

4 Formulação dos Elementos Unidimensionais

Assim como é feito no MEF tradicional, o elemento de pórtico plano (ou de viga-coluna) é formulado com as hipótese de Euler-Bernoulli para barra esbelta, sendo ainda admitido que não haja relação entre os deslocamentos axiais e transversais. Desta forma, os deslocamentos axial e transversal podem ser interpolados por funções diferentes. No caso de MEF tradicional, são usados polinômios de primeiro grau para interpolar o deslocamento axial e polinômios de terceiro grau para o deslocamento transversal.

A seguir são apresentados os elementos de treliça e de viga baseados em funções wavelet e interpolet utilizados neste trabalho. Não há na literatura elementos unidimensionais formulados a partir de Interpolets. Esta é, portanto, uma das contribuições desta tese. O elemento de pórtico pode ser obtido a partir da combinação dos elementos de treliça e de viga.

4.1. Elemento de Treliça

Supondo que o deslocamento axial de uma barra de treliça seja designado por u , este pode ser aproximado por um somatório de funções de escala wavelet em coordenadas adimensionais, da seguinte forma:

$$u(\xi) = \sum_k \alpha_k \varphi(\xi - k), \quad \xi = \frac{x}{L} \quad (4.1)$$

O índice k varia segundo o tipo e a ordem da wavelet escolhida para a interpolação. Os coeficientes da aproximação da eq. (4.1) não são os deslocamentos em pontos específicos da barra e sim coeficientes de interpolação, já que a aproximação ainda se encontra no espaço das funções wavelet e não no espaço físico. Para realizar a transformação de espaços, devemos relacionar os graus de liberdade das funções wavelet com os graus de liberdade do elemento de

treliça. As wavelet da família Daubechies têm $N-1$ graus de liberdade e as Interpolets têm $2N-2$, sendo N a ordem da wavelet. Os graus de liberdade de um elemento de treliça são todos de deslocamento e dividem o elemento em $N-2$ segmentos para uma Daubechies e $2N-3$ segmentos para uma Deslauriers-Dubuc.

Supondo que utilizemos uma *DB4* (Daubechies de ordem $N=4$) para modelar um elemento de treliça, isso implica na existência de três graus de liberdade por elemento, ao contrário dos dois que existem num elemento de treliça tradicional. Como consequência, há valores de deslocamentos nodais para $\xi=0$, $\xi=0.5$ e $\xi=1$. Podemos, portanto, escrever a eq. (4.1) com os índices correspondentes.

$$u(\xi) = \sum_{k=-2}^0 \alpha_k \varphi(\xi - k) \quad (4.2)$$

O índice do somatório varia entre $k=-2$ e $k=0$ pela mesma razão já explicada anteriormente, ou seja, são estas as translações da wavelet *DB4* que contém o intervalo $[0,1]$ no seu suporte (domínio). Esta regra vale para toda a família Daubechies, ou seja, a interpolação dentro do intervalo $[0,1]$ sempre se dará entre os índices $k=2-N$ e $k=0$. No caso de uma Interpolet de Deslauriers-Dubuc os índices variam entre $k=2-N$ e $k=N-1$.

Com o auxílio da eq. (4.2), podemos obter os valores para os deslocamentos de cada grau de liberdade do elemento de treliça a partir da base de funções de escala de Daubechies.

$$u(0) = \sum_{k=-2}^0 \alpha_k \varphi(-k) = \alpha_{-2} \varphi(2) + \alpha_{-1} \varphi(1) + \alpha_0 \varphi(0) \quad (4.3)$$

$$u\left(\frac{1}{2}\right) = \sum_{k=-2}^0 \alpha_k \varphi\left(\frac{1}{2} - k\right) = \alpha_{-2} \varphi\left(\frac{5}{2}\right) + \alpha_{-1} \varphi\left(\frac{3}{2}\right) + \alpha_0 \varphi\left(\frac{1}{2}\right) \quad (4.4)$$

$$u(1) = \sum_{k=-2}^0 \alpha_k \varphi(1-k) = \alpha_{-2} \varphi(3) + \alpha_{-1} \varphi(2) + \alpha_0 \varphi(1) \quad (4.5)$$

As eqs. (4.3) a (4.5) podem ser condensadas em forma matricial.

$$\mathbf{u} = \mathbf{T} \boldsymbol{\alpha} \quad (4.6)$$

onde

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \varphi(2) & \varphi(1) & \varphi(0) \\ \varphi\left(\frac{5}{2}\right) & \varphi\left(\frac{3}{2}\right) & \varphi\left(\frac{1}{2}\right) \\ \varphi(3) & \varphi(2) & \varphi(1) \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

