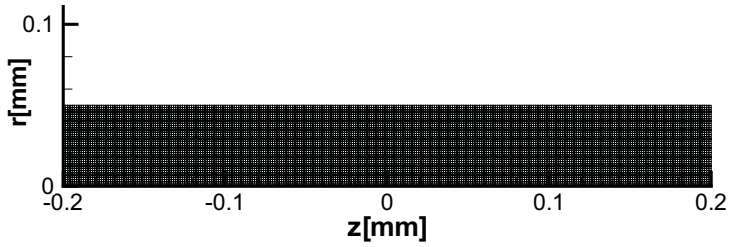
4
Resultados Numéricos

Os resultados numéricos obtidos neste trabalho são apresentados neste capítulo. Os resultados são divididos em duas classes: escoamentos sem efeito de tensão interfacial (número de capilaridade Ca infinito) e escoamentos com efeitos de tensão interfacial (número de capilaridade Ca finito). Para cada uma destas classes, foram analisados escoamentos através de capilares retos e capilares com garganta.

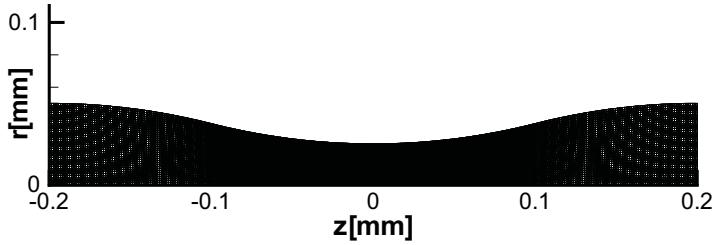
A geometria dos capilares utilizados nas análises é apresentada na figura (4.1). As dois malhas têm o mesmo número de elementos.

A geometria do capilar reto, usado na maioria das simulações, foi definida com um raio de $0,05mm$ e um comprimento de $0,4mm$, tendo o origem coordenadas no centro do capilar.

Por outro lado, a geometria do capilar com garganta foi gerada utilizando



4.1(a): Geometria de um capilar reto



4.1(b): Geometria de um capilar com garganta

Figura 4.1: Malhas com 18×144 elementos cada uma.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

três arcos de circunferência tangentes. O detalhe deste desenho é mostrado na figura (4.2).

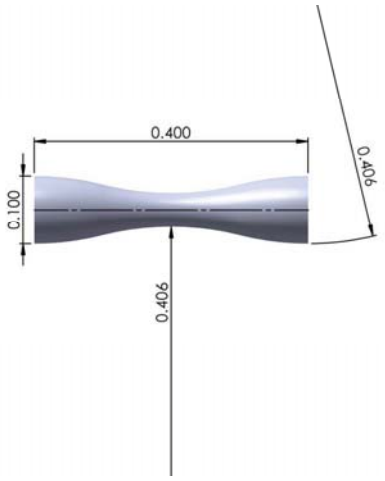


Figura 4.2: Desenho do capilar com garganta utilizando três arcos de circunferência.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

O escoamento somente da fase contínua é usado como base para mensurar o efeito da gota no escoamento. Desta forma, as primeiras simulações foram feitas somente para o escoamento da fase contínua.

Para o caso de capilar reto, o campo de velocidade pode ser obtido analiticamente. Este caso serviu para validar o código em relação ao escoamento monofásico. A relação entre a queda de pressão e a vazão para diferentes geometrias do capilar é mostrado na figura (4.3). A relação é linear e verifica-se que em um escoamento monofásico para uma mesma vazão há uma queda de pressão maior quando o capilar possui garganta. O comportamento obtido é o mesmo observado experimentalmente por Robles e Carvalho[20].

4.1 Escolha do passo de tempo, perda da conservação de massa

A perda da conservação de massa é um dos problemas mais sérios do método de *Level Set*. Para estudar este fenômeno e determinar como evitá-lo, alguns testes foram feitos em um capilar reto de diâmetro $0,1mm$ e comprimento $1,0mm$.

