

4

Análise dimensional para determinação da frequência e fator de amplificação do pico máximo

A análise cuidadosa das equações que regem o escoamento pode fornecer informações sobre os parâmetros importantes e explicar o comportamento das curvas de resposta em frequência para situações limite.

Conforme exposto anteriormente, as equações que regem o escoamento são a equação da continuidade, eq. (1), a equação da conservação da quantidade de movimento linear, eq. (2) e a equação constitutiva do fluido Newtoniano, eq. (3).

$$\rho\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v}\right) - \nabla \cdot \mathbf{T} = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1)$$

$$\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + \mu[\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T] \quad (3)$$

Levando-se em conta a geometria do problema, é possível reescrever as equações em forma adimensional e assim definir quais são os parâmetros que governam o problema.

O componente x da equação da quantidade de movimento linear e a equação da continuidade podem ser escritas como:

$$\rho\left[\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y}\right] = \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{yx}}{\partial y} \quad ; \quad \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial u}{\partial x} \quad (104)$$

$$\text{onde } T_{xx} = -p + 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} \quad ; \quad T_{yx} = \mu\left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right] \quad (105)$$

Substituindo os componentes do tensor das tensões e assumindo que o componente y da velocidade é duas vezes deferenciável, $\frac{\partial^2 v}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y}$, obtém-se:

$$\rho \left[\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right] = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (106)$$

Da geometria e das condições de contorno do problema são retirados os fatores de escala para adimensionalizar o componente x da equação da conservação da quantidade de movimento linear.

$$u^* = \frac{u}{V} ; v^* = \frac{v}{\omega H_m} ; x^* = \frac{x}{L} ; y^* = \frac{y}{H} ; t^* = \frac{t}{(1/\omega)} ; p^* = \frac{p}{\beta} \quad (107)$$

onde V , ω , H_m foram definidos anteriormente como a velocidade do substrato, frequência e amplitude de oscilação da fresta, respectivamente. L , H são dimensões características nas direções x e y respectivamente.

A dúvida é como definir a escala apropriada para a variação da pressão, β . A análise de ordem de grandeza das parcelas da equação da conservação da quantidade de movimento ajuda na determinação do fator de escala apropriado para a pressão.

A idéia embutida na análise de ordem de grandeza é que uma equação sempre representa uma equivalência entre dois ou mais termos de mesma ordem de grandeza.

Em termos de ordem de grandeza, a equação da quantidade de movimento linear no componente x pode ser escrita como:

$$\rho \frac{V}{(1/\omega)} + \rho V \frac{V}{L} + \rho \omega H_m \frac{V}{H} = - \frac{\left(\beta - \frac{2\sigma}{H} \right)}{L} + \mu \frac{V}{L^2} + \mu \frac{V}{H^2} \quad (108)$$

onde β é a escala apropriada para medida da variação de pressão, que necessita ser definida. O primeiro termo à direita da igualdade inclui estimativa da pressão capilar resultante da curvatura na superfície livre, $2\sigma/H$.

Para prosseguir na determinação das parcelas dominantes, é necessário atribuir valores numéricos para cada parcela.

Tomando como exemplo a geometria da fig. (68) e as condições de processo da tab. (14).

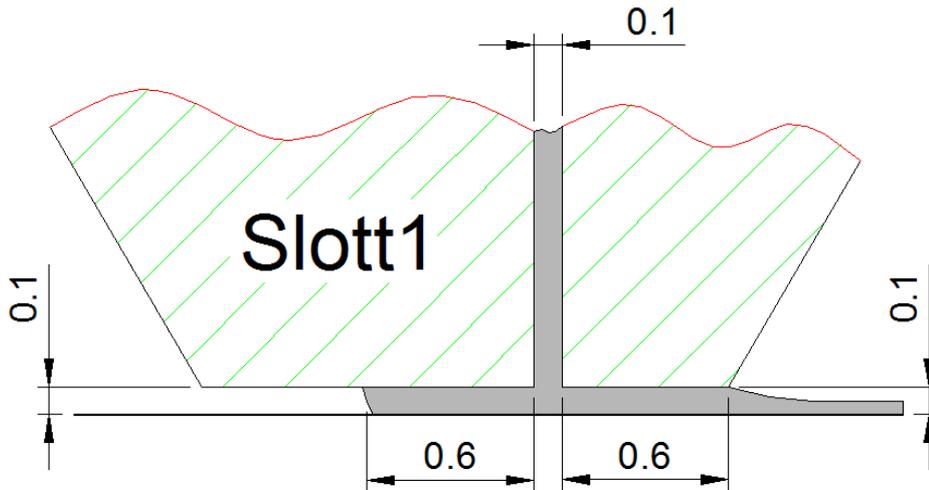


Figura 68 – Geometria base para análise dimensional

Tabela 14 – Parâmetros de processo para análise dimensional

| $Ca = \frac{\mu V}{\sigma}$ | $Re = \frac{\rho V H_d}{\mu}$ | P_{vac} (Pa) | V_w (m/min) | μ (cps) | ρ (Kg/l) | σ (dyn/cm) |
|-----------------------------|-------------------------------|-------------------|------------------|----------------|------------------|----------------------|
| 0,2 | 0,33 | -1300 | 6 | 30 | 1 | 15 |

Os fatores de escala geométricos em x e y para o caso base são definidos por:

$$L = L_d + X_{dcl} = 1,200mm \quad (109)$$

$$H = H_d = 0,100mm \quad (110)$$

A frequência considerada é a de pico máximo, $\omega = 50Hz$.

