9
Referências Bibliográficas

ACHENBACK, J.D. **Wave propagation in elastic solids.** Elsevier, Netherlands, 1993.

AMARATUNGA, K.; WILLIAMS, J. R. **Wavelet-Galerkin solutions for one-dimensional partial differential equations.** International Journal of Numerical Methods, vol. 37, p. 2703-2716, 1994.

ASSAN, A. E. **Método dos Elementos Finitos:** primeiros passos. São Paulo: Editora da Unicamp, 1999.

BARNETT, S; STOREY, C. **Matrix methods in stability theory.** London: Nelson, 1970

BASU, P. K. et al. **Higher-order modeling of continua by finite-element, boundary-element, meshless and wavelet methods.** Computer and Mathematics with Applications, vol. 46, p. 15-33, 2003.

BATHE, K. J. **Finite element procedures.** Prentice Hall, USA, 1996.

BAZANT, Z. P.; CEDOLIN, L. **Stability of structures:** elastic, inelastic, fracture, and damage theories. New York: Oxford University Press, 1991.

BESORA, J. **Galerkin Wavelet Method for global waves in 1D.** Dissertação de Mestrado, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2004.

BEYLKIN, G.; COIFMAN, R.; ROKHLIN, V. **Fast wavelet transforms and numerical algorithms**. Communications on Pure and Applied Mathematics, vol. 44, p. 141-183, 1991.

BEYLKIN, G. **On the representation of operators in bases of compactly supported wavelets.** SIAM Journal of Numerical Analysis, vol. 6, pp. 1716-1740, 1992.

BLANCO, R. M. **Um método adaptativo de diferenças finitas utilizando wavelets.** Dissertação de Mestrado, Departamento de Matemática Aplicada, UNICAMP, 2002.

BURGOS, R. B. **Avaliação de cargas críticas e comportamento pós-crítico inicial de pórticos planos.** Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, PUC-RJ, 2005.

BURRUS, C. S.; GOPINATH, R. A.; GUO, H. **Introduction to wavelets and wavelet transforms.** Prentice-Hall, New Jersey, USA, 1998.

CASTRO JR., A. A. **Curso de teoria da medida.** IMPA, 2004.

CHAPMAN, S. J. **Programação em MATLAB para engenheiros.** Pioneira Thomson Learning, São Paulo, 2003.

CHEN, W. F.; LUI, E. M. **Structural stability:** theory and implementation. New York: Elsevier, 1987.

CHUI, C. K. **An introduction to wavelets.** Academic Press, Boston, EUA, 1992.

CLOUGH, R. W.; PENZIEN, J. **Dynamics of structures.** McGraw-Hill, USA, 1975.

COOK, R. D.; MALKUS, D. S.; PLESHA, M. E. **Concepts and applications of finite element analysis.** New York: Wiley, 1989.

CROLL, J. G. A.; WALKER, A. C. **Elements of structural stability.** London: MacMillan, 1972.

DAUBECHIES, I. **Orthonormal bases of compactly supported wavelets.** Communications in Pure and Applied Mathematics, vol. 41, p. 909-996, 1988.

DAUBECHIES, I. **Ten lectures on wavelets.** SIAM, Philadelphia, EUA, 1992.

DESLAURIERS, G.; DUBUC, S. **Symmetric iterative interpolation processes.** Constructive Approximation, vol. 5, p. 49-68, 1989.

DONOHO, D. L. **Interpolating wavelet transforms.** Department of Statistics, Stanford University, 1992.

FAIRWEATHER, G. **Finite element Galerkin methods for differential equations**. New York: M. Dekker, 1978.

FUJII, M.; HOEFER, W. J. R. **Interpolating wavelet collocation method of time dependent Maxwell's equations.** Journal of Computational Physics, vol. 186, p. 666-689, 2003.

GOSWAMI, J. C.; CHAN, A. K. **Fundamentals of wavelets.** John Wiley & Sons, USA, 1999.

