

## 5

### Transmissão CDMA por Blocos com Codificação Espaço-Temporal em Canais Seletivos em Freqüência

Neste capítulo é proposto um sistema CDMA por blocos com transmissão em portadora única ou multiportadora usando codificação espaço-temporal em canais seletivos em freqüência. O sistema apresentado utiliza uma abordagem similar ao sistema proposto em [28] que considera sistemas DS-CDMA com codificação espaço-temporal em canais não seletivos em freqüência.

Um receptor de mínimo erro quadrático médio (MMSE) é implementado e simulações comparando os diferentes sistemas são apresentadas. Na parte final deste capítulo é implementado um receptor de mínima variância com restrições lineares, onde as restrições utilizadas são similares às propostas por Tsatsanis e Xu em [37] para o caso DS-CDMA sem codificação espaço-temporal. É demonstrado também que este receptor consegue eliminar a auto-interferência. Uma implementação do tipo RLS é abordada e uma nova estimativa de canal é proposta para este receptor. Parte deste capítulo foi publicada em [47] e [48].

#### 5.1

##### Modelo do Sinal

O modelo discreto do sistema de transmissão empregado neste capítulo é representado na Fig. 5.1. Este esquema usa duas antenas na transmissão e  $\mathcal{M}$  antenas na recepção. Os símbolos do usuário  $k$  são mapeados por meio do código de Alamouti na matriz  $\mathbf{X}(i)$ , que representa a matriz de codificação espaço-temporal. O mapeamento é realizado da seguinte forma:

$$\mathbf{X}_k(i) = \sqrt{\rho_k} \begin{pmatrix} s_k(2i) & -s_k^*(2i+1) \\ s_k(2i+1) & s_k^*(2i) \end{pmatrix} \quad (5-1)$$

onde  $\rho_k = \sqrt{E_k/2}$  e  $E_k$  é a energia transmitida pelo usuário  $k$ . Supõe-se que os símbolos  $s_k(i)$  são estatisticamente independentes e igualmente distribuídos com média zero e variância  $\sigma_s^2 = 1$ .

Dois códigos de espalhamento de  $N$  chips por símbolo são designados para cada usuário, um para cada antena de transmissão do sistema. Estes

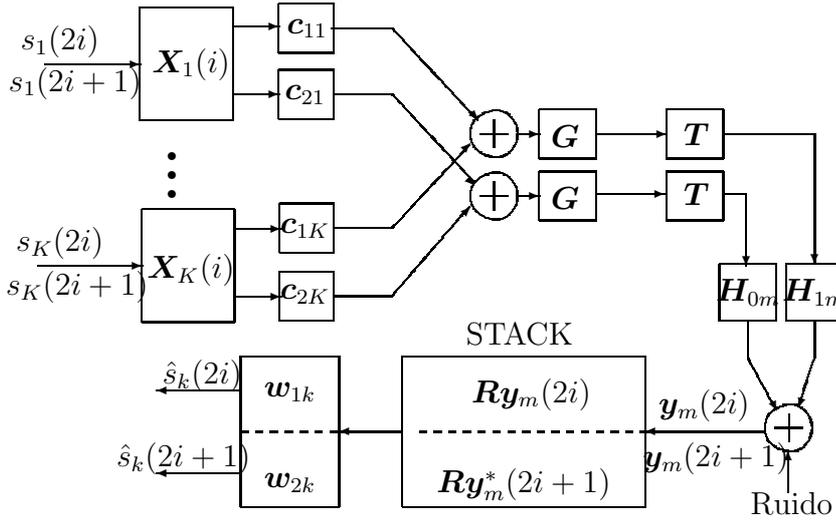


Figura 5.1: Sistema de transmissão CDMA por blocos com codificação espaço-temporal.

códigos de espalhamento podem ser formados a partir de um único código de espalhamento  $\mathbf{c}_k$ , de tamanho  $N/2$ , como segue:  $\mathbf{c}_{1k} = [\mathbf{c}_k^T, \mathbf{0}^T]^T$  e  $\mathbf{c}_{2k} = [\mathbf{0}^T, \mathbf{c}_k^T]^T$ , como no esquema utilizado no UMTS W-CDMA ou  $\mathbf{c}_{1k} = [\mathbf{c}_k^T, \mathbf{c}_k^T]^T$  e  $\mathbf{c}_{2k} = [\mathbf{c}_k^T, -\mathbf{c}_k^T]^T$ , adotado no padrão IS-2000 [80].

Depois do espalhamento, os chips são agrupados em vetores de tamanho  $N$  e modulados em portadora única ou multiportadora por meio da matriz  $\mathbf{G}$  de tamanho  $N \times N$ , definida de forma similar a apresentada no Capítulo 2, isto é,  $\mathbf{G} = \mathbf{F}_N^H$  para modulação multiportadora e  $\mathbf{G} = \mathbf{I}_N$  para modulação em portadora única, onde  $\mathbf{F}_N$  é a matriz que implementa a transformada discreta de Fourier de  $N$  pontos, normalizada tal que  $\mathbf{F}_N \mathbf{F}_N^H = \mathbf{F}_N^H \mathbf{F}_N = \mathbf{I}_N$ .

Antes da transmissão, um intervalo de guarda  $L_g$  é inserido a fim de evitar a IBI, os intervalos de guarda mais comumente utilizados são prefixo cíclico e preenchimento de zeros, descritos no Capítulo 2 e representados pelas matrizes

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_{cp} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{L_g \times N - L_g} & \mathbf{I}_{L_g} \\ & \mathbf{I}_N \end{bmatrix}$$

para o caso de prefixo cíclico e

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_{zp} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_N \\ \mathbf{0}_{L_g \times N} \end{bmatrix}$$

para o caso de preenchimento de zeros. Observe que para evitar a IBI o tamanho do intervalo de guarda deve ser ao menos igual à ordem do canal.

Os símbolos espalhados e modulados são transmitidos em forma serial através de um canal MIMO multipercurso, variante no tempo. O canal formado entre a antena do transmissor  $j$  ( $j = 1, 2$ ) e a antena do receptor  $m$

( $m = 1, \dots, \mathcal{M}$ ) é composto por  $L$  percursos, e pode ser modelado como um filtro FIR com  $L$  coeficientes de valor igual às amostras (tomadas à taxa de chip) da envoltória complexa da resposta impulsional do canal, isto é,  $\mathbf{h}_{jm}(i) = [h_{jm,0}(i) \ h_{jm,1}(i) \ \dots \ h_{jm,L-1}(i)]^T$ ,  $\mathbb{E}[\|\mathbf{h}_{jm}(i)\|^2] = 1$ . Supõe-se que o canal permaneça constante durante a duração de dois símbolos consecutivos.

No caso do enlace direto os usuários experimentam as mesmas condições de canal, portanto os vetores recebidos em cada antena,  $m$ , coletados em dois intervalos de símbolo consecutivos são:

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_m(2i) &= \sum_{k=1}^K \sqrt{\rho_k} [\mathbf{H}_{1m}(2i) \mathbf{T} \mathbf{G} \mathbf{c}_{1k} s_k(2i) \\ &\quad + \mathbf{H}_{2m}(2i) \mathbf{T} \mathbf{G} \mathbf{c}_{2k} s_k(2i+1)] \\ &\quad + \boldsymbol{\eta}_m(2i) + \mathbf{n}_m(2i) \end{aligned} \quad (5-2)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_m(2i+1) &= \sum_{k=1}^K \sqrt{\rho_k} [-\mathbf{H}_{1m}(2i) \mathbf{T} \mathbf{G} \mathbf{c}_{1k} s_k^*(2i+1) \\ &\quad + \mathbf{H}_{2m}(2i) \mathbf{T} \mathbf{G} \mathbf{c}_{2k} s_k^*(2i)] \\ &\quad + \boldsymbol{\eta}_m(2i+1) + \mathbf{n}_m(2i+1) \end{aligned} \quad (5-3)$$

para  $m = 1, \dots, \mathcal{M}$  onde  $\mathbf{n}_m(i)$  é um vetor de ruído gaussiano branco com média zero e matriz covariância  $\mathbb{E}[\mathbf{n}_m(i) \mathbf{n}_m^H(i)] = \sigma_n^2 \mathbf{I}_M$ ,  $M = N + L_g$  e  $\boldsymbol{\eta}_m(i)$  representa a IBI.

Depois de processar o intervalo de guarda por meio da matriz  $\mathbf{R}$ , agrupando os vetores coluna  $\mathbf{y}_m(2i)$  e  $\mathbf{y}_m^*(2i+1)$  e fazendo  $\bar{\mathbf{H}}_{j,m}(2i) = \mathbf{R} \mathbf{H}_{j,m}(2i) \mathbf{T} \mathbf{G}$ , temos, usando os resultados da Seção 2.2 e após manipulações algébricas, que o vetor observado, de tamanho  $2\mathcal{M}Q$ , onde  $Q = N$  para o caso de prefixo cíclico e  $Q = M$  para o caso preenchimento de zeros, é

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(i) &= \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1(2i) \\ \mathbf{y}_1^*(2i+1) \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{\mathcal{M}}(2i) \\ \mathbf{y}_{\mathcal{M}}^*(2i+1) \end{bmatrix} \\ &= \sum_{k=1}^K \sqrt{\rho_k} \left\{ \bar{\boldsymbol{\Psi}}_k \mathbf{h}(i) s_k(2i) + \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_k \mathbf{h}^*(i) s_k(2i+1) \right\} + \bar{\mathbf{n}}(i) \end{aligned} \quad (5-4)$$

onde

$$\bar{\boldsymbol{\Psi}}_k = \mathbf{I}_{\mathcal{M}} \otimes \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{1k} & \mathbf{0}_{Q \times L} \\ \mathbf{0}_{Q \times L} & \mathbf{C}_{2k}^* \end{bmatrix}, \quad (5-5)$$

$$\tilde{\boldsymbol{\Psi}}_k = \mathbf{I}_{\mathcal{M}} \otimes \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{Q \times L} & \mathbf{C}_{2k} \\ -\mathbf{C}_{1k}^* & \mathbf{0}_{Q \times L} \end{bmatrix}, \quad (5-6)$$

$$\mathbf{h}(i) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}_{1,1}(2i) \\ \mathbf{h}_{2,1}^*(2i+1) \\ \vdots \\ \mathbf{h}_{1,\mathcal{M}}(2i) \\ \mathbf{h}_{2,\mathcal{M}}^*(2i+1) \end{bmatrix}, \quad (5-7)$$

$$\bar{\mathbf{n}}(i) = \begin{bmatrix} \mathbf{R}\mathbf{n}(2i) \\ \mathbf{R}\mathbf{n}^*(2i+1) \end{bmatrix} \quad (5-8)$$

$\mathbf{C}_{jk}$  é uma matriz relacionada ao código do usuário  $k$  construída como descrito no Capítulo 2 e  $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{cp} = [\mathbf{0}_{N \times L_g} | \mathbf{I}_N]$  para intervalo de guarda do tipo prefixo cíclico e  $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{zp} = \mathbf{I}_M$  para intervalo de guarda do tipo preenchimento de zeros, onde  $\mathbf{I}_N$  é a matriz identidade de tamanho  $N$ ,  $\mathbf{0}_{L_g \times N}$  é a matriz de zeros de tamanho  $L_g \times N$  e  $\otimes$  é o produto Kronecker. Note-se ainda que  $\mathbf{R}\boldsymbol{\eta}_m(i) = \mathbf{0}$ .