Substituindo os respectivos valores na eq. (108) acima e utilizando unidades compatíveis:

$$\rho \frac{V}{(1/\omega)} = 28280 ; \quad \rho V \frac{V}{L} = 8333 ; \quad \rho \omega H_m \frac{V}{H} = 2828 ; \quad \mu \frac{V}{L^2} = 2084 ;$$

$$\mu \frac{V}{H^2} = 300000 \quad (111)$$

Portanto, a parcela relativa ao gradiente de pressão tem de ser da mesma ordem de grandeza da parcela relativa à força viscosa, $O(10^5)$, para que haja um balanço entre os termos da equação da quantidade de movimento.

$$\frac{\left(\alpha - \frac{2\sigma}{H}\right)}{L} \sim \mu \frac{V}{H^2} \quad (112)$$

$$\alpha \sim \frac{\mu VL}{H^2} + \frac{2\sigma}{H} \quad (113)$$

Substituindo valores, chega-se ao fator de escala para a pressão nas condições mencionadas:

$$\alpha = 660 \text{ Pa} \quad (114)$$

Este valor para a escala de variação da pressão está coerente com a variação de pressão encontrada na simulação numérica do mesmo caso.

Conforme mostrado na fig. (69), a amplitude de variação da pressão em um ciclo de oscilação da fresta de revestimento sob a fresta de alimentação, que é região de maior variação de pressão, foi de 380 Pa.

Portanto o uso do fator de escala da eq. (113) é a escolha correta para adimensionalizar a variação de pressão quando a frequência de oscilação é próxima à frequência crítica.

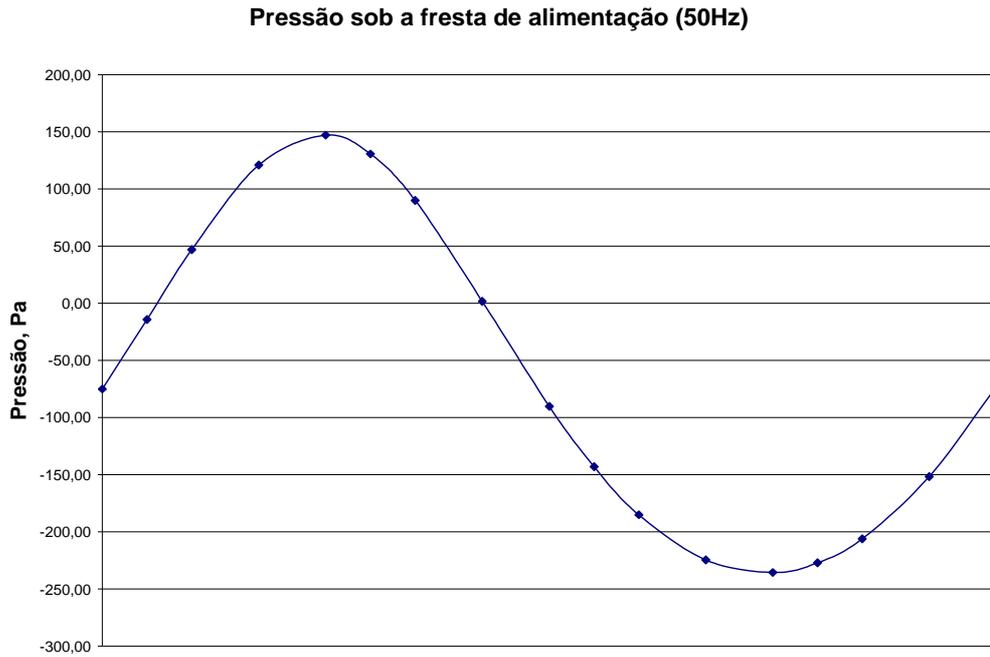


Figura 69 - Pressão sob a fresta de alimentação para a frequência de oscilação da fresta de revestimento em 50 Hz, amplitude de 0,010 mm, geometria da fig. (68) e parâmetros de processo da tab. (14)

Para frequências mais baixas, o fator de escala $\alpha \sim \mu \frac{VL}{H^2} + \frac{2\sigma}{H}$ continua apropriado, conforme análise de ordem de grandeza das parcelas da equação da conservação da quantidade de movimento para a frequência de 3 Hz.

$$\rho \frac{V}{(1/\omega)} = 1886 ; \quad \rho V \frac{V}{L} = 8333 ; \quad \rho \omega H_m \frac{V}{H} = 189 ; \quad \mu \frac{V}{L^2} = 2084 ;$$

$$\mu \frac{V}{H^2} = 300000 \quad (115)$$

Na simulação numérica, a variação de pressão durante um ciclo de oscilação da fresta de revestimento foi 285 Pa, conforme mostra a fig. (70).



