3
Modelo teórico

O modelo teórico utilizado para o desenvolvimento deste estudo é baseado em duas premissas.

A primeira é que o Valor Presente do projeto sem flexibilidade é o melhor estimador do seu valor de mercado. A segunda premissa é que a as variações no valor do projeto seguem um caminho aleatório, *"random walk"*, o que permite modelar seu processo estocástico através de um Movimento Geométrico Browniano (MGB).

3.1.
Primeira Premissa: valor presente sem flexibilidade é o melhor estimador do valor de mercado

A adaptação da teoria de opções financeiras para avaliação de ativos reais encontra algumas limitações.

De acordo com Brandão (2002), o fundamento teórico de que o mercado é completo e sem a presença de arbitragem é o que permite a utilização de um portfólio replicante.

Quando não há a possibilidade de se elaborar um portfólio de ativos que mapeie as mudanças estocásticas do projeto, ou quando a correlação entre o projeto e o portfólio de mercado não é perfeita, o mercado é incompleto. Neste caso, a determinação de uma taxa de desconto adequada torna-se um problema, pois não é possível utilizar a avaliação neutra a risco.

Normalmente, os mercados são incompletos para a maioria dos projetos de investimento das empresas, pois é muito difícil encontrar ativos de mercado que tenham as mesmas características de risco do projeto a ser executado ou mesmo montar um portfólio de mercado que possua perfeita correlação com os riscos deste projeto.

Ainda que um ativo perfeitamente correlacionado ao risco de tal projeto fosse encontrado, a avaliação de tal projeto através da metodologia de opções reais acrescenta no modelo as flexibilidades gerenciais existentes e estas flexibilidades alteram o risco do projeto e conseqüentemente também altera a taxa de desconto adequada. Assim, a taxa de desconto para o projeto sem flexibilidade, calculada pelo CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) não reflete o risco do projeto com flexibilidades. Em um mercado completo, isso seria facilmente solucionado com a montagem de um novo portifólio replicante que reflita o novo risco, não sendo possível montá-lo também não é possível determinar a taxa de desconto mais apropriada ao projeto com opções reais.

Para solucionar esta questão Copeland e Antikarov (2002) propõem como alternativa a utilização do valor presente do próprio projeto, sem flexibilidade, como ativo subjacente a risco. De acordo com eles, nada pode ser mais bem correlacionado com o projeto, que o próprio projeto.

Este conceito denominado, *Marketed Asset Disclaimer* (MAD) envolve a utilização do CAPM para determinar o valor de mercado do empreendimento, antes da inclusão das opções reais gerando, assim, o que Copeland e Antikarov (2002) definem como o melhor estimador não tendencioso do valor de mercado do projeto. Desta forma, o mercado implicitamente se torna completo para o projeto com as opções, uma vez que ele passa a poder ser perfeitamente replicado por um portfólio que inclua o projeto original, sem opções. Com isso, torna-se possível a adoção da premissa de que o Valor Presente do projeto original, é o seu valor de mercado, e com isso o problema pode ser resolvido por qualquer um dos métodos tradicionais para condições de mercado completo.

3.2.
Segunda premissa: processo estocástico do valor do projeto pode ser modelado através de um MGB

De acordo com o teorema de Samuelson (1965), a taxa de retorno de qualquer título segue um caminho aleatório, independentemente do padrão dos fluxos de caixa esperados no futuro.

Segundo o teorema, isso se deve ao fato de que em mercados eficientes, nos quais os investidores possuem informações completas acerca das expectativas futuras dos fluxos de caixa esperados de um ativo, os preços atuais já refletem toda as informações disponíveis até o momento, e as variações da taxa de retorno deste ativo serão aleatórias. Desta forma, o preço do ativo em questão só vai variar devido a desvios não previstos da trajetória esperada. Como estes desvios são oriundos de eventos aleatórios, os desvios da taxa de retorno esperada também são aleatórios.

A utilização deste conceito em ativos reais torna-se possível com a aplicação da primeira premissa, que determina que o valor presente de um projeto é o melhor estimador não tendencioso do valor de mercado de um determinado projeto ou investimento. Com isso, o projeto pode ser considerado um ativo negociado dentro de um mercado eficiente, e assim pode-se considerar que este ativo real seguirá o comportamento de um ativo financeiro, permitindo a utilização do teorema de Samuelson.

Copeland e Antikarov (2002) utilizaram o teorema para investimentos e concluíram que o valor do projeto ao longo do tempo seguirá um caminho aleatório, independente do padrão dos fluxos de caixa. Essa conclusão permite a combinação de qualquer uma das incertezas, na modelagem do projeto em uma única incerteza consolidada.