De maneira geral, pode-se escrever para as wavelets de Daubechies:

$$u\left(\frac{i}{N-2}\right) = \sum_{k=2-N}^0 \alpha_k \varphi\left(\frac{i}{N-2} - k\right) \quad i = 0, 1, \dots, N-2 \quad (4.8)$$

A matriz de transformação é obtida a partir da ordem N da função de escala pela seguinte expressão:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \varphi(N-2) & \varphi(N-3) & \dots & \varphi(0) \\ \varphi\left(N-2 + \frac{1}{N-2}\right) & \varphi\left(N-3 + \frac{1}{N-2}\right) & \dots & \varphi\left(\frac{1}{N-2}\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi(N-1) & \varphi(N-2) & \dots & \varphi(1) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Para as Interpolets de Deslauriers-Dubuc, valem as seguintes expressões:

$$u\left(\frac{i}{2N-3}\right) = \sum_{k=2-N}^{N-1} \alpha_k \varphi\left(\frac{i}{2N-3} - k\right) \quad i = 0, 1, \dots, 2N-3 \quad (4.10)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \varphi(N-2) & \varphi(N-3) & \dots & \varphi(1-N) \\ \varphi\left(N-2 + \frac{1}{2N-3}\right) & \varphi\left(N-3 + \frac{1}{2N-3}\right) & \dots & \varphi\left(\frac{1}{2N-3}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \varphi(N-1) & \varphi(N-2) & \dots & \varphi(2-N) \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

4.1.1. Funções de Forma Wavelet de Treliça

Para a formulação dos elementos propriamente ditos é necessário obter as funções de forma, ou seja, aquelas que interpolam o campo de deslocamentos do elemento a partir dos deslocamentos dos graus de liberdade individuais.

$$u(\xi) = \sum_i u_i N_i(\xi) \tag{4.12}$$

A partir da inversão da eq. (4.6) pode-se chegar a uma expressão para as funções de forma:

$$\mathbf{N}_u = \mathbf{\Phi T}^{-1}, \quad \Phi_k = \varphi(\xi - k) \tag{4.13}$$

A fig. (20) mostra as três funções de forma de um elemento de treliça modelado a partir de uma DB4. Pode-se notar que, ao contrário do que ocorreria no MEF tradicional, as funções de forma correspondentes aos deslocamentos dos extremos da barra não apresentam qualquer tipo de simetria entre si.

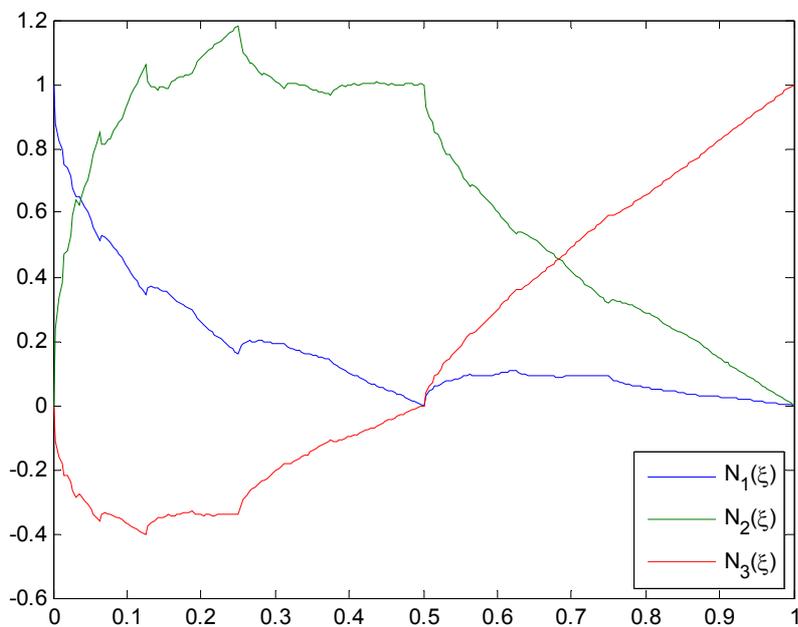


Figura 20 – Funções de forma de treliça baseadas na wavelet DB4

No caso de uma interpoleto IN4, as funções de forma são 6 e o elemento é dividido em 5 segmentos. A fig. (21) mostra as três primeiras funções de forma e

a fig. (22), as restantes. Nota-se que, neste caso, existe simetria entre as funções N_1 e N_6 , N_2 e N_5 e N_3 e N_4 (as funções simétricas entre si estão marcadas com a mesma cor).

