

4

Variantes e extensões

Nos capítulos anteriores foram propostas abordagens de resolução exata e aproximada para o problema básico de atribuição de árbitros formulado na Seção 2.3. Este problema consiste em atribuir árbitros às posições de arbitragem associadas às partidas de uma determinada competição, de forma a minimizar a soma, sobre todos os árbitros, do valor absoluto da diferença entre o número de partidas que o árbitro deseja arbitrar e o número de partidas às quais ele é efetivamente designado.

Um estudo computacional mostrou que as abordagens de resolução propostas obtiveram ótimos resultados, encontrando boas soluções com respeito à função objetivo utilizada. Entretanto, uma vez que o problema de atribuição de árbitros tem origem em aplicações práticas, envolvendo a organização de competições esportivas, há várias restrições e objetivos que não foram contemplados na versão básica. Seja, por exemplo, o caso de um árbitro que deseja arbitrar duas partidas numa determinada data e ao qual são designadas exatamente duas partidas numa solução para o problema. De acordo com o objetivo considerado pelo PAA básico, o valor associado ao árbitro em questão é o melhor possível. No entanto, esta atribuição pode ser muito ruim, se for considerado o número de horas que este árbitro precisará esperar entre suas partidas.

Este capítulo tem como objetivo estudar alguns desses aspectos que podem resultar em novas restrições ou objetivos adicionais. Na próxima seção, são discutidas novas restrições que podem ser relevantes ao processo de atribuição de árbitros. Em seguida, na Seção 4.2, discutem-se diferentes possibilidades para a função objetivo. Na Seção 4.3 apresentam-se abordagens de resolução exata e aproximada para uma variante do PAA básico com uma nova função objetivo. Na Seção 4.4, os resultados computacionais da aplicação dessas abordagens são apresentados e discutidos. Considerações finais para o capítulo são apresentadas na Seção 4.5.

4.1

Restrições adicionais

As regras de atribuição de árbitros podem variar dependendo do esporte e da competição a que esta partida está vinculada. A diversidade de situações nas quais árbitros devem ser atribuídos a partidas resulta em um grande número de variantes possíveis para este problema.

Um exemplo de situação, mencionada na Seção 2.1, que implica em novas restrições para o PAA e surge em algumas aplicações reais, é a existência de grupos de árbitros que desejam trabalhar em conjunto com os mesmos parceiros em todas as partidas a que são designados. Dois tipos de situações são comuns nestes casos: (1) grupos de árbitros que exigem que esta restrição seja sempre satisfeita ou (2) grupos que solicitam que atuem juntos sempre que possível. Diversos fatores podem explicar este tipo de exigência por parte dos árbitros, como por exemplo, um garoto que só sente confiança em arbitrar caso seja na mesma partida que seu pai; ou colegas que preferem atuar juntos nas partidas.

Para considerar este tipo de situação, a abordagem de resolução proposta nesta tese precisaria ser adaptada. Em geral, em comparação com os modelos de programação inteira, as heurísticas exigem mais esforço de adaptação quando o problema a ser resolvido é modificado. Entretanto, dependendo da alteração, a dificuldade de resolução de um modelo de PI pode ser sensivelmente alterada, por exemplo pela inclusão de uma restrição adicional. Já as heurísticas normalmente podem ser adaptadas de forma a que continuem sendo eficientes na resolução do problema modificado. A seguir, são apresentadas algumas sugestões para a adaptação dos modelos de programação inteira de forma a considerar algumas das situações levantadas.

Para se adaptar o Modelo 1 para considerar a situação (1) descrita acima, seriam adicionadas as restrições

$$x_{ij} - \sum_{j' \in S_j^1} x_{i'j'} = 0 \quad \forall i \in R^{HL}, \quad \forall i' \in R(i), \quad \forall j \in S, \quad (4-1)$$

onde S_j^1 representa o conjunto de PA's associados à mesma partida que j , para $j = 1, \dots, n$; R^{HL} representa o conjunto de árbitros que exigem que sejam atribuídos às mesmas partidas que alguns colegas e $R(i)$ o conjunto de colegas do árbitro i que devem ser atribuídos às mesmas partidas que ele, para $i \in R^{HL}$. Com esta abordagem, pode-se resolver tanto os casos em que grupos de árbitros podem atuar somente em conjunto, ou seja, todos do grupo devem necessariamente atuar nas mesmas partidas, como os casos em que, por exemplo, um árbitro i' exige atuar em parceria com um outro árbitro i'' , mas o árbitro i'' pode atuar em conjunto com i' ou com outros árbitros quaisquer.

Neste caso, o árbitro i' pertence a R^{HL} e o árbitro i'' somente a $R(i')$, portanto somente i' daria origem a restrições do tipo (4-1).

Para tratar a situação (2), podem ser criadas variáveis de folga e excesso para as restrições (4-1) e inseridas penalizações para tais variáveis na função objetivo, de forma a evitar, sempre que possível, as atribuições dos árbitros que aparecem em R^{HL} separados dos árbitros solicitados.

De maneira análoga, os Modelos 2 e 3 podem ser adaptados através da inclusão de restrições semelhantes às restrições 4-1. Uma vez que as variáveis de decisão nestes modelos estão associadas às sequências de PA's atribuídas a um determinado árbitro, as novas restrições deverão relacionar uma sequência associada a um determinado árbitro $i \in R^{HL}$ com as sequências que envolvem exatamente as mesmas partidas para cada árbitro pertencente a $R(i)$.

Uma situação semelhante à descrita acima, ocorre nos casos em que grupos de árbitros compartilham um mesmo meio de transporte (carro, ônibus, etc) para chegar ao local de suas partidas. Neste caso, tais árbitros podem exigir que sejam designados a partidas que aconteçam na mesma localidade, mas não necessariamente às mesmas partidas.

Outra restrição aparece quando alguns árbitros determinam um número mínimo para o número de partidas em que atuarão, caso sejam designados a alguma. Uma explicação para este tipo de exigência é o caso de árbitros que moram longe de todos os locais onde ocorrem as partidas. Desta forma, para tais árbitros pode não ser compensador atuar em menos partidas do que um certo número mínimo.

Adicionalmente, comitês organizadores de competições esportivas frequentemente desejam que certos árbitros não sejam designados a arbitrar certas partidas, por vários motivos, por exemplo, a existência de algum tipo de relação entre um árbitro e algum clube ou atleta, como um árbitro que já tenha atuado em partidas demais de certo clube na temporada, entre outras situações.

Em alguns contextos, os árbitros também podem exigir um certo tempo mínimo de descanso entre uma partida e a próxima, o que também resulta em uma restrição adicional para o problema.

4.2

Funções objetivo alternativas

Como mencionado anteriormente, diversos objetivos podem estar relacionados à tarefa de se atribuir árbitros às partidas de uma determinada competição. Quando os árbitros podem ser designados a partidas que ocorrem em localidades diferentes na mesma data, penalizações que limitem o número de

viagens podem ser incorporadas à função objetivo. A minimização da distância ou do tempo total viajado pelos árbitros também pode ser relevante.

Adicionalmente, os organizadores podem querer priorizar atribuições que satisfaçam algumas preferências pessoais (suas ou dos árbitros) com respeito a locais, divisões e horários em que cada árbitro vai arbitrar. Em certas competições, os organizadores desejam que os árbitros com maior competência sejam designados a mais partidas do que os menos capacitados, de forma a reduzir os problemas com arbitragens contestadas. Outra possibilidade é a preferência de alguns árbitros em arbitrar (ou não) jogos em sequência (sem tempo de descanso entre um jogo e o próximo). Alguns árbitros preferem atuar em partidas em sequência, enquanto outros preferem ter algum tempo de descanso entre uma partida e outra.