Na figura (4.4) mostra-se a geometria deste capilar com uma malha de 15×150 elementos e com a origem do sistema de coordenadas no meio do capilar. Ela foi gerada pelo preprocessador do código de elementos finitos

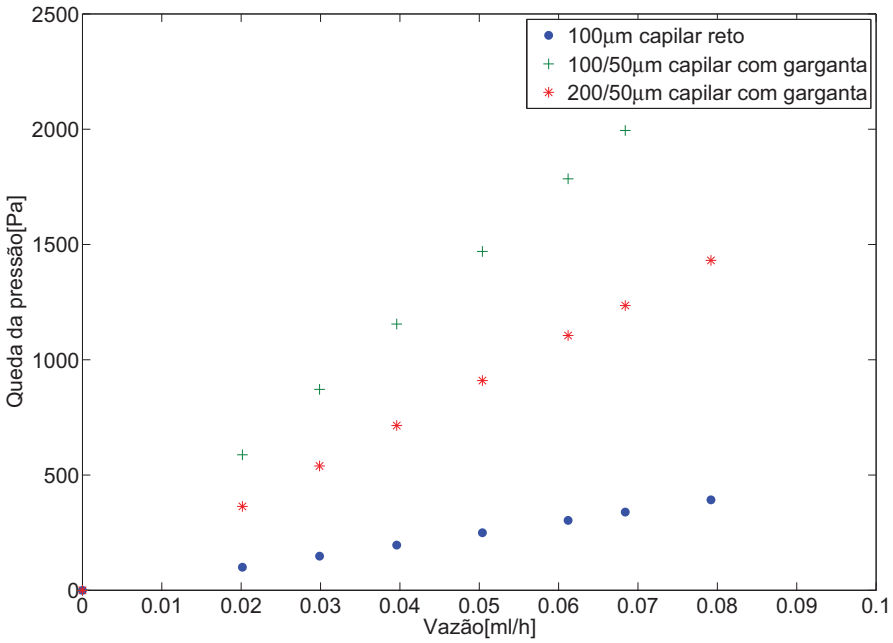


Figura 4.3: Relação diferença de pressão - vazão para diferentes capilares com $\rho = 1000kg/m^3$ e $\mu = 0,11Pa.s$.

usado no *Grupo*.

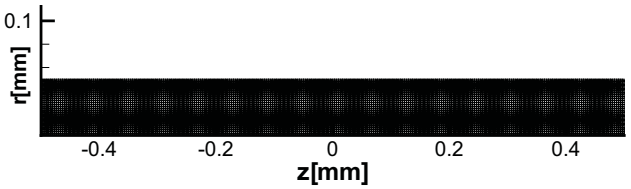


Figura 4.4: Malha do capilar reto 15×150 elementos.

A figura (4.5) mostra como o volume da gota evolui no tempo para um escoamento a uma vazão de $Q = 0,07ml/h$ e razão de viscosidades $\mu_o/\mu_w = 2$. Como é observado, a gota desaparece antes de $t = 0,12s$. A evolução da interface dessa gota é apresentada na figura (4.6). Pode-se claramente perceber a perda de massa da fase dispersa; a gota desaparece completamente antes de atingir a posição $z = 0,2mm$. Estes resultados foram obtidos utilizando-se um passo de tempo $\Delta t = 10^{-3}s$.

Na figura (4.7), pode-se observar a aparente influência da vazão do escoamento na conservação de massa da gota. Com uma vazão pequena, a massa da gota é melhor conservada. Na verdade, precisa-se que o deslocamento da gota entre dois passos de tempo seja pequeno, o critério escolhido no trabalho é um avanço igual à décima parte do comprimento do elemento na