## 5.2

### Receptor Zero Forcing e Ganho de Diversidade

O vetor observação (5-4) pode ser reescrito de forma compacta como:

$$\mathbf{r}(i) = \boldsymbol{\Psi}\mathbf{H}(i)\boldsymbol{\rho}\mathbf{s}(i) + \bar{\mathbf{n}}(i) \quad (5-9)$$

onde  $\boldsymbol{\Psi} = [\bar{\boldsymbol{\Psi}}_1 \quad \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_1 \cdots \bar{\boldsymbol{\Psi}}_K \quad \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_K]$ ,  $\boldsymbol{\rho} = \text{diag}(\sqrt{\rho_1}, \sqrt{\rho_1}, \dots, \sqrt{\rho_K}, \sqrt{\rho_K})$ ,

$$\mathbf{H}(i) = \mathbf{I}_K \otimes \begin{bmatrix} \mathbf{h}(i) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{h}^*(i) \end{bmatrix} \quad (5-10)$$

$$\mathbf{s}(i) = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1(i) \\ \vdots \\ \mathbf{s}_K(i) \end{bmatrix} \quad (5-11)$$

e  $\mathbf{s}_k(i) = [s_k(2i), s_k(2i+1)]^T$ .

Supondo que a matriz  $\boldsymbol{\Psi}$ , de dimensão  $2Q\mathcal{M} \times 4KLM$ , é de posto completo por colunas e que os códigos de todos os usuários são conhecidos, o receptor *zero forcing* pode ser definido por  $\mathbf{W}_{ZF} = (\boldsymbol{\Psi}^\dagger)^H \mathbf{H}(i)\boldsymbol{\rho}^{-1}$  onde  $(\cdot)^\dagger$  representa a pseudo-inversa Moore-Penrose de uma matriz. Segue-se que

$$\mathbf{z}(i) = \mathbf{W}_{ZF}^H \mathbf{r}(i) = \mathcal{H}(i)\mathbf{s}(i) + \boldsymbol{\rho}^{-1} \mathbf{H}^H(i)\boldsymbol{\Psi}^\dagger \bar{\mathbf{n}}(i) \quad (5-12)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(i) &= \boldsymbol{\rho}^{-1} \mathbf{H}^H(i)\mathbf{H}(i)\boldsymbol{\rho} \\ &= \boldsymbol{\rho}^{-1} \underbrace{\text{diag}(|\vartheta|^2, \dots, |\vartheta|^2)}_{2K \text{ vezes}} \boldsymbol{\rho} = |\vartheta|^2 \mathbf{I}_{2K} \end{aligned} \quad (5-13)$$

e  $|\vartheta|^2 = \sum_{m=1}^{\mathcal{M}} \|\mathbf{h}_{1m}(2i)\|^2 + \|\mathbf{h}_{2m}(2i)\|^2$ .

Se para efeitos de uma análise simplificada do ganho de diversidade ignora-se o fato de que o ruído é realçado pelo receptor *zero forcing*, então, de (5-12) e (5-13) observa-se que, neste sistema, a transmissão dos símbolos através de um canal MIMO multipercurso é equivalente à transmissão dos símbolos através de um canal SIMO multipercurso com  $2\mathcal{M}$  antenas na recepção e, portanto, o ganho de diversidade é  $G_d = 2L\mathcal{M}$ .

Sendo que a matriz  $\Psi$  é de dimensão  $2Q\mathcal{M} \times 4KL\mathcal{M}$ , a condição de ter posto completo por colunas para atingir o ganho de diversidade  $G_d = 2L\mathcal{M}$ , implica que  $K \leq Q/2L$ , assim, em um sistema com máximo ganho de diversidade, o número de usuários do sistema é severamente limitado pelo número de percursos do canal de transmissão.

### 5.3

#### Receptor de Mínimo Erro Quadrático Médio (MMSE)

Para facilitar a derivação do receptor MMSE, usa-se a seguinte expressão do vetor de observação  $\mathbf{r}(i)$  de (5-9)

$$\mathbf{r}(i) = \Phi(i)\boldsymbol{\rho}s(i) + \tilde{\mathbf{n}}(i) \quad (5-14)$$

onde

$$\Phi(i) = \Psi\mathbf{H}(i) = [\tilde{\Psi}_1\mathbf{h}(i) \quad \tilde{\Psi}_1\mathbf{h}^*(i) \cdots \tilde{\Psi}_K\mathbf{h}(i) \quad \tilde{\Psi}_K\mathbf{h}^*(i)] \quad (5-15)$$

O receptor MMSE,  $\mathbf{W} \in \mathbb{C}^{2Q\mathcal{M} \times 2K}$ , é obtido minimizando-se o erro quadrático médio

$$\mathbf{W} = \arg \min_{\mathbf{W}} \mathbb{E} [\|\mathbf{s}(i) - \mathbf{W}^H \mathbf{r}(i)\|^2] \quad (5-16)$$

A solução para (5-16) é dada por [67]:

$$\mathbf{W} = \mathbf{R}_{rr}^{-1} \mathbf{R}_{rs} \quad (5-17)$$

onde  $\mathbf{R}_{rr} = \mathbb{E} [\mathbf{r}(i)\mathbf{r}^H(i)]$  e  $\mathbf{R}_{rs} = \mathbb{E} [\mathbf{r}(i)\mathbf{s}^H(i)]$ . Se o conhecimento perfeito do canal no instante de tempo  $i$  é disponível, podemos usar  $\mathbf{R}_{rs} = \Phi\boldsymbol{\rho}$ , onde supõe-se, como antes, que os elementos de  $\mathbf{s}(i)$  são descorrelatados com variância  $\sigma_s^2 = 1$ .

Note-se que, assim como no receptor *zero forcing*, a solução de (5-17) requer o conhecimento de todos os códigos dos usuários ativos do sistema, o que é uma situação não realista no caso de enlace direto. Se, por exemplo, só o primeiro usuário é de interesse, o receptor de mínimo erro quadrático médio reduz-se a:

$$\mathbf{W}_1 = \mathbf{R}_{rr}^{-1} \mathbf{R}_{rs_1} = \sqrt{\rho_1} \mathbf{R}_{rr}^{-1} [\tilde{\Psi}_1\mathbf{h} \quad \tilde{\Psi}_1\mathbf{h}^*] \quad (5-18)$$

que utiliza só o conhecimento do código de espalhamento e a potência do

usuário de interesse, além dos canais de transmissão, que podem ser estimados de forma cega ou assistida.

### 5.3.1 Implementação Adaptativa do Tipo Mínimos Quadrados do Receptor MMSE com Decision Directed

O receptor MMSE com *decision directed* estima os vetores e matrizes envolvidas no receptor MMSE de forma assistida. Após os símbolos de treinamento serem utilizados, o receptor utiliza as decisões passadas para atualizar o filtro de recepção. A implementação adaptativa do tipo RLS deste receptor é como segue:

Na fase de treinamento:

1. Estimar  $\mathbf{R}_{\mathbf{r}\mathbf{s}_1}(i)$  com

$$\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{r}\mathbf{s}_1}(i) = \lambda \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{r}\mathbf{s}_1}(i-1) + (1-\lambda) \mathbf{r}(i) \mathbf{s}_1^H(i) \quad (5-19)$$

2. Estimar  $\mathbf{S}_d(i) = \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{r}\mathbf{r}}^{-1}(i)$  com

$$\mathbf{S}_d(i) = \frac{1}{\lambda} \left[ \mathbf{S}_d(i-1) - \frac{\mathbf{S}_d(i-1) \mathbf{r}(i) \mathbf{r}^H(i) \mathbf{S}_d(i-1)}{\frac{\lambda}{1-\lambda} + \mathbf{r}^H(i) \mathbf{S}_d(i-1) \mathbf{r}(i)} \right] \quad (5-20)$$

3.  $\mathbf{W}_1(i) = \mathbf{S}_d(i) \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{r}\mathbf{s}_1}(i)$

Na fase de *decision directed*:

1.  $\hat{\mathbf{s}}_1(i) = \text{disc} \{ \mathbf{W}_1^H(i-1) \mathbf{r}(i) \}$ , onde  $\text{disc} \{ \mathbf{n} \}$  é o vetor cujos componentes são os símbolos da constelação mais próximos dos símbolos de  $\mathbf{n}$ .

