5
Apreçamento de ESOs com preço de exercício fixo

Este capítulo irá explorar os principais modelos de apreçamento das ESOs utilizados hoje em dia. Nestes modelos a regra de decisão é estruturada em torno da maximização do valor esperado do *payoff* da opção. Será apresentado o modelo de Black e Scholes (1973) e Merton (1973) para apreçamento de opções européias, o binomial tradicional para opções americanas desenvolvido por Cox, Ross e Rubinstein. (1979) e o modelo binomial de Hull e White (2004).

5.1
Modelo de Black e Scholes (1973) e Merton (1973)

Black e Scholes revolucionaram a teoria moderna de finanças em seu seminal artigo publicado em 1973. Nele, apresentaram uma solução analítica para o apreçamento de uma opção financeira européia que não paga dividendos. O valor da opção é dado por:

$$C_t^{BS} = S_t N(d_1^{BS}) - Xe^{-r\cdot\tau} N(d_2^{BS}) \quad \dots (1)$$

Onde:

$d_1^{BS} = \dfrac{\ln\left(S_t / X\right) + \left(r + \frac{1}{2}\cdot\sigma^2\right)\cdot\tau}{\sigma\cdot\sqrt{\tau}}$;

$d_2^{BS} = d_1^{BS} - \sigma\cdot\sqrt{\tau}$;

S_t = preço da ação;

X = preço de exercício da opção (*strike price*);

T = a vida da opção;

τ = tempo de vida restante $(T-t)$;

σ = volatilidade da ação subjacente;

r = taxa contínua de juros livre de risco.

Como na prática a maioria das ações paga dividendos, Merton (1973) efetuou um pequeno ajuste na fórmula:

$$C_t^{BSM} = S_t e^{-q\tau} N(d_1^{BSM}) - Xe^{-r \cdot \tau} N(d_2^{BSM}) \ldots (2)$$

Onde:

$$d_1^{BSM} = \frac{\ln\left(S_t / X \right) + \left(r - q + 1/2 \cdot \sigma^2 \right) \cdot \tau}{\sigma \cdot \sqrt{\tau}};$$

$$d_2^{BSM} = d_1^{BSM} - \sigma \cdot \sqrt{\tau};$$

Q = dividendos por ação pagos dividido pelo preço da ação (*dividend yield*).

Foi visto na Tabela 1 que mais da metade das empresas pesquisadas utilizam o modelo de Black e Scholes (1973) e Merton (1973) para apreçar seus planos de opções, ainda que quase que a totalidade desses planos seja de opções americanas, indexadas ou com alguma outra particularidade que o modelo BSM não contemple. Será visto mais a frente que esta prática pode gerar imprecisões relevantes nos valores informados pelas empresas em suas demonstrações financeiras. Mesmo assim, devido a sua fácil utilização, este modelo é amplamente utilizado.

5.2
Modelo de Cox, Ross e Rubinstein (1979) para opção americana

O modelo binomial, inicialmente proposto por Cox, Ross e Rubinstein (1979), apresenta um algoritmo simples para apreçar opções financeiras. Por conta de sua simplicidade, foi rapidamente adotado pelo mercado. Este modelo está baseado na suposição de que em um intervalo de tempo Δt muito pequeno, o preço da ação poderá ser aproximado de forma discreta, seguindo apenas duas possíveis trajetórias: subir por um fator u ou descer por um fator d.

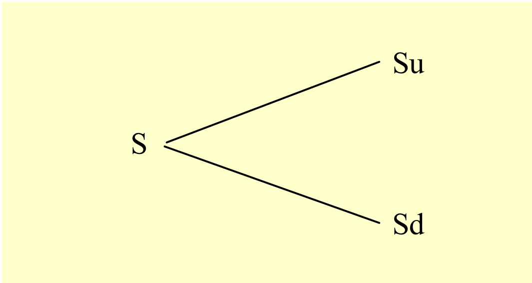

Figura 8 - Trajetórias possíveis para a ação

Definidas as variáveis da seção anterior, sejam agora as seguintes variáveis adicionais:

u = fator de crescimento do preço da ação;

d = fator de queda do preço da ação;

p^* = probabilidade neutra ao risco de aumento no preço da ação.

