

## Referências Bibliográficas

Abdelkader S., 2007, "Transmission Loss Allocation through Complex Power Flow Tracing", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 22, no. 4, pp. 2240-2248.

BANCOMER, 2002, "Apertura del Sector Eléctrico", BBVA de México: Series Propuestas, vol. 21.

Bialek J., 1998, "Allocation of Transmission Supplementary Charge to Real and Reactive Loads", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 13, no. 3, pp. 749-754.

Bialek J., 1997, "Topological Generation and Load Distribution Factors for Supplement Charge Allocation in Transmission Open Access", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, no. 3, pp. 1185-1193.

Bialek J., 1996, "Tracing the Flow of Electricity", IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution, vol. 143, no. 4, pp. 313-320.

Chowdhury N., Bhuiya A., 2001, "Counter-Flow in a Deregulated Power System Network and its Effect on Transmission Loss Allocation", Electrical and Computer Engineering, vol. 2, no. 1, pp. 1047-1051.

Cigré, 1999, "Methods and Tools for Costing Ancillary Services", SC 38, Advisory Group 05, Task Force 38-05-07.

Conejo A., Arroyo J., Guijarro A., 2002, "Transmission Loss Allocation: A Comparison of Different Practical Algorithms", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 17, no. 3, pp. 571-576.

Conejo A., Galiana F., Kockar I., 2001, "Z-bus Loss Allocation", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 16, no. 1, pp. 105-110.

Costa P., Matos M., 2004, "Loss Allocation in Distribution Networks with Embedded Generation", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 19, no. 1, pp. 384-389.

Daniel J., Salgado R., 2005, "Transmission Loss Allocation through a Modified Y-bus", IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution, vol 152, no. 2, pp. 208-214.

Fang W. L., Ngan H. W., 2002, "Succinct Method for Allocation of Network Losses", IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution, vol 149, no. 2, pp. 171-174.

Faria E. T., 2004, "Aplicação de Teoria dos Jogos à Repartição da Energia Firme de um Sistema Hidroelétrico", Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Elétrica, PUC-Rio.

Galiana F. D., Conejo A. J., Kockar I., 2002, "Incremental Transmission Loss Allocation in a Transaction Framework", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 17, no. 1, pp. 26-33.

Gross G., Tao S., 2000, "A Physical-Flow-Based Approach to Allocating Transmission Losses in a Transaction Framework", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 15, no. 2, pp. 631-637.

Huneault M., Galiana F., Gross G., 1999, "A Review of Restructuring in the Electricity Business", 13 th. Power System Computation Conference, pp. 19-31.

Ilic M., Galiana F., Fink L., 1998, "Power System Restructuring: Engineering and Economics", Kluwer Academic Publishers.

Kirschen D., Allan R., Strbac G., 1997, "Contributions of Individual Generators to Loads and Flows", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 12, no. 1, pp. 52-60.

Larson H. J., 1982, "Introduction to Probability Theory and Statistical Inference", 3rd ed. Wiley Series in Probability and Mathematical Statistics. Probability and Mathematical Statistics.

Leite da Silva A. M., Costa J. G., 2003, "Transmission Loss Allocation: Part I - Single Energy Markets", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 18, no. 4, pp. 1389–1394.

Leite da Silva A. M., Costa J. G., 2003, "Transmission Loss Allocation: Part II - Multiple Interconnected Energy Markets", Transactions on Power Systems, vol. 18, no. 4, pp. 1395–1401.

Lima D. A., Padilha-Feltrin A., 2004, "Allocation of the Costs Transmission Losses", Electric Power Systems Research, vol. 72, no. 1, pp. 13-20.

Lima D. A., Conejo A. J., Contreras J., 2006, "Allocation of the Cost of Transmission Losses in a Multi-Market Framework", IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution, vol. 153, no. 6, pp. 670-676.

Lima D. A., 2007, "Alocação de Perdas e Custos pelo Uso do Sistema de Transmissão", Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Ilha Solteira.