Figura 70 – Pressão sob a fresta de alimentação para a frequência de oscilação da fresta de revestimento em 3 Hz, amplitude de 0,010 mm, geometria da fig. (68) e parâmetros de processo da tab. (14)

Desta simples análise de ordem de grandeza das parcelas do componente x da equação da conservação da quantidade de movimento linear, determina-se o fator de escala correto para a pressão quando a fresta de revestimento oscila entre frequências baixas até a frequência do pico máximo.

Outra informação importante é que, nas frequências acima mencionadas, o escoamento é determinado por um balanço entre as forças viscosas e de pressão.

Agora, é conveniente determinar o fator de escala da variação da pressão para altas frequências. Da mesma forma como foi feita a análise de ordem de grandeza para as frequências de 3 Hz e 50 Hz, faz-se o mesmo procedimento para a frequência de 320 Hz.

$$\rho \frac{V}{(1/\omega)} = 201200 ; \quad \rho V \frac{V}{L} = 8333 ; \quad \rho \omega H_m \frac{V}{H} = 20100 ; \quad \mu \frac{V}{L^2} = 2084 ;$$

$$\mu \frac{V}{H^2} = 300000 \quad (116)$$

Daí, nota-se que a parcela da aceleração local (relacionada com as forças inerciais) passa a ser da mesma ordem de grandeza da parcela relativa às forças

viscosas. É fácil verificar que, conforme a frequência de oscilação da fresta de revestimento aumenta, mais importante são as forças inerciais.

Portanto, no limite para altas frequências de oscilação, as forças de pressão devem balancear as forças inerciais.

$$\frac{\left(\alpha - \frac{2\sigma}{H}\right)}{L} \sim \rho \frac{V}{(1/\omega)} \quad (117)$$

$$\alpha \sim \frac{\rho VL}{(1/\omega)} + \frac{2\sigma}{H} \quad (118)$$

Substituindo-se valores numéricos chega-se ao fator de escala para a variação da pressão para a frequência de 320 Hz.

$$\alpha = 541 \text{ Pa} \quad (119)$$

Conforme simulação numérica, a variação de pressão durante um ciclo de oscilação da fresta de revestimento foi 385 Pa, conforme mostra a fig. (71).

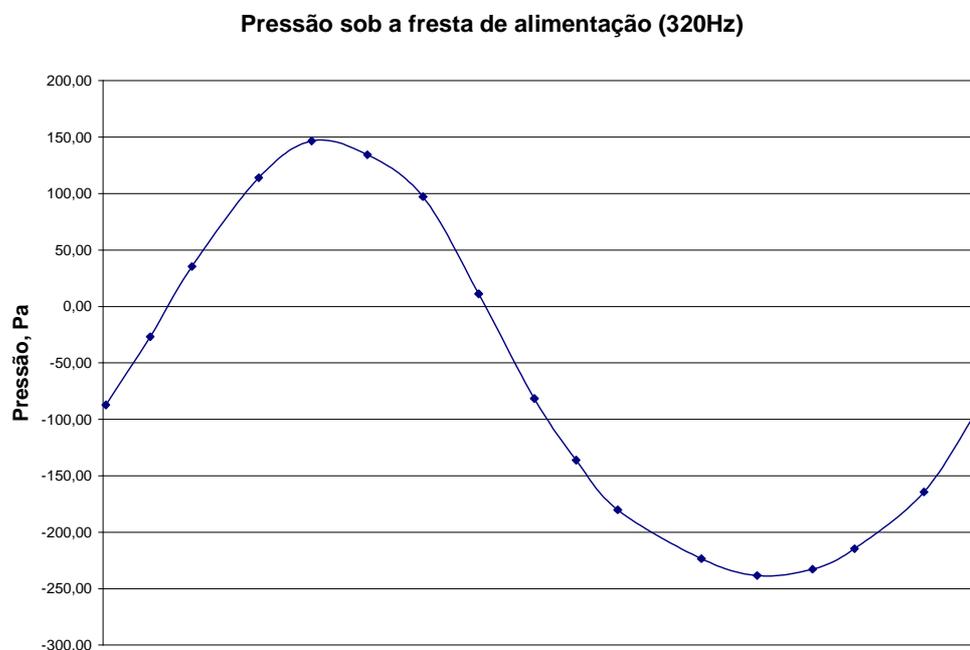


Figura 71 – Pressão sob a fresta de alimentação para a frequência de oscilação da fresta de revestimento em 320 Hz, amplitude de 0,010 mm, geometria da fig. (70) e parâmetros de processo da tab. (14)

Assim, o fator de escala $\alpha \sim \rho VL / (1/\omega) + 2\sigma/H$ é apropriado para adimensionalizar a variação de pressão para altas frequências de oscilação da fresta de revestimento.

