

4.

Modelos Teóricos para Análise de Transformadores Baseados em Modelos Simplificados de Impedância e de Elementos Concentrados

4.1

Introdução

Uma vez que o trabalho propõe o projeto e caracterização de transformadores em onda guiada através do uso de modelos simplificados de impedância e linhas de transmissão, se faz necessário a escolha das ferramentas de análise a serem empregadas.

No caso deste trabalho, optou-se pelo uso de matrizes de espalhamento para a caracterização das linhas e dos elementos concentrados. No processo de análise utilizado, as matrizes de espalhamento “S” são convertidas individualmente em matrizes do tipo “T”, para serem respectivamente cascadeadas, possibilitando a obtenção das matrizes “T” e “S” do conjunto.

Neste capítulo são apresentados os parâmetros de espalhamento para os diversos tipos e circuitos empregados para modelar os trechos de linha de transmissão e as discontinuidades encontradas nas estruturas de onda guiada.

4.2

Parâmetros de Espalhamento – Matriz “S”

Dada a aproximação de impedância para guias de onda conforme detalhado no Item 3.2, a síntese de transformadores passa a ser facilmente implementada. Resta, no entanto, escolhermos uma abordagem eficiente a adotar para a análise dos transformadores que serão aqui sintetizados.

A escolha natural recai no uso de matrizes de parâmetros de espalhamento.

Os parâmetros de espalhamento ou parâmetros S (‘Scattering Parameters’) são empregados na análise e projeto de dispositivos de microondas devido à maior facilidade de emprego e correlação com os as montagens experimentais

disponíveis para caracterização de dispositivos de microondas. Essa facilidade não é encontrada nos demais tipos de parametrizações, tais como Parâmetros ‘Z’, ‘H’ e ‘Y’ (Kurokawa, 1965).

Os parâmetros de espalhamento generalizados foram definidos por Kurokawa (1965). Neste artigo são descritas as relações entre um conjunto de variáveis ‘a_i’ e ‘b_i’, que nada mais são do que tensões complexas normalizadas e definidas em termos de uma tensão ‘V_i’, uma corrente ‘I_i’ e uma impedância arbitrária ‘Z_i’ no iésimo acesso ou porta do circuito a ser analisado.

Pode-se dizer que ‘a_i’ é uma parcela proporcional à tensão incidente no acesso ‘i’, em quanto ‘b_i’ é uma parcela proporcional à tensão refletida neste mesmo acesso ou porta ‘i’.

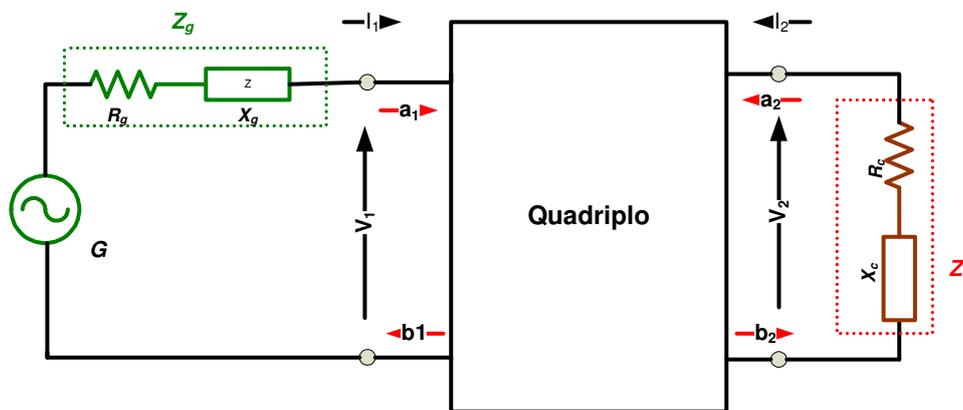


Figura 9 – Quadripolo.

As variáveis independentes a₁ e a₂ são normalizadas em função das tensões incidentes:

$$a_1 = \frac{V_1 + Z_0 I_1}{2\sqrt{Z_0}} = \frac{\text{onda de potência incidente em 1}}{\sqrt{Z_0}} \quad (4.1)$$

$$a_2 = \frac{V_2 + Z_0 I_2}{2\sqrt{Z_0}} = \frac{\text{onda de potência incidente em 2}}{\sqrt{Z_0}} \quad (4.2)$$

As variáveis dependentes b₁ e b₂ são normalizadas com relação às mesmas tensões incidentes V₁ e V₂ e a impedância de referência Z₀:

$$b_1 = \frac{V_1 - Z_0 I_1}{2\sqrt{Z_0}} = \frac{\text{onda de potência refletida em 1}}{\sqrt{Z_0}} \quad (4.3)$$

$$b_2 = \frac{V_2 - Z_0 I_2}{2\sqrt{Z_0}} = \frac{\text{onda de potência refletida em 2}}{\sqrt{Z_0}} \quad (4.4)$$