Lo K., Alturki Y., 2006, "Towards Reactive Power Markets. Part 1: Reactive Power Allocation", IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution, vol. 153, no. 1, pp. 59-70.

Macqueen C., Irving M., 1996, "An Algorithm for the Allocation of Distribution System Demand and Energy Losses", IEEE Transactions on Power Systems, vol 11, no. 1, pp. 338-343.

Marzano L., 1998, "Estudo de Alternativas de Partição de Custos de Potência Reativa em Sistemas de Transmissão em Ambientes Competitivos", Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Elétrica, PUC-Rio.

Menezes T., Castro M. S., Silva L. C., 2006, "Comparative Analysis of AC and DC Incremental Methods for Transmission Loss Allocation", Electric Power Components and Systems, vol 34, no. 5, pp. 521-537, 2006.

Menezes T. V., 2005, "Um Método Incremental para Alocação das Perdas de Transmissão Baseado no Fluxo de Carga CA". Dissertação de Mestrado, UNICAMP.

Molina Y., Prada R., Saavedra O., 2008, "On the Partition of Transmission Losses Among Generators", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 23, no. 4, pp. 1883-1885.

Molina Y., Prada R., Saavedra O., 2007, "Allocation of Transmission Loss Cost Using Game Theory", IEEE Power Tech in Lausanne, pp. 407-412.

Neumann J. V., Morgenstern O., 1947, "Theory of Games and Economic Behavior", Princeton Press.

Peng J., Jiang H., 2002, "Contributions of Individual Generators to Complex Power Losses and Flows: Part 1 - Fundamental Theory", IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution, vol. 149, no. 2, pp. 182-185.

Peng J., Jiang H., Song Y., 2007, "A Weakly Conditioned Imputation of an Impedance-Branch Dissipation Power", IEEE Transactions on Power Systems , vol. 22, no. 4, pp. 2124-2133.

Reta R., Vargas A., 2001, "Electricity Tracing and Loss Allocation Methods Based on Electric Concepts", IEE Proceedings on Generation, Transmission and Distribution, vol. 148, no. 6, pp. 518-522.

Ribeiro P. M., 2005, "Remuneração dos Serviços Anciliares de Suporte de Potência Reativa e Reserva de Potência Quando Providos por Geradores", Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Elétrica, PUC-Rio.

Rudnick H., 1996, "Pioneering Electricity Reform in South America", IEEE Spectrum, vol. 33, no. 8, pp. 38-44.

Santos B. F., 2007, "Uma Metodologia para Alocação de Perdas Ativas de Transmissão em Ambiente Competitivo", Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Elétrica, UFMA.

Schmeidler D., 1969, "The Nucleolus of a Characteristic Function Game", SIAM Journal on Applied Mathematics, vol. 17, no. 6, pp. 1163-1170.

Shih-Chieh H., 2006, "Fair Transmission Loss Allocation Based on Equivalent Current Injection and Shapley Value", IEEE Power Engineering Society General Meeting, pp. 1-6.

Stevenson W., 1995, "Power System Analysis", McGraw-Hill.

Tan X., Lie T., 2001, "Allocation of Transmission Loss Cost Using Cooperative Game Theory in the Context of Open Transmission Access", IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, vol. 3, no. 1, pp. 1215-1219.

Thukaram D., Ravikumar H., Yesuratnam G., 2006, "Generators Contribution Towards Loads and Line Flows, a Case Study", Power India Conference, pp. 1-7.

Unsihuay C., Saavedra O., 2006, "Transmission Loss Unbundling and Allocation under Pool Electricity Markets", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 21, no. 1, pp. 77-84.

Vieira Filho X., Marzano L., Ojeda J., Granville S., Gorenstin B., Melo A.C.G., Melo J. C. O., Pereira M. V. F., 1999, "Efficient Pricing Schemes in Competitive Environments Using Cooperative Game Theory". 13º PSCC - Power System Computational Conference, Trondheim.

