries de sinistralidades, também é preciso analisar o comportamento das séries de sinistros, no mesmo período de tempo. É possível que haja períodos com experiências de sinistros semelhantes, em que os prêmios foram cobrados de forma diferente podendo prejudicar a visibilidade do processo de sinistros. Então, ao calcular a sinistralidade, podem aparecer curvas distintas para a mesma experiência de sinistro. Para eliminar esta distorção, seria melhor usar o prêmio de risco, entretanto, como não se dispõe desta informação opta-se por utilizar a sinistralidade. Como a sinistralidade representa a subscrição de cada classe de negócio, sua distribuição deve ser similar à distribuição dos sinistros. Portanto, para evitar que sinistros de classes diferentes, com as mesmas características, sejam contaminados por aspectos relacionados à política de prêmios específica de cada classe, serão analisadas as distribuições de sinistralidade e de sinistros na metodologia a ser implementada.

Cabe ressaltar que os métodos utilizados para ajustar as distribuições às séries de dados somente são válidos para séries de dados independentes e identicamente distribuídos, e, portanto, estacionários. Esta análise de estacionariedade pode ser investigada a partir do gráfico da série no tempo, da função de auto-correlação - *FAC* e dos testes de raiz unitária. Estes métodos estão descritos no apêndice 2.

6.1.1.1. Estatísticas

Apresenta-se a seguir algumas estatísticas que são usadas para avaliar a aderência das distribuições aos dados. Deve-se enfatizar que no desenvolvimento destas estatísticas de aderência assume-se que os dados são independentes, o que não ocorre para uma série temporal. Assim, caso se aplique, é preciso filtrar os dados, eliminando as dependências intertemporais.

Para cada uma destas estatísticas, as distribuições são ordenadas de acordo com os valores encontrados para as estatísticas e o menor valor indicará a melhor distribuição. Todas estas possuem as seguintes hipóteses:

H_0 : a distribuição ajustada é a correta para os dados

H_a : caso contrário

Estas estatísticas apresentam características e enfoques diferentes. A escolha de qual destas usar depende das peculiaridades dos dados utilizados para análise, e que tipo de informação o modelador considera a mais importante.

6.1.1.1.1.

Teste do Qui-quadrado

A estatística qui-quadrado pode ser usada para dados contínuos ou discretos, e tem o objetivo de testar se uma amostra de dados veio de uma população com uma distribuição específica. Este teste é aplicado para dados agrupados, ou seja, é preciso dividir os dados em grupos. Esses grupos podem ser determinados a partir de critérios definidos pelo modelador, ou pelo programa, que tenta ajustar grupos equiprováveis. O teste sob H_0 tem o seguinte formato:

$$X^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(N_i - E_i)^2}{E_i}$$

em que k é o número de grupos, N é o número de observações em cada grupo e E_i é a frequência esperada para o grupo i , sob a hipótese de que a distribuição sob H_0 é a correta. Esta estatística é muito vulnerável à determinação dos grupos. É possível encontrar diferentes resultados para os mesmos dados em função desta escolha. Além disto este teste não é válido para pequenas amostras.

A estatística qui-quadrado segue, aproximadamente, uma distribuição qui-quadrado, X^2 , com $(k-c-1)$ graus de liberdade, em que c representa o número de parâmetros estimados para a distribuição. Então, a hipótese de que a amostra veio da população com uma distribuição específica é rejeitada se, com o nível de significância α , observa-se: $X^2 > X^2_{(\alpha, k-c-1)}$.

6.1.1.1.2.

Teste Kolmogorov-Smirnov

A estatística, ou teste, *Kolmogorov-Smirnov (K-S)* é usada para dados contínuos e não requer a divisão dos dados em grupos, o que o torna menos arbitrário que o teste qui-quadrado. O teste *K-S* é baseado na função de distribuição acumulada empírica, e tem a seguinte forma:

$$D_n = \sup \left| F_n(x) - \hat{F}(x) \right|$$

em que n é o número total dos dados pontuais, $\hat{F}(x)$ é a função de distribuição acumulada ajustada, $F_n(x) = N_x/n$ e N_x é o número de X_i 's menores que x .

A vantagem deste procedimento é que a distribuição da estatística não precisa da função de distribuição acumulada que está sendo testada. É um teste exato que depende de um tamanho de amostra adequado para que a aproximação seja válida.

Existe uma série de restrições que precisam ser consideradas ao optar por esta estatística, entre elas pode-se dizer que esta somente se aplica em dados com distribuição contínua, e tende a ser mais sensível no centro da distribuição que nas caudas, ou seja, não detecta de forma adequada discrepâncias na cauda.

A hipótese de que a amostra veio da população com uma distribuição específica é rejeitada se, com o nível de significância α , a estatística D é maior que o valor crítico obtido de uma tabela. Existem diversas variações destas tabelas na literatura que usam diferentes escalas para a estatística e a região crítica. Estas tabelas costumam ser equivalentes, mas é necessário verificar se a estatística calculada é consistente com o procedimento usado para a determinação dos valores críticos tabelados.

6.1.1.1.3. Teste Anderson Darling

A estatística, ou teste, *Anderson Darling (A-D)* pode ser usada para dados contínuos e também não requer a divisão dos dados em classes. Trata-se de uma modificação do teste *K-S*, que, ao contrário do teste *K-S*, enfatiza as caudas da distribuição. Esta estatística é uma medida da média do quadrado dos erros entre a distribuição empírica e da distribuição ajustada, e tem a seguinte forma:

$$A_n^2 = n \int_{-\infty}^{+\infty} [F_n(x) - \hat{F}(x)]^2 \psi(x) \hat{f}(x) dx$$

em que n é o total de dados pontuais, $\psi = \frac{1}{\hat{F}(x)[1 - \hat{F}(x)]}$, $\hat{f}(x)$ é a função de densidade ajustada, $\hat{F}(x)$ é a distribuição de probabilidade acumulada, $F_n(x) = N_x/n$ e N_x é o número de X_i 's menores que x .

Em relação ao teste *K-S*, o teste *A-D* tem a vantagem de ser mais sensível nas caudas e a desvantagem de que os valores críticos devem ser calculados para

cada distribuição. É possível encontrar tabelas de valores críticos para as distribuições: normal, lognormal, exponencial, Weibull, valor extremo tipo 1 e distribuições logísticas.

Este teste é unilateral e a hipótese de que a amostra veio da população com uma distribuição específica é rejeitada se, com o nível de significância α , a estatística A for maior que o valor crítico.

6.1.2. Identificação das estruturas de dependência

O ajuste das distribuições marginais é necessário, mas não suficiente para medir a exposição ao risco de um portfólio. É preciso caracterizar as estruturas de dependência entre as classes de negócio e assim construir a distribuição de sinistralidades agregadas, a partir da qual será determinado o capital econômico da companhia.

A palavra correlação tem sido usada na literatura para descrever qualquer noção de dependência. Entretanto, a dependência entre dados não poder ser capturada somente pela correlação, pois, por construção ela é apenas uma medida da dependência linear entre variáveis. Assim sendo, classes de seguro com a mesma correlação podem apresentar estruturas de dependência distintas. Apesar da popularidade de uso de correlações para descrever dependências, existe uma série de desvantagens em seu uso, como por exemplo:

- as variâncias dos dados devem ser finitas senão a correlação linear não é definida (esta restrição pode não ser adequada para medidas de dependência em distribuições com cauda pesada);
- independência de duas variáveis aleatórias implica que elas são não correlacionadas; mas correlação zero não implica, necessariamente, em independência;
- correlação linear não é invariante a transformações não-lineares estritamente crescentes.

Pode-se dizer que a dependência entre variáveis aleatórias X_1, \dots, X_n é completamente descrita em sua função de distribuição conjunta. Um caminho possível para estabelecer a distribuição conjunta é através de cópulas. As cópulas são calibradas por medidas de correlação e é possível descrever tipos distintos de

dependência a partir da mesma correlação e das mesmas marginais, dependendo do tipo de cópula ajustada, conforme mostrado na figura 6.