2. Estimar  $\mathbf{R}_{\mathbf{r}\mathbf{s}_1}(i)$  com

$$\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{r}\mathbf{s}_1}(i) = \lambda \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{r}\mathbf{s}_1}(i-1) + (1-\lambda) \mathbf{r}(i) \hat{\mathbf{s}}_1^H(i) \quad (5-21)$$

3. Estimar  $\mathbf{S}_d(i) = \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{r}\mathbf{r}}^{-1}(i)$  com

$$\mathbf{S}_d(i) = \frac{1}{\lambda} \left[ \mathbf{S}_d(i-1) - \frac{\mathbf{S}_d(i-1) \mathbf{r}(i) \mathbf{r}^H(i) \mathbf{S}_d(i-1)}{\frac{\lambda}{1-\lambda} + \mathbf{r}^H(i) \mathbf{S}_d(i-1) \mathbf{r}(i)} \right] \quad (5-22)$$

4.  $\mathbf{W}_1(i) = \mathbf{S}_d(i) \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{r}\mathbf{s}_1}(i)$

### 5.3.2 Simulações

As simulações foram realizadas em um sistema CDMA BPSK síncrono utilizando seqüências de espalhamento do tipo Walsh-Hadamard de tamanho  $N = 16$ . Foi simulado um canal MIMO multipercurso, onde cada canal SISO que o compõe tem  $L = 4$  percursos. É suposto também que os canais entre o transmissor e o receptor são estatisticamente independentes e identicamente distribuídos, em todos os casos uma antena na recepção foi utilizada ( $\mathcal{M} = 1$ ). Os coeficientes do canal,  $h_l(i) = p_l \alpha_l(i)$  ( $l = 0, 1, 2, \dots, L$ ) são obtidos de acordo com o modelo de Clarke [70]. Os ganhos dos percursos,  $p_l$ , são normalizados tal que  $\sum_{l=0}^{L-1} p_l^2 = 1$ . A potência relativa de cada percurso foi definida como 0 dB, -1,9287 dB, -6,0806 dB e -0,3167 dB. Os resultados são apresentados em termos de frequência Doppler normalizada ( $f_d T$ ), onde  $f_d$  é a frequência Doppler e  $T$  é a duração de dois símbolos. Em todos os casos foi utilizado  $f_d T = 0,001$  e o tamanho do intervalo de guarda é  $L_g = 3$ . Em todas as simulações o detector MMSE com *decision directed* foi utilizado com 500 símbolos na fase de treinamento e 1500 na fase de *decision directed* com um fator de esquecimento de  $\lambda = 0,995$ . Em cada simulação novos códigos são distribuídos para os usuários. Os resultados são a média de 1000 simulações. Nas figuras também está ilustrado o comportamento do receptor MMSE implementado para um canal SISO do mesmo cenário, denotado como 1Tx1Rx.

Na Fig. 5.2 ilustra-se o BER vs.  $E_b/N_0$  para o receptor MMSE no cenário acima descrito. O sistema tem  $K = 4$  usuários ativos e a potência de cada usuário interferente é de 20 dB acima da potência do usuário desejado ( $NFR = 20$ ). Nestas condições é observado um ganho de até 17 dB para MC CDMA CP com codificação espaço-temporal sobre MC CDMA CP no canal SISO para um BER de  $10^{-2}$ .

Na Fig. 5.3 está ilustrado o BER do usuário desejado versus o número de usuários,  $K$ , para uma razão sinal-ruído fixa. O usuário de interesse tem  $E_b/N_0 = 15$  dB e  $NFR = 10$  dB. Nesta simulação observa-se que os esquemas de modulação multiportadora com códigos espaço-temporais têm um melhor desempenho do que seus correspondentes com portadora única para baixas cargas do sistema. Quando o número de usuários aumenta esta relação tende a se inverter.

Na Fig. 5.4 pode ser observado o desempenho em termos de BER do usuário de interesse para diferentes valores de  $NFR$ . O sistema tem 4 usuários e para o usuário desejado tem-se  $E_b/N_0 = 15$  dB. Observa-se que neste cenário, MC CDMA ZP tem um desempenho apenas um pouco melhor que MC CDMA

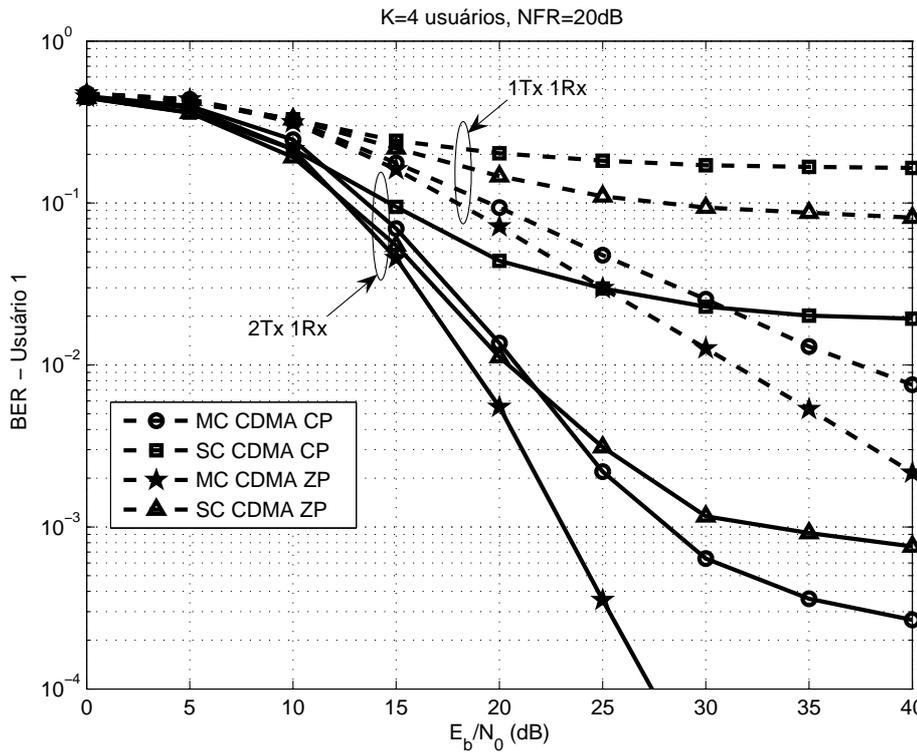


Figura 5.2: BER versus  $E_b/N_0$  (dB), implementação do tipo RLS do receptor MMSE para sistemas CDMA por blocos em canais MISO multipercurso variantes no tempo,  $f_d T = 0,001$ .

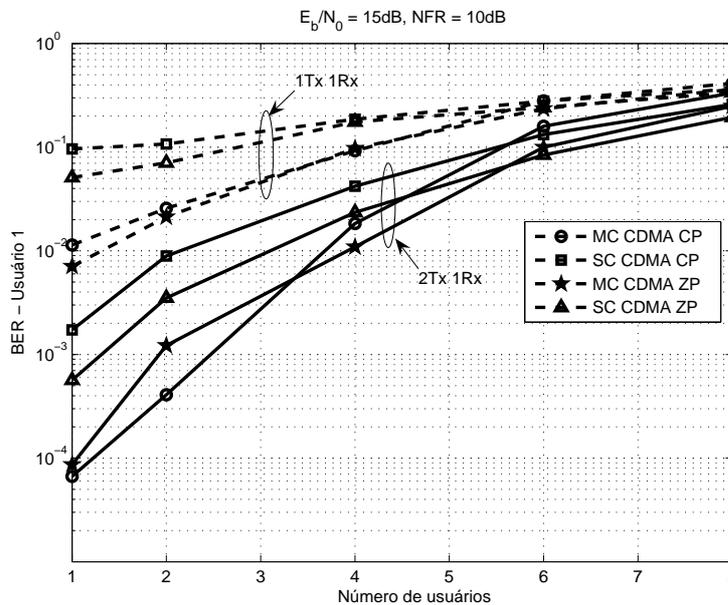


Figura 5.3: BER versus Número de usuários, implementação do tipo RLS do receptor MMSE para sistemas CDMA por blocos em canais MISO multipercurso variantes no tempo,  $f_d T = 0,001$ .

CP, ambos com codificação espaço-temporal.

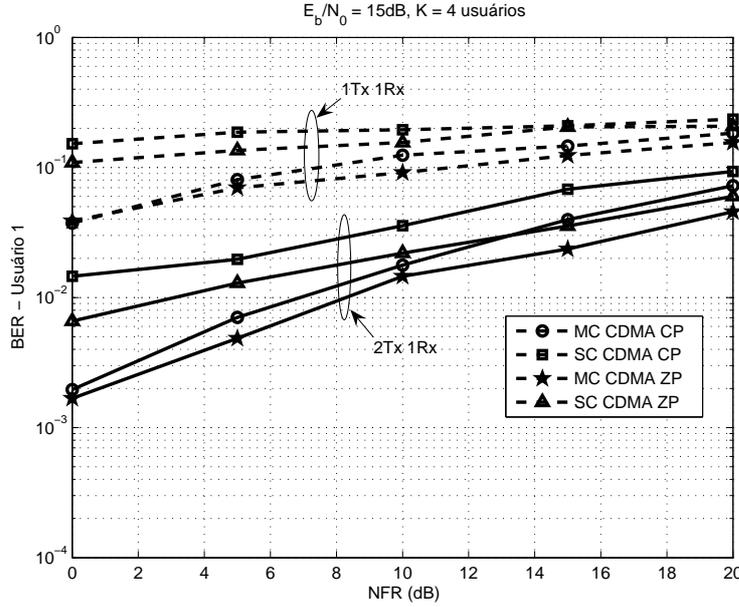


Figura 5.4: BER versus  $NFR$  (dB), implementação do tipo RLS do receptor MMSE para sistemas CDMA por blocos em canais MISO multipercurso variantes no tempo,  $f_d T = 0,001$ .