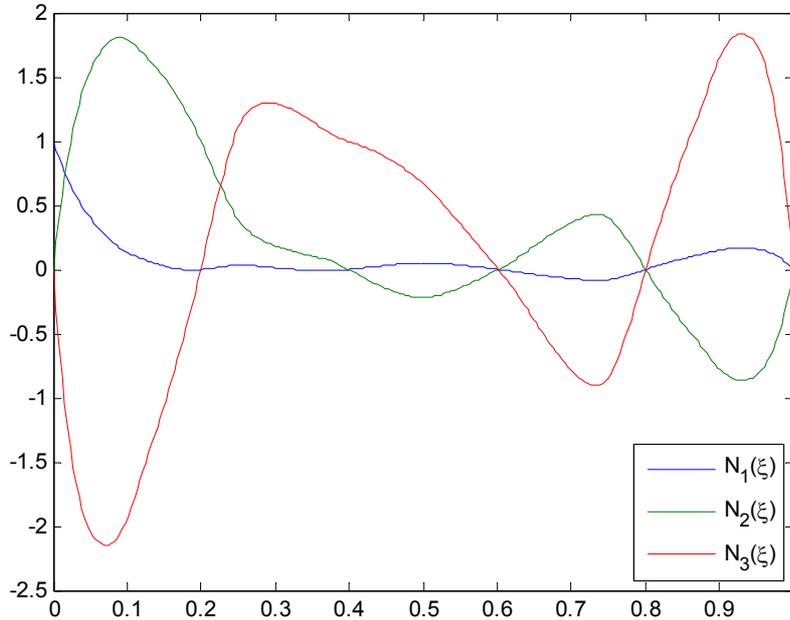


Figura 21 – Três primeiras funções de forma de treliça baseadas na interpolete IN4

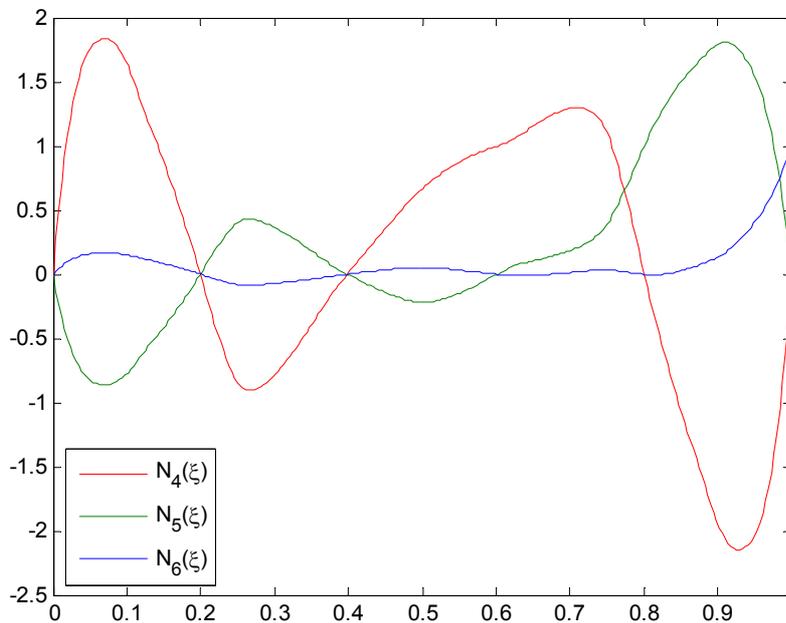


Figura 22 – Três últimas funções de forma de treliça baseadas na interpolete IN4

4.1.2. Matrizes de Rigidez e de Massa do Elemento de Treliça

A partir da equação diferencial de uma barra de treliça resolvendo-a da mesma maneira como se faz no MEF tradicional, chega-se às expressões para os coeficientes das suas matrizes de rigidez e de massa:

$$\mathbf{k}_u = EA \int_0^L \frac{d(\mathbf{N}_u^T)}{dx} \frac{d(\mathbf{N}_u)}{dx} dx \quad (4.14)$$

$$\mathbf{m}_u = \rho A \int_0^L \mathbf{N}_u^T \mathbf{N}_u dx \quad (4.15)$$

Substituindo as expressões das funções de forma e utilizando a regra da cadeia para derivação chega-se às expressões das matrizes de rigidez e de massa em coordenadas adimensionais.