A figura 6 apresenta os diagramas de dispersão para os valores simulados de (X_1, Y_1) e (X_2, Y_2) , cada qual com 1000 realizações. As variáveis X_1, Y_1 são realizações de uma cópula Gaussiana com marginais Gama (3,1) e correlação $\rho = 0,7$. As variáveis X_2, Y_2 são realizações de uma cópula de Gumbel com marginais Gama (3,1) e correlação $\rho = 0,7$. Então temos que:

$$f_{X_1, X_2}(X_1, X_2) = c_{Gauss}(F_1(X_1)F_2(X_2))[f_1(X_1)f_2(X_2)]$$

$$f_{X_1, X_2}(X_1, X_2) = c_{Gumbel}(F_1(X_1)F_2(X_2))[f_1(X_1)f_2(X_2)]$$

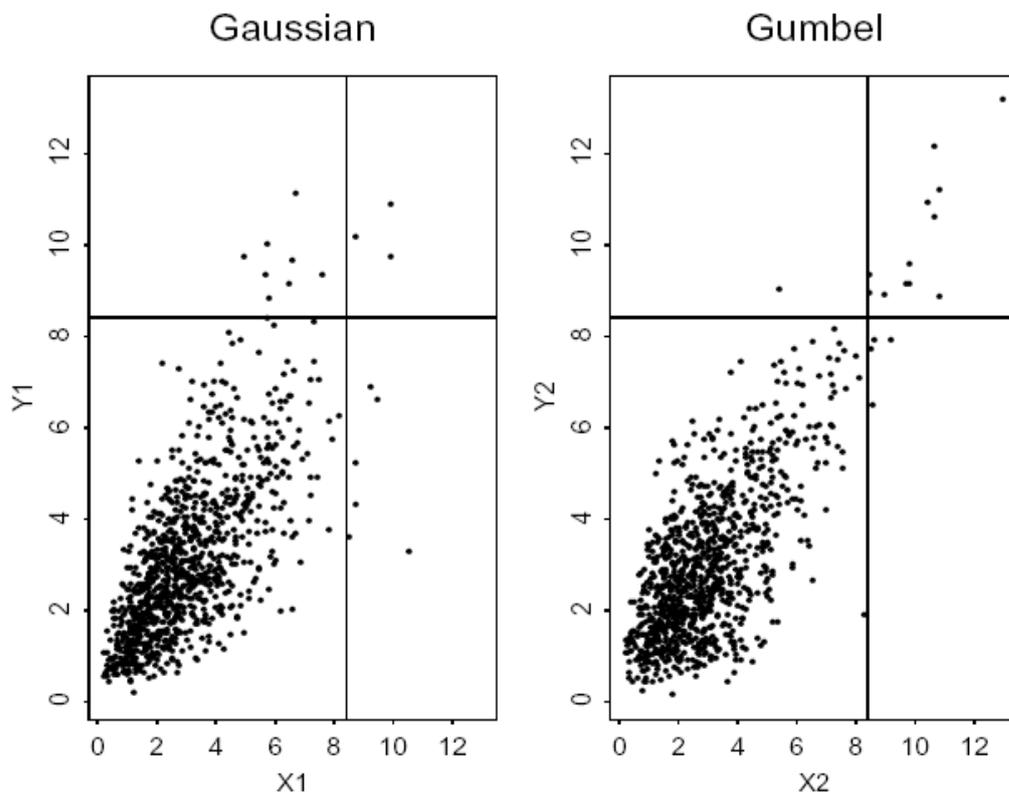


Figura 6: Cópulas Gaussiana e Gumbel construídas a partir das mesmas marginais e distribuições com mesmo coeficiente de correlação.

Fonte: Embrechts (1999)

Apesar dos dois diagramas terem sido simulados com as mesmas distribuições marginais e a mesma correlação, divergindo apenas na cópula utilizada para gerar a distribuição conjunta, observa-se que o comportamento nas

caudas das distribuições é bem diferente. Pode-se dizer então que a cópula Gaussiana e a cópula de Gumbel captam diferentes estruturas de dependência

O uso de medidas de correlação linear para calibrar cópulas é comum pela sua facilidade de aplicação. Entretanto, como a determinação de capital é medida a partir de quantis da distribuição de perdas, a presença de dependências na cauda, não captada pela correlação linear, pode mudar muito este valor. Assim o uso de medidas que captam este tipo de dependência, como correlações baseadas em postos, é mais adequado. Segundo Embrechts (1999), o principal motivo do coeficiente de correlação linear não capturar a real dependência entre os dados é devido à influência exercida pelo ajuste das distribuições marginais.

A principal vantagem do uso de correlações baseadas em postos está na sua invariância sobre transformações monótonas. A desvantagem é não ser possível fazer as manipulações de variância-covariância, realizadas para a correlação linear, uma vez que estas não são baseadas em momentos. Embrechts (1999) mostra que em alguns casos correlações lineares são mais fáceis de calcular, como em distribuições normais multivariadas e distribuições *t-student*; e casos em que correlações baseadas em postos são mais fáceis, como no caso de cópulas com forma fechada cujos momentos são difíceis de determinar.

6.1.3. O ajuste das Cópulas

Assim como discutido no capítulo 4, a cópula é uma maneira de se isolar as estruturas de dependência dos acontecimentos marginais dos riscos. De acordo com Mendes (2004), o ajuste da cópula associada à distribuição conjunta dos dados permite a identificação da estrutura de dependência existente nas diversas regiões do espaço onde a distribuição conjunta tem probabilidade positiva.

Seguindo esta linha é possível descrever a função de densidade de probabilidade conjunta das variáveis, como o produto das funções de densidade de probabilidades marginais, e da sua densidade de cópula, da seguinte maneira:

$$f_{x_1x_2}(x_1, x_2) = f_1(x_1)f_2(x_2)c(F_1(x_1)F_2(x_2))$$

em que $c(F_1(x_1)F_2(x_2))$ representa a densidade da cópula que pode ser obtida como:

$$c(u_1, u_2) = \frac{\partial}{\partial u_1 u_2} C(u_1, u_2), \quad \mathbf{u} \in [0,1]^2$$

sendo que:

$$C(u_1, u_2) = F(F_1^{\leftarrow}(u_1), F_2^{\leftarrow}(u_2))$$

Observa-se, então, que a cópula tem toda a informação sobre a dependência entre os x_i 's e pode ser considerada como uma função de dependência. A cópula capta diferentes formas de dependência e pode ser classificada em diferentes tipos dependendo da forma da sua densidade ao longo da diagonal principal. Então, pode possuir coeficiente de dependência da cauda superior, na cauda inferior, em ambas, ou até mesmo não possuir coeficiente de dependência, como no caso da cópula Gaussiana.

De acordo com Mendes (2004), uma maneira informal de selecionar a cópula que melhor reproduz as características de dependência de um certo conjunto de dados é através de análises gráficas e estudo do comportamento das caudas. Primeiramente, os dados são transformados em Uniformes $(0,1)^{15}$. Então, são gerados gráficos cruzados das séries de dados transformados, duas a duas. A partir da análise destes gráficos, é observado se os dados possuem associação entre valores extremos positivos e negativos. Por exemplo, a figura 7 apresenta o gráfico de sinistros transformados de Seguro de Automóveis versus sinistros transformados de Seguro de Pessoas de uma determinada seguradora em um período de 155 meses.

Como na figura 7 foram identificadas associações positivas nas caudas, deve-se ajustar cópulas que captam estas dependências, como, por exemplo, a cópulas t-student e a cópula Cauchy. Estas cópulas selecionadas são comparadas, graficamente, com a cópula empírica. Então, aquela que apresentar a menor distância de valor médio e máximo em relação aos valores médio e máximo da cópula empírica será, por este método, a que apresenta melhor ajuste. Uma outra

¹⁵ A transformação das séries em Uniformes $(0,1)$ consiste em padronizar os dados de cada classe da seguinte maneira:

$$X_{i(\text{transformado})} = \frac{X - X_{\min}}{X_{\max} - X_{\min}} \text{ em que } i=1, \dots, I.$$

alternativa é utilizar o critérios de informação de Akaike – AIC e/ou o critério de informação bayesiano – BIC.

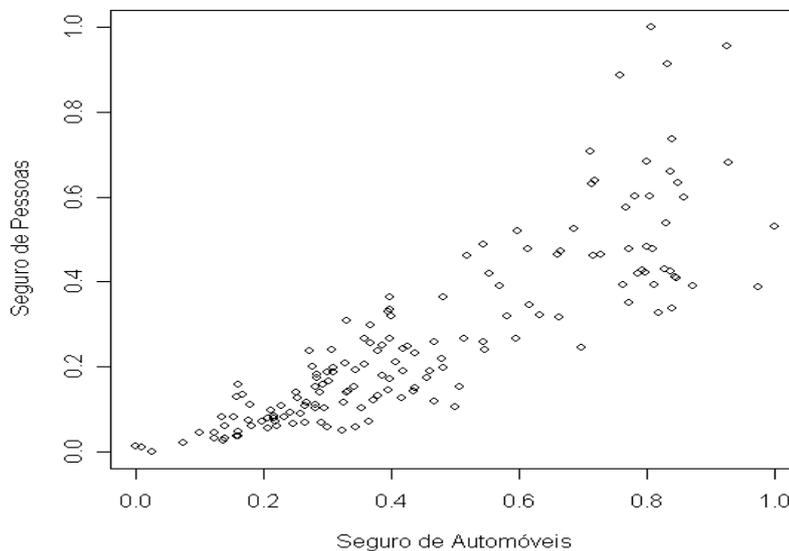


Figura 7: Dados transformados de seguros de automóveis versus dados transformados de seguros de pessoas.