When C., Bin K., Chung H., 2004, "Allocation the Costs of Reactive Power Purchased in an Ancillary Service Market by Modified Y-bus Matrix Method", IEEE Transactions on Power System, vol. 19, no. 1, pp. 174-179.

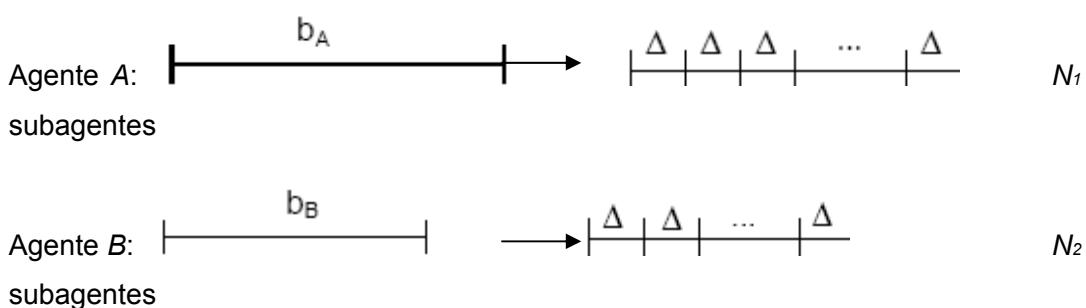
Wu F., Ni Y., Wei P., 2000, "Power Transfer Allocation for Open Access Using Graph Theory-Fundamentals and Applications in Systems without Loopflow", IEEE Transactions on Power Systems, vol. 15, no. 3, pp. 923-929.

Young H. P., 1994, "Cost Allocation, in Hanbook of Game Theory with Economic Applications", ELSEVIER.

## Apêndice A - Método de Aumann-Shapley

Para demonstrar a formulação matemática do método de Aumann-Shapley, consideram-se dois agentes  $A$  e  $B$ , por exemplo, com montantes  $b_A$  e  $b_B$  de utilização de um determinado serviço [Marzano, 1998].

O método de Aumann-Shapley baseia-se na premissa de que cada agente pode ser composto de diversos subagentes com mesmo montante de utilização do serviço ( $\Delta$ ). Assim, considera-se que os agentes  $A$  e  $B$  sejam repartidos em  $N_1$  e  $N_2$  subagentes distintos, respectivamente:



Definindo  $N = N_1 + N_2$  como o número total de subagentes obtidos, estes poderiam ser combinados de várias maneiras possíveis. Cada uma dessas combinações pode ser interpretada como um “caminho” no espaço bidimensional, desde o ponto anterior à entrada dos agentes até o ponto onde os dois agentes  $A$  e  $B$  já entraram. A Figura A.1 ilustra o caminho  $ABA$ , considerando os subagentes  $N_1 = 2$  e  $N_2 = 1$ .

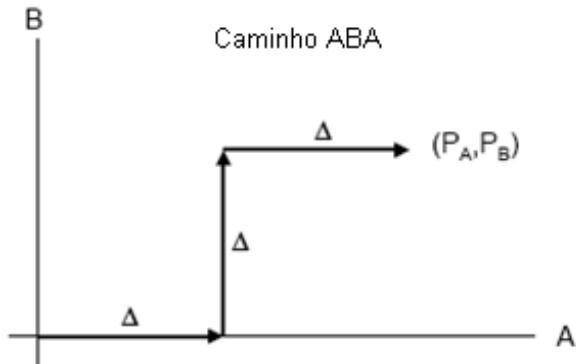


Figura A.1 - Caminho ABA

Para cada caminho  $\alpha$  obtido a partir das combinações dos subagentes, um custo marginal médio é obtido. Por exemplo, o custo marginal médio para o caminho mostrado na Figura A-1 seria:

$$\tilde{\pi}_A^\alpha = \frac{\left( \frac{\partial c}{\partial x}(\Delta, 0) \cdot \Delta + \frac{\partial c}{\partial x}(2\Delta, \Delta) \cdot \Delta \right)}{P_A} \quad (\text{A.1})$$

$$\tilde{\pi}_B^\alpha = \frac{\left( \frac{\partial c}{\partial y}(\Delta, \Delta) \cdot \Delta \right)}{P_B} \quad (\text{A.2})$$