HAAR, A. **On the theory of orthogonal function systems.** Mathematische Annalen, vol. 69, p. 331-371, 1910.

HARBRECHT, H.; KONIK, M.; SCHNEIDER, R. **Fully discrete wavelet Galerkin schemes**. Engineering Analysis with Boundary Elements, vol. 27, p. 423-437, 2003.

HO, S. L.; YANG, S. Y. **Wavelet-Galerkin method for solving parabolic equations in finite domains.** Finite Elements in Analysis and Design, vol. 37, p. 1023-1037, 2001.

HOLUB, J. R. **Riesz bases and positive operators on Hilbert space**. International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences, vol. 18, p. 1173-1174, 2003.

HORNE, M. R.; MERCHANT, W. **The stability of frames.** London: Pergamon Press Ltd, 1965.

JIN, F.; YE, T. Q. **Instability analysis of prismatic members by wavelet-Galerkin method.** Advances in Engineering Software, vol. 30, p. 361-367, 1999.

KANE, C. et al. **Variational integrators and the Newmark algorithm for conservative and dissipative mechanical systems.** California Institute of Technology, 1999.

KELLY, K. R.; WARD, R. W.; TREITEL, S.; ALFORD, R. M. **Synthetic seismograms:** a finite-difference approach. Geophysics, vol. 41, p. 2-27, 1976.

KHAN, A. S.; HUANG, S. **Continuum theory of plasticity**. New York: J. Wiley, 1995.

KOLSKY, H. **Stress waves in solids**. Dover, USA, 1963.

KRISHNA, K. G.; SHRIKHANDE, M. **Wavelet basis finite element method for solution of engineering problems.** Department of Earthquake Engineering, Indian Institute of Technology Roorkee, Uttaranchal, India, 2006.

LATTO, A.; RESNIKOFF, L.; TENENBAUM, E. **The evaluation of connection coefficients of compactly supported wavelets.** Proceedings of the French-USA Workshop on Wavelets and Turbulence, Princeton, NY, Springer-Verlag, 1992.

LIMA, P. C. **Wavelets, uma introdução.** Departamento de Matemática, ICEX, UFMG, 2003.

LIN, E. B.; ZHOU, X. **Connection coefficients on an interval and wavelet solutions of Burgers equation.** Journal of Computational and Applied Mathematics, vol. 135, p. 63-78, 2001.

LIN, W.; KOVVALI, N.; CARIN, L. **Direct algorithm for computation of derivatives of the Daubechies basis functions.** Applied Mathematics and Computation, vol. 170, p. 1006-1013, 2005.

LIPPERT, R. A.; ARIAS, T. A.; EDELMAN, A. **Multiscale computation with interpolating wavelets.** Journal of Computational Physics, vol. 140, p. 278-310, 1998.

LU, D.; OHYOSHI, T.; ZHY, L. **Treatment of boundary conditions in the application of wavelet-Galerkin method to a SH wave problem.** Akita University, Japan, 1996.

MA, J.; XUE, J.; YANG, S.; HE, Z. **A study of the construction and application of a Daubechies wavelet-based beam element.** Finite Elements in Analysis and Design, vol. 39, p. 965-975, 2003.

MALEKNEJAD, K.; YOUSEFI, M.; NOURI, K. **Computational methods for integrals involving functions and Daubechies wavelets.** Applied Mathematics and Computation, vol. 189, p. 1828-1840, 2007.

MALLAT, S. G. **A theory for multiresolution signal decomposition:** the wavelet representation. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence 11, vol. 7, p. 674-693, 1989.

MALLAT, S. G. **Multiresolution approximations and wavelet orthonormal bases for L^2.** Transactions of the American Mathematical Society, vol. 315 p. 69-87, 1989.

MALLAT, S. G. **A wavelet tour of signal processing.** Academic Press, 1999.

MATTOS, J. R. L.; LOPES, E. P. **A wavelet Galerkin method applied to partial differential equations with variable coefficients.** Proceedings of the Fifth Mississippi State Conference on Differential Equations and Computational Simulations, Electronic Journal of Differential Equations, Conference 10, p. 211-225, 2003.

