7. Referências bibliográficas

- [1] Dugan, R.C., McGranaghan, M.F., and Beaty, W., Electrical Power Systems Quality, McGraw-Hill, 1996.
- [2] Noda, T., Identification of a Multiphase Network Equivalente for Electromagnetic Transient Calculations Using Partitioned Frequency Response, IEEE Trans. Power Del., vol. 20, no. 2, P. 1134-1142, Abril 2005.
- [3] Duque, C.A., **Testes de Relés de Proteção em Regime Transitório**, Dissertação de Mestrado, DEE, PUC/Rio, 1990.
- [4] Dommel, H.W., Eletromagnetic Transient Program Reference Manual (EMTP Theory Book), Bonneville Power Asministration, 1986.
- [5] Balabanian, N.; Bickart, T.A. Electrical Network Theory. John Wiley & Sons. 1969.
- [6] Santos, M.A.C., Simulação Digital no Tempo de Redes Elétricas Lineares Excitadas por Senóides no Entorno de uma Freqüência, Dissertação de Mestrado, DEE-PUC-RJ, 1999.
- [7] Bialko, M.; Crampagne, R.; Andreu, D. Basic Methods for Microcomputer-Aided Analysis of Electronic Circuits. Prentice Hall, 1995.
- [8] Chua, L.M.; Lin, P.M. Computer-Aided Analysis of Electronic Circuits. Prentice Hall, Inc. 1975.
- [9] Faceroli, S.T., Simulação para Análise Transitória de Redes Elétricas de Potência. Tese de Doutorado. DEE-PUC-RJ. 2002.
- [10] Szczupak, J., Electrical Power Network Pollution Estimation. Transmission and Distribution Conference and Exposition: Latin America, 2004 IEEE/PES. 8-11 Nov. 2004 P. 771 – 775.
- [11] Desoer, C.A.; Kuh, E.S. Basic Circuit Theory. McGraw-Hill Book Co. New York. 1966.
- [12] DeRusso, P.M.; Roy, R.J.; Close, C.M. State Variables for Engineers. John Wiley & Sons. New York. 1965.
- [13] Gupta, S.C. Transform and State Variable Methods in Linear Systems. John Wiley & Sons. New York. 1966.
- [14] Blaquiere, A. Nonlinear System Analysis. Academic Press. New York. 1966.

- [15] Chua, L.A., et al., Linear and Nonlinear Circuits, McGraw-Hill, 1987.
- [16] Shampine, L. F., M. W. Reichelt, The MATLAB ODE Suite, SIAM Journal on Scientific Computing, Vol. 18, 1997, pp 1-22.
- [17] Shampine, L. F., M. W. Reichelt, J.A. Kierzenka, Solving Index-1 DAEs in MATLAB and Simulink, SIAM Review, Vol. 41, 1999, pp 538-552.
- [18] L. Nagel, SPICE: A Computer Program to Simulate Semiconductor Circuits. UCB/ERL M520, May 1975.
- [19] Humpage, W.D., Z-transform Electromagnetic Transient Analysis in Power Systems, Proc. IEE-C, Gen. Trans. and Dist., 127, pp. 370-378, 1980.
- [20] Marti, J.R., Accurate Modelling of Frequency-Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulation, IEEE Trans. on Power App. And Systems, vol. PAS-101, n _ 1, pp. 147-155, January 1983.
- [21] Duque, C.A., **Técnicas de Simulação de Redes Elétricas e Linhas de Transmissão**, Tese de Doutorado, DEE, PUC/Rio, 1997.
- [22] Fettweis, A. Wave Digital Filters: Theory and Practice, Proceedings of the IEEE, vol. 74, n.2, pp.270-327, Fev. 1986.
- [23] Mitra, S.K. **Digital Signal Processing: A Computer Based Approach.** 3rd ed. McGraw-Hill, 2006.
- [24] Oppenheim, A.V., and Schafer, R.W., **Discrete-Time Signal Processing**, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1989.
- [25] Hesse, W.H; Electromagnetic and Electostatic Transmission Line Parameters by Digital Computer. IEEE Trans. on Power App. And Systems. vol. PAS-92, nº 6, pp. 282-291, June 1963.
- [26] Humpage, W.D., Z-transform Electromagnetic Transient Analysis in High-Voltage Networks, Peter Peregrinus Ltd., 1982.