A forma da distribuição conjunta é sensível ao ajuste da cópula, já que cada tipo de cópula capta uma estrutura de dependência diferente. Esses resultados se estendem na determinação do capital econômico, objeto de estudo, uma vez que este é determinado a partir da distribuição conjunta das perdas.

Alguns autores optam por trabalhar com cópulas elípticas por ser possível especificar a estrutura de variância-covariância que indica a dependência linear entre as variáveis aleatórias. E, exceto pela cópula Gaussiana, que não tem dependência na cauda, as cópulas elípticas permitem uma dependência na cauda diferente de zero. É importante lembrar que os riscos provenientes da atividade seguradora costumam ser independentes em situações normais, mas são altamente dependentes em situações extremas. Então, espera-se que quando maior a dependência positiva na cauda, maior a necessidade de capital.

Bisignani (2006) e Valdez (2006) em seus estudos para determinar o capital econômico para companhias de seguro a partir do VaR e CVaR, fizeram o uso das seguintes cópulas para agregar os riscos: cópula independente, cópula Gaussiana, cópula t-Student com 3 e 10 graus de liberdade e cópula de Cauchy. Em termos de

dependência na cauda, existe uma ordem de dependência crescente da cópula Gaussiana à cópula Cauchy. Uma comparação apresenta por eles dos resultados obtidos com cada uma destas cópulas mostra como o capital econômico é sensível a este ajuste.

6.1.4.

Determinação da distribuição das sinistralidades agregadas e do capital econômico

A sinistralidade agregada é composta pela soma das sinistralidades individuais, ponderadas pelo prêmio ganho de cada classe no período, da seguinte maneira:

$$LR_t = \sum_{i=1}^P w_{i,t} * LR_{i,t}$$

em que $w_{i,t}$ representa o peso de cada classe i no período t e pode ser calculado da seguinte maneira:

$$w_{i,t} = \frac{\text{Prêmios}_{i,t}}{\sum_{i=1}^P \text{Prêmios}_{i,t}}$$

Depois de gerada a distribuição das sinistralidades agregadas da seguradora, o capital econômico pode ser determinado através de algum método de mensuração de risco. A medida de risco mais usada para esta finalidade é o *VaR*. No entanto, conforme comentado no capítulo 3, esta medida não possui a propriedade de sub-aditividade para distribuições que não são normais. O *CVaR* que é uma variação do *VaR*, apresenta esta propriedade, sendo considerada uma medida de risco coerente.

Pela metodologia do *VaR*, o capital econômico será, então, um percentil da distribuição de perdas, de forma que com um nível de confiança α , as perdas ultrapassem este valor em no máximo $(1-\alpha)$ das vezes.

Então, o procedimento de cálculo do capital econômico, inspirado em Bisignani (2006) e Valdez (2006), que será utilizado neste trabalho consta dos cinco passos listados a seguir:

- 1- ajustar as distribuições marginais das sinistralidades para cada classe de seguro e estimar seus parâmetros;
- 2- calcular a matriz de correlação e ajustar as cópulas;

- 3- gerar N sinistralidades aleatórias correlacionadas, $\tilde{L}R_{i,j}$, em que $i = 1, \dots, I$ representa as classes, e $j = 1, \dots, N$ representa o número de cenários;
- 4- determinar, para cada cenário, a sinistralidade agregada $\tilde{L}R_j = \sum_{i=1}^I w_i * \tilde{L}R_{i,j}$, em que w_i representa o peso da classe i ;
- 5- determinar as estatísticas do vetor obtido, e as medidas de risco como VaR e $CVaR$.

6.2. Simulação

O capital econômico de uma empresa foi simulado a partir dos dados utilizados por Bisignani (2006). A base de dados contém informações de sinistros e prêmios retidos de cinco classes de seguros de uma grande companhia de seguros não-vida da Itália no período de 1998 a 2004. Estas classes de seguros, que representam 86% do total de prêmios retidos da companhia no período, são:

Classe 1: Acidentes

Classe 2: Automóveis

Classe 3: Transporte

Classe 4: Patrimonial

Classe 5: Responsabilidade Civil

As séries históricas dos sinistros semi-anuais para cada classe de seguros no período de 1998 a 2004 estão dispostas na figura 8.

A fim de padronizar as informações obtidas, possibilitando comparações entre diferentes classes, foram calculadas as sinistralidades das classes de seguros. As séries de sinistralidades, ou *loss ratio*, obtidas da razão entre os sinistros e prêmios retidos em cada semestre, estão dispostas na figura 9.

A análise de estacionariedade das séries de dados, dispostos no apêndice II, mostraram que as classes de seguros estudadas apresentam autocorrelação, o que indicaria a necessidade de filtrar os dados através da aplicação de modelos de séries temporais. No entanto, é razoável supor que séries de sinistralidade não apresentem autocorrelação. Como a base de dados utilizada contém poucos dados os testes de estacionariedade podem estar distorcidos. A prática que tem sido

utilizada pelo mercado é considerar estas séries independentes e aplicar os métodos tradicionais para ajuste de distribuições.

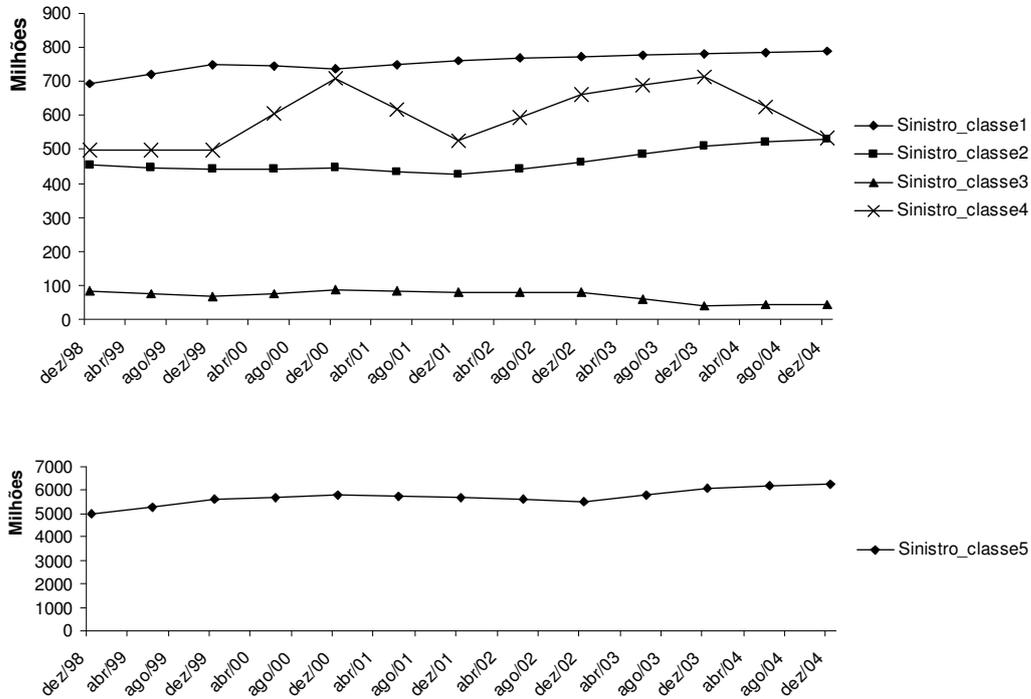


Figura 8: Sinistros históricos de cinco classes de seguros de uma companhia italiana de ramos elementares.

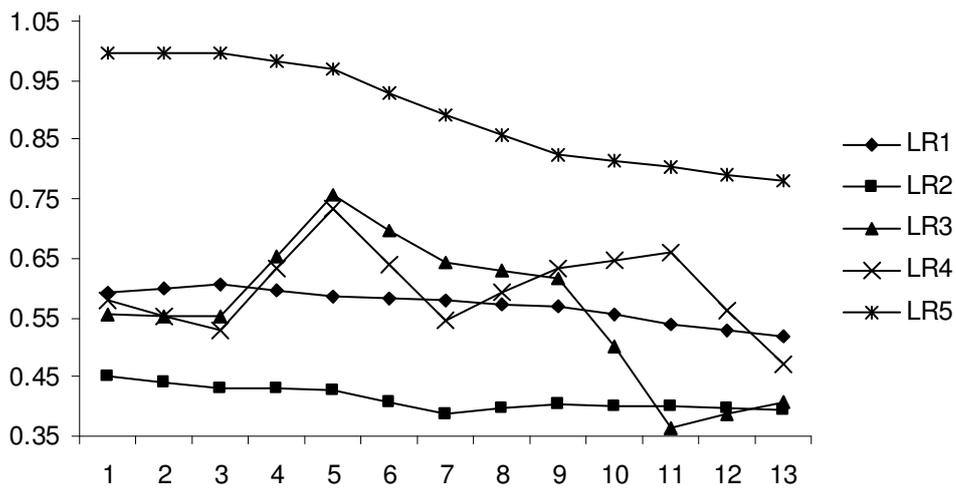


Figura 9: Sinistralidades calculadas para cinco classes de seguros de uma companhia italiana de ramos elementares.