A partir do Teorema de Samuelson (1965) e de acordo com Copeland e Antikarov (2002), assumi-se que o projeto tem uma distribuição lognormal, que o retorno do projeto tem distribuição normal e que, o processo estocástico do valor do projeto segue um Movimento Geométrico Browniano.

A adoção da premissa da lognormalidade para valoração de ações é padrão na literatura sobre opções financeiras, embora isso também seja apenas uma aproximação da realidade, pois ações não podem ter valor negativo porque são opções sobre o valor da empresa.

No modelo adotado neste trabalho, assumimos que os fluxos de caixa do projeto a cada período são distribuídos aos acionistas, desta forma o valor do projeto sofre uma descontinuidade o que reduz o seu valor de acordo com o dividendo distribuído.

Conforme Brandão (2002), se o fluxo de caixa for negativo em qualquer período, o dividendo será também negativo, representando uma necessidade de aporte por parte do acionista o que evita que o projeto se torne negativo.

Sendo V_i e V_{i+1} os valores do projeto nos períodos i e i+1, o retorno do projeto entre esses dois períodos será:

$$z = \ln\left(\frac{V_{i+1}}{V_i}\right) \tag{1}$$

Define-se μ e σ^2 como a média e a variância desta distribuição normal. De acordo com a segunda premissa, que assume que o processo estocástico do valor do projeto segue um MGB, alterações em Vi podem ser modeladas conforme a seguir:

$$dV = \mu V dt + \sigma V dw \tag{2}$$

Onde:

$$\mu = z + \frac{1}{2}\sigma^2 \tag{3}$$

e dw representa o processo de Wiener padrão, conforme abaixo:

$$dw = \varepsilon\sqrt{dt} \tag{4}$$

3.3.
Modelo em tempo discreto

Considerando um projeto com investimento inicial “I” necessário para sua implantação, com vida útil de “n” períodos, e que este empreendimento vai gerar fluxos de caixa esperados C_i, onde i = 1,2,...,n, com taxa de desconto ajustada ao risco do projeto calculado pela metodologia do CAPM igual a μ.

Considerando-se também que este projeto está sujeito a incertezas de mercado capazes de influenciar seus fluxos futuros e também apresenta flexibilidades inerentes às decisões que seus gestores podem tomar ao longo do tempo, com o objetivo de ampliar seu valor.

A partir do momento que existem opções reais, representadas pelas flexibilidades gerenciais, o risco do projeto se altera. Com isso, a taxa de desconto μ, apresentada anteriormente, deixa de ser a taxa mais apropriada para descontar os fluxos do projeto. Desta forma, serão utilizadas probabilidades neutras a risco, para que os fluxos do projeto sejam descontados à taxa livre de risco.

No presente trabalho será utilizado o processo de avaliação por opções reais sugerido por Copeland e Antikarov (2005). Este processo é dividido nas cinco etapas a seguir:

- A primeira etapa refere-se a uma análise do projeto através do modelo determinístico do fluxo de caixa descontado.
- A segunda etapa consiste na análise da incerteza e determinação da volatilidade.
- A terceira etapa é a modelagem da incerteza por meio de árvore binomial.
- A quarta etapa consiste na identificação e incorporação da flexibilidade gerencial, opções reais, gerando uma árvore de decisões.
- A quinta e última etapa é o cálculo do valor do projeto por opções reais através da árvore de decisões definida na quarta etapa.

3.3.1. Modelo determinístico

Nesta etapa será determinado o Valor Presente do projeto, no instante inicial, utilizando-se o método do Fluxo de Caixa Descontado tradicional. É calculado o valor esperado dos fluxos de caixa do projeto sem incertezas e este é descontado à taxa de risco determinada pelo CAPM (μ), obtendo-se desta forma o valor presente do projeto no instante inicial (t=0).

Considera-se que no período zero existe apenas o investimento inicial necessário para a execução do projeto, não sendo o valor deste investimento englobado no cálculo do valor presente do projeto.

O valor presente do projeto no instante zero é dado por:

$$V_{0=}\sum_{t=1}^{n}\frac{E[C_t]}{(1+\mu)^t} \quad (5)$$

Nesta etapa também é calculado o valor presente e a taxa de dividendo de cada período do fluxo. A taxa de dividendo é obtida através da seguinte equação:

$$D_t = \frac{C_t}{VP_t} \quad (6)$$

3.3.2. Determinação da volatilidade

A distribuição lognormal do valor do projeto pode ser definida através da média e desvio padrão dos seus retornos. De acordo com a primeira premissa, assumi-se que o valor presente do projeto sem opções é o seu valor de mercado. Assim, conforme Brandão (2002), o retorno esperado do projeto é igual à taxa de retorno ajustada ao risco µ, ou seja, a média dos retornos µ do projeto é definida exogenamente.