MEYER, Y. **Wavelets:** algorithms and applications. SIAM, EUA, 1993.

MINETTO, R. D. S. R. **Transformadas wavelets:** teoria e aplicações em análise de imagens digitais. Departamento de Ciência da Computação, UFPR, 2005.

NGUYEN, V. P.; RABCZUK, T.; BORDAS, S.; DUFLOT, M. **Meshless methods**: a review and computer implementation aspects. Mathematics and Computers in Simulation, vol. 79, p. 763-813, 2008.

PAZ, M. **Structural Dynamics:** theory and computation. New York: Chapman & Hall, 1997.

PEREIRA, A. J.; CASTILHO, J. E. **Um estudo comparativo entre a análise de Fourier e análise wavelet.** FAMAT em Revista, nº. 5, p. 13-20, 2005.

QIAN, S; WEISS, J. **Wavelets and the numerical solution of partial differential equations.** Journal of Computational Physics, vol. 106, p. 155-175, 1993.

RAO, S. S. **Mechanical vibrations.** Pearson Prentice-Hall, NJ, 2004.

REKACH, V. G. **Static theory of thin-walled space structures.** Moscow, 1978.

RIBEIRO, P; PETYT, M. **Non-linear vibration of beams with internal resonance by the hierarchical finite-element method.** Journal of Sound and Vibration, vol. 224, p. 591-624, 1999.

ROMINE, C. H.; PEYTON, B. W. **Computing connection coefficients of compactly supported wavelets on bounded intervals.** Mathematical Sciences Section, Oak Ridge National Laboratory, TN, USA, 1997.

SENGUPTA, T. K.; TALLA, S. B.; PRADHAN, S. C. **Galerkin finite element methods for wave problems.** Sādhanā, vol. 30, p. 611-623, 2005.

SHI, Z.; KOURI, D. J.; WEI, G. W.; HOFFMAN, D. K. **Generalized symmetric interpolating wavelets.** Computer Physics Communications, vol. 119, p. 194-218, 1999.

SOUZA, E. M.; PAGAMISSE, A.; MONICO, J. F. G.; POLEZEL, W. G. C. **Comparação das bases de wavelets ortonormais e biortogonais.** Tendências em Matemática Aplicada e Computacional, vol. 8, p. 149-158, 2007.

STRANG, G.; FIX, G. J. **An analysis of the finite element method**. Englewood Cliffs, N. J.: Prentice-Hall, Inc., 1973.

STRANG, G.; NGUYEN, T. **Wavelets and filter banks.** Wellesley-Cambridge Press, USA, 1996.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. E. **Theory of elastic stability.** McGraw Hill, NY, 1961.

WALNUT, D. F. **An introduction to wavelet analysis.** Birkhäuser, Boston, EUA, 2002.

WANG, C. M.; WANG, C. Y.; REDDY, J. N. **Exact solutions for buckling of structural members.** CRC Press, NY, 2005.

WASZCZYSZYN, Z; CHICHON, C; RADWANSKA, M. **Stability of structures by finite element methods.** Amsterdam: Elsevier, 1994.

WEAVER, W., GERE, J.M. **Matrix analysis of framed structures**, New York: D. Van Nostrand Company, 1980.

WEAVER, W., JOHNSTON, P.R. – **Finite elements for structural analysis**, New Jersey: Prentice-Hall, 1984

ZHOU, X.; ZHANG, W. **The evaluation of connection coefficients on an interval.** Communications in Nonlinear Science & Numerical Simulation, vol. 3, p. 252-255, 1998.

Apêndice A
Implementação Computacional

Para a formulação dos elementos finitos baseados em wavelets de Daubechies e interpolets de Deslauriers-Dubuc é de fundamental importância o cálculo correto dos coeficientes de conexão e dos valores das wavelets, interpolets e suas derivadas nos pontos de interesse.