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

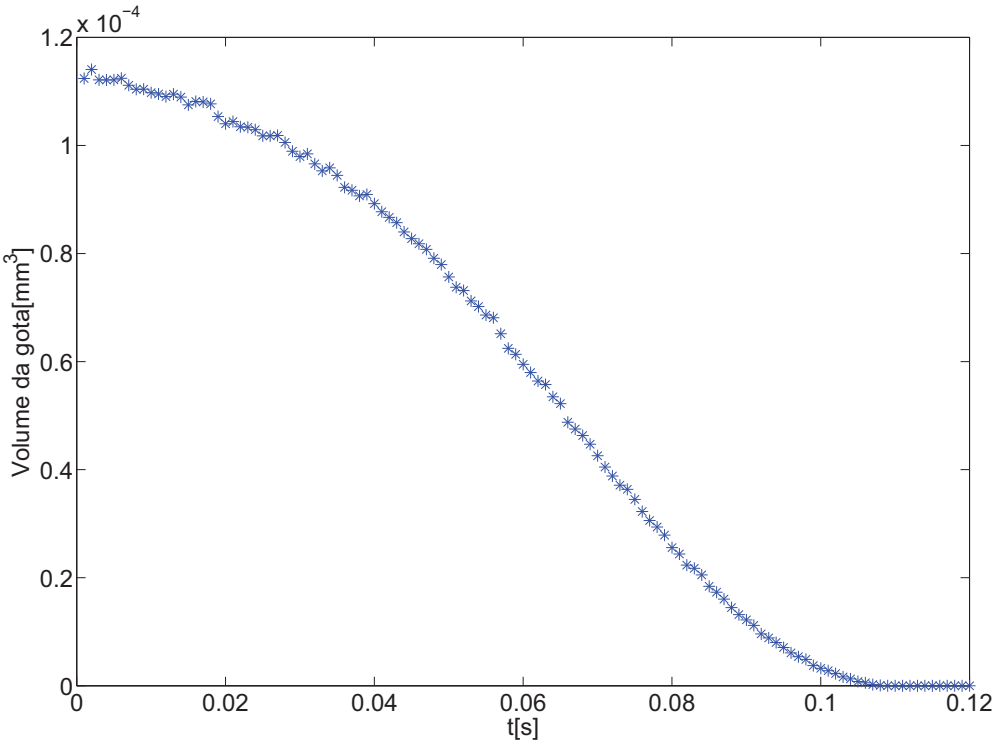


Figura 4.5: Evolução do volume da gota no tempo para $Q = 0,07ml/h$.

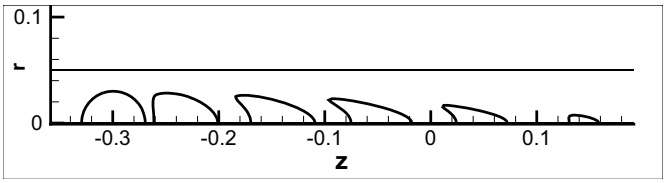


Figura 4.6: Evolução da interface da gota no capilar reto para $Q = 0,07ml/h$.

direção z, descrito na condição (4-1). Esta condição garante que a frente da gota não pule os pontos de Gauss dentro de um mesmo elemento,

$$\Delta z \approx \frac{\Delta z_{malha}}{10} \tag{4-1}$$

onde Δz_{malha} é o comprimento do elemento na direção z e Δz é calculado como,

$$\Delta z = V \Delta t, \tag{4-2}$$

onde V foi definida como a velocidade média, calculada da vazão Q e a área da seção transversal A. O passo de tempo Δt é o parâmetro escolhido na simulação para melhorar a conservação de massa.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