Com todos os fatores de escala definidos, a forma adimensional do componente x da equação da conservação da quantidade de movimento para frequências baixas até a frequência do pico máximo pode ser desenvolvida da seguinte forma:

$$\rho \left[\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right] = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] \quad (120)$$

As variáveis adimensionais e suas derivadas são definidas como:

$$u^* = \frac{u}{V}; v^* = \frac{v}{\omega H_m}; x^* = \frac{x}{L}; y^* = \frac{y}{H}; t^* = \frac{t}{(1/\omega)}; p^* = \frac{p}{\left[\frac{\mu VL}{H^2} + \frac{2\sigma}{H} \right]} \quad (121)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{V}{(1/\omega)} \frac{\partial u^*}{\partial t^*}; \quad \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{V}{L} \frac{\partial u^*}{\partial x^*}; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{V}{L^2} \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}}; \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{V}{H} \frac{\partial u^*}{\partial y^*};$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{V}{H^2} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}; \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \left[\frac{\mu V}{H^2} + \frac{2\sigma}{HL} \right] \frac{\partial p^*}{\partial x^*} \quad (122)$$

Substituindo-se as variáveis adimensionais na equação do componente x da equação de conservação da quantidade de movimento e agrupando os coeficientes de maneira conveniente, chega-se a:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{H^2}{2v} \right) \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \left(\frac{H^2}{2v} \right) u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \left(\frac{H^2}{2v} \right) \left(\frac{H_m}{H} \right) v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = - \left[1 + \frac{2}{Ca} \left(\frac{H}{L} \right) \right] \frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \\ & + \left(\frac{H}{L} \right)^2 \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \end{aligned} \quad (123)$$

onde $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ é a viscosidade cinemática;

$Ca = \frac{\mu V}{\sigma}$ é o número de capilaridade;

σ é a tensão superficial do líquido.

Portanto, os 5 parâmetros adimensionais que regem o problema para frequências de oscilação baixas até a frequência do pico máximo são:

$$\Lambda^2 \equiv \frac{\left(\frac{H^2}{2\nu}\right)}{(1/\omega)} ; \quad \Gamma^2 \equiv \frac{\left(\frac{H^2}{2\nu}\right)}{(L/V)} ; \quad \left(\frac{H_m}{H}\right) ; \quad Ca ; \quad \left(\frac{H}{L}\right) \quad (124)$$

Conforme exposto por Romero & Carvalho (2008), Λ^2 é a relação entre o tempo característico de difusão de forças viscosas na espessura da fresta de revestimento, $(H^2/2\nu)$, pelo tempo característico do processo, $(1/\omega)$.

Pela observação da equação adimensional, conclui-se que quando o parâmetro Λ^2 tende a zero, o campo de velocidade tende a ficar independente do tempo. A vazão em qualquer seção, e por consequência a espessura, tendem a um valor constante, fazendo o fator de amplificação tender a zero.

Esta conclusão é observável em todas as simulações apresentadas na seção 3.3 quando a frequência de oscilação da fresta de revestimento tende a zero.

O parâmetro Γ^2 é a relação entre o tempo característico de difusão de forças viscosas na espessura da fresta de revestimento, $(H^2/2\nu)$, pelo tempo em que uma faixa transversal do substrato sofre cisalhamento ao passar pela fresta de revestimento, (L/V) .

O parâmetro (H_m/H) representa a amplitude de oscilação em relação à fresta de revestimento e (H/L) é o parâmetro geométrico característico do problema.

A adimensionalização da equação da continuidade e do componente y da equação da conservação da quantidade de movimento linear não dá maiores informações sobre o problema.

Para altas frequências de oscilação da fresta de revestimento, a adimensionalização do componente x da equação da conservação da quantidade de movimento fornece a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \frac{\left(\frac{H^2}{2\nu}\right)}{(1/\omega)} \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \frac{\left(\frac{H^2}{2\nu}\right)}{(L/V)} u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\left(\frac{H^2}{2\nu}\right)}{(1/\omega)} \left(\frac{H_m}{H}\right) v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = - \left[\frac{\left(\frac{H^2}{2\nu}\right)}{(1/\omega)} + \frac{2}{Ca} \left(\frac{H}{L}\right) \right] \frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \\ + \left(\frac{H}{L}\right)^2 \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \end{aligned} \quad (125)$$

Portanto, os mesmos parâmetros definidos anteriormente vão reger o problema a altas frequências.