#### 5.4 Receptor de Mínima Variância com Restrições Lineares

O receptor de mínima variância é um receptor às cegas, que projeta um banco de filtros, onde cada filtro passa o sinal desejado sem distorcê-lo enquanto reduz as fontes de interferência. Para derivar o receptor LCMV utilizamos o vetor de observação em (5-4), repetido aqui por conveniência:

$$\mathbf{r}(i) = \sum_{k=1}^K \sqrt{\rho_k} \left\{ \bar{\Psi}_k \mathbf{h}(i) s_k(2i) + \tilde{\Psi}_k \mathbf{h}^*(i) s_k(2i+1) \right\} + \bar{\mathbf{n}}(i) \quad (5-23)$$

Se definimos  $\mathbf{W}_k = [\bar{\mathbf{w}}_k \quad \tilde{\mathbf{w}}_k] \in \mathbb{C}^{2Q_M \times 2}$ , então o projeto do receptor de mínima variância usa como função custo a energia média na saída do receptor

$$J_{MV} = \text{tr}(\mathbf{W}_k^H \mathbf{R}_{rr} \mathbf{W}_k) \quad (5-24)$$

onde  $\mathbf{R}_{rr} = \mathbb{E} [\mathbf{r}(i) \mathbf{r}^H(i)]$  e  $\text{tr}[\cdot]$  indica traço de uma matriz.

Para evitar a solução trivial,  $\mathbf{W}_k = \mathbf{0}$ , e ancorar o sinal desejado é preciso restringir os valores que  $\mathbf{W}_k$  pode assumir. Neste sentido, em [28] é considerado um sistema DS-CDMA com codificação espaço-temporal na ausência de multipercurso. Este receptor é estendido para o caso de CDMA por blocos em [39], e o resultado é obtido como uma estrutura similar à estrutura do estimador espectral de Capon [34], [28]. Em [40] é introduzida uma

modificação com o objetivo de garantir o cancelamento da auto-interferência, que é a interferência entre símbolos do mesmo usuário e que tem efeitos similares à interferência intersímbolo em canais dispersivos [28]. Porém, como demonstrado no Apêndice B, o cancelamento da auto-interferência também é garantido com as restrições utilizadas em [28] e portanto a modificação em [40] é desnecessária. Em [81] é proposta, para o caso DS-CDMA com codificação espaço-temporal e canais multipercurso, uma restrição em  $\mathbf{W}_k$  baseada na que foi proposta em [37] por Tsatsanis e Xu para o caso DS-CDMA sem codificação espaço-temporal, porém, a função custo a ser minimizada em [81] é a de módulo constante. Esta restrição é a utilizada neste trabalho e é expressa por:

$$\begin{aligned}\bar{\Psi}_k^H \bar{\mathbf{w}}_k &= \mathbf{g} \\ \tilde{\Psi}_k^H \tilde{\mathbf{w}}_k &= \mathbf{g}^*\end{aligned}\quad (5-25)$$

onde, assim como na Seção 3.1,  $\mathbf{g}$  é um vetor de restrições que deve ser ajustado de acordo com um critério de optimalidade.

Utilizando as restrições em (5-25) o receptor resultante é dado por:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{w}}_k &= \mathbf{R}_{rr}^{-1} \bar{\Psi}_k (\bar{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \bar{\Psi}_k)^{-1} \mathbf{g} \\ \tilde{\mathbf{w}}_k &= \mathbf{R}_{rr}^{-1} \tilde{\Psi}_k (\tilde{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \tilde{\Psi}_k)^{-1} \mathbf{g}^*\end{aligned}\quad (5-26)$$

Com base em [40], uma quarta restrição para  $\mathbf{W}_k$ , pode ser imposta com o objetivo de forçar o cancelamento da auto-interferência. No entanto, como será verificado na seção 5.4.2, a restrição em (5-25) com a escolha adequada de  $\mathbf{g}$  é suficiente para garantir o cancelamento da auto-interferência.

#### 5.4.1

##### Estimação de Canal: Otimização do Vetor de Restrições

Para obter as equações do estimador do canal serão primeiro demonstradas algumas propriedades do sistema apresentado.

**Lema 5.1.** *Seja*

$$\mathbf{M}_{2Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_Q & \mathbf{I}_Q \\ -\mathbf{I}_Q & \mathbf{0}_Q \end{bmatrix}\quad (5-27)$$

então

$$(\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q})^H \bar{\Psi}_k = -\tilde{\Psi}_k^* \quad (5-28)$$

$$(\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q})^H \tilde{\Psi}_k = \bar{\Psi}_k^* \quad (5-29)$$

*Prova.* Escrevendo

$$\bar{\mathbf{C}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{1k} & \mathbf{0}_{Q \times L} \\ \mathbf{0}_{Q \times L} & \mathbf{C}_{2k}^* \end{bmatrix} \quad \tilde{\mathbf{C}}_k = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{Q \times L} & \mathbf{C}_{2k} \\ -\mathbf{C}_{1k}^* & \mathbf{0}_{Q \times L} \end{bmatrix} \quad (5-30)$$

então é fácil mostrar que  $\mathbf{M}_{2Q} \tilde{\mathbf{C}}_k = -\bar{\mathbf{C}}_k^*$  e, de (5-5) e (5-6), resulta

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_k &= \mathbf{I}_M \otimes \bar{\mathbf{C}}_k = -\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q} \tilde{\mathbf{C}}_k^* \\ &= -(\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q})(\mathbf{I}_M \otimes \tilde{\mathbf{C}}_k^*) = -(\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q}) \tilde{\Psi}_k^*. \end{aligned} \quad (5-31)$$

Logo, pre-multiplicando  $\bar{\Psi}_k$  por  $(\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q})^{-1}$  e observando que  $\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q}$  é unitária, obtemos (5-28). Para obter (5-29) observe-se que  $\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q}$  é skew-simétrica, isto é,  $(\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q})^T = -(\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q})$ , então de (5-31),  $\bar{\Psi}_k = (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q})^T \tilde{\Psi}_k^*$ ; finalmente, conjugando este resultado teremos (5-29). ■

**Lema 5.2.** *Seja a matriz de autocorrelação de vetor observado,  $\mathbf{R}_{rr}$ , obtida de (5-4)*

$$\mathbf{R}_{rr} = \sigma_s^2 \sum_{k=1}^K \rho_k \left\{ \bar{\Psi}_k \mathbf{h} \mathbf{h}^H \bar{\Psi}_k^H + \tilde{\Psi}_k \mathbf{h}^* \mathbf{h}^T \tilde{\Psi}_k^H \right\} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{2QM} \quad (5-32)$$

então

$$(\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q})^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q}) = [\mathbf{R}_{rr}^*]^{-1} \quad (5-33)$$

*Prova.*

$$\begin{aligned} (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q})^H \mathbf{R}_{rr} (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q}) &= \\ & \sigma_s^2 \sum_{k=1}^K \rho_k \left\{ (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q})^H \bar{\Psi}_k \mathbf{h} \mathbf{h}^H \bar{\Psi}_k^H (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q}) \right. \\ & \left. + (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q})^H \tilde{\Psi}_k \mathbf{h}^* \mathbf{h}^T \tilde{\Psi}_k^H (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q}) \right\} \\ & + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{2QM} \\ & = \sigma_s^2 \sum_{k=1}^K \rho_k \left\{ \tilde{\Psi}_k^* \mathbf{h} \mathbf{h}^H \tilde{\Psi}_k^T + \bar{\Psi}_k^* \mathbf{h}^* \mathbf{h}^T \bar{\Psi}_k^T \right\} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_{2QM} \\ & = \mathbf{R}_{rr}^* \end{aligned}$$

Tomando-se a inversa em ambos os lados e usando o fato de que  $\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q}$  é unitária, obtemos (5-33). ■

**Lema 5.3.**

$$\bar{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \bar{\Psi}_k = \left( \tilde{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \tilde{\Psi}_k \right)^T \quad (5-34)$$

*Prova.* Usando o Lema 5.1, temos

$$\bar{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \bar{\Psi}_k = \tilde{\Psi}_k^T (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q})^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q}) \tilde{\Psi}_k^*$$

utilizando-se agora, usando o Lema 5.2 conclui-se:

$$\overline{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \overline{\Psi}_k = \tilde{\Psi}_k^T [\mathbf{R}_{rr}^*]^{-1} \tilde{\Psi}_k^* = (\tilde{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \tilde{\Psi}_k)^T$$

■

Usando estas propriedades, as equações de atualização do canal podem ser obtidas da forma a seguir. A variância do receptor em (5-24) pode ser reescrita como

$$\mathbf{J}_{MV} = \text{tr}(\mathbf{W}_k^H \mathbf{R}_{rr} \mathbf{W}_k) = \overline{\mathbf{w}}_k^H \mathbf{R}_{rr} \overline{\mathbf{w}}_k + \tilde{\mathbf{w}}_k^H \mathbf{R}_{rr} \tilde{\mathbf{w}}_k \quad (5-35)$$

substituindo em (5-35) o valor do filtro receptor ótimo obtido em (5-26), temos que a variância na saída do receptor é

$$\mathbf{J}_{MV} = \mathbf{g}^H (\overline{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \overline{\Psi}_k)^{-1} \mathbf{g} + \mathbf{g}^T (\tilde{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \tilde{\Psi}_k)^{-1} \mathbf{g}^* \quad (5-36)$$

Usando-se o Lema 5.3, (5-36) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{J}_{MV} = \mathbf{g}^H (\overline{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \overline{\Psi}_k)^{-1} \mathbf{g} + \mathbf{g}^T \left( \left[ \overline{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \overline{\Psi}_k \right]^T \right)^{-1} \mathbf{g}^* \quad (5-37)$$

e usando o fato de que  $\mathbf{g}^T \left( \left[ \overline{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \overline{\Psi}_k \right]^T \right)^{-1} \mathbf{g}^*$  é um valor real, temos que

$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{MV} &= \mathbf{g}^H (\overline{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \overline{\Psi}_k)^{-1} \mathbf{g} + \mathbf{g}^H \left( \overline{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \overline{\Psi}_k \right)^{-1} \mathbf{g} \\ &= 2\mathbf{g}^H (\overline{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \overline{\Psi}_k)^{-1} \mathbf{g} \end{aligned} \quad (5-38)$$

De forma similar ao que foi feito na Seção 3.1, uma estimativa do canal pode ser obtida por meio da maximização de (5-38) com relação a  $\mathbf{g}$ , sujeito a  $\|\mathbf{g}\| = 1$ . Portanto,  $\mathbf{g}$  pode ser calculado como o autovetor associado ao maior autovalor de  $(\overline{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \overline{\Psi}_k)^{-1}$ , ou equivalentemente temos que  $\mathbf{g}$  pode ser calculado como o autovetor associado ao menor autovalor de  $\overline{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \overline{\Psi}_k$ . Assim temos que:

$$\begin{aligned} \mathbf{g} &= \arg \min_{\|\mathbf{g}\|=1} \mathbf{J}_{MV} \\ &= \arg \min_{\|\xi\|=1} \xi^H (\overline{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \overline{\Psi}_k) \xi \end{aligned} \quad (5-39)$$

cuja solução é o auto vetor que corresponde ao menor auto valor de  $(\overline{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \overline{\Psi}_k)$ .