A volatilidade do projeto pode ser determinada através da simulação de Monte Carlo. As incertezas que impactam em cada uma das variáveis relevantes do projeto são modeladas através da simulação dos processos estocásticos de cada uma delas, o que gerará fluxos de caixa estocásticos. Cada iteração da simulação gera um novo conjunto de fluxos de caixa futuros dos quais um novo valor de projeto ao final do primeiro período é obtido e uma amostra da variável aleatória $\tilde{v}$ é calculada através da equação a seguir:

$$\tilde{v} = \ln\left(\frac{\tilde{V}_1}{V_0}\right) \tag{7}$$

onde E ($\tilde{v}$) = v.

Para realização de tal simulação no nosso trabalho utilizamos o *software* @Risk. Foram efetuadas dez mil iterações. O grande número de iterações na simulação permite o cálculo da volatilidade dos retornos do projeto que é o desvio padrão da distribuição de $\tilde{v}$.

Foi escolhido o modelo de Brandão, Dyer e Hahn (2005) para o cálculo da volatilidade do retorno do projeto.

O modelo proposto por Copeland e Antikarov (2002), foi preterido porque superestima a volatilidade uma vez que trabalha a simulação com variáveis estocásticas em todos os períodos do fluxo o que acaba acarretando algumas inconsistências, tais como:

- a volatilidade anual aumenta quando é aumentado o número de períodos no fluxo de caixa;
- a volatilidade não se mantém constante nos diversos períodos;
- quando se trata de um ativo de volatilidade conhecida, e sendo os fluxos de caixa frações em cada período do valor, a volatilidade dos retornos deste fluxo de caixa deveria ser a mesma do ativo conhecido, o que não ocorre.

O modelo de Brandão, Dyer e Hahn (2005) utiliza a modelagem estocástica para V_1 e o valor esperado para os anos seguintes e pode ser encontrado da seguinte forma:

$$z = \ln\left(\frac{V_1}{\overline{V}_0}\right) = \ln\left(\frac{C_1 + V_1(E_1(C_2),...,E_1(C_n) \mid C_1)}{\overline{V}_0}\right) \tag{8}$$

3.3.3.
Árvore binomial

A distribuição de probabilidade lognormal contínua pode ser modelada através de uma árvore binomial discreta. Conforme o modelo desenvolvido por Cox, Ross e Rubinstein (1979), a cada período o valor (V) em questão é multiplicado por uma variável aleatória que pode assumir dois valores, u ou d.

Para que esse modelo gere uma distribuição lognormal, é necessário escolher valores adequados para u, d e a probabilidade p, de forma que a média (μ) e a variância (σ^2) dos retornos de V sejam os mesmos que os parâmetros do Movimento Geométrico Browniano de V.

Após um período, V_1 assumirá o valor Vu ou Vd, assim como o retorno (S) nesse período será ln(Su / S)= ln u ou ln d, com probabilidade p e (1-p) respectivamente, conforme ilustra a Figura 1.

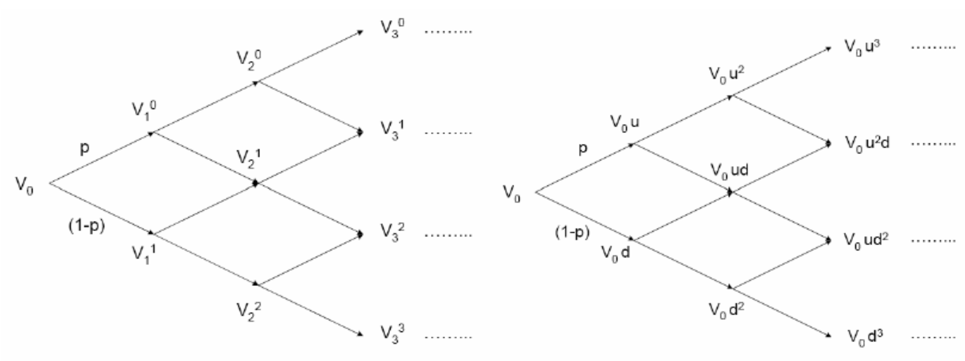

Figura 1 – Árvore Binomial

Os movimentos de subida e descida do valor do projeto são dados por “u” e “d” e “p” é a probabilidade neutra ao risco de ocorrer movimento de subida.

Onde:

$$u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}} \tag{9}$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{\Delta t}} ou \frac{1}{u} \tag{10}$$

$$p = \frac{e^{rt} - d}{u - d} \tag{11}$$

O projeto gera dividendos em cada período, assim, o valor do projeto sofre uma descontinuidade no instante dessa distribuição, semelhante ao que ocorre com uma ação que paga dividendos. A taxa de distribuição dos dividendos é dada pela razão entre os Fluxos de Caixa e o Valor do Projeto em cada período.