4.1 Relação entre os parâmetros adimensionais

Com a determinação dos parâmetros adimensionais importantes para a solução do problema é possível, após o levantamento de dados experimentais ou de simulação numérica, estabelecer relações entre os mesmos.

4.1.2 Relação entre os parâmetros adimensionais na frequência de pico máximo

A tab. (15) apresenta os resultados das simulações numérica referente à frequência do pico máximo e o valor do fator de amplificação correspondente para várias geometrias, parâmetros de processo e propriedades do líquido revestido.

O objetivo da análise é criar um modelo para previsão da frequência do pico máximo. Para isto é necessário estabelecer uma correlação entre os parâmetros geométricos, de processo e propriedades do líquido revestido na frequência do pico máximo, o que pode ser obtido utilizando-se os parâmetros adimensionais que governam o problema.

Tabela 15 – Diferentes simulações numéricas com o valor da frequência do pico máximo e o fator de amplificação correspondente

| Geometria | Ca | Xdcl | Hu (mm) | Hd (mm) | Ld (mm) | Hm (mm) | μ/ρ (m ² /s) | ω pico (Hz) | F.A. (pico) |
|-----------|------|------|---------|---------|---------|---------|--------------------------------|--------------------|-------------|
| Slott1 | 0,60 | 0,38 | 0,066 | 0,066 | 0,600 | 0,003 | 0,00009 | 50 | 1,4625 |
| Slott1 | 0,67 | 0,31 | 0,070 | 0,070 | 0,600 | 0,005 | 0,00010 | 50 | 1,4690 |
| Slott1 | 0,80 | 0,28 | 0,072 | 0,072 | 0,600 | 0,001 | 0,00012 | 50 | 1,4665 |
| Slott1 | 0,67 | 0,08 | 0,130 | 0,130 | 0,600 | 0,008 | 0,00010 | 50 | 1,6747 |
| Slott1 | 0,80 | 0,60 | 0,100 | 0,100 | 0,600 | 0,010 | 0,00003 | 180 | 1,8175 |
| Slott1 | 1,60 | 0,60 | 0,100 | 0,100 | 0,600 | 0,010 | 0,00003 | 380 | 1,8165 |
| Slott1 | 0,20 | 1,00 | 0,100 | 0,100 | 0,600 | 0,010 | 0,00003 | 40 | 1,8434 |
| Slott1 | 0,40 | 0,47 | 0,062 | 0,062 | 0,600 | 0,001 | 0,00006 | 50 | 1,4705 |
| Slott1 | 0,40 | 0,60 | 0,100 | 0,100 | 0,600 | 0,010 | 0,00003 | 90 | 1,7783 |
| Slott1 | 1,07 | 0,14 | 0,140 | 0,140 | 0,600 | 0,020 | 0,00016 | 40 | 1,7362 |
| Slott1 | 1,07 | 0,21 | 0,076 | 0,076 | 0,600 | 0,003 | 0,00016 | 50 | 1,4637 |
| Slott1D1 | 0,20 | 0,20 | 0,100 | 0,100 | 0,300 | 0,010 | 0,00003 | 40 | 1,7404 |
| Slott1D1 | 1,07 | 0,50 | 0,140 | 0,140 | 0,300 | 0,020 | 0,00016 | 30 | 1,9523 |
| Slott1D3 | 0,20 | 0,60 | 0,100 | 0,100 | 1,200 | 0,010 | 0,00003 | 50 | 1,5996 |
| Slott1WG | 0,05 | 0,60 | 0,120 | 0,120 | 0,600 | 0,010 | 0,00003 | 40 | 1,5948 |
| Slott1WWG | 0,05 | 0,60 | 0,200 | 0,200 | 0,600 | 0,010 | 0,00003 | 40 | 1,4904 |
| Slott1WWG | 0,20 | 0,60 | 0,200 | 0,200 | 0,600 | 0,010 | 0,00003 | 40 | 1,7040 |
| Slott2 | 0,93 | 0,45 | 0,190 | 0,140 | 0,600 | 0,008 | 0,00014 | 50 | 1,7329 |
| Slott2 | 0,60 | 0,89 | 0,118 | 0,068 | 0,600 | 0,003 | 0,00009 | 60 | 1,2185 |
| Slott2 | 0,93 | 0,59 | 0,124 | 0,074 | 0,600 | 0,001 | 0,00014 | 60 | 1,2580 |
| Slott2 | 0,40 | 1,18 | 0,114 | 0,064 | 0,600 | 0,001 | 0,00006 | 60 | 1,1900 |
| Slott2 | 1,20 | 0,26 | 0,200 | 0,150 | 0,600 | 0,020 | 0,00018 | 40 | 1,6917 |
| Slott2 | 1,20 | 0,43 | 0,128 | 0,078 | 0,600 | 0,003 | 0,00018 | 50 | 1,2802 |
| Slott2D1 | 0,93 | 0,30 | 0,190 | 0,140 | 0,300 | 0,020 | 0,00014 | 40 | 1,8138 |
| Slott2D1 | 0,05 | 0,60 | 0,150 | 0,100 | 0,300 | 0,010 | 0,00003 | 40 | 1,5906 |
| Slott2D1 | 0,05 | 0,20 | 0,150 | 0,100 | 0,300 | 0,010 | 0,00003 | 40 | 1,4680 |
| Slott2D1 | 1,20 | 0,18 | 0,200 | 0,150 | 0,300 | 0,008 | 0,00018 | 30 | 1,7843 |
| Slott2U | 1,33 | 0,23 | 0,110 | 0,160 | 0,600 | 0,020 | 0,00020 | 40 | 1,7305 |
| Slott2U | 1,33 | 0,03 | 0,030 | 0,080 | 0,600 | 0,005 | 0,00020 | 50 | 1,7717 |