Apêndice A Modelo de linhas de transmissão a parâmetros distribuídos

Considere o circuito equivalente de uma seção diferencial de uma linha de transmissão com condutor simples, mostrado na Figura (A.1).



Figura A.1 – Linha de transmissão com condutor simples

As equações no domínio do tempo da linha de transmissão apresentada na Figura (A.1) podem ser escritas como

$$-\frac{\partial V(x,t)}{\partial x} = R \cdot I(x,t) + L \frac{\partial I(x,t)}{\partial t}$$

$$-\frac{\partial I(x,t)}{\partial x} = G \cdot V(x,t) + C \frac{\partial V(x,t)}{\partial t}$$
(A.1)

onde V(x,t) e I(x,t) são, respectivamente, a tensão e a corrente da linha de transmissão. Os parâmetros R e L são dependentes da frequência.

Para cálculo de transitórios, a aproximação para a solução das equações de linha é feita na frequência, como descrito pelas equações (A.2)

$$-\frac{dV_{x}(\omega)}{dx} = Z(\omega) \cdot I_{x}(\omega)$$

$$-\frac{dI_{x}(\omega)}{dx} = Y(\omega) \cdot V_{x}(\omega)$$
(A.2)

onde $Z(\omega)$ e $Y(\omega)$ são as matrizes de impedância série e admitância shunt por unidade de comprimento, respectivamente. Derivando (A.2) em relação à *x*, chega-se a

$$\frac{d^2 V_x(\omega)}{dx^2} = Z(\omega) \cdot Y(\omega) \cdot V_x(\omega)$$

$$\frac{d^2 I_x(\omega)}{dx^2} = Y(\omega) \cdot Z(\omega) \cdot I_x(\omega)$$
(A.3)

As equações (A.3) descrevem o comportamento das ondas eletromagnéticas em função do comprimento e da frequência. Resolvendo estas equações,

$$V(\omega, x) = A_1 \cdot e^{\sqrt{Z \cdot Y} \cdot x} + A_2 \cdot e^{-\sqrt{Z \cdot Y} \cdot x}$$
$$I(\omega, x) = \frac{A_1}{\sqrt{Z/Y}} \cdot e^{\sqrt{Z \cdot Y} \cdot x} - \frac{A_2}{\sqrt{Z/Y}} \cdot e^{-\sqrt{Z \cdot Y} \cdot x}$$
(A.4)

onde os termos com $e^{\sqrt{Z}\cdot Y\cdot x}$ representam as ondas trafegantes progressivas, enquanto que os termos com $e^{-\sqrt{Z}\cdot Y\cdot x}$ representam os termos com propagação reversa.

Nas equações (A.4) surge a Impedância Característica da linha, dada por

$$Z_c = \sqrt{Z/\gamma} \tag{A.5}$$

e a Constante de propagação da onda, dada por

$$\gamma = \sqrt{Z \cdot Y} \tag{A.6}$$

Na realidade, a Constante de Propagação não é constante, pois varia com a frequência. Esta variável é responsável pela distorção da onda ao longo do trajeto pela linha de transmissão.

Considerando-se que em x = 0 tem-se $V(x) = V_1$ e $I(x) = I_1$, é possível determinar A1 e A2, chegando-se às equações (A.7), chamadas Equações de Bergeron [25], que descrevem matematicamente o comportamento das ondas eletromagnéticas na linha de transmissão em regime transitório.

$$V(\omega, x) = \frac{V_1 + Z_c \cdot I_1}{2} e^{\gamma x} + \frac{V_1 - Z_c \cdot I_1}{2} e^{-\gamma x}$$

$$\frac{V_1/Z_c + I_1}{2} e^{\gamma x} - \frac{V_1/Z_c - I_1}{2} e^{-\gamma x}$$
(A.7)

A dedução matemática apresentada acima é válida para o caso de linhas de transmissão monofásicas, onde todos os elementos das equações são escalares. Na prática, as linhas são geralmente polifásicas. Neste caso, as equações (A.3) tornam-se

$$\frac{d^2 \boldsymbol{V}_x(\omega)}{dx^2} = \boldsymbol{Z}(\omega) \cdot \boldsymbol{Y}(\omega) \cdot \boldsymbol{V}_x(\omega)$$

$$\frac{d^2 \boldsymbol{I}_x(\omega)}{dx^2} = \boldsymbol{Y}(\omega) \cdot \boldsymbol{Z}(\omega) \cdot \boldsymbol{I}_x(\omega)$$
(A.8)

O grande problema para se resolver as equações (A.8) é a presença de acoplamento mútuo entre as linhas de transmissão. Esta característica faz com que as matrizes $Z \in Y$ tenham elementos fora da diagonal principal não nulos. Caso estas matrizes fossem diagonais, o circuito de *n* fases poderia ser desmembrado em *n* circuitos monofásicos e as deduções anteriores seriam válidas.