É possível estender o conceito de cópulas e trabalhar diretamente com os modelos de séries temporais para cada ramo de negócio. Esta aplicação foi desenvolvida originalmente por Patton (2002). Uma extensão da metodologia de cálculo do capital econômico incorporando autocorrelação das séries temporais será apresentado na seção 6.3.

Nesta dissertação, a determinação do capital econômico foi realizada a partir das séries de sinistralidade originais. Como a sinistralidade representa a subscrição de cada classe de negócio, seu comportamento deve ser similar ao comportamento dos sinistros. Logo, a análise dos dados de sinistralidades foi realizada juntamente com a análise dos dados de sinistros.

6.2.1. Definição das premissas

As distribuições marginais das sinistralidades de cada linha de negócio são necessárias para a determinação da distribuição agregada das perdas e conseguinte cálculo do capital econômico da companhia. As distribuições de probabilidade dos sinistros e das sinistralidades foram ajustadas de acordo com a metodologia apresentada em 6.1.1. A partir da análise das séries históricas dos sinistros e das sinistralidades, e do teste *Kolmogorov-Smirnov*, foram selecionadas as distribuições que melhor se ajustavam aos dados. Os parâmetros das distribuições de sinistralidade foram estimados pelo método da máxima verossimilhança.

As distribuições de sinistralidades ajustadas e os parâmetros estimados estão dispostos na tabela 2.

Tabela 2: Distribuições e parâmetros das sinistralidades selecionadas

Classe	Distribuição Marginal	Parâmetros Estimados	p-valor K-S
1	Logística	$\alpha = 0,573594$; $\beta = 0,015817$	> 0,1
2	Valor Extremo	$\alpha = 0,403720$; $\beta = 0,014776$	> 0,1
3	Logística	$\alpha = 0,568323$; $\beta = 0,068737$	> 0,1
4	Valor Extremo	$\alpha = 0,565779$; $\beta = 0,062659$	> 0,1
5	Valor Extremo	$\alpha = 0,854038$; $\beta = 0,072183$	> 0,1

Para construir a distribuição de probabilidade conjunta das sinistralidades, além das distribuições marginais, é preciso conhecer as associações existentes entre as classes de seguros.

A correlação tem sido usada na literatura para descrever qualquer noção de associação. Entretanto, conforme citado na seção 6.1.2, a dependência entre dados não poder ser capturada somente pela correlação. A correlação seria adequada para estes fins se a distribuição conjunta dos dados fosse uma normal multivariada. Contudo, como não temos garantias disto, o coeficiente de correlação tem pouco a informar.

Assim, a distribuição agregada das sinistralidades foi construída pelo método das cópulas. Neste método faz-se uso de algum coeficiente de correlação para calibrar as cópulas.

Como seguros, em geral, possuem caudas pesadas e o relacionamento existente entre as caudas das classes de seguros é fator importante para construir a distribuição conjunta, optamos por trabalhar com o coeficiente de correlação de Kendal. Como mencionado em 5.4.1.1, este coeficiente é capaz de captar as dependências na cauda.

Bisignani (2006) utilizou correlação linear, ρ , para calibrar as cópulas. Como dispunha de um pequeno número de dados, as correlações empíricas foram comparadas com correlações adotadas no mercado, para as classes de seguros estudadas, a fim de determinar correlações razoáveis. As correlações lineares sugeridas por Bisignani (2006), a partir desta comparação, estão dispostas na parte superior da tabela 3.

As correlações de Kendal, τ , também foram calculadas a partir dos dados, e fez-se uso do método dos momentos. A validação das correlações foi feita através da análise dos p-valores e das correlações adotadas no mercado. Entretanto, esta informação do mercado somente foi utilizada como poder de veto, sem mudança de valor. Uma correlação calculada que apresentasse um p-valor não muito acima do valor crítico aceitável em condições normais¹⁶ seria aceita se o mercado previsse algum relacionamento entre as classes. As demais correlações com p-valor muito elevado foram descartadas. As correlações de Kendal empíricas que foram aceitas estão dispostas na parte inferior da tabela 3.

¹⁶ Entende-se com condições normais uma base de dados suficientemente grande que garanta boas propriedades estatísticas.

Tabela 3: Matriz de Correlação de Kendall\Linear selecionada

τ \ ρ	LR1	LR2	LR3	LR4	LR5
LR1	1	0	0	0,20	0,75
LR2	0,64	1	0	0	0,45
LR3	0,36	0	1	0	0,45
LR4	0	0	0	1	0
LR5	0,97	0,67	0,33	0	1

Neste trabalho foram utilizadas as mesmas cópulas utilizadas por Bisignani (2006) e Valdez (2006): cópula independente, cópula Gaussiana e cópula t-Student com 1 (cópula de Cauchy), 3 e 10 graus de liberdade. Estas cópulas são elípticas e, exceto pela cópula Gaussiana, permitem uma dependência na cauda diferente de zero. Os graus de liberdade da t-Student influenciam a dependência na cauda das distribuições. Quanto menor o grau de liberdade maior a dependência na cauda. De maneira oposta, quando os graus de liberdade tendem para o infinito, a cópula t-Student tende para a cópula Gaussiana. Então, em termos de dependência na cauda, existe uma ordem de dependência crescente da cópula Gaussiana à cópula Cauchy.

As cópulas foram geradas no pacote estatístico R que é uma cópia gratuita do pacote S-Plus. Os algoritmos para a geração dos números a partir das cópulas foram extraídos de Bisignani (2006) e estão expressos no apêndice III.

A tabela 4 mostra os coeficientes de dependência na cauda superior das cópulas t-Student em função dos graus de liberdade e de alguns coeficientes de correlação. Nota-se que quanto menor os graus de liberdade e quanto maior a correlação maior será o coeficiente de dependência na cauda.

Tabela 4: Coeficientes de dependência na cauda

ν \ π	0	0,2	0,35	0,45	0,65	0,75	0,95	1
1	0,39	0,45	0,51	0,54	0,63	0,69	0,86	1
3	0,14	0,20	0,26	0,31	0,42	0,50	0,77	1
10	0,01	0,02	0,04	0,07	0,16	0,24	0,61	1

6.2.2. Resultados

A partir do método de Monte Carlo, foram simulados 1000 cenários para cada cópula selecionada com as correlações de Kendall dispostas na tabela 3.

Primeiramente foram analisados os resultados das sinistralidades para cada cópula utilizada. Os diagramas de dispersão apresentados nas figuras 10 a 14 permitiram uma visualização das sinistralidades simuladas e das diferentes estruturas de dependência captadas pelas cópulas. A análise dos gráficos das diferentes cópulas comprovou que os coeficientes de correlação não são capazes de captar as estruturas de dependência dos dados. As cópulas apresentadas foram simuladas a partir dos mesmos dados e das mesmas correlações e cada uma delas apresentou uma estrutura de dependência distinta.

Na cópula independente cada linha de negócio foi modelada independentemente de cada outra. Então, como esperado, a cópula não captou nenhuma estrutura de dependência, os pares de classes de seguro apresentaram uma natureza aleatória.

A cópula Gaussiana capta a dependência linear entre as classes. Pode-se notar que as observações tendem a se concentrar ao redor do centro da distribuição, indicando uma forte dependência ao redor da média. Quanto aos valores extremos dos pares, não temos evidências suficientes para sugerir algum tipo de dependência na cauda. Nas classes com coeficientes de correlação elevados, por exemplo, entre as classes 2 (Automóveis) e 5 (Responsabilidade Civil), nota-se um agrupamento de dados com tendência linear e inclinação positiva. O gráfico formado pelas classes 1 (Acidentes) e 5 (Responsabilidade Civil) apresentou uma estrutura atípica caracterizada por uma forte correlação entre as classes.

Diferentemente da cópula Gaussiana, a cópula t-Student capta outras formas de dependência que não a linear. Em alguns pares de observações é possível notar uma forte dependência nas caudas das distribuições, principalmente nas caudas superiores.