A substituição da função objetivo considerada no PAA básico implica em alterações nas abordagens de resolução propostas nos capítulos anteriores. O Modelo 1 de programação linear inteira, por exemplo, não é adequado para o tratamento da maioria das funções objetivo alternativas mencionadas neste capítulo. Por outro lado, os Modelos 2 e 3, uma vez que computam antecipadamente (ou ao longo de sua execução, por geração de colunas) as possíveis sequências de PA's para cada árbitro, representam alternativas interessantes para o tratamento de variantes com outras funções de custo, pois sua adaptação envolve apenas a substituição dos custos associados a cada variável (sequência de PA's). Com relação à heurística de três fases, dependendo da função de custo a ser considerada, pode-se manter a estrutura dos algoritmos realizando-se apenas algumas modificações.

Como mencionado na introdução do capítulo, a minimização do tempo total de espera entre partidas consecutivas pode ser relevante no processo de atribuição. O restante deste capítulo apresenta abordagens para a resolução exata e aproximada do PAA com esta nova função objetivo, mantidas as mesmas restrições do PAA básico. Os resultados da aplicação destas abordagens sobre as instâncias teste descritas no Capítulo 2 são também apresentados.

4.3

Objetivo: minimizar tempos de espera

Considera-se o problema formulado na Seção 2.3 substituindo-se a função objetivo pela minimização da soma, sobre todos os árbitros, do tempo total de espera entre partidas consecutivas. Denomina-se esta variante de PAA-minTE. As próximas seções apresentam as abordagens de resolução exata e aproximada para o PAA-minTE e os respectivos resultados computacionais.

4.3.1

Resolução exata do PAA-minTE

Como mencionado anteriormente, em virtude da mudança na função objetivo, o Modelo 1 apresentado no Capítulo 2 não se aplica ao PAA-minTE, uma vez que este modelo não permite a determinação dos tempos de espera entre as partidas consecutivas de cada árbitro. Na verdade, os horários das partidas não são diretamente considerados no modelo, que restringe apenas atribuições de árbitros a PA's em conflito. Assim, apesar dos horários serem utilizados para a definição das restrições, o modelo em si não contém as informações do horário de cada partida.

Neste caso, propõe-se a resolução exata do PAA-minTE através dos Modelos 2 e 3, que possibilitam a consideração de diferentes funções objetivo, uma vez que cada possível combinação de PA's para um determinado árbitro está associada a uma variável de decisão que tem seu custo calculado antecipadamente (ou ao longo de sua execução por geração de colunas). Uma vez que uma variável nestes modelos está associada a uma sequência de PA's (ou tuplas) e cada elemento dessa sequência está vinculado a um horário de início e um horário de fim, para o cálculo do novo custo basta ordenar os elementos em ordem crescente dos horários de início (ou horário de fim) e somar os tempos decorridos entre o fim de cada elemento e o início do próximo.

As Tabelas 4.1 a 4.4 apresentam os resultados numéricos relativos à comparação entre os dois modelos de programação inteira na resolução do PAA-minTE. Exibe-se inicialmente o número de localidades (ℓ), o padrão usado para a geração do número desejado de partidas para cada árbitro e a identificação de cada instância. As duas colunas seguintes mostram o tempo, expresso em segundos, gasto pelo CPLEX para encontrar a solução ótima com cada um dos modelos. Assinala-se com “> 7200,00” cada instância que não pôde ser resolvida dentro do limite de 7200 segundos.

A exemplo dos resultados apresentados no Capítulo 2, o Modelo 3 novamente obteve menores tempos de processamento para a resolução das instâncias envolvidas no experimento, tendo conseguido encontrar uma solução ótima para todas as instâncias com até 80 partidas, dentro do limite de 7200 segundos. Em contrapartida, o Modelo 2 não encontrou solução viável alguma para seis das instâncias com 80 partidas e 160 árbitros.

Instância		Modelo 2	Modelo 3	
ℓ	padrão id.	tempo (s)	tempo (s)	
8	P_0	I_1	3,19	2,03
		I_2	5,52	2,30
		I_3	20,06	7,19
		I_4	4,62	3,05
		I_5	14,87	5,50
8	P_1	I_1	9,11	5,06
		I_2	6,72	3,56
		I_3	6,50	2,26
		I_4	9,51	3,87
		I_5	29,62	10,95
8	P_0	I_1	2,72	0,97
		I_2	3,67	2,31
		I_3	6,76	3,00
		I_4	3,51	1,66
		I_5	4,34	1,51

Tabela 4.1: Instâncias com 40 partidas e 80 árbitros.

Instância		Modelo 2	Modelo 3	
ℓ	padrão id.	tempo (s)	tempo (s)	
8	P_0	I_1	44,17	8,20
		I_2	14,00	4,26
		I_3	31,67	8,28
		I_4	18,09	5,72
		I_5	19,45	6,26
8	P_1	I_1	15,56	6,58
		I_2	49,80	13,36
		I_3	28,87	4,48
		I_4	20,33	6,22
		I_5	21,05	5,70
8	P_0	I_1	13,22	5,76
		I_2	10,30	3,92
		I_3	14,51	4,62
		I_4	5,48	2,14
		I_5	7,51	4,44

Tabela 4.2: Instâncias com 50 partidas e 100 árbitros.

4.3.2

Heurísticas para o PAA-minTE

A abordagem aproximada de resolução do PAA-minTE foi desenvolvida com base nos algoritmos propostos para o PAA básico. O mesmo esquema de três fases exibido no Pseudo-código 1 é utilizado e as heurísticas foram adaptadas de forma a considerar a nova função objetivo. Esta heurística de três fases adaptada é referenciada nos experimentos por **3fases-minTE**.

ℓ	Instância		Modelo 2	Modelo 3
	padrão	id.	tempo (s)	tempo (s)
8	P_0	I_1	655,81	30,14
		I_2	50,45	10,42
		I_3	217,61	29,67
		I_4	18,64	6,98
		I_5	81,30	20,19
8	P_1	I_1	109,92	31,37
		I_2	107,98	21,11
		I_3	78,20	17,84
		I_4	64,69	11,89
		I_5	78,50	17,91
8	P_0	I_1	48,02	12,42
		I_2	34,66	10,11
		I_3	284,17	15,83
		I_4	10,44	4,01
		I_5	60,14	16,30

Tabela 4.3: Instâncias com 60 partidas e 120 árbitros.

$ F $	Instância		Modelo 2	Modelo 3
	padrão	id.	tempo (s)	tempo (s)
8	P_0	I_1	> 7200,00	89,34
		I_2	> 7200,00	47,31
		I_3	> 7200,00	58,69
		I_4	130,40	28,09
		I_5	> 7200,00	64,30
8	P_1	I_1	> 7200,00	83,44
		I_2	197,33	56,34
		I_3	555,61	38,09
		I_4	665,50	26,97
		I_5	> 7200,00	63,58
8	P_0	I_1	57,20	10,78
		I_2	133,52	25,86
		I_3	287,44	14,95
		I_4	54,67	10,42
		I_5	266,12	13,77

Tabela 4.4: Instâncias com 80 partidas e 160 árbitros.

As próximas seções discutem as adaptações feitas na heurística construtiva, no esquema de busca local e nos procedimentos de perturbação utilizados na heurística aprimorante, uma vez que a heurística reparadora visa a viabilidade e não precisa ser adaptada.

4.3.2.1

Heurísticas construtivas

Duas heurísticas construtivas foram utilizadas nos experimentos deste capítulo. A primeira é a heurística CEV, apresentada no capítulo anterior, com ênfase apenas na viabilidade. Uma nova heurística, denominada CEO-minTE, foi proposta e consiste basicamente no algoritmo CEO_II, cuja função objetivo foi modificada de acordo com o PAA-minTE.