Uma vez obtidos os coeficientes de conexão, estes podem ser armazenados para serem utilizados *a posteriori* no cálculo das matrizes de rigidez, geométrica, de massa e no vetor de carregamentos nodais. Os valores das funções wavelet e interpolet e suas derivadas nos pontos de interesse serão utilizados na matriz de transformação do espaço wavelet para o espaço físico. Tais valores serão exatos quando os graus de liberdade do elemento estiverem sobre uma malha diádica. Caso isso não ocorra, o valor no ponto de interesse será aproximado pelo algoritmo piramidal de geração das wavelets e interpolets com um número de iterações adequado.

Tanto os algoritmos para a obtenção das derivadas e integrais quanto aqueles que calculam os coeficientes de conexão baseiam-se em problemas de autovalor cuja solução é feita única a partir de equações adicionais, como pode ser visto no segundo capítulo. Por essa razão, os sistemas resultam em matrizes retangulares, cujas pseudo-inversas devem ser calculadas. O número necessário de equações adicionais depende do posto da matriz original do problema de autovalor.

Toda a implementação foi realizada com o auxílio do programa MATLAB (Chapman, 2003), cujos códigos podem ser encontrados no Apêndice A. O programa já conta com algumas rotinas específicas para a análise wavelet, como o cálculo dos coeficientes de filtro, por exemplo. Foram escritas rotinas específicas para o cálculo de momentos, derivadas, integrais e coeficientes de conexão para as funções wavelet de Daubechies e interpolets de Deslauriers-Dubuc, além da obtenção dos valores das funções em pontos específicos da malha diádica, necessários para a matriz de transformação de espaços.

O algoritmo para o cálculo dos coeficientes de conexão para matrizes de rigidez, de massa e geométrica é baseado no problema de autovalor dado pela seguinte expressão:

$$(\mathbf{A} - \frac{1}{2^{d_1+d_2-1}}\mathbf{I})\mathbf{\Lambda}^{\mathbf{d_1,d_2}} = 0$$

O vetor que contem os coeficientes de conexão tem $(N-1)^2$ componentes, sendo N a ordem da wavelet de Daubechies. Para o caso das interpolets de Deslauriers-Dubuc, o número de coeficientes de conexão é dado por $(2N-2)^2$.

Apesar de serem indexados por *i* e *j*, como uma matriz, os coeficientes de conexão são organizados na forma de um vetor para que o algoritmo possa ser implementado conforme as expressões obtidas anteriormente. Posteriormente, para a formação das matrizes dos elementos, o vetor solução do sistema é reordenado a partir dos seus índices originais.

Pela maneira como são calculados os coeficientes de conexão, pode-se deduzir que a matriz dos coeficientes de conexão pela é simétrica, ou seja, $\Lambda_{i,j}^{d_1,d_2} = \Lambda_{j,i}^{d_2,d_1}$. Essa propriedade pode ser aproveitada para reduzir o custo computacional.

$$\mathbf{\Lambda}^{\mathbf{d_1,d_2}} = \begin{Bmatrix} \Lambda_{1,1}^{d_1,d_2} \\ \Lambda_{1,2}^{d_1,d_2} \\ \vdots \\ \Lambda_{2,1}^{d_1,d_2} \\ \Lambda_{2,2}^{d_1,d_2} \\ \vdots \\ \Lambda_{N-1,N-1}^{d_1,d_2} \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \Lambda_{1,1}^{d_1,d_2} & \Lambda_{1,2}^{d_1,d_2} & \cdots & \Lambda_{1,N-1}^{d_1,d_2} \\ \Lambda_{2,1}^{d_1,d_2} & \Lambda_{2,2}^{d_1,d_2} & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Lambda_{N-1,1}^{d_1,d_2} & \cdots & \cdots & \Lambda_{N-1,N-1}^{d_1,d_2} \end{bmatrix}$$