$$\mathbf{k}_u = \frac{EA}{L} \mathbf{T}^{-T} \left(\int_0^1 \frac{d(\mathbf{\Phi}^T)}{d\xi} \frac{d(\mathbf{\Phi})}{d\xi} d\xi \right) \mathbf{T}^{-1} = \frac{EA}{L} \mathbf{T}^{-T} \tilde{\mathbf{k}}_u \mathbf{T}^{-1} \quad (4.16)$$

$$\tilde{k}_{u\ i,j} = \int_0^1 \varphi'_i(\xi) \varphi'_j(\xi) d\xi = \Gamma_{i,j}^{1,1}$$

$$\mathbf{m}_u = \rho AL \mathbf{T}^{-T} \left(\int_0^1 \mathbf{\Phi}^T \mathbf{\Phi} d\xi \right) \mathbf{T}^{-1} = \rho AL \mathbf{T}^{-T} \tilde{\mathbf{m}}_u \mathbf{T}^{-1} \quad (4.17)$$

$$\tilde{m}_{u\ i,j} = \int_0^1 \varphi_i(\xi) \varphi_j(\xi) d\xi = \Gamma_{i,j}^{0,0}$$

Pode-se perceber que nas eqs. (4.16) e (4.17) aparecem os coeficientes de conexão de 2 termos citados anteriormente. Uma vez obtidas as matrizes locais necessárias à solução do problema, a imposição das condições de contorno e a montagem das matrizes globais podem ser realizadas como se faz habitualmente no MEF. Em geral, isso é feito pela supressão de linhas e colunas correspondentes aos deslocamentos restritos ou pela adição de termos de elevada ordem de grandeza na matriz de rigidez. Este procedimento não seria possível caso fossem

utilizados os coeficientes de conexão “impróprios”, já que os mesmos só valem para domínios infinitos.

Lembrando que uma wavelet de ordem N pode interpolar exatamente um polinômio de grau até $N/2 - 1$, deve-se usar no mínimo uma $DB4$ para garantir um comportamento razoável em um elemento de treliça com carregamento concentrado e uma $DB6$ para carregamento distribuído uniformemente.

É interessante notar que as matrizes de massa e de rigidez de um elemento de treliça formulado a partir de uma Interpolet IN2 são idênticas às de um elemento de treliça padrão.

4.2. Elemento de Viga

Supondo que o deslocamento transversal de uma viga seja designado por w , este pode ser aproximado por um somatório de funções de escala wavelet, da seguinte forma:

$$w(\xi) = \sum_k \beta_k \varphi(\xi - k) \quad (4.18)$$

O desenvolvimento feito para o elemento de treliça pode ser aplicado para o elemento de viga esbelta, em que vale a hipótese de Euler-Bernoulli de normalidade da seção. Deve-se, portanto, levar em conta que as rotações nodais do elemento de viga são as derivadas dos deslocamentos nodais. Nas expressões abaixo, a variação do índice k corresponde às translações de uma wavelet de Daubechies necessárias para englobar o intervalo $[0,1]$.

$$w(0) = \sum_{k=2-N}^0 \beta_k \varphi(-k) = \beta_{2-N} \varphi(N-2) + \dots + \beta_{-1} \varphi(1) + \beta_0 \varphi(0) \quad (4.19)$$

$$\theta(0) = w'(0) = \sum_{k=2-N}^0 \beta_k \varphi'(-k) = \beta_{2-N} \varphi'(N-2) + \dots + \beta_0 \varphi'(0) \quad (4.20)$$

$$w(1) = \sum_{k=2-N}^0 \beta_k \varphi(1-k) = \beta_{2-N} \varphi(N-1) + \dots + \beta_{-1} \varphi(2) + \beta_0 \varphi(1) \quad (4.21)$$

$$\theta(1) = w'(1) = \sum_{k=2-N}^0 \beta_k \varphi'(1-k) = \beta_{2-N} \varphi'(N-1) + \dots + \beta_0 \varphi'(1) \quad (4.22)$$

Os demais valores de w são calculados de forma equivalente ao desenvolvido para o deslocamento axial u :

$$w\left(\frac{i}{N-4}\right) = \sum_{k=2-N}^0 \beta_k \varphi\left(\frac{i}{N-4} - k\right) \quad i = 1, \dots, N-5 \quad (4.23)$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{V} \boldsymbol{\beta} \quad (4.24)$$

Caso a interpolação seja realizada com Interpolets de Deslauriers-Dubuc, o índice do somatório deve ser ajustado como foi feito anteriormente.

Deve-se notar que, no caso do elemento de viga, a matriz \mathbf{V} de transformação e o vetor de deslocamentos contêm informações tanto dos valores da função nos nós do elemento como de suas derivadas nas extremidades do mesmo, conforme as eqs. (4.25) e (4.26).