Como descrito na Seção 3.1.2, o algoritmo CEO_II baseia-se na idéia utilizada no modelo de programação inteira com número exponencial de variáveis. O conjunto de PA's atribuídas a um árbitro é visto como uma seqüência em que cada elemento representa uma PA. A cada passo um árbitro é selecionado, são calculadas todas as seqüências viáveis de PA's para este árbitro e é selecionada a seqüência mais conveniente, de acordo com a função objetivo considerada. Uma vez que não está vinculado a uma única função objetivo, este algoritmo é também adequado para a resolução do PAA-minTE e sua adaptação é direta.

4.3.2.2

Busca local e vizinhanças

As vizinhanças consideradas na resolução do PAA-minTE são as mesmas descritas na Seção 3.2.1. O procedimento de busca local também é análogo ao proposto para o PAA básico. Entretanto, em virtude da mudança na função objetivo, os movimentos de dupla-troca são agora considerados também na fase `primeiroAprimorante_DT(f, Solucao)`.

Assim como no caso da heurística de três fases para o PAA básico, o procedimento de busca local baseado em vizinhanças executado após cada perturbação da heurística aprimorante, pode ser substituído pela resolução exata de um modelo de programação linear inteira associado ao problema restrito a uma localidade. Uma vez que o Modelo 1 não se aplica ao PAA-minTE e o Modelo 2 se mostrou ineficiente, apenas o Modelo 3 foi considerado na heurística híbrida de três fases.

Os experimentos relativos ao PAA básico mostraram que o Modelo 3, apesar de melhor que o Modelo 2, apresentou tempos de resolução muito superiores aos obtidos com o Modelo 1, que acabou sendo o escolhido para substituir a busca local na heurística baseada em ILS para o PAA básico.

Como a heurística baseada em ILS aplica uma busca local em cada iteração, para que se possa substituir este procedimento pela resolução exata, é necessário que se consiga resolver de forma eficiente os sub-problemas associados a cada localidade envolvida na perturbação. Assim, propõe-se uma

nova variante da heurística de três fases que utiliza a resolução exata com uma frequência menor que a variante anterior que substitui a busca local em cada iteração. O Pseudo-código 6 apresenta esta nova abordagem. O parâmetro `Freq` representa a frequência com que a resolução exata deve ser utilizada. A função `ResolucaoExata(f , Solucao)` representa uma abstração para a resolução exata do sub-problema associado à localidade f e à solução corrente `Solucao`. A variante que utiliza este esquema híbrido combinando busca local e resolução exata é referenciada nos experimentos por `3fases-minTE + CEO-minTE + MIP_II`, assumindo-se que o algoritmo construtivo `CEO-minTE` tenha sido utilizado.

```

1 Pseudo-código
  Esquema_ILS_MIP_II(Solucao, MaxIter, MaxIterBL, Freq)
2 foreach localidade  $f$  do
3   Solucao ← ResolucaoExata( $f$ , Solucao);
4 end
5 Seja  $F^+$  = o conjunto das localidades envolvidas em alguma
  perturbação não sucedida pela resolução exata do respectivo
  sub-problema;
6  $F^+ \leftarrow \emptyset$ ;
7 for  $iter = 1$  to MaxIter do
8   Solucao ← Perturbacao(Solucao);
9   Sejam  $f_1$  e  $f_2$  as localidades envolvidas na perturbação;
10   $F^+ \leftarrow F^+ \cup \{f_1, f_2\}$ ;
11  if ( $iter \bmod Freq \neq 0$ ) then
12    Solucao ← BuscaLocal( $f_1$ , Solucao, MaxIterBL);
13    Solucao ← BuscaLocal( $f_2$ , Solucao, MaxIterBL);
14  else
15    foreach localidade  $f \in F^+$  do
16      Solucao ← ResolucaoExata( $f$ , Solucao);
17    end
18  end
19 end
20 return Solucao;

```

Pseudo-código 6: Esquema baseado na metaheurística ILS híbrido com resolução exata.

4.3.2.3

Heurística aprimorante

O procedimento de perturbação da heurística aprimorante para o PAA-minTE consiste basicamente nos mesmos passos apresentados pelo Pseudo-código 5. A única alteração ocorre no procedimento de *look ahead*, que tem

agora um novo critério para a seleção do par de árbitros cujas atribuições serão trocadas. O procedimento $\text{Promissora}(S', i, i')$ tem como objetivo verificar, através de uma heurística, se a troca dos árbitros em questão é promissora ou não. Observa-se que caso o tempo de espera dos árbitros envolvidos na perturbação seja nulo, esta perturbação não é considerada promissora, pois o valor objetivo associado a cada um desses árbitros não pode ser reduzido.

No caso do PAA-minTE, a troca das atribuições entre os árbitros i e i' é considerada promissora se pelo menos um dos dois critérios descritos a seguir for satisfeito, após a realização da troca temporária das atribuições destes dois árbitros. Ressalta-se que apenas o árbitro i é mencionado nas descrições abaixo, no entanto as mesmas condições valem para i' . O critério é considerado satisfeito se for verificado para pelo menos um destes árbitros.

O primeiro critério determina que a troca destes árbitros é promissora se existir alguma PA j que possa ser designada a i , dentre as partidas agendadas para a nova localidade de i , em horários contidos em algum período de espera deste árbitro. Neste caso, pode-se atribuir o árbitro i à PA j e, como consequência, o tempo de duração da partida associada a j será decrementado do tempo de espera atual do árbitro i . No entanto, fica claro que a atribuição de i a j somente torna promissora a perturbação em questão, caso o árbitro que estava atribuído até então a esta PA não tenha acréscimo em seu tempo de espera como consequência desta troca (ou tenha um acréscimo menor que o decréscimo associado ao árbitro i).

Se o primeiro critério não é satisfeito para o árbitro i , ou seja, não existem PA's que possam ser designados a i de forma a reduzir seu tempo de espera, a alternativa é verificar se é possível atribuir a outros árbitros alguns das PA's atualmente atribuídas a i , de forma a eliminar um dos períodos de espera deste árbitro (o primeiro ou o último período de espera). Assim, de acordo com o segundo critério, uma troca é promissora se existir um sub-conjunto não vazio de árbitros $R^i \subseteq R$ que possam substituir o árbitro i em todas as PA's cujas partidas estejam agendadas para horários anteriores ao seu primeiro intervalo de tempo de espera (ou posteriores ao último). Para manter a viabilidade da solução, considerando-se apenas os árbitros designados a partidas na nova localidade de i (ou não designados a partida alguma). Neste caso, após as atribuições dos árbitros de R^i às mencionadas PA's, o tempo de espera atual do árbitro i será decrementado da duração do seu primeiro (ou último) período de espera. Ressalta-se que estas trocas de atribuição somente tornarão promissora a perturbação em questão se o decréscimo no tempo de espera do árbitro i for superior à soma dos acréscimos nos tempos de espera dos árbitros em R^i .

Assim como na heurística aprimorante para o PAA básico, a solução

obtida após a perturbação e sucedida por uma busca local é sempre aceita.

4.4

Resultados computacionais

Os resultados experimentais relatados nesta seção foram obtidos nas mesmas plataformas descritas nos capítulos anteriores. Os experimentos envolvendo a resolução exata dos modelos de programação inteira foram realizados na plataforma descrita no Capítulo 2 e os demais experimentos na plataforma descrita no Capítulo 3.

4.4.1

Heurísticas construtivas

As Tabelas 4.5 a 4.7 exibem os resultados referentes ao primeiro experimento realizado. Estes resultados foram obtidos com dez execuções para cada instância, com diferentes sementes para a geração de números aleatórios. A primeira coluna indica a instância utilizada. As quatro colunas seguintes trazem informações associadas à fase de construção, respectivamente a identificação do método utilizado, o tempo gasto em segundos, o valor objetivo da solução viável encontrada e o número de soluções viáveis encontradas nas dez execuções. Os tempos de processamento e os valores da função objetivo são resultados médios para as dez execuções para cada instância. O valor médio do objetivo foi assinalado com “-” nos casos em que a heurística construtiva não encontrou solução viável alguma. As últimas três colunas das tabelas exibem as informações relativas à heurística reparadora, respectivamente o tempo gasto em segundos, o valor médio do objetivo das soluções viáveis encontradas e o número de soluções viáveis encontradas nas execuções em que esta fase foi necessária, ou seja, quando o algoritmo construtivo não encontrou solução viável. Novamente, os tempos de processamento e os valores da função objetivo são resultados médios. Nos casos em que a heurística construtiva encontrou soluções viáveis em todas as dez execuções, a fase de reparação não foi necessária e as respectivas colunas nas tabelas aparecem assinaladas com “-”.