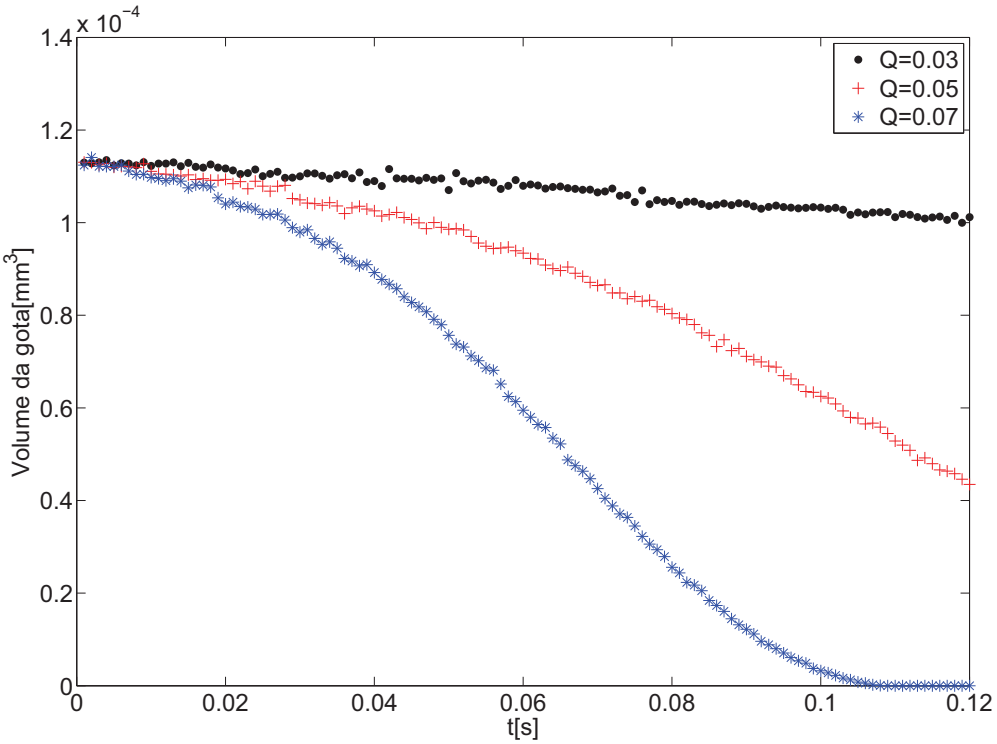


Figura 4.7: Variação do volume da gota para diferentes vazões.

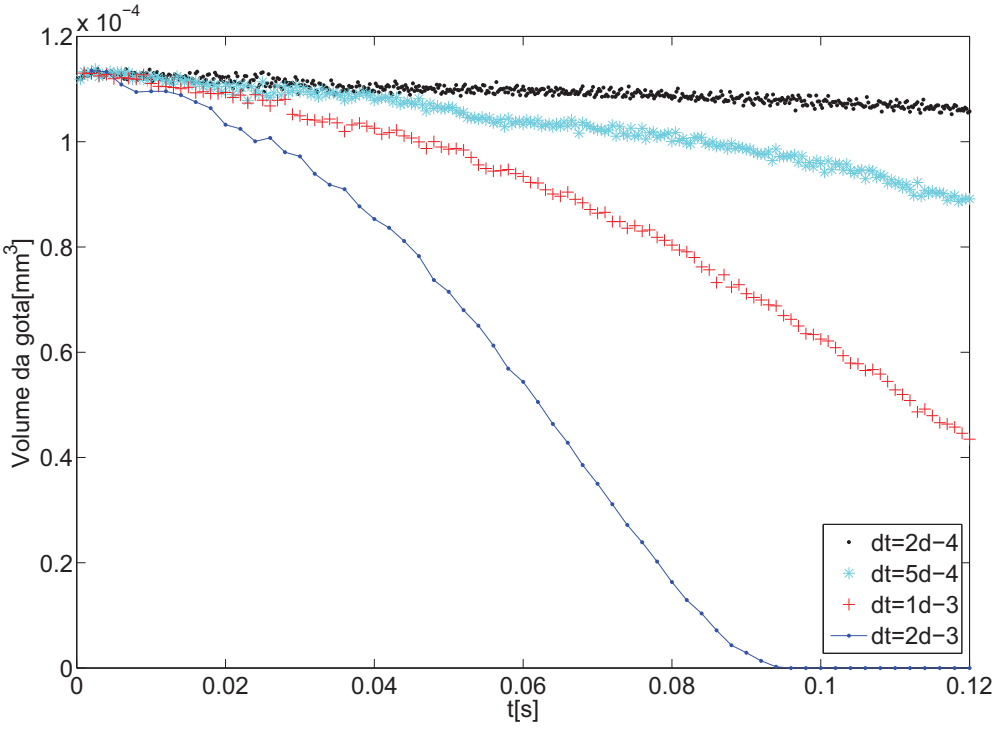


Figura 4.8: Variação do volume da gota para diferentes passos de tempo usando uma vazão $Q = 0,05ml/h$.