A cópula t-Student (10) por ter um grau de liberdade um pouco elevado apresenta um comportamento similar ao da cópula Gaussiana. Pode-se notar que em alguns pares de dados apontam evidências de dependência linear.

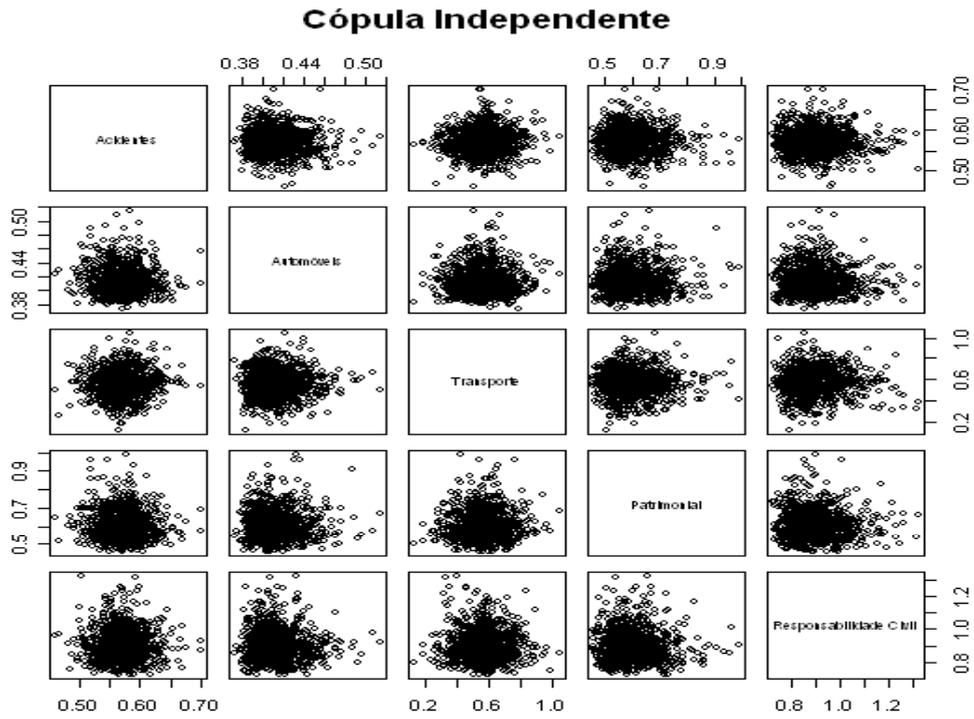


Figura 10: Cópula Independente

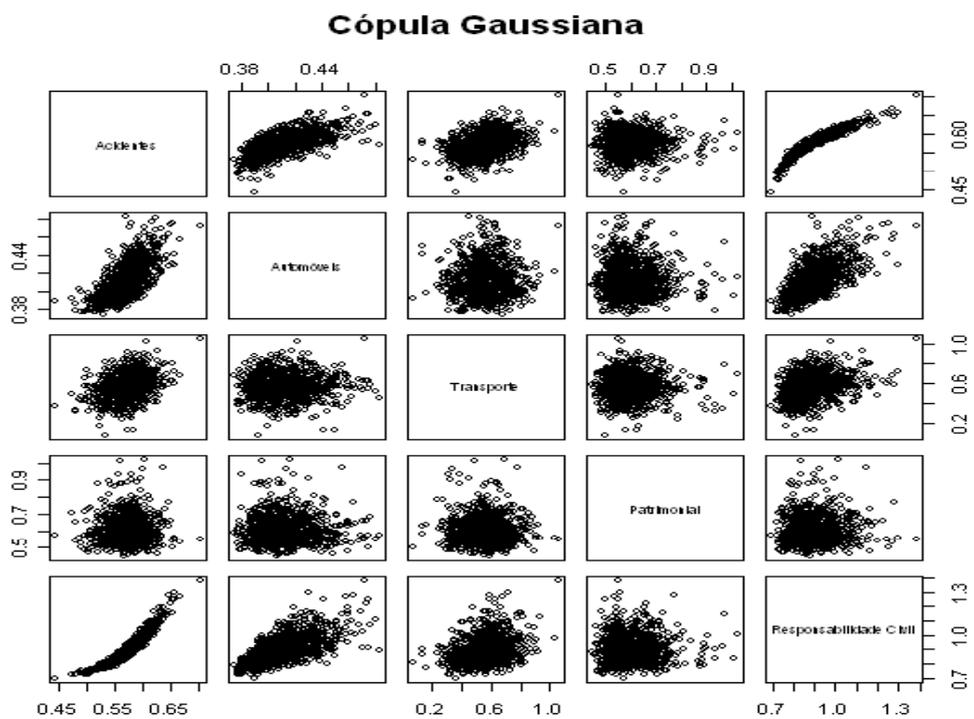


Figura 11: Cópula Gaussiana

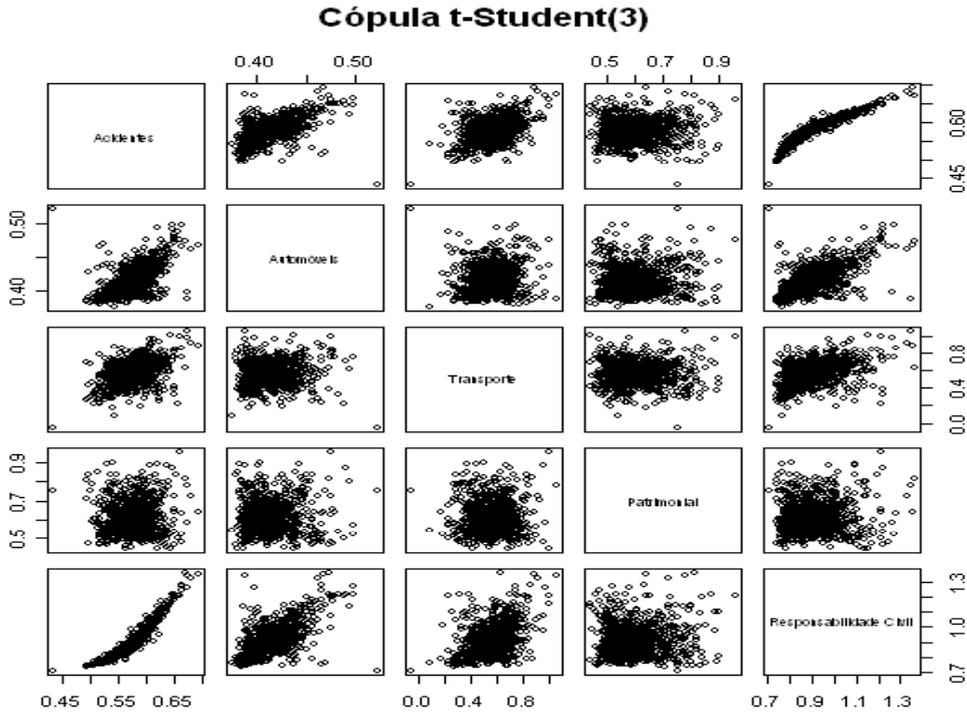


Figura 12: Cópula t-Student com 3 graus de liberdade

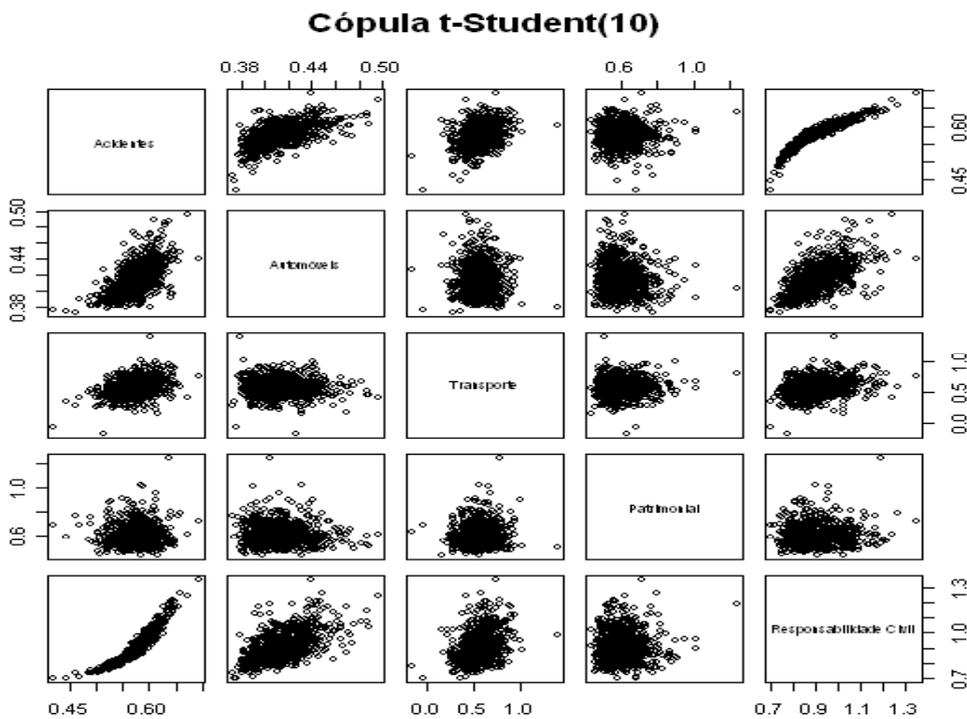


Figura 13: Cópula t-Student com 10 graus de liberdade

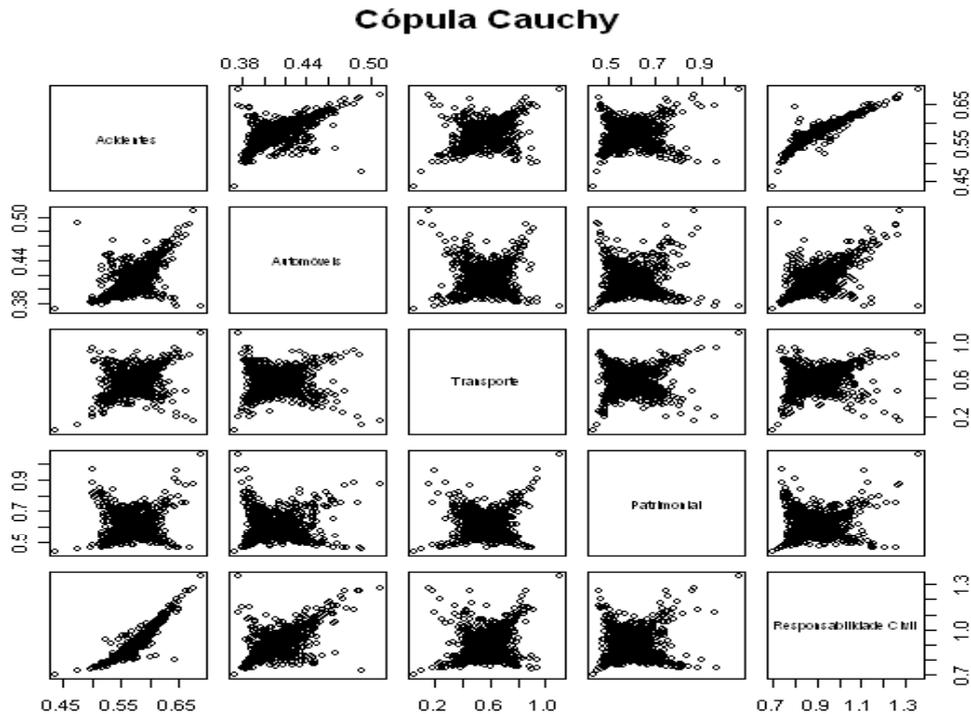


Figura 14: Cópula Cauchy

A cópula de Cauchy não evidencia um comportamento linear entre as classes de seguros. É possível observar outros tipos de dependência entre os dados. A associação das classes 1 (Acidentes) e 5 (Responsabilidade Civil), por exemplo, sugere uma dependência quadrática. Nota-se que as dependências na cauda são bem mais acentuadas que nas outras cópulas.

Como esperado, as cópulas apresentaram um grau de dependência na cauda crescente da cópula Gaussiana à cópula de Cauchy. Espera-se que o capital econômico calculado siga este comportamento, ou seja, quanto maior a dependência na cauda, maior deve ser o capital econômico.

As distribuições de sinistralidade das classes foram agregadas considerando que todas têm o mesmo peso, em termos de prêmio, para a companhia uma vez que o objeto deste trabalho é avaliar os efeitos da dependência, sem que este fosse influenciado pela representatividade das classes. As distribuições das sinistralidades agregadas obtidas a partir das cópulas e algumas estatísticas importantes estão dispostas na figura 15 e na tabela 5.