Além das duas variantes utilizadas para a abordagem de resolução do PAA-minTE, adicionaram-se às tabelas os resultados do algoritmo CEO_II, que serviu de base para a implementação do CEO-minTE. O objetivo deste experimento foi permitir uma comparação entre os métodos usados para a construção de soluções, com relação ao número de soluções viáveis obtidas e o tempo exigido para reparação quando obtêm soluções inviáveis. O critério de parada para a heurística reparadora foi a execução de 10000 iterações. Os valores da função objetivo foram omitidos para a heurística CEO_II, uma vez que o

intuito de sua inclusão no experimento é justificada apenas pela comparação dos tempos de processamento.

Instância id.	Construção				Reparação		
	método	tempo (s)	valor	viáveis	tempo (s)	valor	viáveis
I ₁	CEV	0,02	1548,7	10	-	-	-
	CEO-minTE	0,20	-	0	4,41	1122,3	10
	CEO_II	0,11	-	0	2,05	-	10
I ₂	CEV	0,02	1569,5	10	-	-	-
	CEO-minTE	0,29	-	0	4,82	1105,6	10
	CEO_II	0,20	-	0	2,43	-	10
I ₃	CEV	0,02	1620,3	10	-	-	-
	CEO-minTE	0,20	-	0	3,35	1135,0	10
	CEO_II	0,13	-	0	1,81	-	10
I ₄	CEV	0,02	1683,1	10	-	-	-
	CEO-minTE	0,15	-	0	3,70	1252,8	10
	CEO_II	0,08	-	0	1,76	-	10
I ₅	CEV	0,03	1489,9	10	-	-	-
	CEO-minTE	0,17	-	0	4,28	1116,0	10
	CEO_II	0,10	-	0	1,95	-	10

Tabela 4.5: Instâncias com 65 localidades e padrão P_0 .

Instância id.	Construção				Reparação		
	método	tempo (s)	valor	viáveis	tempo (s)	valor	viáveis
I ₁	CEV	0,02	1559,7	10	-	-	-
	CEO-minTE	0,23	-	0	6,64	1138,7	10
	CEO_II	0,11	-	0	2,91	-	10
I ₂	CEV	0,02	1642,7	10	-	-	-
	CEO-minTE	0,17	-	0	9,15	1133,8	10
	CEO_II	0,09	-	0	3,86	-	10
I ₃	CEV	0,02	1589,2	10	-	-	-
	CEO-minTE	0,22	-	0	2,86	1150,3	10
	CEO_II	0,12	-	0	1,11	-	10
I ₄	CEV	0,02	1592,3	10	-	-	-
	CEO-minTE	0,14	-	0	5,07	1226,6	10
	CEO_II	0,08	-	0	2,63	-	10
I ₅	CEV	0,02	1506,2	10	-	-	-
	CEO-minTE	0,17	-	0	4,74	1134,2	10
	CEO_II	0,10	-	0	2,70	-	10

Tabela 4.6: Instâncias com 65 localidades e padrão P_1 .

Os resultados apresentados foram semelhantes aos observados no experimento análogo do Capítulo 3. Os resultados da heurística CEV são os mesmos já

Instância id.	Construção				Reparação		
	método	tempo (s)	valor	viáveis	tempo (s)	valor	viáveis
I ₁	CEV	0,03	-	0	11,66	1575,4	10
	CEO-minTE	0,11	-	0	44,56	1317,6	10
	CEO_II	0,07	-	0	26,74	-	10
I ₂	CEV	0,02	-	0	12,07	1607,1	10
	CEO-minTE	0,12	-	0	50,65	1440,9	10
	CEO_II	0,09	-	0	32,32	-	10
I ₃	CEV	0,02	1672,7	9	0,38	1706,0	1
	CEO-minTE	0,09	-	0	24,39	1399,7	10
	CEO_II	0,07	-	0	14,00	-	10
I ₄	CEV	0,02	-	0	5,90	1570,4	10
	CEO-minTE	0,09	-	0	39,60	1383,4	10
	CEO_II	0,06	-	0	25,42	-	10
I ₅	CEV	0,02	-	0	9,32	1580,5	10
	CEO-minTE	0,13	-	0	60,02	1324,2	10
	CEO_II	0,09	-	0	36,22	-	10

Tabela 4.7: Instâncias com 85 localidades e padrão P_0 .

analisados no capítulo anterior, porém os valores da função objetivo exibidos aqui representam a soma dos tempos de espera. A heurística **CEO-minTE**, assim como os algoritmos **CEO_I** e **CEO_II**, se mostrou bastante eficiente, não ultrapassando 0,30 segundo para instância alguma nas Tabelas 4.5 a 4.7. Esta heurística, apesar de não ter conseguido construir nenhuma solução viável, mostrou que obtém soluções que exigem baixos tempos de processamento da fase de reparação. Apenas as instâncias com 85 localidades exigiram mais tempo para serem reparadas. Entretanto, observa-se um aumento nos tempos de processamento da heurística reparadora, comparando-se as situações em que ela parte de soluções obtidas pelos algoritmos **CEO-minTE** e **CEO_II**. Conclui-se que a mudança da função objetivo, de certa forma, afetou o comportamento da heurística construtiva, que obteve soluções mais difíceis de serem reparadas do que aquelas construídas pela heurística que considera a função objetivo anterior.

O próximo experimento foi realizado com o intuito de comparar os resultados obtidos pela heurística de três fases, com busca local por vizinhanças (**3fasesminTE**), variando-se a heurística construtiva utilizada (**CEV** ou **CEO-minTE**). A exemplo do capítulo anterior, as comparações são feitas considerando-se os tempos de processamento necessários para que cada variante dos algoritmos considerados encontre uma solução pelo menos tão boa quanto um certo valor alvo determinado previamente.

Os gráficos TTT apresentados nas Figuras 4.1 a 4.3 exibem os resultados deste experimento para as duas variantes com as mesmas três instâncias teste

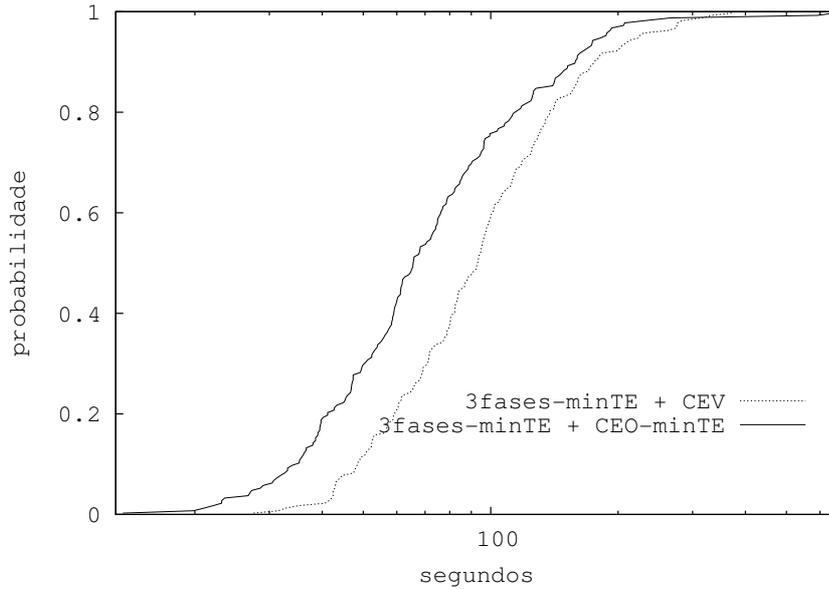


Figura 4.1: Instância I_1 com 65 localidades e padrão P_0 (Alvo: 570)