Os coeficientes finais são obtidos como a média dos custos marginais médios de todos os caminhos:

$$\tilde{\pi}_A = \frac{\sum_{\alpha} \tilde{\pi}_A^\alpha}{N_\alpha} \quad (\text{A.3})$$

$$\tilde{\pi}_B = \frac{\sum_{\alpha} \tilde{\pi}_B^\alpha}{N_\alpha} \quad (\text{A.4})$$

Observa-se que (A.3) e (A.4) podem ser vistos como o valor esperado de uma variável aleatória em função de uma distribuição discreta. Além disso, quando

o montante de serviço dos subagentes tende a zero ( $\Delta \rightarrow 0$ ), o número de subagentes tende ao infinito ( $N, N_1, N_2 \rightarrow \infty$ ).

Para obter o limite, deve-se computar  $\tilde{\pi}_A$  e  $\tilde{\pi}_B$  em uma forma não seqüencial. Seleciona-se um ponto no espaço bidimensional  $(\tau_A, \tau_B)$ , tal que  $0 \leq \tau_A \leq P_A$  e  $0 \leq \tau_B \leq P_B$ . Definindo  $k_1 = \tau_A / \Delta$  e  $k_2 = \tau_B / \Delta$ , o número de caminhos que passam por  $(k_1\Delta, k_2\Delta)$  e  $((k_1+1)\Delta, k_2\Delta)$  seria:

$$\binom{k_1 + k_2}{k_1} \cdot \binom{N - (k_1 + k_2) - 1}{N_1 - k_1 - 1} = N(k_1, k_2) \cdot \frac{N_1 + k_1}{N - (k_1 + k_2)} \quad (\text{A.5})$$

onde:

$$N(k_1, k_2) = \binom{k_1, k_2}{k_1} \cdot \binom{N_1 - (k_1 + k_2)}{N_1 - k_1} \quad (\text{A.6})$$

Agora  $\tilde{\pi}_A$  pode ser reescrito como:

$$\tilde{\pi}_A = \frac{1}{P_A} \cdot \sum_{(k_1, k_2)} \frac{N_1 - k_1}{N_1 - (k_1 + k_2)} \cdot \frac{N(k_1, k_2)}{N_\alpha} \cdot \frac{\partial C}{\partial x}(k_1\Delta, k_2\Delta) \Delta \quad (\text{A.7})$$

Ou, fazendo  $k = k_1 + k_2$ :

$$\tilde{\pi}_A = \frac{1}{P_A} \cdot \sum_{k=1}^N \sum_{k_1=1}^k \frac{N_1 - k_1}{N - k} \cdot \frac{N(k_1, k - k_1)}{N_\alpha} \cdot \frac{\partial C}{\partial x}(k_1\Delta, (k - k_1)\Delta) \Delta \quad (\text{A.8})$$

Verifica-se que:

$$\frac{N(k_1, k - k_1)}{N_\alpha} = \frac{\binom{k}{k_1} \cdot \binom{N - k}{N_1 - k_1}}{\binom{N}{N_1}} = \frac{\binom{N_1}{k_1} \cdot \binom{N - N_1}{k - k_1}}{\binom{N}{k}} \quad (\text{A.9})$$

é a distribuição hipergeométrica com parâmetros  $(N, N_1, k)$ . Fazendo  $p = N_1/N = P_A/(P_A + P_B)$ , sabe-se que quando  $N, N_1, N_2 \rightarrow \infty$ , mantendo-se  $p$  constante, a distribuição hipergeométrica se aproxima da distribuição binomial com parâmetros  $(k, p)$  [Larson, 1982].