A matriz **A** segue a mesma lógica de formação do vetor de coeficientes de conexão, ou seja, é uma matriz que tem quatro índices de formação. A justificativa para essa indexação está na expressão dos coeficientes de conexão que se encontra na Seção 2.7.5.

$$\mathbf{A}_{i,j:k,l} = a_{k-2i}a_{l-2j} + a_{k-2i+1}a_{l-2j+1}$$

O vetor que contem os coeficientes de filtro deve ser estendido com zeros à esquerda e à direita, pois à medida que o algoritmo percorre os quatro índices i, j, l e k podem surgir termos que não pertencem ao conjunto de filtros da função wavelet em questão.

$$\mathbf{a} = \{0 \quad \cdots \quad 0 \quad a_0 \quad a_1 \quad \cdots \quad a_{N-1} \quad 0 \quad \cdots \quad 0\}$$

Após a inserção da matriz **A** no sistema deve-se calcular o posto da matriz resultante e adicionar tantas equações de momento quanto sejam necessárias para tornar o sistema determinado.

$$\sum_i \sum_j M_i^k M_j^k \Lambda_{i,j}^{d_1,d_2} = \frac{(k!)^2}{(k-d_1)!(k-d_2)!(2k-d_1-d_2+1)}$$

Para cada valor de k, existe uma equação adicional para o sistema. Uma vez obtidas as equações adicionais necessárias, resolve-se o sistema resultante a partir do cálculo da pseudo-inversa da matriz do problema. O programa MATLAB dispõe de uma função chamada *Backslash Solver* que resolve sistemas representados por matrizes retangulares.

Apêndice B
Aplicação a Placas Finas

Uma placa fina de espessura t tem seu comportamento à flexão modelado segundo a seguinte equação diferencial:

$$D\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}\right)=q(x,y),\quad D=\frac{Et^3}{12\left(1-\nu^2\right)}$$

O deslocamento w(x,y) é modelado por wavelets bidimensionais que são formadas por produtos entre as wavelets unidimensionais:

$$w(x,y)=\sum_i\sum_j d_{ij}\,\phi(x-i)\,\phi(y-j)$$

Substituindo as expressões das derivadas pode-se escrever:

$$D\left[\sum_{i,j} d_{ij}\left(\phi^{\mathrm{IV}}(x-i)\,\phi(y-j)+2\phi''(x-i)\,\phi''(y-j)+\phi(x-i)\,\phi^{\mathrm{IV}}(y-j)\right)\right]=q(x,y)$$

Após multiplicar por $\phi(x-p)\,\phi(y-q)$ (base de funções teste) e integrar em x e y no intervalo [0,1], as integrais em x e y podem ser separadas e escritas em forma de coeficientes de conexão. O sistema pode ser, então, colocado em forma matricial:

$$\mathbf{k}\mathbf{d}=\mathbf{f}$$

$$\mathbf{k}=D\left(\boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{00}}_{[0,2^m]}\otimes\boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{04}}_{[0,2^m]}+2\boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{02}}_{[0,2^m]}\otimes\boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{02}}_{[0,2^m]}+\boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{04}}_{[0,2^m]}\otimes\boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{00}}_{[0,2^m]}\right)$$

$$\mathbf{f}=\int_0^1 q(x)\,\boldsymbol{\Phi}^T dx$$

O símbolo $\otimes$ indica o produto de Kronecker. Para a adaptação ao método proposto, os coeficientes de conexão devem ser reescritos, gerando a seguinte matriz de rigidez:

$$\mathbf{k} = D\Big[\boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{00}}_{[0,2^m]} \otimes \boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{22}}_{[0,2^m]} + \nu\left(\boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{20}}_{[0,2^m]} \otimes \boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{02}}_{[0,2^m]} + \boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{02}}_{[0,2^m]} \otimes \boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{20}}_{[0,2^m]}\right) +$$
$$+ \boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{22}}_{[0,2^m]} \otimes \boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{00}}_{[0,2^m]} + 2\left(1-\nu^2\right)\boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{11}}_{[0,2^m]} \otimes \boldsymbol{\Gamma}^{\mathbf{11}}_{[0,2^m]}\Big]$$

Com a utilização da matriz de rigidez acima, pode-se impor apenas as condições de contorno essenciais, como feito anteriormente para problemas unidimensionais.