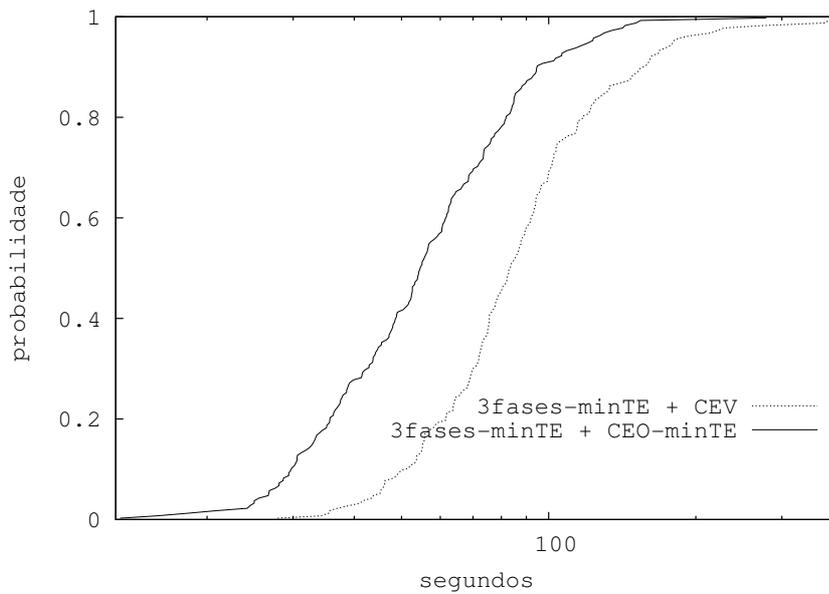


Figura 4.2: Instância I_1 com 65 localidades e padrão P_1 (Alvo: 589)

selecionadas para os experimentos análogos do capítulo anterior. Os valores alvo selecionados foram respectivamente 570, 589 e 846. Estes valores foram determinados em experimentos preliminares com a heurística original (*3fases-minTE + CEV*) e representam, para cada instância, o valor médio das soluções encontradas em dez execuções com limite de tempo em 120 segundos, para cada execução.

Os gráficos mostram que a versão com o algoritmo *CEO-minTE* foi mais eficiente em dois dos três casos. Para a instância com 85 localidades e padrão P_0 , o algoritmo construtivo *CEV* foi superior. A heurística *CEO-minTE* foi então

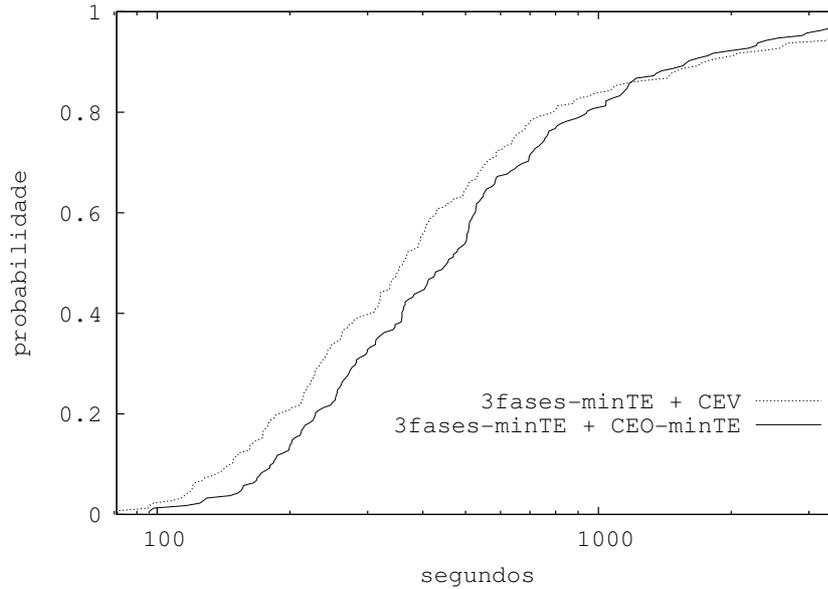


Figura 4.3: Instância I_1 com 85 localidades e padrão P_0 (Alvo: 846)

selecionada para ser utilizada nos demais experimentos.

4.4.2

Heurística híbrida com modelo de PI

As Figuras 4.4 a 4.6 exibem gráficos TTT para a comparação de três variantes da heurística, uma baseada em busca local por vizinhanças e outras duas híbridas que substituem a busca local pela resolução de um sub-problema de programação linear inteira. As variantes da heurística de três fases são as seguintes:

- com o algoritmo construtivo CEO-minTE (3fases-minTE + CEO-minTE)
- com o algoritmo construtivo CEO-minTE e a busca local substituída pela resolução exata em todas iterações, para as localidades envolvidas na perturbação (3fases-minTE + CEO-minTE + MIP)
- com o algoritmo construtivo CEO-minTE e a resolução exata realizada a cada 250 iterações, para cada localidade envolvida em alguma perturbação (3fases-minTE + CEO-minTE + MIP_II)

Os gráficos mostram que a variante 3fases-minTE + CEO-minTE + MIP_II apresentou melhores resultados que 3fases-minTE + CEO-minTE + MIP nos três casos. Tal fato comprova que a resolução exata utilizando-se o Modelo 3 realmente não é suficientemente eficiente para ser utilizada em todas iterações, como feito no caso do PAA básico com o Modelo 1.

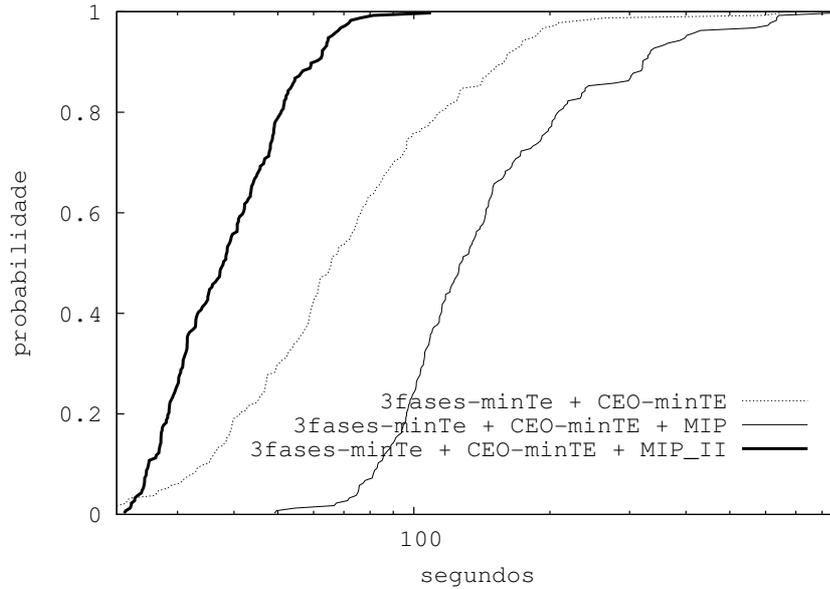


Figura 4.4: Instância I_1 com 65 localidades e padrão P_0 (Alvo: 570)