Como:

$$\frac{N_1 - k_1}{N - k} \rightarrow \frac{N_1}{N}, \quad \text{quando } N, N_1 \rightarrow \infty$$

Então:

$$\tilde{\pi}_A = \frac{1}{P_A} \cdot \frac{N_1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N \sum_{k_1=1}^k \binom{k}{k_1} \cdot p^{k_1} \cdot (1-p)^{k-k_1} \cdot \frac{\partial c}{\partial x}(k_1\Delta, (k - k_1)\Delta) \Delta \quad (\text{A.10})$$

A partir da definição de  $k, k_1, k_2$ :

$$\begin{aligned} & \sum_{k_1=1}^k \binom{k}{k_1} \cdot p^{k_1} \cdot (1-p)^{k-k_1} \cdot \frac{\partial c}{\partial x}(k_1\Delta, (k - k_1)\Delta) = \\ & \sum_{k_1=1}^k \binom{k}{k_1} \cdot p^{k_1} \cdot (1-p)^{k-k_1} \cdot \frac{\partial c}{\partial x}\left(k_1 \frac{\tau}{k}, (k - k_1) \frac{\tau}{k}\right) = \\ & E_{S_k} \left[ \frac{\partial c}{\partial x} \left( \frac{S_k}{k} \tau, (1 - \frac{S_k}{k}) \tau \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

onde:

$$\tau = \tau_A + \tau_B$$

$S_k$  : soma de  $k$  variáveis independentes com função de distribuição de Bernoulli, com probabilidade de sucesso  $p$ ;

$E_{S_k} [.]$ : valor esperado em relação à variável  $S_k$ .

Da lei dos grandes números [Larson, 1982]:

$$\frac{S_k}{k} \rightarrow p, \text{ com probabilidade 1} \quad (\text{A.12})$$

Então, da continuidade de  $\frac{\partial c}{\partial x}$ , quando  $k \rightarrow \infty$ :

$$E_{S_k} \left[ \frac{\partial c}{\partial x} \left( \frac{S_k}{k} \tau, (1 - \frac{S_k}{k}) \tau \right) \right] \rightarrow \frac{\partial c}{\partial x} (p\tau, (1-p)\tau) = \frac{\partial c}{\partial x} (kp\Delta, (1-p)k\Delta) \quad (\text{A.13})$$

Com isto:

$$\tilde{\pi}_A = \frac{1}{P_A} \cdot \frac{N_1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N \frac{\partial c}{\partial x} (kp\Delta, (1-p)k\Delta) \Delta \quad (\text{A.14})$$

Como  $\Delta = P_A/N_1$ , então:

$$\tilde{\pi}_A = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N \frac{\partial c}{\partial x} \left( k \frac{P_A}{N}, k \frac{P_B}{N} \right) \quad (\text{A.15})$$

Finalmente, como  $N \rightarrow \infty$ :

$$\tilde{\pi}_A = \int_{t=0}^1 \frac{\partial c}{\partial x} (tP_A, tP_B) dt \quad (\text{A.16})$$

Da mesma forma, para o agente  $B$ :

$$\tilde{\pi}_B = \int_{t=0}^1 \frac{\partial c}{\partial y} (tP_A, tP_B) dt \quad (\text{A.17})$$

Onde  $\tilde{\pi}_A$  e  $\tilde{\pi}_B$  são chamados de custos unitários de Aumann-Shapley para os agentes  $A$  e  $B$ , respectivamente. Eles correspondem à média dos custos

marginais, quando os montantes de utilização do serviço crescem uniformemente de zero até seus valores finais.

Generalizando para  $n$  agentes, o custo que cabe a cada um utilizando-se a metodologia de Aumann-Shapley seria:

$$x_i = b_i \cdot \tilde{\pi}_i \quad (\text{A.18})$$

onde:

$$\tilde{\pi}_i = \int_{t=0}^1 \frac{\partial c}{\partial b_i}(tb) dt \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (\text{A.19})$$

$x_i$  : custo alocado para o agente  $i$ ;

$b_i$  : montante do serviço utilizado do agente  $i$ ;

$\tilde{\pi}_i$  : custo unitário de Aumann-Shapley para o agente  $i$ .