### 5.4.2

#### Cancelamento de Auto-interferência

O objetivo desta seção é mostrar que as restrições dadas por (5-25) e com  $\mathbf{g}$  dado por (5-39) são suficientes para idealmente garantir o cancelamento da auto-interferência. Para isto considera-se que, assim como no caso de transmissão CDMA por blocos no canal SISO,  $\mathbf{g}$ , obtido de (5-39), é uma estimativa do canal de transmissão. Idealmente, se  $\mathbf{g} = \hat{\mathbf{h}}$  (veja Seção 3.1), então o cancelamento da auto-interferência é garantido pelo seguinte teorema:

**Teorema 5.4.** *Para qualquer escolha de códigos de espalhamento, o receptor em (5-26),  $\mathbf{W}_k = [\bar{\mathbf{w}}_k \ \tilde{\mathbf{w}}_k]$  satisfaz as seguintes propriedades:*

$$\bar{\mathbf{w}}_k^H \tilde{\mathbf{w}}_k = 0 \quad (5-40)$$

$$\mathbf{W}_k^H [\bar{\Psi}_k \mathbf{g} \ \tilde{\Psi}_k \mathbf{g}^*] = \mathbf{I}_2 \quad (5-41)$$

*Prova.* Para demonstrar (5-40), substituímos o valor de  $\bar{\mathbf{w}}_k$  e  $\tilde{\mathbf{w}}_k$  em (5-26) e usamos o fato que  $\mathbf{R}_{rr}^{-2} = (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q}) [\mathbf{R}_{rr}^*]^{-2} (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q})^H$ . Então,

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{w}}_k^H \tilde{\mathbf{w}}_k &= \mathbf{g}^H (\bar{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \bar{\Psi}_k)^{-1} \bar{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-2} \tilde{\Psi}_k (\tilde{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \tilde{\Psi}_k)^{-1} \mathbf{g}^* \\ &= \mathbf{g}^H (\bar{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \bar{\Psi}_k)^{-1} \bar{\Psi}_k^H (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q}) [\mathbf{R}_{rr}^*]^{-2} \\ &\quad (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q})^H \tilde{\Psi}_k (\tilde{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \tilde{\Psi}_k)^{-1} \mathbf{g}^* \\ &= -\mathbf{g}^H (\bar{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \bar{\Psi}_k)^{-1} \tilde{\Psi}_k^T [\mathbf{R}_{rr}^*]^{-2} \bar{\Psi}_k^* (\tilde{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \tilde{\Psi}_k)^{-1} \mathbf{g}^* \end{aligned}$$

usando agora o Lema 5.3, resulta

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{w}}_k^H \tilde{\mathbf{w}}_k &= -\mathbf{g}^H (\tilde{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \tilde{\Psi}_k)^{-T} \tilde{\Psi}_k^T [\mathbf{R}_{rr}^*]^{-2} \bar{\Psi}_k^* (\bar{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \bar{\Psi}_k)^{-T} \mathbf{g}^* \\ &= -\left[ \mathbf{g}^H (\bar{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \bar{\Psi}_k)^{-1} \bar{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-2} \tilde{\Psi}_k (\tilde{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \tilde{\Psi}_k)^{-1} \mathbf{g}^* \right]^T \\ &= -(\bar{\mathbf{w}}_k^H \tilde{\mathbf{w}}_k)^T = 0 \end{aligned}$$

Para demonstrar a segunda parte deste Teorema, (5-41) procede-se como segue.

$$\mathbf{W}_k^H [\bar{\Psi}_k \mathbf{g} \ \tilde{\Psi}_k \mathbf{g}^*] = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{w}}_k^H \bar{\Psi}_k \mathbf{g} & \bar{\mathbf{w}}_k^H \tilde{\Psi}_k \mathbf{g}^* \\ \tilde{\mathbf{w}}_k^H \bar{\Psi}_k \mathbf{g} & \tilde{\mathbf{w}}_k^H \tilde{\Psi}_k \mathbf{g}^* \end{bmatrix}$$

Da restrição imposta a  $\mathbf{g}$ , isto é,  $\|\mathbf{g}\| = 1$ , comum neste tipo de sistemas, e a restrição em (5-25), é fácil mostrar que  $\bar{\mathbf{w}}_k^H \bar{\Psi}_k \mathbf{g} = \mathbf{g}^H \mathbf{g} = 1$ . O mesmo acontece com  $\tilde{\mathbf{w}}_k^H \tilde{\Psi}_k \mathbf{g}^* = \mathbf{g}^T \mathbf{g} = 1$ .

Para demonstrar  $\bar{\mathbf{w}}_k^H \tilde{\Psi}_k \mathbf{g}^* = \tilde{\mathbf{w}}_k^H \bar{\Psi}_k \mathbf{g} = 0$  primeiro observe-se que se  $\mathbf{g}$  é estimado segundo (5-39), então  $(\bar{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \bar{\Psi}_k)^{-1} \mathbf{g} = \alpha \mathbf{g}$ , onde  $\alpha$  é o autovalor de  $(\bar{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \bar{\Psi}_k)^{-1}$  associado ao autovetor  $\mathbf{g}$ , então, substituindo o valor de  $\bar{\mathbf{w}}_k$  e utilizando os Lemas 5.1, 5.2 e 5.3, temos:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{w}}_k^H \tilde{\Psi}_k \mathbf{g}^* &= \mathbf{g}^H (\bar{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \bar{\Psi}_k)^{-1} \bar{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \tilde{\Psi}_k \mathbf{g}^* = \alpha \mathbf{g}^H \bar{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \tilde{\Psi}_k \mathbf{g}^* \\ &= \alpha \mathbf{g}^H \bar{\Psi}_k^H (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q}) [\mathbf{R}_{rr}^*]^{-1} (\mathbf{I}_M \otimes \mathbf{M}_{2Q})^H \tilde{\Psi}_k \mathbf{g}^* \\ &= -\alpha \mathbf{g}^H \tilde{\Psi}_k^T [\mathbf{R}_{rr}^*]^{-1} \bar{\Psi}_k^* \mathbf{g}^* \\ &= -\alpha \left( \mathbf{g}^H \bar{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \tilde{\Psi}_k \mathbf{g}^* \right)^T \\ &= -\left( \bar{\mathbf{w}}_k^H \tilde{\Psi}_k \mathbf{g}^* \right)^T = 0 \end{aligned}$$

sendo que  $\alpha > 0$ . ■

Fica assim demonstrado que os receptores  $\bar{\mathbf{w}}_k$  e  $\tilde{\mathbf{w}}_k$  são ortogonais entre si. Idealmente, se  $\mathbf{g}$  dado por (5-39) é uma estimativa perfeita do canal,  $\mathbf{h} = \mathbf{g}$ , então  $\bar{\mathbf{w}}_k$  e  $\tilde{\Psi}_k$  deixam passar o sinal desejado enquanto cancelam a interferência mútua causada pela outra componente do sinal. Sendo  $\mathbf{g}$  obtida de (5-39) uma boa estimativa de  $\mathbf{h}$ , resulta que o efeito de interferência mútua torna-se desprezível.

### 5.4.3

#### Implementação Adaptativa do Tipo Mínimos Quadrados (RLS)

As equações do filtro receptor, (5-26), e do estimador de canal, (5-39), que serão utilizadas na implementação são reescritas a seguir por conveniência. O filtro receptor é dado por:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{w}}_k &= \mathbf{R}_{rr}^{-1} \bar{\Psi}_k (\bar{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \bar{\Psi}_k)^{-1} \mathbf{g} \\ \tilde{\mathbf{w}}_k &= \mathbf{R}_{rr}^{-1} \tilde{\Psi}_k (\tilde{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \tilde{\Psi}_k)^{-1} \mathbf{g}^*, \end{aligned}$$

e  $\mathbf{g}$  pode ser obtido como:

$$\mathbf{g} = \arg \min_{\|\xi\|=1} \xi^H \left( \bar{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \bar{\Psi}_k \right) \xi,$$

o resultado é o autovetor que corresponde ao menor autovalor de  $\bar{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \bar{\Psi}_k$ .

Usando o Lema 5.3, pode ser demonstrado que  $\mathbf{g}^*$  também é um autovetor de  $\tilde{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \tilde{\Psi}_k$ , por tanto, os filtros do receptor em (5-26) se reduzem a:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{w}}_k &= \alpha \mathbf{R}_{rr}^{-1} \bar{\Psi}_k \mathbf{g} \\ \tilde{\mathbf{w}}_k &= \alpha \mathbf{R}_{rr}^{-1} \tilde{\Psi}_k \mathbf{g}^*, \end{aligned} \tag{5-42}$$

onde  $\alpha$  é o autovalor associado a  $\mathbf{g}$ .

