

7 Conclusão

Neste trabalho foi proposto um novo algoritmo para a resolução do *problema de fluxo máximo multiterminal* com o objetivo de reduzir o tempo de execução, ou seja, a complexidade em relação aos métodos tradicionais de Gomory e Hu e de Gusfield. O algoritmo foi elaborado utilizando funções de árvores geradoras, técnicas de contração de Gomory e Hu e de construção de árvore de cortes de Gusfield, e a teoria da análise de sensibilidade em redes. Os resultados mostraram que o método não possui bom desempenho para todos os tipos de grafo, sendo necessário encontrar as instâncias em que o algoritmo atue com melhor performance.

Primeiramente, foi realizada uma introdução à teoria dos grafos e dos fluxos em redes. O problema multiterminal foi apresentado formalmente, e os métodos de resolução de Gomory e Hu e de Gusfield foram descritos em detalhes. Com a observação da existência de $n - 1$ cortes mínimos que não se intersectam, Gomory e Hu desenvolveram a técnica de contração de nós que possibilitou a aplicação do algoritmo de fluxo máximo a redes menores do que a original. Gusfield elaborou um método de construção de árvore de cortes de fácil implementação, no qual não há necessidade de os cortes mínimos não se intersectarem.

Seguindo esta primeira etapa, foi apresentada a teoria da análise de sensibilidade em redes, em que o foco do estudo são os efeitos nos fluxos máximos multiterminais quando as capacidades das arestas variam. Em um algoritmo que gere árvores de cortes em seqüência, esta teoria nos mostra que podemos utilizar as informações de uma árvore de cortes existente para calcular eficientemente a próxima, tanto para o caso de somente uma aresta paramétrica, como para o caso de várias arestas paramétricas.

O algoritmo proposto utiliza a idéia de gerar, em seqüência, árvores de cortes intermediárias até atingir a final, a solução do problema. A primeira delas é uma árvore geradora (*spanning tree*) da rede, e as seguintes são árvores cortes de subgrafos da rede, onde, a cada etapa, são adicionadas arestas ao subgrafo até o momento em que o subgrafo em questão é a rede original. Baseando-se na teoria

da análise de sensibilidade, cada árvore de cortes, com exceção da primeira, é processada eficientemente fazendo uso de informações da árvore anterior. Neste processo, os algoritmos de fluxo máximo são executados em redes contraídas, como Gomory e Hu demonstraram ser possível. Por fim, a rotina algorítmica de Gusfield é utilizada para a construção da nova árvore de cortes.

Oito variações do algoritmo foram testadas computacionalmente. As diferenças entre elas se encontram nos seguintes pontos: quantas arestas é permitido adicionar em cada iteração; qual função *árvore geradora* é utilizada; se as heurísticas elaboradas estão implementadas. Para um determinado caso, o algoritmo se mostrou com bom desempenho comparado ao número de execuções de fluxo máximo realizadas pelo mesmo. No geral, é necessário encontrar instâncias ou famílias de grafos nos quais o algoritmo atue com maior eficiência.