Pela análise da tabela 5 nota-se que as médias das sinistralidades agregadas obtidas pelas cópulas com estruturas de dependência são sempre muito próximas

da média obtida pela cópula independente. A proximidade da mediana em relação à média indica que as cópulas são similares no centro das distribuições agregadas.

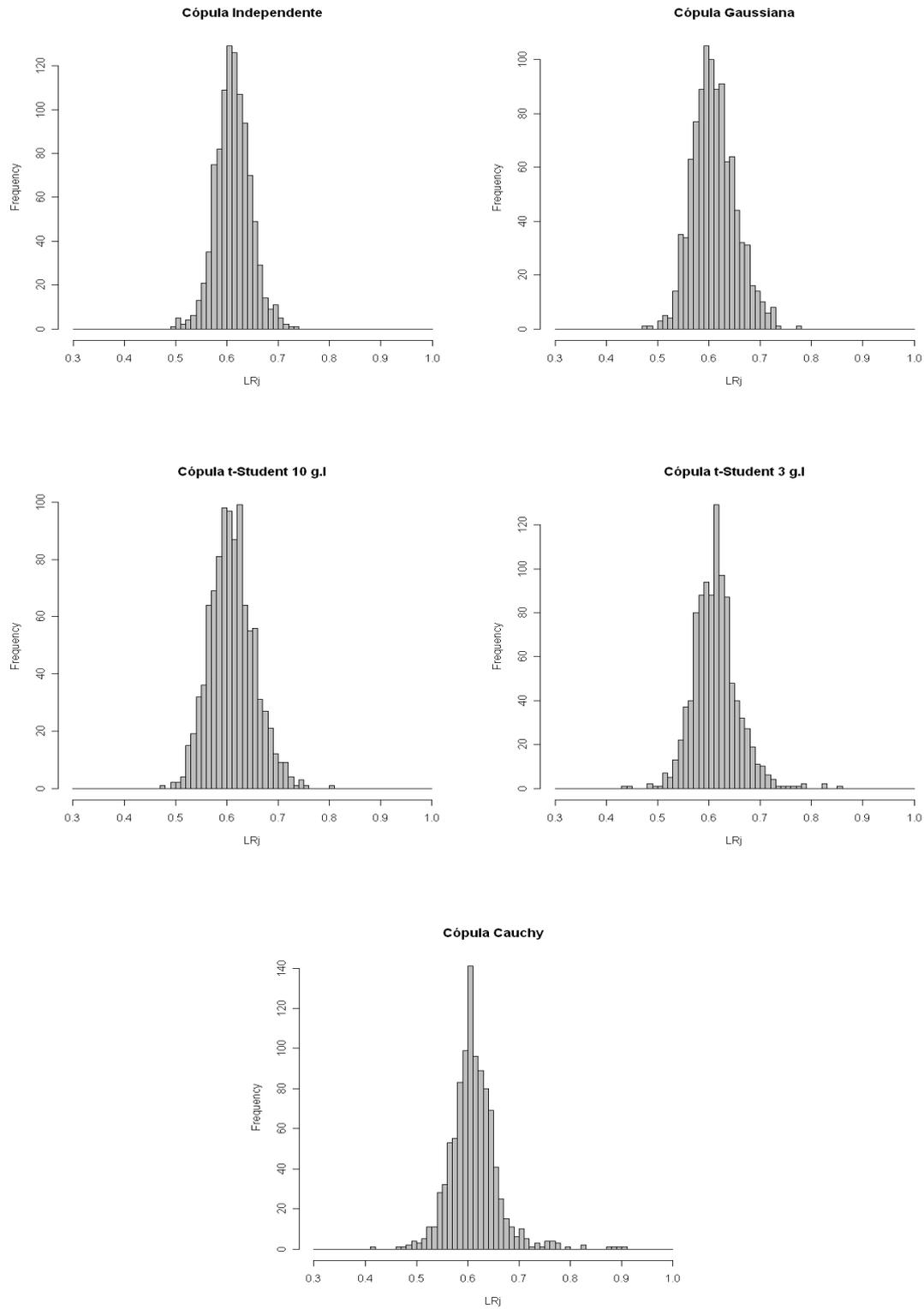


Figura 15: Distribuição das sinistralidades agregadas

Tabela 5: Estatísticas de Cópulas com correlação de Kendall

	Independente	Gaussiana	t-Student(10)	t-Student (3)	Cauchy
Mínimo	0,4929	0,4756	0,4783	0,4776	0,4101
1º quantil	0,5904	0,5813	0,5805	0,5832	0,5861
Mediana	0,6116	0,6066	0,6083	0,6065	0,6074
Média	0,6120	0,6092	0,6101	0,6111	0,6111
3º quantil	0,6336	0,6350	0,6360	0,6353	0,6341
Máximo	0,7303	0,7682	0,8083	0,7943	0,9094
Variância	0,0012	0,0018	0,0019	0,0019	0,0023
Assimetria	0,0409	0,4022	0,3549	0,6831	1,2251
Curtose	3,6831	3,5641	3,4418	4,3711	9,1537

Quanto à dispersão, observa-se que as cópulas com maior grau de dependência na cauda apresentaram maiores valores de máximo para as sinistralidades e maior variabilidade. Todas as cópulas apresentaram distribuições mais dispersas que a cópula independente. A cópula independente é a mais simétrica, enquanto que a cópula t-Student(3) e Cauchy são as mais assimétricas.