Dado o exposto acima, o conjunto de equações lineares que descreve o quadripolo em questão será:

$$\text{Parâmetros de} \quad b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \quad (4.5)$$

$$\text{Espalhamento } S: \quad b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \quad (4.6)$$

$$\text{Na forma matricial:} \quad \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

A partir da Eq.(4.5), Eq.(4.6) e Eq.(4.7), a definição dos parâmetros de espalhamento ‘S’ de um quadripolo pode ser escrito como:

$$S_{11} = \left. \frac{b_1}{a_1} \right|_{a_2=0} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{coeficiente de reflexão de tensão no acesso 1 com a} \\ \text{saída casada com relação a } Z_0 (Z_c = Z_0) \end{array} \right\} \quad (4.8)$$

$$S_{22} = \left. \frac{b_2}{a_2} \right|_{a_1=0} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{coeficiente de reflexão de tensão no acesso 2 com a} \\ \text{entrada casada com relação a } Z_0 (Z_c = Z_0) \text{ e } V_g = 0 \end{array} \right\} \quad (4.9)$$

$$S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=0} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{coeficiente de transmissão direta com a} \\ \text{saída casada com relação a } Z_0 (Z_c = Z_0); \\ \text{ou, ganho de tensão direta do quadripolo} \end{array} \right\} \quad (4.10)$$

$$S_{12} = \left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1=0} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{coeficiente de transmissão reversa com a} \\ \text{entrada casada com relação a } Z_0 (Z_c = Z_0) \text{ e } V_g = 0; \\ \text{ou, isolamento do quadripolo.} \end{array} \right\} \quad (4.11)$$

Os elementos típicos que compõem os transformadores em guia serão traduzidos na seção seguinte em seus respectivos parâmetros de espalhamento ‘S’.

4.3

Parâmetros 'S' de alguns quadripolos

Nos tópicos seguintes serão apresentadas algumas parametrizações de tipos de elementos que serão encontrados na implementação dos transformadores e quarto de onda.

Estes modelos são derivados diretamente das relações (4.8), (4.9), (4.10) e (4.11) acima.

4.3.1

Linha de transmissão sem perdas

Segue abaixo o conjunto de parâmetros de espalhamento para caracterização de linhas de transmissão sem perdas.

Quando da realização da análise dos transformadores de quarto de onda objeto deste trabalho, este modelo será o empregado para os trechos de guia de onda cilíndricos.

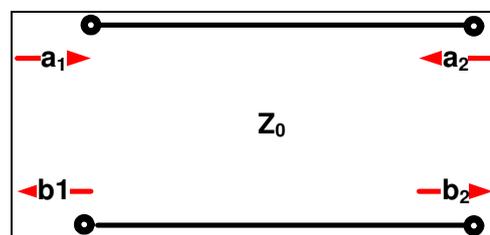


Figura 10 – Modelo de linha de transmissão.

$$S_{11} = 0 \quad (4.12)$$

$$S_{21} = e^{-j\frac{2\pi}{\lambda_g}l} \quad (4.13)$$

$$S_{12} = S_{21} \quad (4.14)$$

$$S_{22} = S_{11} = 0 \quad (4.15)$$

4.3.2

Admitância em paralelo

Segue abaixo o conjunto clássico de parâmetros de espalhamento para caracterização de admitância em paralelo.

Embora este modelo clássico tenha utilidade em praticamente todos os desenhos de circuitos de microondas de parâmetros concentrados, ele é de pouca valia no caso dos transformadores de quarto de onda, pois as admitâncias que surgem devido as descontinuidades que ocorrem nas transições entre as diversas seções de quarto de onda, são alimentadas por linhas que apresentam impedâncias características distintas, diferentemente do caso tratado nesta Seção.

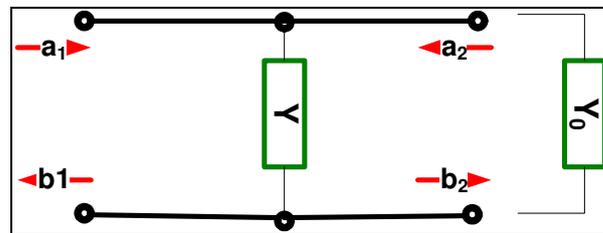


Figura 11 – Modelo de admitância em paralelo.

$$S_{11} = \frac{-Y}{2Y_0 + Y} \quad (4.16)$$

$$S_{21} = \frac{2Y_0}{2Y_0 + Y} \quad (4.17)$$

$$S_{12} = S_{21} \quad (4.18)$$

$$S_{22} = S_{11} \quad (4.19)$$

4.3.3

Impedância em paralelo e linha de impedância arbitrária Z2

Conforme explanado na Seção anterior, o modelo clássico de matriz de espalhamento para admitância em paralelo não encontra utilidade no caso de queremos elaborar um modelo efetivo para analisar transformadores de quarto de onda.