Para cálculo dos adimensionais Λ^2 , Γ^2 , (H_m/H) e (H/L) é necessário definir o comprimento característico na direção x (L) e na direção y (H). Algumas possibilidades estão na tab. (16).

Tabela 16 – Opções para os comprimentos característicos L e H

| L | H |
|---------|--------------|
| Ld | Hd |
| Ld+Xdcl | (Hd+Hu)/2 |
| | Max{Hd, Hu} |
| | Min {Hd, Hu} |

Uma forma de definir os comprimentos característicos apropriados é testar cada opção e verificar em qual destas o ajuste do método dos mínimos quadrados aos dados existentes apresenta o melhor desempenho.

Como o parâmetro Λ^2 é o único que relaciona a frequência de oscilação, ele é o parâmetro dependente e a relação procurada é da forma:

$$\Lambda^2 = a(\Gamma^2)^b \left(\frac{H_m}{H}\right)^c (Ca)^d \left(\frac{H}{L}\right)^e \quad (126)$$

Aplicando o logaritmo natural nos dois lados da igualdade acima, chega-se aos coeficientes que devem ser ajustados pelo método dos mínimos quadrados.

$$\ln \Lambda^2 = \ln a + b \ln(\Gamma^2) + c \ln\left(\frac{H_m}{H}\right) + d \ln(Ca) + e \ln\left(\frac{H}{L}\right) \quad (127)$$

Assumindo inicialmente:

$$L = L_d$$

$$H = H_d \quad (128)$$

Os parâmetros adimensionais do problema calculados segundo as dimensões características, eq. (128), referente a cada um dos casos da tab. (15), encontram-se na tab. (17).

Tabela 17 – Parâmetros do problema calculados com as dimensões características $L=L_d$ e $H=H_d$

| Geometria | Ca | Xdcl | ω pico (Hz) | F.A. (pico) | A^2 | Γ^2 | Hm/H | H/L |
|-----------|------|------|--------------------|-------------|--------|------------|-------|-------|
| Slott1 | 0,60 | 0,38 | 50 | 1,4625 | 0,0076 | 0,0040 | 0,045 | 0,110 |
| Slott1 | 0,67 | 0,31 | 50 | 1,4690 | 0,0077 | 0,0041 | 0,071 | 0,117 |
| Slott1 | 0,80 | 0,28 | 50 | 1,4665 | 0,0068 | 0,0036 | 0,014 | 0,120 |
| Slott1 | 0,67 | 0,08 | 50 | 1,6747 | 0,0265 | 0,0141 | 0,062 | 0,217 |
| Slott1 | 0,20 | 1,00 | 40 | 1,8434 | 0,0419 | 0,0278 | 0,100 | 0,167 |
| Slott1 | 0,40 | 0,47 | 50 | 1,4705 | 0,0101 | 0,0053 | 0,016 | 0,103 |
| Slott1 | 1,07 | 0,14 | 40 | 1,7362 | 0,0154 | 0,0102 | 0,143 | 0,233 |
| Slott1 | 1,07 | 0,21 | 50 | 1,4637 | 0,0057 | 0,0030 | 0,039 | 0,127 |
| Slott1D1 | 0,20 | 0,20 | 40 | 1,7404 | 0,0419 | 0,0556 | 0,100 | 0,333 |