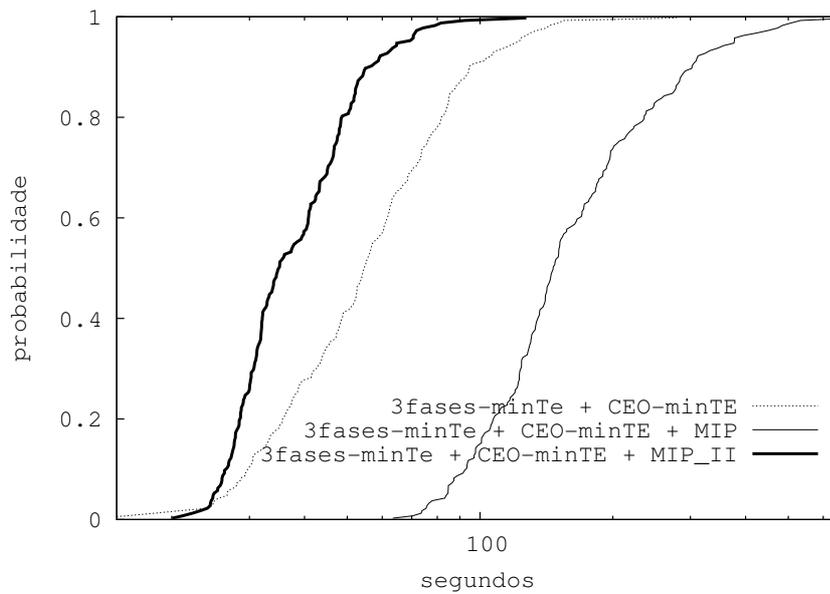


Figura 4.5: Instância I_1 com 65 localidades e padrão P_1 (Alvo: 589)

Comparando-se as variantes $3fases-minTE + CEO-minTE + MIP_{II}$ e $3fases-minTE + CEO-minTE$, novamente a primeira obteve melhores resultados, atingindo o alvo com maior probabilidade em um mesmo tempo de processamento.

Um fato deve ser ressaltado: observa-se que os tempos de processamento utilizados pelas heurísticas nos casos das instâncias com 65 localidades são muito menores que os tempos gastos com a instância com 85 localidades, o que mostra que os alvos escolhidos para as primeiras não são tão difíceis quanto o alvo escolhido para esta última. Além disso, para a instância com 85 localidades

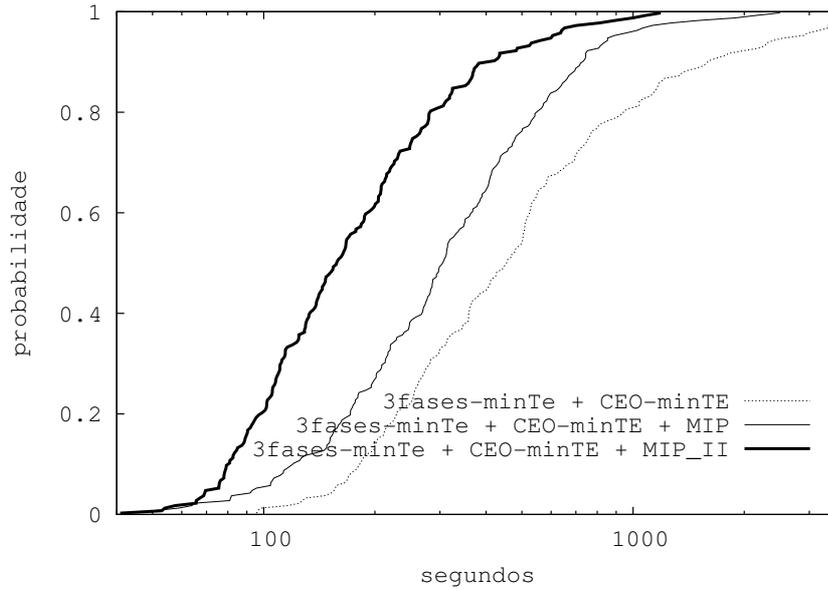


Figura 4.6: Instância I_1 com 85 localidades e padrão P_0 (Alvo: 846)

e alvo 846, a heurística `3fases-minTE + CEO-minTE + MIP` obteve melhores resultados que `CEO-minTE`, indicando que experimentos complementares são necessários para confirmar se este comportamento pode ser generalizado, ou seja, a resolução exata dos sub-problemas em substituição à busca local se torna mais útil para alvos mais difíceis.

4.4.3

Contribuição das componentes da heurística

As Tabelas 4.8 a 4.10 apresentam os resultados de um experimento que ilustra a contribuição de cada componente da heurística `3fases-minTE + CEO-minTE + MIP_II` para o `PAA-minTE`. Para cada instância, são exibidos os valores médios do tempo de processamento e da função objetivo, sobre dez execuções, para as melhores soluções encontradas em quatro momentos da execução da heurística: (1) a primeira solução viável encontrada, (2) após a resolução exata inicial aplicada a cada localidade separadamente, (3) após a primeira iteração da ILS e (4) após 1000 segundos de execução. A última linha de cada tabela traz os valores médios normalizados, em relação à solução viável inicial, para o valor da função objetivo após cada fase, ilustrando a sucessiva melhora na solução resultante após a aplicação de cada um dos componentes da heurística.

Instância	Solução inicial		MIP inicial		ILS 1ª iteração		ILS 1000 s	
	tempo (s)	valor	tempo (s)	valor	tempo (s)	valor	tempo (s)	valor
I ₁	2,89	1261,0	62,11	611,6	0,05	609,3	957,08	493,6
I ₂	3,65	1228,1	81,86	619,2	0,06	615,9	989,91	502,5
I ₃	2,27	1300,3	77,54	586,6	0,06	584,5	928,00	482,2
I ₄	2,57	1354,2	38,88	693,9	0,06	690,0	899,05	568,7
I ₅	3,41	1224,2	50,42	638,5	0,06	636,5	941,77	529,4
Média	2,96	1273,6	62,16	630,0	0,06	627,2	943,16	515,3
Normalizado	—	1,00	—	0,49	—	0,49	—	0,40

Tabela 4.8: Contribuição dos componentes da heurística 3fases-minTE+CEO-minTE+ MIP_II (65 localidades e padrão P_0).

Instância	Solução inicial		MIP inicial		ILS 1ª iteração		ILS 1000 s	
	tempo (s)	valor	tempo (s)	valor	tempo (s)	valor	tempo (s)	valor
I ₁	3,78	1289,2	60,02	634,5	0,06	631,7	983,21	502,8
I ₂	4,76	1273,7	65,96	656,8	0,06	653,8	994,73	524,1
I ₃	1,42	1377,1	72,87	563,9	0,05	560,9	949,16	462,7
I ₄	3,16	1395,3	36,60	685,4	0,07	683,1	984,83	568,0
I ₅	3,98	1262,1	44,25	633,5	0,06	629,9	982,71	525,4
Média	3,42	1319,5	55,94	634,8	0,06	631,9	978,93	516,6
Normalizado	—	1,00	—	0,48	—	0,48	—	0,39

Tabela 4.9: Contribuição dos componentes da heurística 3fases-minTE+CEO-minTE+ MIP_II (65 localidades e padrão P_1).

Instância	Solução inicial		MIP inicial		ILS 1ª iteração		ILS 1000 s	
	tempo (s)	valor	tempo (s)	valor	tempo (s)	valor	tempo (s)	valor
I ₁	36,52	1361,5	14,51	966,2	0,04	962,4	880,81	804,9
I ₂	58,18	1452,7	18,73	1074,0	0,04	1071,3	905,53	912,8
I ₃	18,44	1452,5	13,92	1020,2	0,03	1017,4	956,02	829,8
I ₄	34,63	1401,9	12,47	1037,5	0,04	1034,1	930,32	857,9
I ₅	53,83	1359,3	23,51	966,5	0,04	963,3	941,04	790,8
Média	40,32	1405,6	16,63	1012,9	0,04	1009,7	922,74	839,2
Normalizado	—	1,00	—	0,72	—	0,72	—	0,60

Tabela 4.10: Contribuição dos componentes da heurística 3fases-minTE+CEO-minTE+ MIP_II (85 localidades e padrão P_0).