Para uma vazão fixa, o passo de tempo deve ser especificado de forma a satisfazer a condição (4-1). O efeito do passo de tempo na conservação de massa da gota é apresentada na figura (4.8) para uma vazão igual a

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

$Q = 0,05ml/h$. Observa-se que o passo de tempo $\Delta t = 2 \times 10^{-4}s$ é satisfatório para este caso.

4.2 Escoamento sem efeito da tensão interfacial (Número de capilaridade Ca infinito)

4.2.1 Capilar reto

Nesta parte do trabalho utiliza-se o capilar mostrado na figura (4.1(a)). O capilar reto de 18×144 elementos tem um diâmetro $100\mu m$ e um comprimento mais curto do que no caso anterior para obter uma malha mais fina.

Foram utilizados diferentes tamanhos de gota. A razão entre o diâmetro da gota (em uma configuração esférica) e o diâmetro do capilar variou $0,4$ a $0,759$. Os casos analisados são mostrados na tabela (4.1), onde R_{gota} e L_{gota} são o raio e o comprimento total da gota respectivamente.

Tabela 4.1: Razão de diâmetros para diferentes geometrias de gota

caso	$R_{gota}[mm]$	$L_{gota}[mm]$	$\frac{d_{gota}}{D_{capilar}}$
1	0,020	0,040	0,40
2	0,020	0,0525	0,456
3	0,030	0,060	0,60
4	0,03	0,0725	0,656
5	0,035	0,070	0,70
6	0,035	0,0825	0,759

A evolução da diferença de pressão com o tempo para uma vazão imposta $Q = 0,03ml/h$ para diferentes tamanhos de gotas e razão de viscosidades iguais a 2 e 10 é apresentado nas figuras (4.9) e (4.10). O escoamento atinge o regime permanente em aproximadamente $t = 0,025s$. Após este tempo a configuração da interface não mais se modifica e a gota é simplesmente carregada através do capilar. Comparando-se as duas figuras, observa-se claramente que a diferença de pressão aumenta com a razão de viscosidades.

Usando a figura (4.10) também é possível observar o efeito do tamanho da gota na queda de pressão. Por exemplo, quando a razão de diâmetros gota - capilar é $0,75$ a queda de pressão é maior do que no caso $0,40$. Portanto,