Temos que o espaço de tempo entre cada período é $\Delta t = \frac{T}{N}$, onde N é igual ao número de passos da árvore binomial. Ainda, o fator de ajuste u é definido por $u = e^{\sigma\sqrt{\Delta t}}$ para que a distribuição probabilística de resultados seja lognormal. De modo a obter uma árvore recombinante, teremos que $u = \frac{1}{d}$. Por fim, a probabilidade neutra ao risco é obtida da seguinte maneira: $p^* = \frac{e^{(r-q)\cdot\Delta t} - d}{u - d}$.

O valor da opção americana no tempo t e no nó i pela regra de decisão é:

$$C_{t,i}^{CRR} = máx\left\{S_{t,i} - X, e^{-r\cdot\Delta t} \cdot [p^* \cdot C_{t+1,i+1} + (1-p^*) \cdot C_{t+1,i}]\right\} \ldots (3)$$

Na maturidade a regra de decisão é dada por:

$$C_{T,i}^{CRR} = máx\left\{S_{T,i} - X, 0\right\} \ldots (4)$$

Se este modelo for utilizado para apreçar uma opção européia, prova-se matematicamente que na medida em que o intervalo de tempo tender a zero

($\Delta t \to 0$), o resultado convergirá para a solução analítica de Black e Scholes (1973) e Merton (1973).

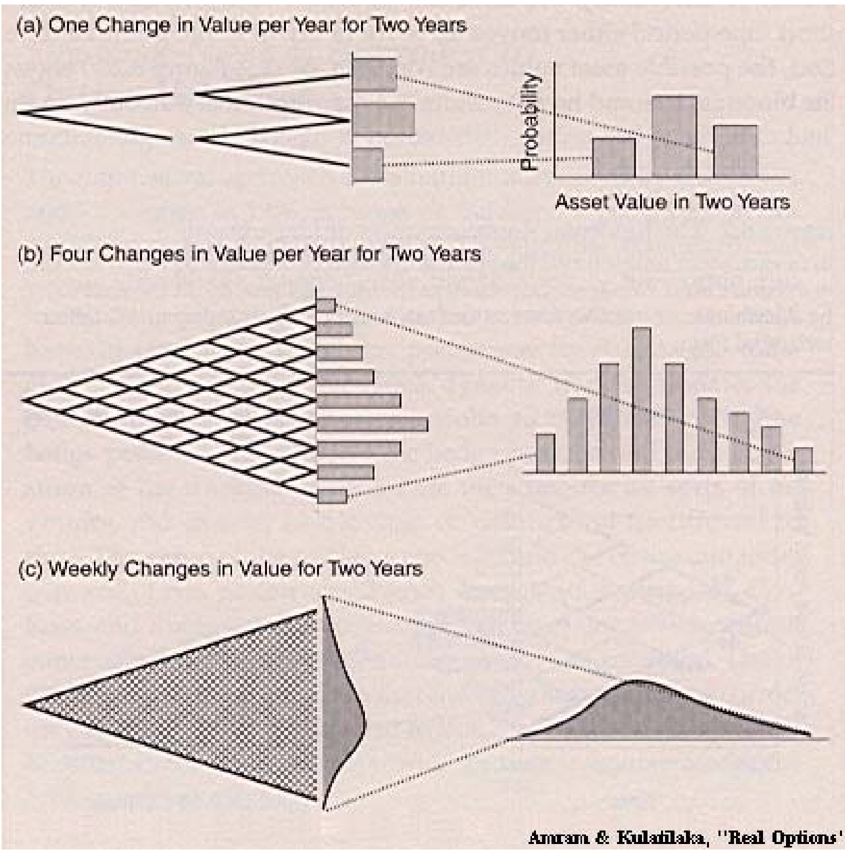

Figura 9 - Distribuições do modelo binomial

Fonte: Amran e Kulatilaka (1999).