4.4.4

Abordagem exata vs. aproximada

Este experimento foi realizado de forma a permitir uma comparação dos resultados obtidos pela heurística de três fases 3fases-minTE + CEO-minTE

+ MIP_II (a variante com os melhores resultados) com aqueles encontrados pela resolução exata apresentada na Seção 4.3.1 para algumas instâncias teste. Selecionaram-se apenas os resultados relativos ao uso do Modelo 3, que foi o que proporcionou os menores tempos para a resolução exata das instâncias consideradas através do CPLEX. As instâncias selecionadas têm até 120 partidas e 240 árbitros e representam as maiores instâncias que foram resolvidas de maneira exata.

Os resultados numéricos são apresentados nas Tabelas 4.11 a 4.13. Exibe-se inicialmente o número de localidades da instância (ℓ), o padrão usado em sua geração ($P_x = P_0$ ou P_1) e sua identificação. As duas colunas subseqüentes mostram o tempo gasto e o valor da solução ótima encontrada pelo CPLEX. O símbolo ‘•’ é exibido nos casos em que o resolvidor não encontrou solução viável alguma. Neste caso, a célula em questão representa o valor da melhor solução encontrada pela heurística.

Instância			Ótimo		Heurística					
ℓ	P_x	id.	tempo (s)	valor	$\bar{\Delta}_{10}$	$\bar{\Delta}_{30}$	$\bar{\Delta}_{60}$	$\bar{\Delta}_f$	Δ^*	tempo (s)
8	P_0	I ₁	89,34	4,0	1610,0	235,0	157,5	112,5	25,0	125,43
		I ₂	47,31	7,5	220,0	102,7	73,3	50,7	33,3	115,31
		I ₃	58,69	4,0	222,5	77,5	35,0	17,5	0,0	84,79
		I ₄	28,09	5,5	238,2	118,2	85,5	54,5	27,3	122,02
		I ₅	64,30	13,5	177,0	107,4	84,4	60,7	37,0	121,09
8	P_1	I ₁	83,44	6,0	701,7	116,7	75,0	51,7	25,0	106,38
		I ₂	56,34	6,0	160,0	68,3	48,3	31,7	16,7	107,69
		I ₃	38,09	2,0	415,0	185,0	135,0	100,0	25,0	105,81
		I ₄	26,97	6,0	236,7	100,0	63,3	30,0	8,3	110,54
		I ₅	63,58	12,5	110,4	57,6	41,6	34,4	20,0	110,03
12	P_0	I ₁	10,78	18,5	144,3	103,2	93,0	79,5	48,6	119,39
		I ₂	25,86	28,0	114,3	88,6	79,3	66,4	42,9	124,33
		I ₃	14,95	25,0	109,6	93,6	88,0	77,2	38,0	124,13
		I ₄	10,42	25,5	104,3	76,5	66,3	59,2	43,1	107,36
		I ₅	13,77	24,0	90,0	57,9	51,3	46,7	33,3	106,78

Tabela 4.11: Instâncias com 80 partidas e 160 árbitros, com o tempo para a heurística limitado em 180 segundos.

As demais colunas trazem os resultados obtidos pela variante **3fases-minTE + CEO-minTE + MIP_II**. Os resultados apresentados consistem nas diferenças percentuais entre os valores das soluções obtidas pela heurística e o valor da melhor solução encontrada (exibido na quinta coluna), em diferentes momentos da execução. As primeiras quatro colunas com resultados da heurística apresentam os valores médios, sobre as dez execuções, relativas às soluções encontradas após 10 segundos ($\bar{\Delta}_{10}$), 30 segundos ($\bar{\Delta}_{30}$), 60 segundos ($\bar{\Delta}_{60}$) e

ao final do limite de tempo ($\bar{\Delta}_f$). A penúltima coluna (Δ^*) exibe o valor da diferença percentual associada à melhor solução encontrada pela heurística, dentre as dez execuções. A última coluna (tempo) exibe os tempos médios gastos pela heurística para encontrar a melhor solução de cada uma das dez execuções.

Instância			Ótimo		Heurística					tempo (s)
ℓ	P_x	id.	tempo (s)	valor	$\bar{\Delta}_{10}$	$\bar{\Delta}_{30}$	$\bar{\Delta}_{60}$	$\bar{\Delta}_f$	Δ^*	
10	P_0	I ₁	74,23	14,0	167,1	85,7	62,9	40,7	28,6	161,25
		I ₂	57,96	8,5	283,5	165,9	134,1	110,6	82,4	171,78
		I ₃	105,78	5,5	398,2	196,4	149,1	80,0	36,4	172,65
		I ₄	77,10	19,0	103,7	55,8	39,5	30,0	13,2	167,27
		I ₅	111,25	13,5	177,0	89,6	63,7	46,7	25,9	145,12
10	P_1	I ₁	62,50	9,0	222,2	106,7	73,3	47,8	27,8	170,06
		I ₂	62,81	8,0	343,8	203,8	160,0	142,5	93,8	142,10
		I ₃	98,46	11,0	244,5	126,4	89,1	59,1	27,3	161,46
		I ₄	79,16	14,5	144,8	78,6	64,8	49,7	17,2	162,15
		I ₅	53,80	17,0	133,5	72,4	57,1	39,4	20,6	176,32
15	P_0	I ₁	24,31	39,5	124,8	93,9	87,6	78,5	65,8	205,52
		I ₂	41,68	28,5	106,3	84,9	76,1	70,2	57,9	150,06
		I ₃	42,00	19,5	169,7	118,5	101,5	84,1	61,5	181,06
		I ₄	53,38	35,5	163,4	134,9	126,5	116,9	93,0	132,53
		I ₅	45,77	27,0	155,6	130,0	119,3	98,9	70,4	184,04

Tabela 4.12: Instâncias com 100 partidas e 200 árbitros, com o tempo para a heurística limitado em 240 segundos.

Utilizando-se limites de tempo iguais aos utilizados no experimento análogo relativo ao PAA básico, a heurística foi capaz de encontrar apenas uma solução ótima ($\Delta^* = 0,0$) de um total de 40 instâncias para as quais o ótimo foi provado pelo CPLEX. Observam-se diferenças percentuais mais elevadas entre os valores ótimos e os valores das soluções encontradas pela heurística, comparando-se com os resultados exibidos no capítulo anterior. Entretanto, observa-se também uma queda sistemática dessas diferenças, para todas as instâncias, comparando-se as soluções após 10 segundos, com as soluções após 30 segundos, após 60 segundos e ao final do tempo limite. Portanto, a heurística foi sempre capaz de encontrar melhores soluções quando teve mais tempo disponível.

As Tabelas 4.14 a 4.16 exibem os resultados apresentados pela heurística com limites de tempo maiores (360, 480 e 720 segundos para as instâncias 80, 100 e 120 partidas respectivamente). Estas tabelas apresentam algumas das informações das Tabelas 4.11 a 4.13. Novamente, os resultados mostram que,

Instância			Ótimo		Heurística					
ℓ	P_x	id.	tempo (s)	valor	$\bar{\Delta}_{10}$	$\bar{\Delta}_{30}$	$\bar{\Delta}_{60}$	$\bar{\Delta}_f$	Δ^*	tempo (s)
12	P_0	I ₁	175,36	12,0	235,0	145,0	101,7	56,7	29,2	261,42
		I ₂	mem.	• 14,0	194,3	75,7	40,0	8,6	0,0	256,28
		I ₃	110,92	16,5	118,2	57,6	41,8	18,8	6,1	282,51
		I ₄	130,19	12,0	208,3	115,0	76,7	36,7	8,3	279,08
		I ₅	93,95	12,0	260,8	140,0	100,0	74,1	54,1	271,71
12	P_1	I ₁	113,92	16,0	267,5	153,8	115,6	68,8	40,6	255,17
		I ₂	mem.	• 15,0	122,7	43,3	30,0	11,3	0,0	196,29
		I ₃	mem.	• 18,0	111,1	56,1	35,6	10,6	0,0	263,65
		I ₄	91,69	15,0	212,7	116,7	80,7	56,7	30,0	256,98
		I ₅	104,16	11,0	205,5	106,4	72,7	44,5	18,2	243,68
18	P_0	I ₁	56,40	37,5	133,3	100,0	86,7	63,5	49,3	297,92
		I ₂	58,20	21,5	243,3	187,9	167,0	145,1	100,0	236,59
		I ₃	43,95	49,0	137,1	114,9	103,1	84,5	69,4	243,65
		I ₄	47,46	41,5	115,4	95,2	86,0	64,8	44,6	260,00
		I ₅	36,22	47,0	144,9	117,0	100,2	81,1	57,4	232,41

- Valor da melhor solução encontrada pela heurística.