Assim sendo, partindo-se da definição dos parâmetros de espalhamento de Kurokawa, determinou-se o conjunto de parâmetros de espalhamento para caracterização de admitância em paralelo, inserida entre portas de diferentes impedâncias, conforme apresentado abaixo.

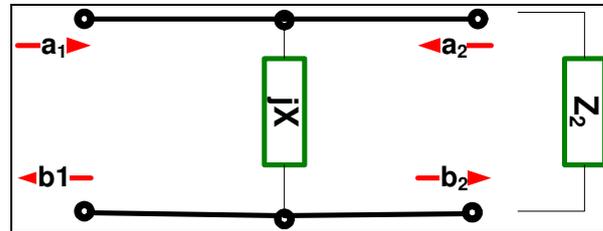


Figura 12 – Modelo de admitância.

$$S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=0} \quad (4.20)$$

$$\begin{cases} V_1 = \sqrt{Z_1}(a_1 + b_1) \\ V_2 = \sqrt{Z_2}(a_2 + b_2) \end{cases} \quad (4.21)$$

Como $V_1 = V_2$:

$$\sqrt{Z_1}(a_1 + b_1) = \sqrt{Z_2} \left(\underbrace{a_2}_{=0} + b_2 \right) \quad (4.22)$$

$$b_2 = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}(a_1 + b_1) \quad (4.23)$$

Então:

$$S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2=0} = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}} \left(1 + \underbrace{\frac{b_1}{a_1}}_{S_{11}} \right) = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}(1 + S_{11}) \quad (4.24)$$

Assim:

$$S_{11} = \frac{(Z_{11} - Z_1)}{(Z_{11} + Z_1)} \quad (4.25)$$

Onde:
$$Z_{11} = \frac{jX Z_2}{Z_2 + jX} \quad (4.26)$$

$$S_{21} = \sqrt{\frac{Z_1}{Z_2}}(1 + S_{11}) \quad (4.27)$$

$$S_{12} = S_{21} \quad (4.28)$$

$$S_{22} = \frac{(Z_{22} - Z_2)}{(Z_{22} + Z_2)} \quad (4.29)$$

Onde:

$$Z_{22} = \frac{jX Z_1}{Z_1 + jX} \quad (4.30)$$

4.4

Parâmetros de Transferência de Espalhamento – Matriz “T”

Vimos no Tópico 4.2 que nos parâmetros de espalhamento ‘S’ que serão aqui utilizados para caracterizar componentes do tipo quadripolo (caso dos transformadores tratados neste trabalho), as saídas refletidas ‘b’ são definidas como variáveis dependentes e as saídas incidentes ‘a’ como independentes.

Nem sempre essa abordagem é útil, pois no caso de análise de quadripolos em cascata, é desejável que se tenha as variáveis de saída ‘a₂’ e ‘b₂’ como variáveis independentes. Essa forma de parametrização é chamada de “Parâmetros de Transferência de Espalhamento” ou “Parâmetros T” (Kurokawa, 1965).

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Parâmetros ‘S’

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \quad (4.32)$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \quad (4.33)$$

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

Parâmetros ‘T’

$$b_1 = T_{11}a_2 + T_{12}b_2 \quad (4.35)$$

$$a_1 = T_{21}a_2 + T_{22}b_2 \quad (4.36)$$

Assim sendo, a associação em série de quadripolos pode ser escrita como:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ a_1 \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} b_1' \\ a_1' \end{bmatrix} = [T'] \begin{bmatrix} a_2' \\ b_2' \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

Resultando:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ a_1 \end{bmatrix} = \underbrace{[T][T']}_{[T_R]} \begin{bmatrix} a_2' \\ b_2' \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ a_1 \end{bmatrix} = [T_R] \begin{bmatrix} a_2' \\ b_2' \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

Onde: $[T_R] = [T][T'] \quad (4.40)$

As relações entre os parâmetros ‘S’ e ‘T’ se dão na forma abaixo:

$$T_{11} = -\left(\frac{S_{11} \cdot S_{12} - S_{21} \cdot S_{12}}{S_{11}} \right) \quad (4.41)$$

$$T_{12} = \frac{S_{11}}{S_{21}} \quad (4.42)$$

$$T_{21} = -\frac{S_{22}}{S_{21}} \quad (4.43)$$

$$T_{22} = \frac{1}{S_{21}} \quad (4.44)$$

Assim sendo, os diversos elementos concentrados que compõem nosso quadripolo “transformador de quarto de onda”, serão inicialmente modelados em parâmetros ‘S’; porém, para procedermos e facilitarmos a análise do seu conjunto, estes diversos elementos serão convertidos de parâmetros ‘S’ para parâmetros ‘T’, que serão associados e analisados devidamente em cascata. Ao final da análise dessa cascata de elementos, os parâmetros resultantes ‘T’ do conjunto final serão novamente reconvertidos para parâmetros do tipo ‘S’, para possibilitar a avaliação do desempenho elétrico que fora atingido.