| | | | | | | | | |
|-----------|------|------|----|--------|--------|--------|-------|-------|
| Slott1D1 | 1,07 | 0,50 | 30 | 1,9523 | 0,0115 | 0,0204 | 0,143 | 0,467 |
| Slott1D3 | 0,20 | 0,60 | 50 | 1,5996 | 0,0524 | 0,0139 | 0,100 | 0,083 |
| Slott1WG | 0,05 | 0,60 | 40 | 1,5948 | 0,0603 | 0,0400 | 0,083 | 0,200 |
| Slott1WWG | 0,05 | 0,60 | 40 | 1,4904 | 0,1676 | 0,1111 | 0,050 | 0,333 |
| Slott1WWG | 0,20 | 0,60 | 40 | 1,7040 | 0,1676 | 0,1111 | 0,050 | 0,333 |
| Slott2 | 0,93 | 0,45 | 50 | 1,7329 | 0,0220 | 0,0117 | 0,057 | 0,233 |
| Slott2 | 0,60 | 0,89 | 60 | 1,2185 | 0,0097 | 0,0043 | 0,044 | 0,113 |
| Slott2 | 0,93 | 0,59 | 60 | 1,2580 | 0,0074 | 0,0033 | 0,014 | 0,123 |
| Slott2 | 0,40 | 1,18 | 60 | 1,1900 | 0,0129 | 0,0057 | 0,016 | 0,107 |
| Slott2 | 1,20 | 0,26 | 40 | 1,6917 | 0,0157 | 0,0104 | 0,133 | 0,250 |
| Slott2 | 1,20 | 0,43 | 50 | 1,2802 | 0,0053 | 0,0028 | 0,038 | 0,130 |
| Slott2D1 | 0,93 | 0,30 | 40 | 1,8138 | 0,0176 | 0,0233 | 0,143 | 0,467 |
| Slott2D1 | 0,05 | 0,60 | 40 | 1,5906 | 0,0419 | 0,0556 | 0,100 | 0,333 |
| Slott2D1 | 0,05 | 0,20 | 40 | 1,4680 | 0,0419 | 0,0556 | 0,100 | 0,333 |
| Slott2D1 | 1,20 | 0,18 | 30 | 1,7843 | 0,0118 | 0,0208 | 0,053 | 0,500 |
| Slott2U | 1,33 | 0,23 | 40 | 1,7305 | 0,0161 | 0,0107 | 0,125 | 0,267 |
| Slott2U | 1,33 | 0,03 | 50 | 1,7717 | 0,0050 | 0,0027 | 0,063 | 0,133 |

A aplicação do método dos mínimos quadrados sobre os dados fornece a eq. (129).

$$\Lambda^2 = 0,5(\Gamma^2)^{1,06} \left(\frac{H_m}{H}\right)^{-0,0012} (Ca)^{0,0335} \left(\frac{H}{L}\right)^{-0,832} \quad (129)$$

A eq. (129) é válida para a seguinte faixa de valores dos parâmetros.

$$0,005 \leq \Lambda^2 \leq 0,40$$

$$0,0027 \leq \Gamma^2 \leq 0,22$$

$$0,00009 \leq \Lambda^2 \left(\frac{H_m}{H}\right) \leq 0,04$$

$$1,2 \leq \left[1 + \frac{2}{Ca} \left(\frac{H}{L}\right)\right] \leq 14,4$$

$$0,083 \leq \left(\frac{H}{L}\right) \leq 0,50 \quad (130)$$

O resumo da análise estatística é apresentado na tab. (18). O valor-P é uma medida da importância do parâmetro na relação com o valor do parâmetro Λ^2 para a determinação da frequência do pico máximo. Valores P menores que 0,050 indicam forte relação entre as variáveis.

O indicador R^2 está relacionado à grandeza dos resíduos em relação ao modelo linear do método dos mínimos quadrados. Valores de R^2 mais próximos de 1 indicam regressões com menores resíduos. Tanto os valores P como R^2 foram obtidos com o uso do *software* estatístico Minitab.

Tabela 18 – Resumo da análise estatística para $L=L_d$ e $H=H_d$

| Parâmetro | Valor – P | R^2 |
|-------------|-----------|-------|
| Γ^2 | 0,000 | 0,969 |
| (H_m / H) | 0,988 | |
| Ca | 0,474 | |
| (H / L) | 0,000 | |

O resumo da qualidade do ajuste para diferentes dimensões características é apresentado na tab. (19). Pelos resultados acima, os fatores de escala para x e y que melhoram a qualidade do ajuste do modelo aos dados são:

$$L = L_d + X_{dcl}$$

$$H = \text{Min}\{H_d, H_u\} \quad \text{ou} \quad H = H_d \quad (131)$$

Tabela 19 – Resumo da qualidade do ajuste para todas as dimensões características testadas

| Dimensões características | R^2 |
|--|-------|
| $L = L_d ; H = H_d$ | 0,969 |
| $L = L_d + X_{dcl} ; H = H_d$ | 0,971 |
| $L = L_d + X_{dcl} ; H = (H_d + H_u) / 2$ | 0,966 |
| $L = L_d + X_{dcl} ; H = \text{Max}\{H_d, H_u\}$ | 0,949 |
| $L = L_d + X_{dcl} ; H = \text{Min}\{H_d, H_u\}$ | 0,971 |
| $L = L_d + X_{dcl} ; H = H_u$ | 0,966 |

Por uma questão de escolha, o fator de escala $H = \text{Min}\{H_d, H_u\}$ foi adotado para y .