Tabela 4.13: Instâncias com 120 partidas e 240 árbitros, com o tempo para a heurística limitado em 360 segundos.

com o aumento do limite de tempo, as soluções encontradas pela heurística se aproximam das soluções ótimas.

Instância			Ótimo		Heurística		
ℓ	padrão	id.	tempo (s)	valor	$\bar{\Delta}_f$	Δ^*	tempo (s)
8	P_0	I ₁	89,34	4,0	102,5	25,0	225,21
		I ₂	47,31	7,5	45,3	26,7	296,66
		I ₃	58,69	4,0	2,5	0,0	158,83
		I ₄	28,09	5,5	46,3	23,6	189,55
		I ₅	64,30	13,5	48,9	25,9	191,57
8	P_1	I ₁	83,44	6,0	46,7	16,7	174,79
		I ₂	56,34	6,0	21,7	0,0	200,80
		I ₃	38,09	2,0	60,0	25,0	177,40
		I ₄	26,97	6,0	20,0	0,0	223,96
		I ₅	63,58	12,5	30,4	16,0	159,26
12	P_0	I ₁	10,78	18,5	67,0	40,5	221,69
		I ₂	25,86	28,0	70,7	39,3	248,42
		I ₃	14,95	25,0	62,4	36,0	226,24
		I ₄	10,42	25,5	61,6	41,2	223,33
		I ₅	13,77	24,0	42,9	27,1	178,06

Tabela 4.14: Instâncias com 80 partidas e 160 árbitros, com o tempo para a heurística limitado em 360 segundos.

Instância		Ótimo		Heurística			
ℓ	padrão	id.	tempo (s)	valor	$\bar{\Delta}_f$	Δ^*	tempo (s)
10	P_0	I ₁	74,23	14,0	27,9	10,7	326,76
		I ₂	57,96	8,5	98,8	70,6	376,66
		I ₃	105,78	5,5	41,8	9,1	327,33
		I ₄	77,10	19,0	27,4	13,2	265,10
		I ₅	111,25	13,5	28,9	14,8	272,42
10	P_1	I ₁	62,50	9,0	35,6	11,1	288,98
		I ₂	62,81	8,0	117,5	75,0	327,36
		I ₃	98,46	11,0	48,2	9,1	203,15
		I ₄	79,16	14,5	29,7	13,8	272,04
		I ₅	53,80	17,0	28,8	11,8	291,30
15	P_0	I ₁	24,31	39,5	61,8	50,6	312,73
		I ₂	41,68	28,5	66,7	52,6	314,14
		I ₃	42,00	19,5	74,9	48,7	408,62
		I ₄	53,38	35,5	103,7	73,2	257,76
		I ₅	45,77	27,0	80,0	64,8	340,65

Tabela 4.15: Instâncias com 100 partidas e 200 árbitros, com o tempo para a heurística limitado em 480 segundos.

Instância		Ótimo		Heurística			
ℓ	padrão	id.	tempo (s)	valor	$\bar{\Delta}_f$	Δ^*	tempo (s)
12	P_0	I ₁	175,36	12,0	40,8	12,5	482,83
		I ₂	mem.	• 13,5	10,4	0,0	384,40
		I ₃	110,92	16,5	13,9	0,0	363,72
		I ₄	130,19	12,0	30,0	8,3	470,47
		I ₅	93,95	12,0	56,7	37,5	432,79
12	P_1	I ₁	113,92	16,0	45,6	28,1	472,00
		I ₂	mem.	• 14,0	7,9	0,0	388,72
		I ₃	mem.	• 17,5	16,0	0,0	408,81
		I ₄	91,69	15,0	36,7	20,0	437,53
		I ₅	104,16	11,0	42,7	13,6	357,98
18	P_0	I ₁	56,40	37,5	58,4	32,0	490,77
		I ₂	58,20	21,5	120,0	95,3	480,28
		I ₃	43,95	49,0	70,2	54,1	467,76
		I ₄	47,46	41,5	49,4	27,7	547,53
		I ₅	36,22	47,0	65,5	44,7	554,02

- Valor da melhor solução encontrada pela heurística.

Tabela 4.16: Instâncias com 120 partidas e 240 árbitros, com o tempo para a heurística limitado em 720 segundos.

4.4.5

Comparação entre as funções objetivo

A Tabela 4.17 exibe os valores do tempo total de espera entre partidas consecutivas, encontrados pelas heurísticas `3fases + CEO_II` e `3fases-minTE`

+ CEO-minTE. Ou seja, a primeira representa uma situação em que os tempos de espera não são considerados na função objetivo e a segunda um algoritmo que minimiza a soma destes tempos. Estes resultados ilustram a relevância de se considerar variantes do PAA que tratem os dois objetivos simultaneamente.

Instância		3fases		3fases-minTE		
$ F $	padrão id.	Média	Melhor	Média	Melhor	
65	P_0	I ₁	1501,1	1526,0	557,8	531,5
		I ₂	1523,8	1517,0	582,2	562,5
		I ₃	1456,6	1436,5	535,7	523,5
		I ₄	1592,1	1586,0	655,2	617,5
		I ₅	1414,5	1403,5	601,4	586,0
65	P_1	I ₁	1755,0	1751,5	568,8	554,0
		I ₂	1805,0	1749,0	611,6	579,0
		I ₃	1749,1	1779,5	543,6	528,0
		I ₄	1803,1	1802,0	671,5	656,5
		I ₅	1679,8	1668,5	600,2	587,5
85	P_0	I ₁	1605,3	1555,0	884,9	863,5
		I ₂	1658,3	1654,0	989,6	972,5
		I ₃	1586,0	1576,5	925,1	888,5
		I ₄	1612,3	1610,5	963,1	927,0
		I ₅	1575,8	1596,0	901,3	880,0

Tabela 4.17: Comparação do tempo total de espera para as soluções encontradas pelas heurísticas **3fases** + CEO_II e **3fases-minTE** + CEO-minTE.

4.5 Conclusões

Neste capítulo foi proposta uma abordagem de resolução aproximada para a variante do PAA com objetivo de minimizar a soma dos tempos de espera entre partidas consecutivas. Um novo algoritmo construtivo foi proposto e comparado com a heurística CEV. Uma adaptação da heurística de três fases foi testada. A abordagem que substitui o procedimento de busca local pela resolução exata de um modelo de programação inteira foi também utilizada, bem como uma abordagem híbrida que combina a busca local por vizinhanças e a resolução exata aplicada periodicamente. Os resultados de vários experimentos computacionais foram discutidos.

Adicionalmente, mostrou-se que os tempos totais de espera dos árbitros nas soluções encontradas pelas heurísticas que consideram este objetivo são muito maiores do que quando são levados em consideração. Este resultado motivou a proposição de novos algoritmos para esta variante, bem como o estudo de uma abordagem bi-objetivo que considera simultaneamente os dois objetivos tratados até o momento. Este assunto é o tema do próximo capítulo.