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

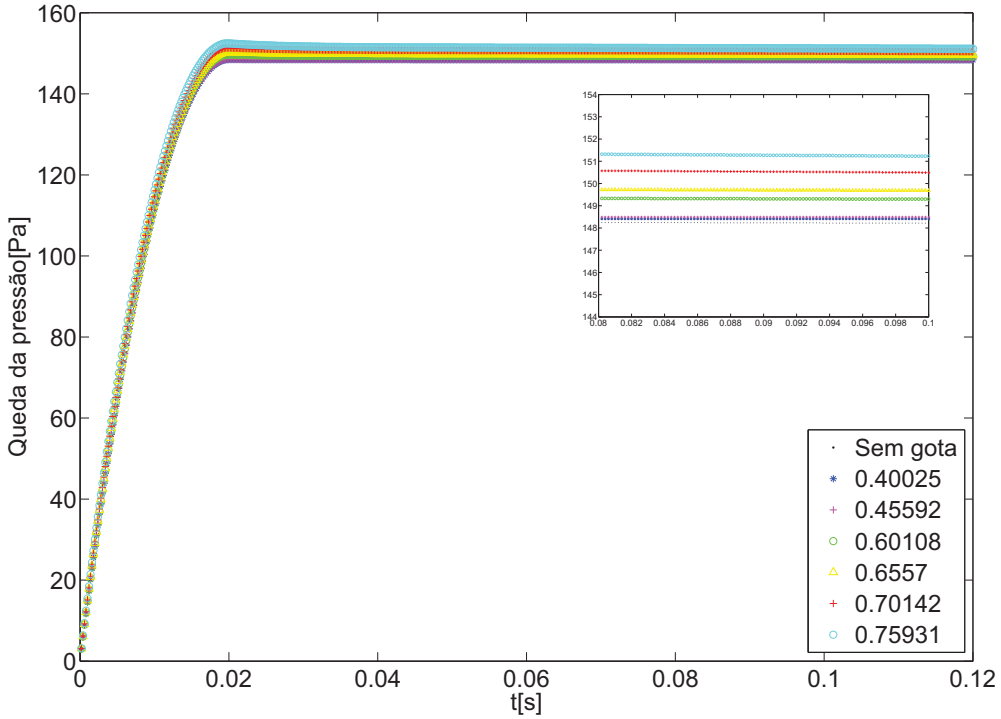


Figura 4.9: Evolução da pressão para diferente razão de diâmetros e razão de viscosidades 2 : 1.

quanto maior o tamanho da gota, maior é a queda da pressão.

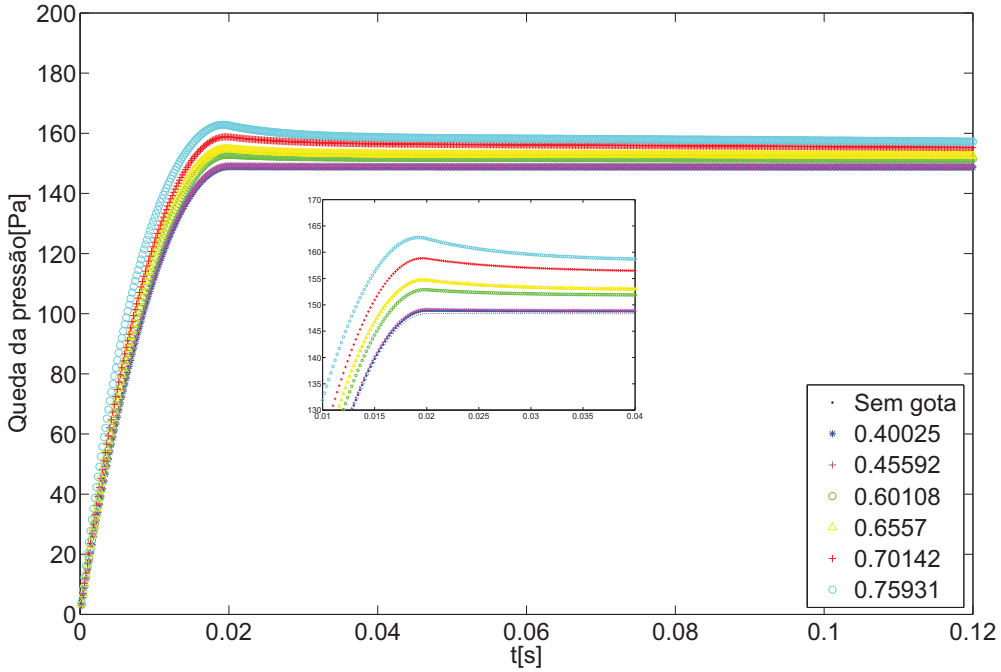


Figura 4.10: Evolução da pressão para diferente razão de diâmetros e razão de viscosidades 10 : 1.

Como pode ser observado na figura (4.11) o problema da perda de massa

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

da gota é resolvido de forma aceitável. O volume da gota permanece praticamente constante ao longo do tempo, independente da razão de viscosidades.