Uma implementação adaptativa do tipo mínimos quadrados do filtro receptor é realizada utilizando recursões de Kalman, evitando assim o alto custo computacional envolvido na inversão da matriz  $\mathbf{R}_{rr}$ . Assim como foi feito na Seção 3.3, a atualização da estimativa da matriz de autocorrelação do sinal observado é implementada por:

$$\hat{\mathbf{R}}_{rr}^{-1}(i) = \frac{1}{\lambda} \left[ \hat{\mathbf{R}}_{rr}^{-1}(i-1) - \gamma(i) \boldsymbol{\psi}(i) \boldsymbol{\psi}^H(i-1) \right], \quad (5-43)$$

onde  $0 < \lambda < 1$  é o fator de esquecimento, o vetor  $\boldsymbol{\psi}(i)$ , de tamanho  $2QM$ , é o vetor de ganho de Kalman,

$$\boldsymbol{\psi}(i) = \hat{\mathbf{R}}_{rr}^{-1}(i-1) \mathbf{r}(i), \quad (5-44)$$

e  $\gamma(i) = \left[ \frac{\lambda}{1-\lambda} + \mathbf{r}^H(i) \hat{\mathbf{R}}_{rr}^{-1}(i-1) \mathbf{r}(i) \right]^{-1}$ . Pós-multiplicando (5-43) por  $\bar{\boldsymbol{\Psi}}_k$ ,  $\bar{\boldsymbol{\Gamma}}(i) = \hat{\mathbf{R}}_{rr}^{-1}(i) \bar{\boldsymbol{\Psi}}_k$  pode ser atualizado por [64]:

$$\bar{\boldsymbol{\Gamma}}(i) = \frac{1}{\lambda} \left[ \bar{\boldsymbol{\Gamma}}(i-1) - \gamma(i) \boldsymbol{\psi}(i) \mathbf{r}^H(i) \bar{\boldsymbol{\Gamma}}(i-1) \right]. \quad (5-45)$$

Para a obtenção de  $\tilde{\boldsymbol{\Gamma}}(i) = \hat{\mathbf{R}}_{rr}^{-1}(i) \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_k$  se procede de forma similar.

A estimativa do canal é dada pelo autovetor associado ao menor autovalor de  $\bar{\boldsymbol{\Psi}}_k^H \bar{\boldsymbol{\Gamma}}(i)$  que pode ser obtido por meio de uma SVD ou aplicando um método de rastreamento de subespaços como por exemplo o método inverso das potências [65, 66], ilustrado a seguir.

$$\begin{aligned} \nu(i) &= \frac{1}{\text{tr} \left[ \bar{\boldsymbol{\Psi}}_k^H \bar{\boldsymbol{\Gamma}}(i) \right]} \\ \mathbf{g}(i) &= \left[ \mathbf{I}_{2ML} - \nu(i) \bar{\boldsymbol{\Psi}}_k^H \bar{\boldsymbol{\Gamma}}(i) \right] \mathbf{g}(i-1) \\ \mathbf{g}(i) &= \frac{\mathbf{g}(i)}{\|\mathbf{g}(i)\|} \end{aligned} \quad (5-46)$$

Finalmente o filtro receptor é obtido como:  $\bar{\mathbf{w}}_k(i) = \alpha(i) \bar{\boldsymbol{\Gamma}}(i) \mathbf{g}(i)$  e  $\tilde{\mathbf{w}}_k(i) = \alpha(i) \tilde{\boldsymbol{\Gamma}}(i) \mathbf{g}^*(i)$ , onde  $\alpha(i) = \mathbf{g}^H(i) \bar{\boldsymbol{\Psi}}_k^H \bar{\boldsymbol{\Gamma}}(i) \mathbf{g}(i)$ .

O valor de inicialização da matriz de autocorrelação no tempo zero é [64]

$$\hat{\mathbf{R}}_{rr}(0) = E_0 \text{diag}(1, \lambda^{-1}, \lambda^{-2}, \dots, \lambda^{-(M-1)}) \quad (5-47)$$

onde  $E_0 > 0$  é o erro de predição *forward*,  $\bar{\boldsymbol{\Gamma}}(0) = \hat{\mathbf{R}}_{rr}^{-1}(0) \bar{\boldsymbol{\Psi}}_k$  e  $\tilde{\boldsymbol{\Gamma}}(0) = \hat{\mathbf{R}}_{rr}^{-1}(0) \tilde{\boldsymbol{\Psi}}_k$ .

#### 5.4.4

#### Estimativa de Canal Obtida por Meio do Método Natural das Potências e o Algoritmo PASTd

Na seção anterior foi apresentada uma implementação RLS do filtro receptor e da estimativa de canal. Nesta seção, uma outra forma de implementação RLS é utilizada e é mostrado que a estimativa do canal pode ser implementada de uma forma mais eficiente do ponto de vista de complexidade computacional.

Se definimos as matrizes

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{Q}}_k &= \mathbf{R}_{rr}^{-1} \bar{\Psi}_k (\bar{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \bar{\Psi}_k)^{-1} \\ \tilde{\mathbf{Q}}_k &= \mathbf{R}_{rr}^{-1} \tilde{\Psi}_k (\tilde{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1} \tilde{\Psi}_k)^{-1}\end{aligned}\quad (5-48)$$

então, o filtro receptor pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{w}}_k &= \bar{\mathbf{Q}}_k \mathbf{g} \\ \tilde{\mathbf{w}}_k &= \tilde{\mathbf{Q}}_k \mathbf{g}^*\end{aligned}\quad (5-49)$$

e a mínima variância resultante é:

$$J_{MV} = \mathbf{g}^H \bar{\mathbf{Q}}_k^H \mathbf{R}_{rr} \bar{\mathbf{Q}}_k \mathbf{g} + \mathbf{g}^T \tilde{\mathbf{Q}}_k^H \mathbf{R}_{rr} \tilde{\mathbf{Q}}_k \mathbf{g}^*.\quad (5-50)$$

Da mesma forma que na seção anterior, a estimativa do canal pode ser obtida maximizando (5-50). Usando o fato de que  $\mathbf{g}^T \tilde{\mathbf{Q}}_k^H \mathbf{R}_{rr} \tilde{\mathbf{Q}}_k \mathbf{g}^*$  é um valor real e utilizando o Lema 5.3 (veja as equações (5-36)-(5-38)),  $\mathbf{g}$  pode ser estimado por

$$\mathbf{g} = \arg \max_{\|\mathbf{g}\|=1} \mathbf{g}^H \left( \bar{\mathbf{Q}}_k^H \mathbf{R}_{rr} \bar{\mathbf{Q}}_k \right) \mathbf{g}\quad (5-51)$$

Se definimos  $\bar{\mathbf{r}}_u(i) = \bar{\mathbf{Q}}_k^H \mathbf{r}(i)$ , com matriz de autocorrelação  $\bar{\mathbf{R}}_{r_u r_u} = \mathbb{E} [\bar{\mathbf{r}}_u(i) \bar{\mathbf{r}}_u^H(i)] = \bar{\mathbf{Q}}_k^H \mathbf{R}_{rr} \bar{\mathbf{Q}}_k$ , então (5-51) se reduz a

$$\mathbf{g} = \arg \max_{\|\mathbf{g}\|=1} \mathbf{g}^H \bar{\mathbf{R}}_{r_u r_u} \mathbf{g}.\quad (5-52)$$

cuja solução pode ser computada pela decomposição em autovalores e autovetores, como o autovetor associado ao maior autovalor de  $\bar{\mathbf{R}}_{r_u r_u}$ .

Na prática  $\bar{\mathbf{R}}_{r_u r_u}$  é estimada por uma soma onde as parcelas tem posto um,  $\widehat{\bar{\mathbf{R}}}_{r_u r_u}(i) = \lambda \widehat{\bar{\mathbf{R}}}_{r_u r_u}(i-1) + \mathbf{r}_u(i) \mathbf{r}_u^H(i)$  e, portanto, o vetor  $\mathbf{g}$  pode ser mais eficientemente computado por meio de métodos de rastreamento de subespaços, como mostrado a seguir.

Usando (5-45), aplicando o Lema de inversão de matrizes a  $\bar{\Psi}_k^H \bar{\Gamma}(i)$  e pré-multiplicando o resultado por  $\bar{\Gamma}(i)$  temos que  $\widehat{\bar{\mathbf{Q}}}_k(i) = \bar{\Gamma}(i) (\bar{\Psi}_k^H \bar{\Gamma}(i))^{-1}$

pode ser recursivamente estimada como [64]:

$$\bar{\mathbf{u}}(i) = \bar{\Psi}_k^H \boldsymbol{\psi}(i) \quad (5-53)$$

$$\bar{\mathbf{v}}^H(i) = \mathbf{r}^H(i) \widehat{\mathbf{Q}}_k(i-1) \quad (5-54)$$

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{Q}}_k(i) &= \left[ \widehat{\mathbf{Q}}_k(i-1) - \gamma(i) \boldsymbol{\psi}(i) \bar{\mathbf{v}}^H(i) \right] \cdot \\ &\cdot \left[ \mathbf{I}_{2\mathcal{M}L} + \frac{\bar{\mathbf{u}}(i) \bar{\mathbf{v}}^H(i)}{\frac{1}{\gamma(i)} - \bar{\mathbf{v}}^H(i) \bar{\mathbf{u}}(i)} \right], \end{aligned} \quad (5-55)$$

onde a inicialização no instante zero é  $\widehat{\mathbf{Q}}_k(0) = \bar{\Gamma}(0) (\bar{\Psi}_k^H \bar{\Gamma}(0))^{-1}$ .

Para estimar o canal sem utilizar a SVD, que tem um custo computacional elevado, métodos eficientes de rastreamento de subespaços podem ser utilizados. Da mesma forma que na Seção 3.3.1, aqui é proposto o uso de dois métodos. O primeiro é o método natural das potências [66], que é o que maior velocidade de convergência apresenta dentre os métodos das potências [82]. O algoritmo de estimação de canal utilizando este método encontra-se resumido na Tab. 5.1, onde  $m(\mathbf{g}(i))$  denota o componente de máxima magnitude de  $\mathbf{g}(i)$ .

Tabela 5.1: Implementação adaptativa do tipo RLS para receptores de mínima variância nos sistemas CDMA por blocos com codificação espaço-temporal. Estimação de canal usando o método natural das potências.