A figura anterior ilustra este ponto. Enquanto o número de passos da árvore binomial é pequeno (de modo que Δt é grande), a distribuição das possíveis trajetórias é discreta. O aumento gradual do número de passos (e a conseqüente diminuição de Δt) faz com que a distribuição seja cada vez mais parecida com uma variável aleatória contínua. No limite, quando o número de passos tender a infinito, a distribuição obtida será a lognormal (contínua), exatamente a distribuição suposta no modelo analítico de Black e Scholes (1973) e Merton (1973).

Conforme visto anteriormente, as normas contábeis permitem a utilização tanto do modelo binomial quanto o Black e Scholes (1973) e Merton (1973). Como ESOs apresentam diferenças em relação a opções financeiras, o modelo binomial mostra-se superior por permitir a possibilidade de ajuste de características próprias das ESOs (como por exemplo, o fato desta opção tornar-se americana após a carência), enquanto o modelo de BSM foi concebido para apreçar opções européias. Há que se tomar cuidado com um aspecto, no entanto. A flexibilidade do modelo binomial permite a elaboração de algoritmos dos mais diversos, alguns dos quais não necessariamente convergem para uma solução estável. Na medida em que o número de passos tende a infinito, é fundamental verificar a convergência do modelo de modo a obter soluções confiáveis.

5.3
Modelo de Hull e White (2004)

Este modelo trouxe uma evolução em relação aos modelos anteriores, pois tem como objetivo incorporar duas importantes particularidades de ESOs:

i. **Exercício antecipado**: este fenômeno é considerado no modelo com a introdução de um múltiplo, M. O exercício da ESO ocorrerá sempre que o preço da ação for maior ou igual a um múltiplo do preço de exercício. Os autores introduzem o conceito de preço de "gatilho" da opção, acima do qual o funcionário está disposto a exercer sua opção.

ii. **Taxa de cancelamentos**: este modelo considera explicitamente que alguns funcionários deixarão a empresa ao longo da vida da opção. Para tanto, é introduzida uma taxa de cancelamentos, ω, aplicada nos períodos antes e depois da carência.

Para os autores, tanto M quanto ω podem ser estimados a partir de dados históricos da empresa. A regra de decisão funciona da seguinte forma:

- Para $t > v$ e $S_{t,i} > X \cdot M$ (carência terminou e múltiplo e foi alcançado):

$$C_{t,i}^{HW} = máx\{S_{t,i} - X, 0\} \ldots (5)$$

- Para $t > v$ e $S_{t,i} < X \cdot M$ (carência terminou e múltiplo não e foi alcançado):

$$C_{t,i}^{HW} = (1-\omega\cdot\Delta t)\cdot e^{-r\cdot\Delta t}\cdot[p^{*}\cdot C_{t+1,i+1} + (1-p^{*})\cdot C_{t+1,i}] + \omega\cdot\Delta t\cdot máx\{S_{t,i} - X, 0\} \ldots (6)$$

- Para $t < v$ (carência ainda não terminou):

$$C_{t,i}^{HW} = (1-\omega\cdot\Delta t)\cdot e^{-r\cdot\Delta t}\cdot[p^{*}\cdot C_{t+1,i+1} + (1-p^{*})\cdot C_{t+1,i}] \ldots (7)$$

Este modelo trata a ESO como uma opção de barreira discreta monitorada, pois a condição para exercício é definida pelo múltiplo, ou seja, a opção será exercida toda vez que o valor das ações atingir *M*. Para os autores, no entanto, este modelo tem uma limitação, pois o múltiplo *M* é apenas uma medida aproximada da política de exercício dos funcionários. Isso porque a estimação de *M* considera que os funcionários são idênticos com relação a sua política de exercício, quando na realidade há diferenças; i.e. indivíduos mais jovens podem ter um gatilho mais baixo por conta de maiores necessidades de liquidez, enquanto executivos mais experientes estabelecem um preço mais alto para o exercício. Ainda, para um dado indivíduo, o múltiplo pode variar com o tempo, ser correlacionado com o desempenho da empresa ou da economia, por exemplo.