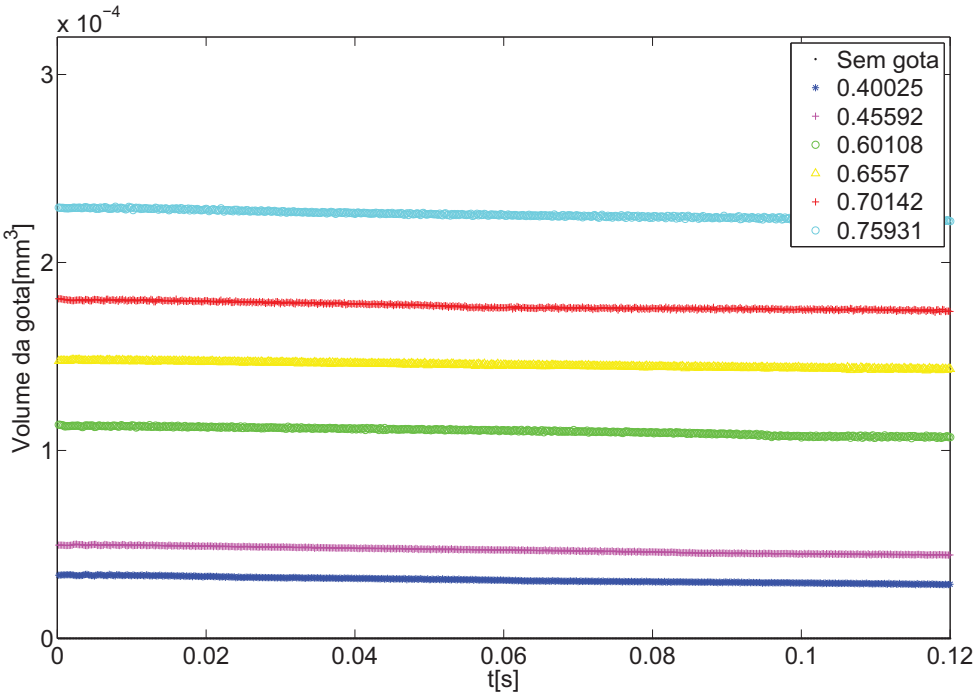


Figura 4.11: Evolução do volume da gota no tempo e razão de viscosidades $10:1$.

O fator de bloqueio f é definido como a razão entre a diferença de pressões necessária para que escoe a fase contínua e a diferença de pressões associada com o escoamento da emulsão para uma mesma vazão $f = \Delta P_c/\Delta P$ [8]. Na figura (4.12) mostra-se o fator de bloqueio f para diferentes razões de viscosidades em função dos tamanhos de gota. Na simulação foi usada uma vazão $Q = 0,03ml/h$ e $\Delta t = 2 \times 10^{-4}s$. Observa-se que para uma mesma razão de viscosidades, o fator de bloqueio diminui quanto maior for a razão de diâmetros. Considerando os efeitos da viscosidade, quanto maior for a razão viscosidade óleo/água menor é esse fator, e portanto maior a efetividade do bloqueio do capilar pela gota, mesmo sendo o capilar reto.

A figura (4.13) representa a pressão ao longo da linha de simetria para diferentes instantes de tempo. Observa-se que não existe o salto da pressão na interface já que não está incluído o efeito da tensão interfacial. A pequena diferença na inclinação das curvas é devido só a diferença de viscosidades entre as fases. Finalmente, a figura (4.14) mostra o deslocamento da gota para esses instantes de tempo.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