As medidas de assimetria das cópulas apresentaram valores positivos indicando uma assimetria positiva nas distribuições. A cópula de Cauchy apresentou a maior assimetria. As cópulas independente e gaussiana apresentaram valores bem próximos. O mesmo aconteceu para as cópulas t-student com 3 e 10 graus de liberdade. As assimetrias podem ser visualizadas nos histogramas das distribuições agregadas obtidas pelas cópulas dispostas na figura 15.

O capital econômico pode ser expresso como um percentual do prêmio retido, obtendo-se o seu valor absoluto através da aplicação de alguma medida de risco na distribuição empírica de perdas agregadas. Nesta simulação optou-se por utilizar o VaR e o CVaR com níveis de confiança de 95%; 97,5%; 99% e 99,5%. A tabela 6 apresenta os valores obtidos para o capital a partir das cópulas estudadas.

Pela análise da tabela 6, nota-se que o capital econômico é tão maior quanto maior o grau de dependência na cauda das cópulas, ou seja, as cópulas que permitem dependência na cauda apresentaram resultados bem maiores se comparados com as que não permitem isso. Estas diferenças são significativas para todas as medidas de risco.

Tabela 6: Medidas de risco

	Independente	Gaussiana	t-Studen(10)	t-Student (3)	Cauchy
VaR 95%	0,6676	0,6878	0,6840	0,6913	0,6846
CvaR 95%	0,6869	0,7112	0,7090	0,7213	0,7402
VaR 97,5%	0,6872	0,7048	0,7038	0,7073	0,7174
CVaR 97,5%	0,6995	0,7276	0,7251	0,7439	0,7810
VaR 99%	0,6968	0,7328	0,7174	0,7465	0,7660
CVaR 99%	0,7110	0,7436	0,7444	0,7688	0,8340
VaR 99,5%	0,7038	0,7393	0,7378	0,7693	0,8219
CVaR 99,5%	0,7201	0,7526	0,7604	0,7824	0,8784

A cópula de Cauchy é a que apresentou o maior capital econômico. As cópulas Normal e t-Student produziram resultados similares para todas as medidas de risco. A cópula independente é a que apresenta menor valor por não contemplar as dependências positivas existentes entre as classes.

A discrepância observada do capital econômico devido às cópulas comprova a importância da correta modelagem da estrutura de dependência dos dados, particularmente nas caudas das distribuições das classes de seguros. A tabela 7 mostra estas variações em função do ajuste das cópulas, tomando como base a cópula independente.

Tabela 7: Variação do capital econômico em função do ajuste das cópulas

	Independente	Gaussiana	t-Studen(10)	t-Student (3)	Cauchy
VaR 95%	100%	3,03%	2,45%	3,55%	2,54%
CVaR 95%	100%	3,54%	3,21%	5,01%	7,76%
VaR 97,5%	100%	2,56%	2,41%	2,92%	4,40%
CVaR 97,5%	100%	4,02%	3,66%	6,34%	11,65%
VaR 99%	100%	5,16%	2,94%	7,12%	9,92%
CVaR 99%	100%	4,58%	4,70%	8,13%	17,30%
VaR 99,5%	100%	5,04%	4,82%	9,30%	16,77%
CVaR 99,5%	100%	4,52%	5,60%	8,66%	21,98%

Nota-se que quanto maior a dependência na cauda, maior a variação do valor encontrado para o capital econômico. Nesta simulação o capital econômico atinge uma variação de 21,98% da cópula de Cauchy para a Independente.

6.3.

Extensão da metodologia de determinação do capital econômico incorporando autocorrelação das séries temporais

A metodologia para a determinação do capital econômico apresentada em 6.1 se inicia com o ajuste das distribuições marginais e conseguinte agregação destas distribuições. A técnica de agregação explorada foi a teoria das cópulas, cuja grande vantagem é a flexibilidade quanto ao ajuste das distribuições marginais.

A prática que tem sido adota para ajustar as distribuições marginais é utilizar os dados originais não considerando possíveis características de séries temporais, tais como estacionariedade, sazonalidade e correlação serial. É razoável supor que as séries de sinistralidade não apresentem autocorrelação. No entanto, há de se considerar a possibilidade de alguns tipos de seguros apresentarem esta característica, invalidando as técnicas tradicionais que têm sido aplicadas.

A utilização da teoria de cópulas aplicadas às séries temporais foi originalmente desenvolvida por Patton (2002). O objetivo desta seção é estender esta metodologia. Assim, será apresentado o procedimento de determinação do capital econômico de uma instituição financeira a partir da utilização da técnica de cópulas aplicada às séries temporais.

Os passos deste procedimento de cálculo são semelhantes aos propostos em 6.1 são eles: ajuste das distribuições marginais, identificação das estruturas de dependência e ajuste das cópulas, simulação de sinistralidades das classes de seguros correlacionadas, determinação das sinistralidades agregadas e determinação do capital econômico de acordo com alguma medida de risco. As peculiaridades destes cinco passos, ao aplicar a transformação proposta por Patton (2002), serão apresentadas a seguir.

Antes de apresentar estes passos, será exposta a extensão do teorema de Sklar, descrita em 4.4.1, para distribuições condicionais conjuntas proposta por Patton (2002).

6.3.1.**Extensão do teorema de Sklar proposta por Patton (2002)**

Seja F a distribuição condicional de $X|W$, G a distribuição condicional de $Y|W$ e H a distribuição condicional conjunta de $(X,Y)|W$. Assumindo que F e G são contínuas em x e y , existe uma única cópula condicional C tal que:

$$H(x, y|w) = C(F(x|w), G(y|w)|w), \quad \forall (x, y) \in \mathfrak{R} \times \mathfrak{R} \text{ e cada } w \in \mathcal{W}.$$

Da mesma forma, se F é a distribuição condicional de $X|W$, G a distribuição condicional $Y|W$, e C a cópula condicional, então a função H apresentada na equação acima é a função de distribuição condicional bivariada com distribuições marginais F e G .

Uma complicação da cópula condicional adotada por Patton (2002) em relação ao teorema de Sklar tradicional é que a variável condicionante w tem que ser a mesma para todas as distribuições marginais e para a cópula. Esta restrição pode ocasionar em uma função de distribuição conjunta condicional não válida, ou seja, que não satisfaça as condições para ser considerada uma função de distribuição conjunta.

A função de densidade equivalente é obtida da diferenciação de H em relação à x e y , da seguinte forma:

$$\begin{aligned} h(x, y|w) &= \frac{\partial^2 H(x, y|w)}{\partial x \partial y} \\ &= \frac{\partial F(x|w)}{\partial x} \cdot \frac{\partial G(y|w)}{\partial y} \cdot \frac{\partial^2 C(F(x|w), G(y|w)|w)}{\partial F(x|w) \partial G(y|w)} \end{aligned}$$

$$h(x, y|w) \equiv f(x|w) \cdot g(y|w) \cdot c(u, v|w), \quad \forall (x, y, w) \in \mathfrak{R} \times \mathfrak{R} \times \mathcal{W}$$

Esta representação permite a visualização isolada da função de dependência, descrita pela função de densidade de cópula, das funções de densidade marginais.

6.3.2.**Passo 1 – Ajuste das distribuições**

O ajuste das distribuições aos dados é realizado em dois estágios. Primeiro ajusta-se as distribuições marginais das classes levando-se em conta as estruturas de séries temporais. Depois a distribuição conjunta é ajustada a partir da teoria das cópulas condicionais.

Seja $\{X_{it}\}_{i=1}^5$ as séries de dados de cinco classes de seguros. Deve-se verificar as características de cada série, tais como estacionariedade e sazonalidade. Então, a partir desta análise ajusta-se um modelo para cada série estudada.

Os modelos mais apropriados para séries financeiras são do tipo GARCH, uma generalização dos modelos ARCH com menos parâmetros, ou seja, mais parcimonioso. Estes modelos são não-lineares e apresentam variância condicional evoluindo no tempo, comportamento típico de séries financeiras.