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \varphi(N-2) & \varphi(N-3) & \dots & \varphi(0) \\ \varphi'(N-2) & \varphi'(N-3) & \dots & \varphi'(0) \\ \varphi\left(N-2+\frac{1}{N-4}\right) & \varphi\left(N-3+\frac{1}{N-4}\right) & \dots & \varphi\left(\frac{1}{N-4}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \varphi\left(N-2+\frac{N-5}{N-4}\right) & \varphi\left(N-3+\frac{N-5}{N-4}\right) & \dots & \varphi\left(\frac{N-5}{N-4}\right) \\ \varphi(N-1) & \varphi(N-2) & \dots & \varphi(1) \\ \varphi'(N-1) & \varphi'(N-2) & \dots & \varphi'(1) \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

$$\mathbf{w} = \left\{ w(0) \quad w'(0) \quad w\left(\frac{1}{N-4}\right) \quad \dots \quad w\left(\frac{N-5}{N-4}\right) \quad w(1) \quad w'(1) \right\}^T \quad (4.26)$$

Caso fosse utilizada uma Interpolet de ordem N para a formulação do elemento de viga, a matriz de transformação e o vetor de deslocamentos teriam, respectivamente, o seguinte formato:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \varphi(N-2) & \varphi(N-3) & \dots & \varphi(1-N) \\ \varphi'(N-2) & \varphi'(N-3) & \dots & \varphi'(1-N) \\ \varphi\left(N-2+\frac{1}{2N-5}\right) & \varphi\left(N-3+\frac{1}{2N-5}\right) & \dots & \varphi\left(1-N+\frac{1}{2N-5}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \varphi\left(N-2+\frac{2N-6}{2N-5}\right) & \varphi\left(N-3+\frac{2N-6}{2N-5}\right) & \dots & \varphi\left(1-N+\frac{2N-6}{2N-5}\right) \\ \varphi(N-1) & \varphi(N-2) & \dots & \varphi(2-N) \\ \varphi'(N-1) & \varphi'(N-2) & \dots & \varphi'(2-N) \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$\mathbf{w} = \left\{ w(0) \quad w'(0) \quad w\left(\frac{1}{2N-5}\right) \quad \dots \quad w\left(\frac{2N-6}{2N-5}\right) \quad w(1) \quad w'(1) \right\}^T \quad (4.28)$$

No caso de um elemento de viga, como há duas rotações, uma em cada extremidade, o mesmo é dividido em $N-4$ segmentos para uma Daubechies e $2N-5$ para uma Interpolet. Lembrando que uma wavelet de Daubechies de ordem N pode interpolar exatamente um polinômio de grau até $N/2-1$, deve-se usar no mínimo uma *DB8* para garantir um comportamento razoável em um elemento de viga com carregamento concentrado e uma *DB10* para carregamento distribuído uniformemente.

A fig. (23) mostra os graus de liberdade de um elemento de viga modelado a partir de uma wavelet *DB8*.

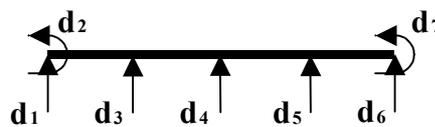


Figura 23 – Graus de liberdade de um elemento de viga *DB8*

4.2.1. Funções de Forma Wavelet de Viga

As funções de forma do elemento de viga são obtidas de forma semelhante ao que foi feito para o elemento de treliça:

$$w(\xi) = \sum_i w_i N_i(\xi), \quad \theta(\xi) = \sum_i w_i N'_i(\xi) \quad (4.29)$$

$$\mathbf{N}_w = \Phi \mathbf{V}^{-1} \tag{4.30}$$

A fig. (24) mostra as duas primeiras funções de forma de deslocamento de um elemento de viga modelado a partir de uma *DB8*. A fig. (25) mostra a função de forma de rotação unitária na extremidade direita.