A modelagem da taxa de dividendos, obtida conforme a equação 6, será utilizada assumindo a premissa de que essa taxa se mantém constante para todos os estados de um período. Assim o valor do projeto no tempo passa a ser calculado por:

Pré-dividendos - $V_{i,j} = V_0 u^{i-j} d^j \prod_{k=1}^{i-1} (1 - D_k)$ (12)

Pós-dividendos - $V_{i,j}^* = V_0 u^{i-j} d^j \prod_{k=1}^{i} (1 - D_k)$ (13)

O valor do projeto no tempo passa então a ser representado pela árvore binominal a seguir:

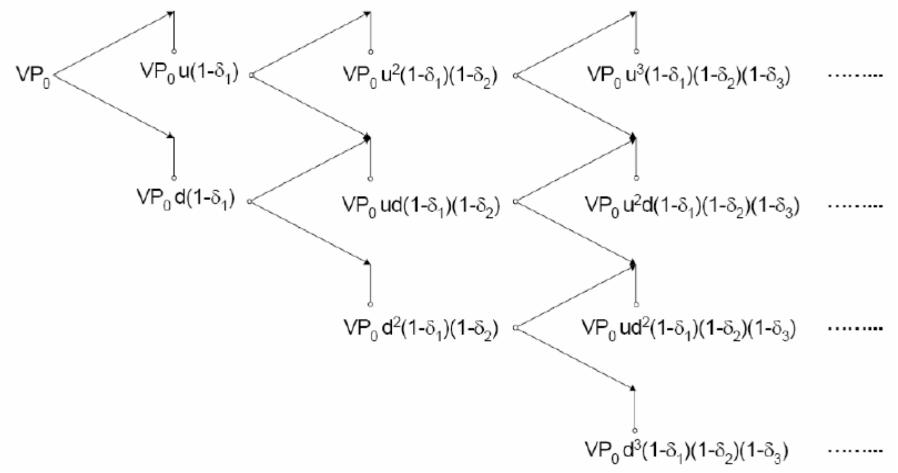

Figura 2 – Árvore Binomial com Dividendos

3.3.4.
Árvore de decisão

Ao se inserir as opções reais (flexibilidades) a árvore binomial é transformada um uma árvore de decisões. A inclusão das flexibilidades ocorre com a adição de nós de decisão onde poderá ocorrer maximização do valor do projeto.

A cada oportunidade de decisão tem-se uma opção real que poderá ser exercida ou não, onde a decisão ótima será:

máximo{valor de continuar sem exercer a opção;valor de exercer a opção}

O valor da continuação será obtido pelo valor pré-dividendo do projeto no período t e estado s no qual está sendo tomada a decisão, este valor é calculado por:

$$V_{t,s} = \sum_{i=t}^{m} \sum_{j=s}^{i+s-t} \frac{E[C_{i,j}]}{(1+r)^{i-t}} \tag{14}$$

onde,

$$E[C_{i,j}] = \binom{i-t}{j-s} p^{i-t-j+s} (1-p)^{j-s} C_{i,j} \tag{15}$$

Conforme Brandão (2002), o valor da opção dependerá das características da flexibilidade naquele período. No nosso trabalho foram utilizadas duas modalidades de opções: a de expansão e a opção de abandono.

A opção de expansão é avaliada como sendo o prêmio justo para uma opção de compra americana, com valor do ativo objeto (S) igual ao valor presente da expansão se feita no presente momento, o valor de exercício (E) é igual ao investimento para realizar a expansão, o tempo de expiração é igual ao período em que é possível tomar a decisão, a taxa livre de risco é pré-definida, a volatilidade é a do projeto calculada através da simulação de Monte Carlo e a opção será exercida se $S > E$. No caso do nosso estudo duas opções apresentam este modelo, a opção de ampliação da área do *shopping* e a opção de construção de empreendimento imobiliário.

A opção de abandono é avaliada como sendo o prêmio justo para uma opção de venda americana, com valor do ativo objeto (S) igual ao valor do projeto no momento da decisão, o valor de exercício (E) é igual ao valor recebido no abandono, o tempo de expiração equivale ao período em que é possível tomar a decisão, a taxa livre de risco é pré-definida, a volatilidade é a do projeto calculada através da simulação de Monte Carlo e a opção será exercida se $S < E$.

O próximo capítulo apresenta como o modelo teórico apresentado neste capítulo foi aplicado na avaliação de um *Shopping Center* que será construído no interior de São Paulo.