<p>a) Atualizar <math>\widehat{\mathbf{Q}}_k(i)</math> como em (5-53)-(5-55)</p> <p>b) Computar <math>\bar{\mathbf{r}}_u(i) = \widehat{\mathbf{Q}}_k^H(i) \mathbf{r}(i)</math></p> <p>c) Atualizar <math>\widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{r}_u \mathbf{r}_u}(i) = \lambda \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{r}_u \mathbf{r}_u}(i) + \bar{\mathbf{r}}_u(i) \bar{\mathbf{r}}_u^H(i)</math></p> <p>d) Atualizar a estimativa do canal usando método natural das potências:</p> $\mathbf{g}(i) = \widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{r}_u \mathbf{r}_u}(i) \mathbf{g}(i-1)$ $\mathbf{g}(i) = \frac{\mathbf{g}(i)}{m(\mathbf{g}(i))}$ <p>d) Computar os filtros <math>\bar{\mathbf{w}}_k(i) = \widehat{\mathbf{Q}}_k(i) \mathbf{g}(i)</math> e <math>\tilde{\mathbf{w}}_k(i) = \widehat{\mathbf{Q}}_k(i) \mathbf{g}^*(i)</math></p>
---

O segundo método que se propõe usar é o algoritmo PASTd [27]. Este algoritmo rastreia o autovetor principal de uma matriz de autocorrelação de forma seqüencial. O algoritmo de estimação de canal utilizando o PASTd está resumido na Tab. 5.2. Note nesta tabela que a estimação de  $\widehat{\mathbf{R}}_{\mathbf{r}_u \mathbf{r}_u}$  não é realizada, reduzindo o custo computacional.

#### 5.4.5 Complexidade Computacional

O custo computacional associado à atualização de  $\widehat{\mathbf{Q}}_k(i)$  em (5-55) é da mesma ordem que o custo computacional associado à atualização de  $\bar{\Psi}_k^H \bar{\Gamma}(i)$

Tabela 5.2: Implementação adaptativa do tipo RLS para receptores de mínima variância nos sistemas CDMA por blocos com codificação espaço-temporal. Estimação de canal usando o algoritmo PASTd.

<p>a) Atualizar <math>\widehat{\mathbf{Q}}_k(i)</math> como em (5-53)-(5-55)</p> <p>b) Computar <math>\bar{\mathbf{r}}_u(i) = \widehat{\mathbf{Q}}_k^H(i)\mathbf{r}(i)</math></p> <p>c) Atualizar a estimativa do canal por meio o algoritmo PASTd:</p> $\beta(i) = \mathbf{g}^H(i-1)\bar{\mathbf{r}}_u(i)$ $\alpha(i) = \lambda\alpha(i-1) +  \beta(i) ^2$ $\mathbf{g}(i) = \mathbf{g}(i-1) + (\bar{\mathbf{r}}_u(i) - \mathbf{g}(i-1)\beta(i))\beta^*(i)/\alpha(i)$ <p>d) Computar os filtros <math>\bar{\mathbf{w}}_k(i) = \widehat{\mathbf{Q}}_k(i)\mathbf{g}(i)</math> e <math>\tilde{\mathbf{w}}_k(i) = \widehat{\mathbf{Q}}_k(i)\mathbf{g}^*(i)</math></p>
---

em (5-45). Porém, o custo computacional associado ao cálculo da estimativa do canal, de dimensão  $2LM$ , é, para a SVD de ordem cúbica e para o método inverso das potências em (5-46) quadrática. Já o uso do PASTd fornece uma estimativa com custo computacional linear, isto é, o algoritmo proposto reduz o número total de operações.

#### 5.4.6 Simulações e Resultados

As simulações foram realizadas em um sistema BPSK síncrono, utilizando seqüências Gold de tamanho  $N = 31$ . No primeiro experimento foi simulado um cenário dinâmico que tem inicialmente 3 usuários com potência seguindo uma distribuição log-normal com desvio padrão de 3 dB. Após 1000 símbolos transmitidos, 3 usuários adicionais entram no sistema com potências seguindo a distribuição log-normal, porém, com desvio padrão de 6 dB.

O canal entre cada antenna no transmissor e cada antenna no receptor foi simulado como um filtro FIR de  $L = 4$  coeficientes, cujos ganhos são variáveis aleatórias gaussianas complexas com média zero e são mantidos constantes a longo de cada rodada do experimento. A potência relativa de cada percurso foi definida como 0, -3, -6 e -9 dB. O fator de esquecimento utilizado foi  $\lambda = 0,995$  e a condição inicial  $\mathbf{g}(0) = [1 \cdots 0]^T$  para a estimativa do canal foi usada. Um intervalo de guarda de tamanho  $L_g = 3$  foi assumido. Os resultados são a média de 500 rodadas. A ambigüidade de fase resultante da estimação cega do canal é eliminada utilizando como referência a fase do primeiro elemento de  $\mathbf{h}$ .

Na Fig. 5.5 está ilustrado o erro quadrático médio (MSE) da estimativa de  $\bar{\mathbf{Q}}(i)$  e da estimativa de  $\bar{\Psi}_k^H \bar{\Gamma}(i)$  para o sistema MC CDMA CP, onde o

MSE está definido como

$$MSE(\overline{\mathbf{Q}}_k(i)) = \mathbb{E} \left[ \|\overline{\mathbf{Q}}_k - \widehat{\overline{\mathbf{Q}}}_k(i)\|_F^2 \right]$$

$$MSE(\overline{\Psi}_k^H \mathbf{\Gamma}(i)) = \mathbb{E} \left[ \|\overline{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1}(i) \overline{\Psi}_k - \overline{\Psi}_k^H \mathbf{\Gamma}(i)\|_F^2 \right]$$

onde  $\overline{\mathbf{Q}}_k$  e  $\overline{\Psi}_k^H \mathbf{R}_{rr}^{-1}(i) \overline{\Psi}_k$  são as matrizes computadas de forma analítica e  $\|\cdot\|_F$  é a norma de Frobenius. A figura ilustra o erro quadrático médio para uma razão sinal-ruído de 15 dB em relação à potência do usuário desejado. Observe-se que a estimativa de  $\overline{\mathbf{Q}}_k(i)$  converge mais rapidamente do que a estimativa de  $\overline{\Psi}_k^H \mathbf{\Gamma}(i)$ . Esta diferença faz com que a lenta convergência do algoritmo PASTd seja compensada em relação à estimativa de canal utilizando a SVD, e o desempenho em termos de taxa de erro de bit seja similar em ambos os casos, como mostrado nos seguintes experimentos.

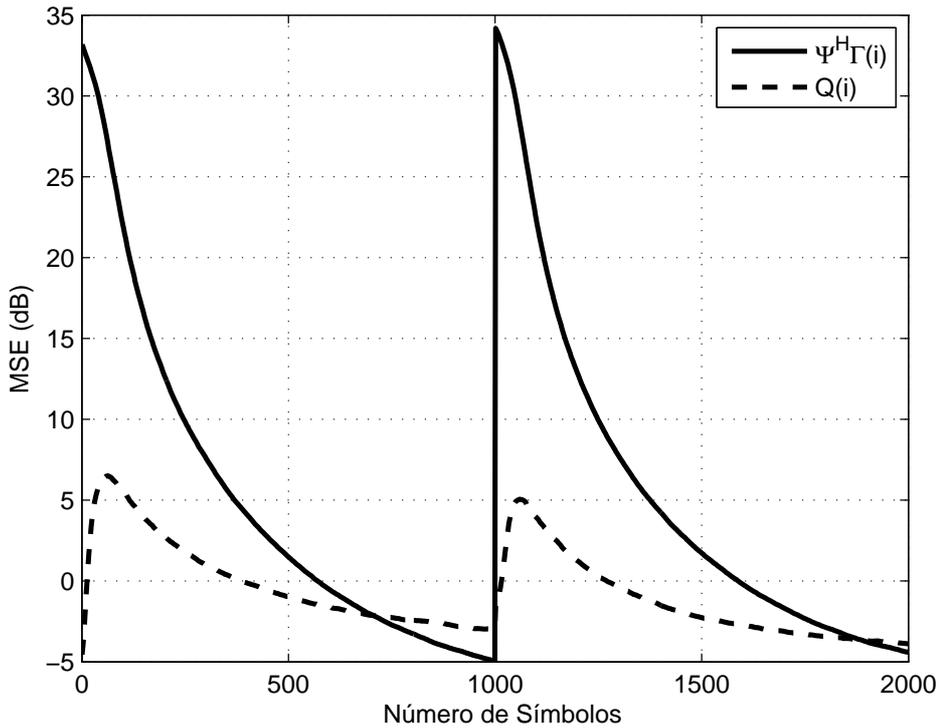


Figura 5.5:  $MSE(\overline{\mathbf{Q}}(i))$  e  $MSE(\overline{\Psi}_k^H \mathbf{\Gamma}(i))$ , implementação do tipo RLS do receptor de mínima variância para o sistema MC CDMA CP canais MISO multipercursos invariantes no tempo.

No mesmo cenário, comparamos o desempenho da estimativa do canal em termos de erro quadrático médio. Foram comparadas as estimativas do canal usando (5-39) aplicando diretamente a SVD, o método inverso das potências em (5-46) (IPM) e a estimativa do canal obtida com o algoritmo PASTd. A estimativa do canal obtida com o método natural das potências não é

apresentada mas os resultados são comparáveis aos resultados do PASTd. Os resultados apresentados são para o sistema MC CDMA CP.

Na Fig. 5.6 ilustra-se o erro quadrático médio para uma razão sinal-ruído de 0 dB e 15 dB em relação à potência do usuário desejado. Uma antena ( $\mathcal{M} = 1$ ) foi usada no receptor. Como pode ser observado, a estimativa do canal obtida com o algoritmo PASTd apresenta uma velocidade de convergência comparável com o SVD e o método inverso das potências, mas o erro mínimo é maior. Resultados similares são apresentados na Fig. 5.7, onde duas antenas ( $\mathcal{M} = 2$ ) no receptor foram usadas. Os resultados apresentados são para o sistema MC CDMA CP.