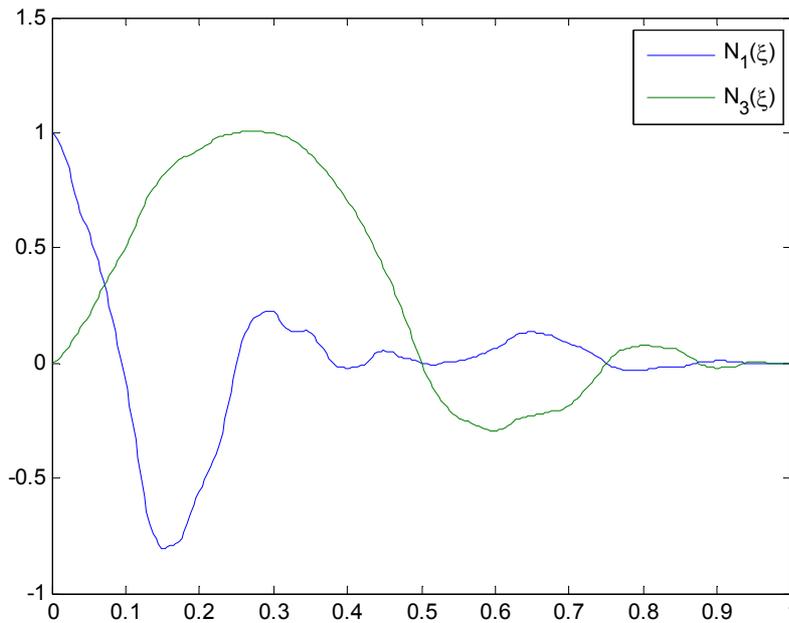


Figura 24 – Duas primeiras funções de forma de deslocamento do elemento de viga baseado na wavelet DB8

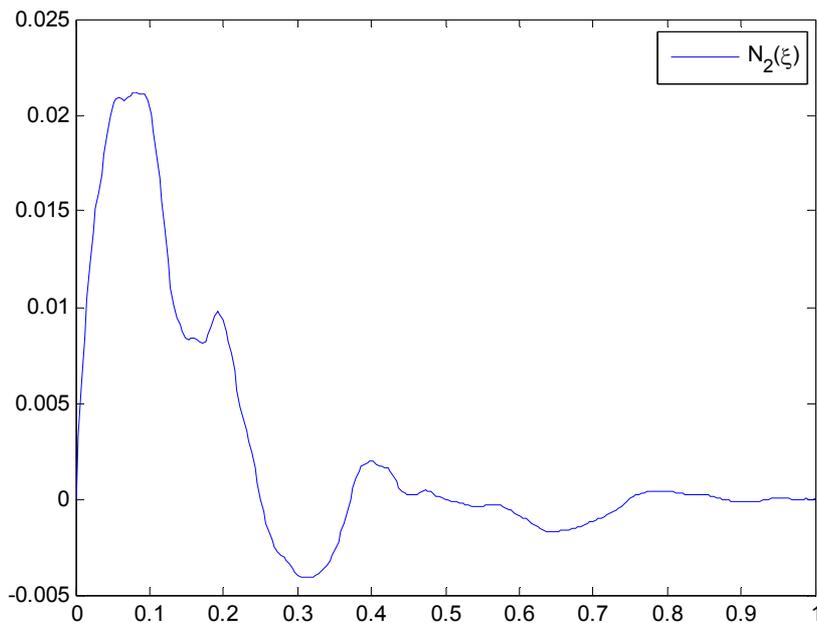


Figura 25 – Função de forma de rotação unitária na extremidade direita do elemento de viga baseado na wavelet DB8

As figs. (26) e (27) mostram, respectivamente, as funções de forma de deslocamento e de rotação do elemento de viga baseado na interpoleit IN4.

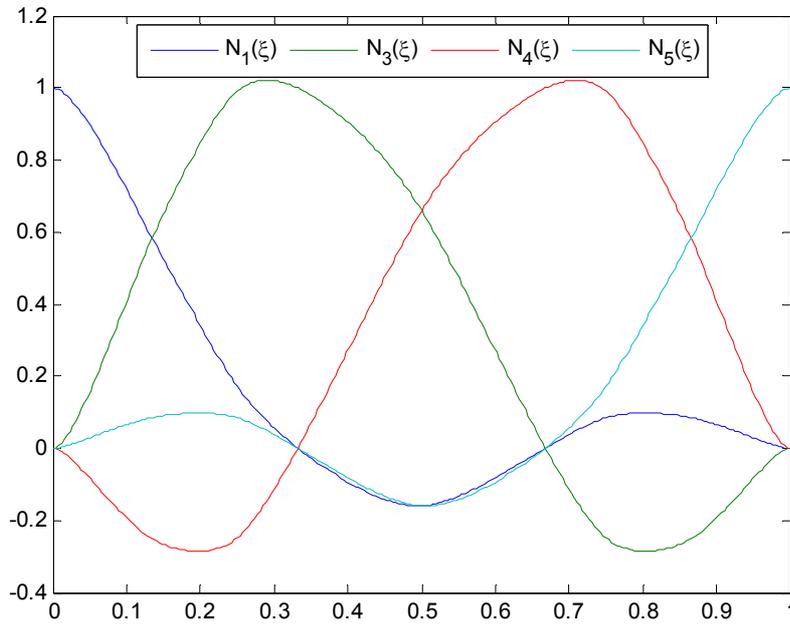


Figura 26 – Funções de forma de deslocamento do elemento de viga baseado na interpoleit IN4