Apêndice C
Exemplo de Montagem da Matriz dos Coeficientes de Conexão

O coeficiente de conexão com limites de integração genéricos é dado por:

$$\Gamma^{d_1,d_2}_{\substack{i,j\\ [a,b]}} = \int_a^b \varphi^{d_1}(x-i)\varphi^{d_2}(x-j)\,dx$$

Aplica-se procedimento semelhante ao que foi feito na dedução do coeficiente de conexão em [0,1] e chega-se a:

$$\Gamma^{d_1,d_2}_{\substack{i,j\\ [a,b]}} = \int_a^{a+1} \varphi^{d_1}(x-i)\varphi^{d_2}(x-j)\,dx + \int_{a+1}^{a+2} \varphi^{d_1}(x-i)\varphi^{d_2}(x-j)\,dx + \\ + \ldots + \int_{b-1}^{b} \varphi^{d_1}(x-i)\varphi^{d_2}(x-j)\,dx$$

$$\Gamma^{d_1,d_2}_{\substack{i,j\\ [a,b]}} = \int_0^1 \varphi^{d_1}(x-i+a)\varphi^{d_2}(x-j+a)\,dx + \int_0^1 \varphi^{d_1}(x-i+a+1)\varphi^{d_2}(x-j+a+1)\,dx + \\ + \ldots + \int_0^1 \varphi^{d_1}(x-i+b-1)\varphi^{d_2}(x-j+b-1)\,dx$$

$$\Gamma^{d_1,d_2}_{\substack{i,j\\ [a,b]}} = \Gamma^{d_1,d_2}_{i-a,j-a} + \Gamma^{d_1,d_2}_{i-(a+1),j-(a+1)} + \ldots + \Gamma^{d_1,d_2}_{i-(b-1),j-(b-1)}$$

As equações seguintes mostram um exemplo para a DB4.

$$\begin{aligned} \Gamma^{d_1,d_2}_{\substack{i,j\\ [0,2]}} &= \int_0^2 \varphi^{d_1}(x-i)\varphi^{d_2}(x-j)\,dx \\ &= \int_0^1 \varphi^{d_1}(x-i)\varphi^{d_2}(x-j)\,dx + \int_0^1 \varphi^{d_1}(x-i+1)\varphi^{d_2}(x-j+1)\,dx \\ &= \Gamma^{d_1,d_2}_{i,j} + \Gamma^{d_1,d_2}_{i-1,j-1} \end{aligned}$$

Os índices *i* e *j* variam segundo as translações necessárias para cobrir todo o intervalo de integração. No caso do exemplo, *i* e *j* variam entre *2-N* e *1* para as Daubechies; para as Interpolets, *i* e *j* ficam entre *2-N* e *N*.

Pode-se notar a semelhança existente entre o processo de obtenção da matriz de coeficientes de conexão genéricos e a montagem de uma matriz global de elementos finitos. Para cada elemento i,j da matriz de coeficientes em [0,2] haverá a contribuição dos elementos i,j e i-1,j-1 da matriz em [0,1]. Essas matrizes funcionariam analogamente às matrizes global e local de um sistema de elementos finitos.