Neste caso, a expressão mais adequada para predição da frequência crítica de oscilação da fresta de revestimento é:

$$\Lambda^2 = 0,61(\Gamma^2)^{1,14} \left(\frac{H_m}{H}\right)^{-0,148} (Ca)^{0,0234} \left(\frac{H}{L}\right)^{-0,775} \quad (132)$$

$$\Lambda^2 \equiv \frac{\left(\frac{H^2}{2\nu}\right)}{(1/\omega)} ; \quad \Gamma^2 \equiv \frac{\left(\frac{H^2}{2\nu}\right)}{(L/V)}$$

Com a faixa de validade da expressão acima dentro dos seguintes limites:

$$0,0007 \leq \Lambda^2 \leq 0,4$$

$$0,0004 \leq \Gamma^2 \leq 0,11$$

$$0,00009 \leq \Lambda^2 \left(\frac{H_m}{H}\right) \leq 0,04$$

$$1,08 \leq \left[1 + \frac{2}{Ca} \left(\frac{H}{L}\right)\right] \leq 9,0$$

$$0,036 \leq \left(\frac{H}{L}\right) \leq 0,31 \quad (133)$$

A análise estatística com os valores-P e R^2 estão mostrados na tab. (20). O valor-P de 0,643 para o parâmetro Ca indica que sua relação com a frequência do pico máximo não é estatisticamente significativa. Por outro lado, os parâmetros Γ^2 e (H/L) estão fortemente relacionados à frequência do pico máximo.

Tabela 20 – Resumo da análise estatística para $L=L_d+X_{dcl}$ e $H=Min\{H_d,H_u\}$

| Parâmetro | Valor – P | R ² |
|-------------|-----------|----------------|
| Γ^2 | 0,000 | 0,971 |
| (H_m / H) | 0,049 | |
| Ca | 0,643 | |
| (H / L) | 0,000 | |

4.1.3

Relação entre os parâmetros adimensionais e o fator de amplificação no pico máximo

Da mesma forma que foi determinada uma expressão para prever a frequência do pico máximo da oscilação da fresta de revestimento, pode-se utilizar a metodologia e dados para a previsão do fator de amplificação nesta frequência.

Inicia-se com a determinação dos fatores de escala apropriados para x e y . O resumo da qualidade do ajuste para todas as situações apresentadas está mostrado na tab. (21):

Tabela 21 – Resumo da qualidade do ajuste para todas as dimensões características testadas

| Dimensões Características | R ² |
|---|----------------|
| $L = L_d ; H = H_u$ | 0,771 |
| $L = L_d + X_{dcl} ; H = H_d$ | 0,727 |
| $L = L_d + X_{dcl} ; H = (H_d + H_u) / 2$ | 0,745 |
| $L = L_d + X_{dcl} ; H = Max\{H_d, H_u\}$ | 0,546 |
| $L = L_d + X_{dcl} ; H = Min\{H_d, H_u\}$ | 0,735 |
| $L = L_d + X_{dcl} ; H = H_u$ | 0,771 |

Pelos resultados acima, os fatores de escala para x e y que melhoram a qualidade do ajuste do modelo aos dados são:

$$L = L_d \quad \text{ou} \quad L = L_d + X_{dcl}$$

$$H = H_u \tag{134}$$

Por uma questão de escolha, o fator de escala para x foi definido como $L = L_d$.

Neste caso, a expressão mais adequada para predição do fator de amplificação na frequência crítica de oscilação da fresta de revestimento é:

$$\left(\frac{h_m}{H_m} \right) = 2,38(\Lambda^2)^{-0,112} (\Gamma^2)^{0,146} \left(\frac{H_m}{H} \right)^{0,103} (Ca)^{0,0377} \left(\frac{H}{L} \right)^{-0,0643} \tag{135}$$

Com a faixa de validade da expressão acima dentro dos seguintes limites:

$$0,0007 \leq \Lambda^2 \leq 0,4$$

$$0,0004 \leq \Gamma^2 \leq 0,11$$

$$0,00009 \leq \Lambda^2 \left(\frac{H_m}{H} \right) \leq 0,04$$

$$1,08 \leq \left[1 + \frac{2}{Ca} \left(\frac{H}{L} \right) \right] \leq 13,0$$

$$0,048 \leq \left(\frac{H}{L} \right) \leq 0,42 \tag{136}$$

A tab. (22) apresenta os valores-P e R^2 . Neste caso, o parâmetro (H/L) não se mostrou estatisticamente significativo para a determinação do fator de amplificação no pico máximo.

Tabela 22 – Resumo da análise estatística para $L=L_d$ e $H=H_u$

| Parâmetro | Valor – P | R ² |
|-------------|-----------|----------------|
| Λ^2 | 0,055 | 0,771 |
| Γ^2 | 0,029 | |
| (H_m / H) | 0,000 | |
| Ca | 0,016 | |
| (H / L) | 0,191 | |