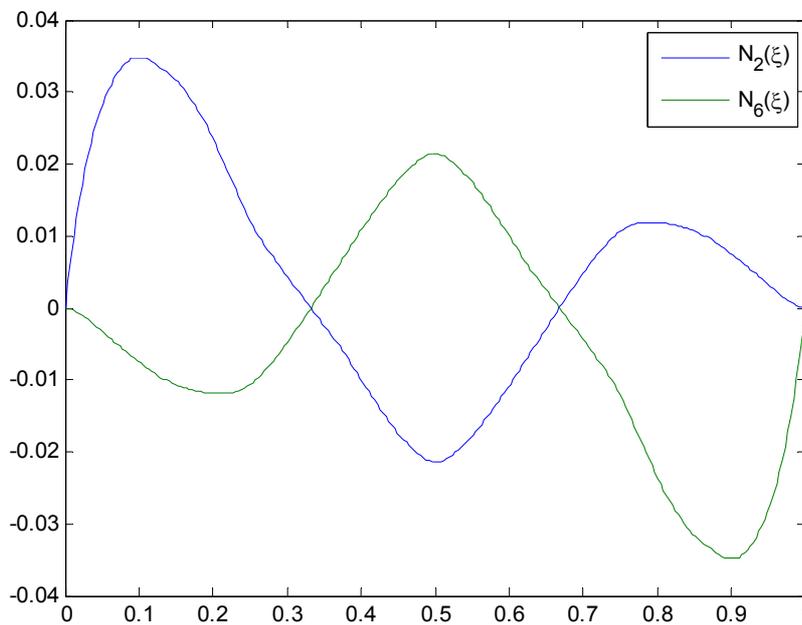


Figura 27 – Funções de forma de rotação do elemento de viga baseado na interpoleit IN4

4.2.2.

Matrizes de Rigidez, Geométrica e de Massa do Elemento de Viga

A partir da equação diferencial de uma viga e resolvendo-a como no MEF tradicional, chega-se às expressões para os coeficientes das suas matrizes de rigidez, geométrica e de massa:

$$\mathbf{k}_w = EI \int_0^L \frac{d^2(\mathbf{N}_w^T)}{dx^2} \frac{d^2(\mathbf{N}_w)}{dx^2} dx \quad (4.31)$$

$$\mathbf{g}_w = P \int_0^L \frac{d(\mathbf{N}_w^T)}{dx} \frac{d(\mathbf{N}_w)}{dx} dx \quad (4.32)$$

$$\mathbf{m}_w = \rho A \int_0^L \mathbf{N}_w^T \mathbf{N}_w dx \quad (4.33)$$

Substituindo as expressões das funções de forma e utilizando a regra da cadeia para derivação chega-se às expressões das matrizes de rigidez, geométrica e de massa em coordenadas adimensionais.

$$\mathbf{k}_w = \frac{EI}{L^3} \mathbf{V}^{-T} \left(\int_0^1 \frac{d^2(\mathbf{\Phi}^T)}{d\xi^2} \frac{d^2(\mathbf{\Phi})}{d\xi^2} d\xi \right) \mathbf{V}^{-1} = \frac{EI}{L^3} \mathbf{V}^{-T} \tilde{\mathbf{k}}_w \mathbf{V}^{-1} \quad (4.34)$$

$$\tilde{k}_{w\,i,j} = \int_0^1 \varphi_i''(\xi) \varphi_j''(\xi) d\xi = \Gamma_{i,j}^{2,2}$$

$$\mathbf{g}_w = \frac{P}{L} \mathbf{V}^{-T} \left(\int_0^1 \frac{d(\mathbf{\Phi}^T)}{d\xi} \frac{d(\mathbf{\Phi})}{d\xi} d\xi \right) \mathbf{V}^{-1} = \frac{P}{L} \mathbf{V}^{-T} \tilde{\mathbf{g}}_w \mathbf{V}^{-1} \quad (4.35)$$

$$\tilde{g}_{w\,i,j} = \int_0^1 \varphi_i'(\xi) \varphi_j'(\xi) d\xi = \Gamma_{i,j}^{1,1}$$

$$\mathbf{m}_w = \rho AL \mathbf{V}^{-T} \left(\int_0^1 \mathbf{\Phi}^T \mathbf{\Phi} d\xi \right) \mathbf{V}^{-1} = \rho AL \mathbf{V}^{-T} \tilde{\mathbf{m}}_w \mathbf{V}^{-1} \quad (4.36)$$

$$\tilde{m}_{w\,i,j} = \int_0^1 \varphi_i(\xi) \varphi_j(\xi) d\xi = \Gamma_{i,j}^{0,0}$$