Como exemplo, tomaremos os coeficientes de conexão 0,1 da DB4 nos intervalos [0,2] e [0,3]:

$$\Gamma^{01}_{\substack{i,j\\[0,2]}} = \int_0^2 \varphi(x-i)\varphi'(x-j)\,dx, \quad \Gamma^{01}_{\substack{i,j\\[0,3]}} = \int_0^3 \varphi(x-i)\varphi'(x-j)\,dx$$

Tomamos a matriz "local" formada pelos coeficientes de conexão no intervalo [0,1].

$$\Gamma^{0,1}_{i,j} = \int_0^1 \varphi(x-i)\varphi'(x-j)\,dx, \quad \mathbf{\Gamma^{0,1}} = \begin{bmatrix} -0.0670 & 0.1503 & -0.0833 \\ 0.3497 & -0.8660 & 0.5163 \\ 0.0833 & -1.0163 & 0.9330 \end{bmatrix}$$

Para o cálculo da matriz em [0,2] a matriz em [0,1] será somada com ela própria deslocada de uma linha e uma coluna:

$$\mathbf{\Gamma}^{\mathbf{01}}_{[0,2]} = \begin{bmatrix} -0.0670 & 0.1503 & -0.0833 & 0 \\ 0.3497 & -0.8660 & 0.5163 & 0 \\ 0.0833 & -1.0163 & 0.9330 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0670 & 0.1503 & -0.0833 \\ 0 & 0.3497 & -0.8660 & 0.5163 \\ 0 & 0.0833 & -1.0163 & 0.9330 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0.0670 & 0.1503 & -0.0833 & 0 \\ 0.3497 & -0.9330 & 0.6667 & -0.0833 \\ 0.0833 & -0.6667 & 0.0670 & 0.5163 \\ 0 & 0.0833 & -1.0163 & 0.9330 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Gamma}^{01}_{[0,3]} = \begin{bmatrix} -0.0670 & 0.1503 & -0.0833 & 0 & 0 \\ 0.3497 & -0.8660 & 0.5163 & 0 & 0 \\ 0.0833 & -1.0163 & 0.9330 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0670 & 0.1503 & -0.0833 & 0 \\ 0 & 0.3497 & -0.8660 & 0.5163 & 0 \\ 0 & 0.0833 & -1.0163 & 0.9330 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} +$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0670 & 0.1503 & -0.0833 \\ 0 & 0 & 0.3497 & -0.8660 & 0.5163 \\ 0 & 0 & 0.0833 & -1.0163 & 0.9330 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -0.0670 & 0.1503 & -0.0833 & 0 & 0 \\ 0.3497 & -0.9330 & 0.6667 & -0.0833 & 0 \\ 0.0833 & -0.6667 & 0 & 0.6667 & -0.0833 \\ 0 & 0.0833 & -0.6667 & 0.0670 & 0.5163 \\ 0 & 0 & 0.0833 & -1.0163 & 0.9330 \end{bmatrix}$$

Pode-se notar que a terceira linha da matriz é formada pelos coeficientes de conexão de Latto, ou seja, calculados em todo o suporte da wavelet. Isto acontece pois à medida que se aumenta o intervalo de integração, haverá coeficientes de conexão que serão integrados em todo o suporte da função. Pode-se dizer, portanto, que há um intervalo de integração a partir do qual uma linha base será repetida, o que também aconteceria em uma matriz global de elementos finitos de mesmas características (material, tamanho, etc.). Outra semelhança com o MEF é que a matriz de coeficientes de conexão genérico é "em banda", sendo a largura de banda dada pelo número de translações necessárias para abranger todo o suporte da wavelet.

$$\mathbf{\Gamma}^{\mathbf{01}}_{[0,4]} = \begin{bmatrix} -0.0670 & 0.1503 & -0.0833 & 0 & 0 & 0 \\ 0.3497 & -0.9330 & 0.6667 & -0.0833 & 0 & 0 \\ 0.0833 & -0.6667 & 0 & 0.6667 & -0.0833 & 0 \\ 0 & 0.0833 & -0.6667 & 0 & 0.6667 & -0.0833 \\ 0 & 0 & 0.0833 & -0.6667 & 0.0670 & 0.5163 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0833 & -1.0163 & 0.9330 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_j^{0,1} = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x)\varphi'(x-j)\,dx, \quad \mathbf{\Lambda}^{\mathbf{0,1}} = \{0.0833 \quad -0.6667 \quad 0 \quad 0.6667 \quad -0.0833\}$$