Acredita-se que as séries de sinistralidades apresentam o comportamento descrito por modelo do tipo AR-GARCH. O modelo AR seria para eliminar uma possível correlação serial dos dados originais e o modelo GARCH para eliminar a heteroscedasticidade condicional dos resíduos.

Supondo que as classes de seguros têm o comportamento descrito por um modelo AR(1)-GARCH(1,1) com distúrbio aleatório seguindo uma distribuição t , tem-se a seguinte representação:

$$\begin{cases} X_{it} = \mu_{x_i} + \phi_{1x_i} X_{it-1} + \xi_{x_i,t} h_t^{1/2} \\ h_t = w_{x_i} + \beta_{x_i} \sigma_{x_i,t-1}^2 + \alpha_{x_i} w_{x_i,t-1}^2 \end{cases} \quad \text{em que} \quad \begin{cases} w_{x_i} = \xi_{x_i,t} h_t^{1/2} \\ \xi_{x_i,t} \sim t(v_{x_i}) \end{cases}$$

$$f(X_{it} | \mathcal{S}_{t-1}) \sim t(\mu_{x_i} + \phi_{1x_i} X_{it-1}, h_t, v_{x_i})$$

Então fala-se que a série $(X_{i,t})$ segue um modelo AR(1)-GARCH(1,1) em que $t = 1, \dots, T$ e $i = 1, \dots, 5$. Estes modelos ajustados seriam equivalentes às funções de distribuição marginais ajustadas para as classes.

6.3.3.

Passo 2 – Identificação das estruturas de dependência e o ajuste das cópulas

O ajuste das cópulas deve ser feito em conformidade com as características dos dados estudados. Cada tipo de cópula capta uma estrutura de dependência diferente. Alguns procedimentos que ajudam a ajustar a cópula com as características desejadas estão dispostos na seção 6.1.3. Neste procedimento a correlação entre as séries já esta embutida nos modelos ajustados no Passo 1, não sendo necessária a determinação da matriz de correlação.

Ajustada a cópula, é gerada a distribuição conjunta das classes de seguros. Patton (2007) apresenta a seguinte extensão do teorema de Sklar para este caso:

$$\mathbf{F}_t(x_t|\mathfrak{S}_{t-1}) = \mathbf{C}_t(F_{1,t}(x_{1t}|\mathfrak{S}_{t-1}), F_{2,t}(x_{2t}|\mathfrak{S}_{t-1}), \dots, F_{n,t}(x_{nt}|\mathfrak{S}_{t-1})|\mathfrak{S}_{t-1}), \quad \forall \mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$$

em que $x_i|\mathfrak{S}_{t-1} \sim F_{i,t}$ e C_t é a cópula condicional de X_t dado \mathfrak{S}_{t-1} . As distribuições marginais foram ajustadas pelo procedimento mostrado no Passo 1.

A função de densidade conjunta equivalente é a seguinte:

$$f[(x_{1t}, \dots, x_{5t})|\mathfrak{S}_{t-1}] = c(\cdot) \prod_{i=1}^5 f(x_{it}|\mathfrak{S}_{t-1})$$

em que $c(\cdot)$ representa a função de densidade da cópula selecionada.

Patton (2002) apresenta a transformação proposta para duas cópulas, a cópula simétrica de Joe-Clayton e a cópula normal. A cópula de Joe-Clayton tem uma abordagem interessante uma vez que permite uma cópula simétrica, como caso especial, sem que a dependência seja simétrica. A cópula normal é uma cópula simétrica e a dependência tem que satisfazer esta simetria.

A cópula de Joe-Clayton é construída a partir de uma transformação de Laplace da cópula de Clayton e tem a seguinte forma bivariada:

$$C_{JC}(u, v|\lambda_U, \lambda_L) = 1 - \left(\left[1 - (1-u)^k \right]^\gamma + \left[1 - (1-v)^k \right]^\gamma - 1 \right)^{1/\gamma}$$

em que $u = F^I(x)$, $v = F^I(y)$ $k = 1/\log_2(2 - \lambda_U)$, $\gamma = -1/\log_2(\lambda_L)$, $\lambda_U \in (0,1)$ e $\lambda_L \in (0,1)$.

A cópula simétrica de Joe-Clayton apresentada por Patton (2002) tem a seguinte forma bivariada:

$$C_{SJC}(u, v, \lambda_U, \lambda_L) = 0,5(C_{JC}(u, v, \lambda_U, \lambda_L) + C_{JC}(1-u, 1-v, \lambda_U, \lambda_L) + u + v - 1)$$

Os parâmetros da cópula de Joe-Clayton são exatamente as medidas de dependência na cauda superior (λ_U) e inferior (λ_L) apresentadas na seção 5.7. Nesta transformação apresentada por Patton (2002) os parâmetros podem variar no tempo induzindo ao conceito de cópula condicional temporal. Patton (2002) apresenta a seguinte evolução para estes parâmetros:

$$\lambda_{U,t} = \Lambda \left(w_U + \beta_U \lambda_{U,t-1} + \alpha_U \cdot \frac{1}{10} \sum_{j=1}^{10} |u_{t-j} - v_{t-j}| \right)$$

$$\lambda_{L,t} = \Lambda \left(w_L + \beta_L \lambda_{L,t-1} + \alpha_L \cdot \frac{1}{10} \sum_{j=1}^{10} |u_{t-j} - v_{t-j}| \right)$$

em que $\Lambda(x) \equiv 1/(1+e^{-x})$ é a transformação logística usada garantir que λ_v e λ_L estejam no intervalo (0,1). Nesta evolução os parâmetros λ_v e λ_L estão restritos a um processo ARMA(1,10).

A cópula normal condicional bivariada tem a seguinte forma:

$$C(u, v|\rho) = \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(v)} \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{(r^2 - 2\rho rs + s^2)}{2(1-\rho^2)}\right\} dr ds, \quad -1 < \rho < 1$$

em que Φ^{-1} é inversa da função de distribuição normal padrão. Patton (2002) propõe a seguinte evolução para o parâmetro ρ :

$$\rho_t = \tilde{\Lambda}\left(w_\rho + \beta_\rho \cdot \rho_{t-1} + \alpha \cdot \frac{1}{10} \sum_{j=1}^{10} \Phi^{-1}(u_{t-1}) \cdot \Phi^{-1}(v_{t-1})\right)$$

em que $\tilde{\Lambda}(x) \equiv (1 - e^{-x}) / (1 + e^{-x})$ é a transformação adequada para manter o parâmetro ρ entre (-1,1). Nesta evolução o parâmetro ρ está restrito a um processo ARMA(1,10), é incluído um ρ_{t-1} como um parâmetro regressivo para capturar qualquer dependência no parâmetro, e a média do produto das últimas dez observações das variáveis transformadas $\Phi^{-1}(u_{t-1})$ e $\Phi^{-1}(v_{t-1})$ para capturar qualquer variação na dependência.

6.3.4.

Passo 3 – Simulação das sinistralidades aleatórias correlacionadas

A simulação das sinistralidades aleatórias correlacionadas é realizada de maneira similar à apresentada em 6.1.4. São geradas (j) realizações da cópula 5-variada determinada no Passo 2 a partir da extensão do teorema de Sklar. Estas realizações representam às séries das classes de seguros que, além das dependências caracterizadas pelas partes AR-GARCH, apresentam outros tipos de dependência caracterizados pela cópula.

6.3.5.

Passo 4 – Determinação das sinistralidades agregadas

A agregação das sinistralidades obtidas no Passo 3 é realizada de maneira idêntica à apresentada em 6.1.4. Então pode-se compor $LR_t^{(j)}$ tal que:

$$LR_t^{(j)} = \sum_{i=1}^5 \alpha_i LR_{it}^{(j)}, \quad t = 1, \dots, T, \quad (j) = 1, \dots, N$$

α_i é o peso da classe i .

O peso de cada classe em uma seguradora pode variar no tempo de acordo com o seu interesse em determinado(s) ramo(s) e sua política de vendas. Sendo assim o peso de cada classe, assim como os parâmetros das cópulas apresentadas no Passo 2, pode admitir variação no tempo.

6.3.6.

Passo 5 – Determinação das medidas de risco

O capital econômico pode ser expresso como um percentual do prêmio retido, obtendo-se o seu valor absoluto através da aplicação de alguma medida de risco na distribuição de perdas agregadas. Algumas medidas de riscos foram apresentadas no capítulo três. Na simulação apresentada na seção 6.2 optou-se por utilizar o *VaR* e o *CVaR*.

Neste caso de séries temporais pode-se estender a aplicação destas medidas fora da amostra, dito *out-of-sample*, em que são feitas projeções a partir dos modelos ajustados no Passo 1.