Pode-se notar que o elemento da fig. (23) tem seus graus de liberdade de deslocamento formando uma malha diádica. Essa divisão é desejável, mas nem sempre ocorre, já que para certas ordens de wavelets podem gerar subdivisões não diádicas. Como o cálculo dos valores da função de escala é feito pelo algoritmo piramidal, tais valores são exatos apenas nos pontos da malha diádica, sendo necessário realizar uma aproximação caso a ordem da função wavelet utilizada não permita tal divisão. Por essa razão, elementos de viga formulados a partir das wavelets que geram subdivisões diádicas necessitam de uma quantidade menor de operações, já que não é necessário um grande número de iterações do algoritmo piramidal para chegar a valores precisos da função nos pontos de interesse.

4.3. Cargas Equivalentes Nodais

Supondo que exista um carregamento distribuído aplicado na estrutura a ser analisada pelo MEF, este deverá ser decomposto em cargas pontuais que são aplicadas na direção dos graus de liberdade de cada elemento. No caso do elemento de treliça, o carregamento distribuído é axial e no caso do elemento de viga, pode haver um carregamento transversal ou um momento distribuído.

Em geral, a expressão do carregamento distribuído é polinomial, ou seja:

$$q(x) = \sum_{r=0}^k q_r x^r \quad (4.37)$$

Tanto para o elemento de treliça quanto para o de viga, a decomposição do carregamento distribuído se dá da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_u &= \int_0^L q_u(x) \mathbf{N}_u^T dx \\ \mathbf{f}_w &= \int_0^L q_w(x) \mathbf{N}_w^T dx \end{aligned} \quad (4.38)$$

Substituindo as expressões das funções de forma dos elementos de treliça e de viga, as cargas equivalentes nodais são dadas, respectivamente, por:

$$\begin{aligned}\mathbf{f}_u &= L \mathbf{T}^{-T} \left(\int_0^1 q_u(\xi) \mathbf{\Phi}^T d\xi \right) = L \mathbf{T}^{-T} \tilde{\mathbf{f}}_u \\ \mathbf{f}_w &= L \mathbf{V}^{-T} \left(\int_0^1 q_w(\xi) \mathbf{\Phi}^T d\xi \right) = L \mathbf{V}^{-T} \tilde{\mathbf{f}}_w\end{aligned}\quad (4.39)$$

Na eq. (4.40) o vetor $\tilde{\mathbf{f}}$ é formado por coeficientes de conexão de carregamento (seção 2.7.5.3) e é dado por:

$$\tilde{f}_j = \int_0^1 q(\xi) \varphi_j(\xi) d\xi = \sum_{r=0}^k q_r \int_0^1 \xi^r \varphi_j(\xi) d\xi = \sum_{r=0}^k q_r \Omega_j^r \quad (4.40)$$

Para o elemento de viga, pode também haver um momento distribuído cuja decomposição é análoga, utilizando as primeiras derivadas das funções de forma.

$$\mathbf{f}_m = \mathbf{V}^{-T} \left(\int_0^1 m(\xi) \frac{d(\mathbf{\Phi}^T)}{d\xi} d\xi \right) = \mathbf{V}^{-T} \left(\sum_{r=0}^k m_r \int_0^1 \xi^r \frac{d(\mathbf{\Phi}^T)}{d\xi} d\xi \right) \quad (4.41)$$

No caso de haver cargas concentradas (axiais, transversais ou momentos) estas deverão ser aplicadas diretamente na direção do grau de liberdade correspondente, como é feito usualmente no MEF.

4.4. Wavelets de Alta Ordem

A obtenção de funções de forma para elementos finitos baseados em wavelets e interpolets torna-se difícil à medida que a ordem das funções aumenta. Isto ocorre pois as matrizes de transformação de espaços podem ter elementos quase nulos mesmo nas diagonais em wavelets de alta ordem, já que o decaimento do valor dessas funções se dá muito rapidamente. Devido à presença de valores quase nulos nas matrizes, sua inversão é dificultada e a correta obtenção de funções de forma é impossibilitada. Este problema ocorre a partir da wavelet DB14 e da interpolet IN10. Os resultados de elementos formulados com essas funções é, pouco confiável. Deve-se, portanto, limitar a formulação de elementos a wavelets de DB4 a DB12 e interpolets de IN2 a IN8.