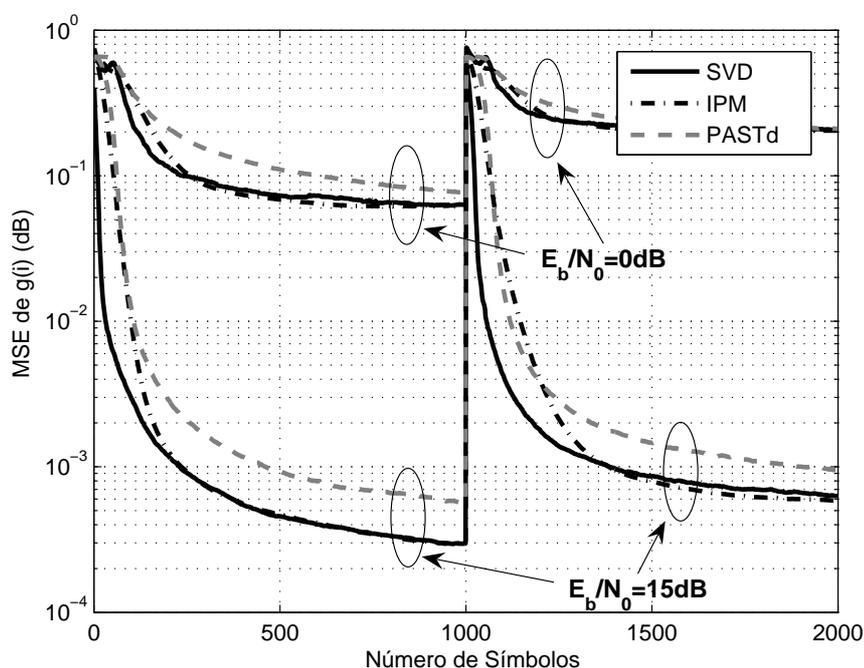


Figura 5.6: Erro quadrático médio da estimativa do canal (dB), implementação do tipo RLS do receptor de mínima variância para o sistema MC CDMA CP.  $\mathcal{M} = 1$ .

No experimento seguinte foi usado um canal variante no tempo,  $h_l(i) = p_l \alpha_l(i)$  ( $l = 0, 1, 2, \dots, L - 1$ ) obtido com o modelo de Clarke [70]. Cada canal foi simulado como tendo  $L = 4$  percursos de potência relativa de 0, -3, -6 e -9 dB. O ganho dos percursos,  $p_l$ , são normalizados tal que  $\sum_{l=1}^{L-1} p_l^2 = 1$ . Os resultados são apresentados em termos de freqüência Doppler normalizada ( $f_d T$ ), onde  $f_d$  é a freqüência Doppler e  $T$  é a duração de dois símbolos. Em todos os casos foi utilizado  $f_d T = 0,0001$  e uma antena no receptor,  $\mathcal{M} = 1$ . O sistema foi carregado com 4 usuários em um cenário com severo efeito “perto-longe”, onde cada usuário interferente tem uma potência 20 dB acima do usuário desejado. Os resultados são a média de 1000 simulações.

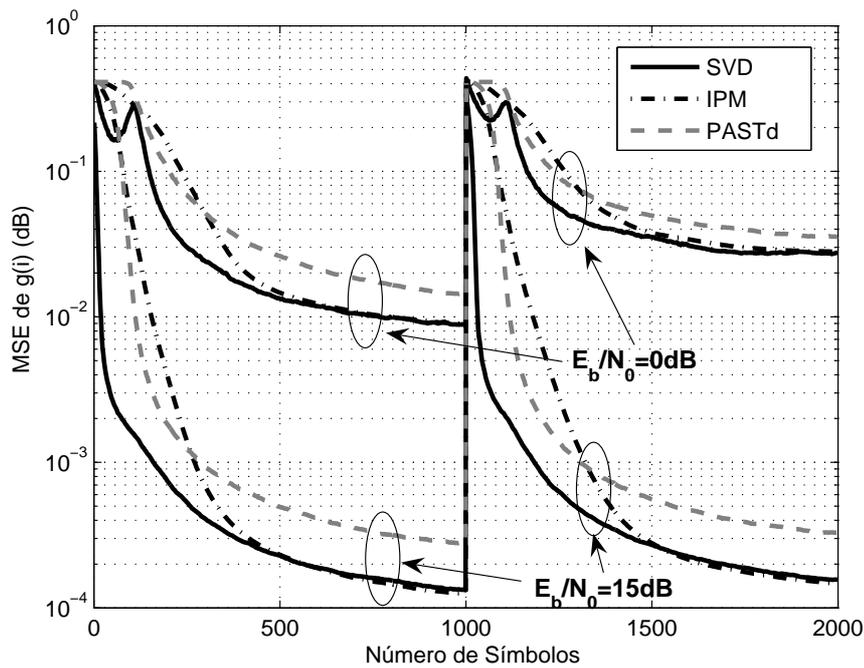


Figura 5.7: Erro quadrático médio da estimativa do canal (dB), implementação do tipo RLS do receptor de mínima variância para o sistema MC CDMA CP.  $\mathcal{M} = 2$ .

Nas Fig. 5.8 e Fig. 5.9 estão apresentadas a taxa de erro de bit para todos os sistemas considerados e para as quatro estimativas do canal onde (PM) indica o método natural das potências. É mostrado que o PASTd tem um desempenho comparável com o SVD, enquanto que o IPM apresenta certa instabilidade para altas razões sinal-ruído, no caso de canal variante no tempo.

### 5.5 Conclusões

Neste capítulo foi proposta uma estrutura de transmissão para sistemas CDMA por blocos em portadora única ou multiportadora usando codificação espaço-temporal em canais seletivos em frequência. A estrutura proposta é baseada no sistema apresentado em [28] que considera sistemas DS-CDMA com codificação espaço-temporal em canais não seletivos em frequência.

Foi implementado um receptor de mínimo erro quadrático médio (MMSE) e simulações comparando os diferentes sistemas abordados neste trabalho foram apresentadas.

Também foi implementado um receptor de mínima variância com restrições lineares e foi demonstrado analiticamente que este receptor consegue eliminar a auto-interferência produzida pelo canal de transmissão. Uma implementação do tipo RLS foi abordada e uma nova estimativa de canal

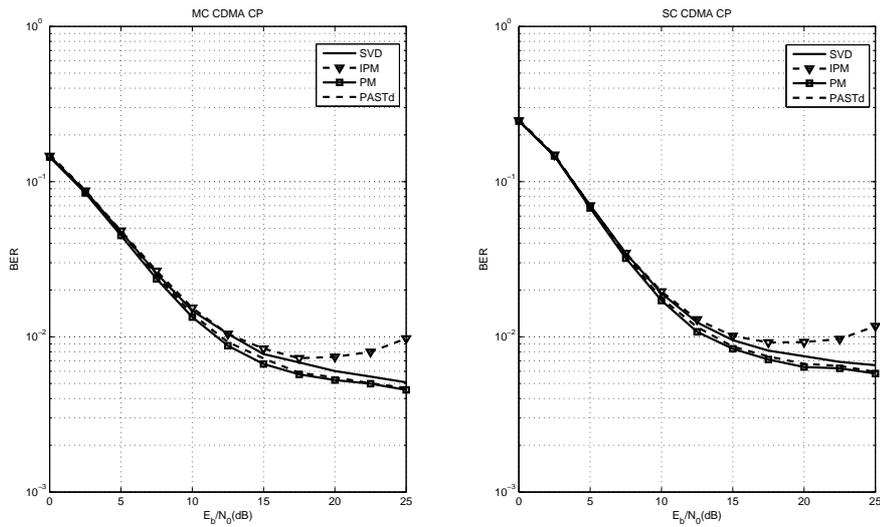


Figura 5.8: BER vs.  $E_b/N_0$ , implementação do tipo RLS do receptor de mínima variância para os sistemas CDMA por blocos com prefixo cíclico. Canal variante no tempo com frequência normalizada,  $f_d T = 0,0001$  e uma antena no receptor,  $\mathcal{M} = 1$ .

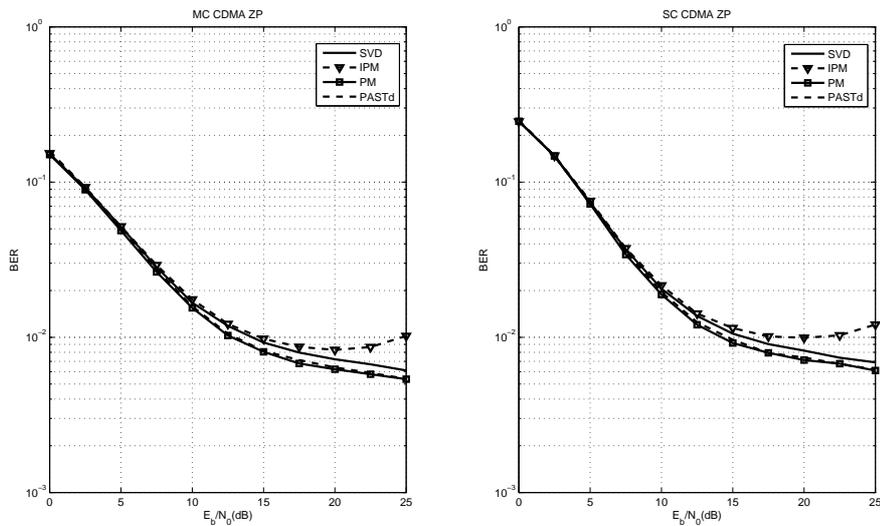


Figura 5.9: BER vs.  $E_b/N_0$ , implementação do tipo RLS do receptor de mínima variância para os sistemas CDMA por blocos com preenchimento de zeros. Canal variante no tempo com frequência normalizada,  $f_d T = 0,0001$  e uma antena no receptor,  $\mathcal{M} = 1$ .

foi proposta para este receptor. Esta estimativa reduz o custo computacional no cálculo dos coeficientes do canal.