Neste trabalho, optou-se pela representação no domínio dos modos. A transformação modal é uma transformação de espaços de estados que permite diagonalizar os produtos $Z \cdot Y$ ou $Y \cdot Z$, a fim de gerar um sistem da equações desacopladas. Este processo é feito através de cálculos com autovalores e autovetores associados a estes produtos como

$$T_{v}^{-1} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Y} \cdot T_{v} = \lambda_{2}$$

$$T_{i}^{-1} \cdot \mathbf{Y} \cdot \mathbf{Z} \cdot T_{i} = \lambda_{1}$$
(A.9)

Em (A.9), as matrizes $\lambda_1, \lambda_2, \mathbf{T}_i \in \mathbf{T}_v$ têm ordem $n_x n$. Substituindo (A.9) em (A.8), vem

$$\frac{d^{2}\boldsymbol{V}^{M}(\omega)}{dx^{2}} = \lambda_{2} \cdot \boldsymbol{V}^{M}(\omega)$$

$$\frac{d^{2}\boldsymbol{I}^{M}(\omega)}{dx^{2}} = \lambda_{1} \cdot \boldsymbol{I}^{M}(\omega)$$
(A.10)

onde $V^{M}(\omega) = T_{v}^{-1} \cdot V(\omega)$ e $I^{M}(\omega) = T_{i}^{-1} \cdot I(\omega)$. O sobrescrito M indica que a variável está no domínio dos modos. Além disso,

$$\boldsymbol{T}_i = (\boldsymbol{T}_v^{-1})^T \tag{A.11}$$

Como dito anteriormente, as linhas de transmissão multifase são desacopladas através de transformação modal e cada modo pode ser analisado separadamente como um circuito de fase simples. Desta forma as equações (A.8) podem ser consideradas separadamente como equações diferenciais escalares e sua solução final no domínio dos modos é

$$V_{1}(\omega) - Z_{c}(\omega) \cdot I_{1}(\omega) = F_{1}(\omega)[V_{2}(\omega) + Z_{c}(\omega) \cdot I_{2}(\omega)]$$

$$V_{2}(\omega) - Z_{c}(\omega) \cdot I_{2}(\omega) = F_{1}(\omega)[V_{1}(\omega) + Z_{c}(\omega) \cdot I_{1}(\omega)]$$
(A.12)

onde $Z_c(\omega)$ é a impedância característica, e $F_1(\omega) = e^{-\gamma(\omega)L}$ é a resposta ao impulso da linha de transmissão, sendo $\gamma(\omega)$ o fator de propagação.

Com o objetivo de obter um modelo de filtros digitais para as linhas de transmissão, é necessário converter as Equações (A.12) do domínio da frequência para o domínio z. Neste caso, optou-se pelo método desenvolvido por Humpage [26] que gera as aproximações dos parâmetros diretamente no domínio discreto. As Equações (A.13) mostram a representação da linha de transmissão por onda de tensão no domínio z.

$$V_{1}(z) - Z_{c}(z) \cdot I_{1}(z) = F_{1}(z)[V_{2}(z) + Z_{c}(z) \cdot I_{2}(z)]$$

$$V_{2}(z) - Z_{c}(z) \cdot I_{2}(z) = F_{1}(z)[V_{1}(z) + Z_{c}(z) \cdot I_{1}(z)]$$
(A.13)

Apêndice B Filtro supressor de harmônicos

A seguir encontra-se a função de transferência do filtro supressor de harmônicos utilizado no capítulo 5.

$$F_{1}(z) = 0,0149 \cdot (z^{-36} - 1) \cdot \frac{z^{-2} - 1,8126 + 1}{z^{-2} - 1,833 + 0,84} \cdot \frac{z^{-2} - 1,6383 + 1}{z^{-2} - 1,3564 + 0,46}$$

$$\cdot \frac{z^{-2} - 1,4141 + 1}{z^{-2} - 0,6324 + 0,1}$$
(B.1)

cuja resposta em frequência encontra-se na Figura (B.1).



Figura B.1 - Resposta em frequência do filtro supressor de harmônicos