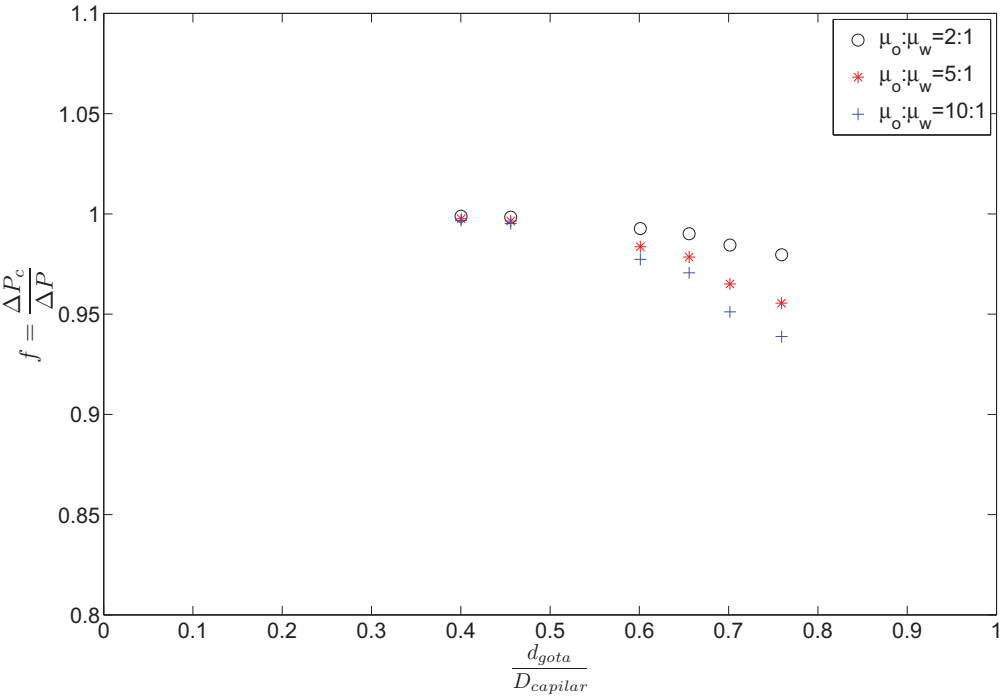


Figura 4.12: Fator de bloqueio em função da razão de diâmetros para um capilar reto.

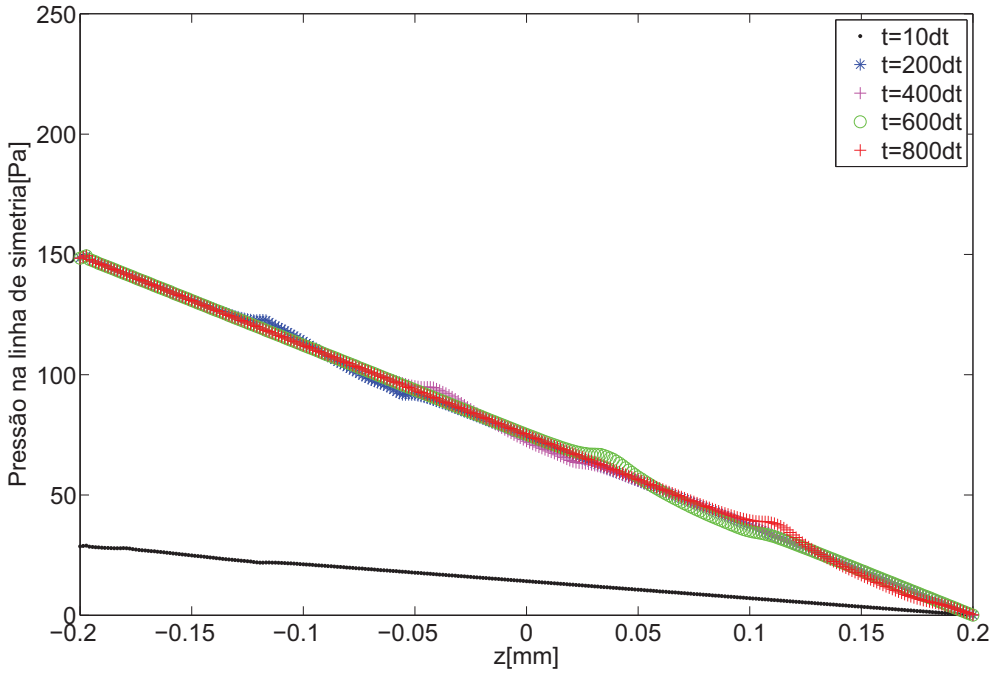


Figura 4.13: Pressão ao longo da linha de simetria com $\Delta t = 2 \times 10^{-4} s$.

4.2.2 Capilar com garganta

Para esta parte, utiliza-se a geometria do capilar com garganta $100/50 \mu m$ apresentada anteriormente na figura (4.1(b)). Como no caso anterior, a malha tem 18×144 elementos e foi obtida com o mesmo preprocessador.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

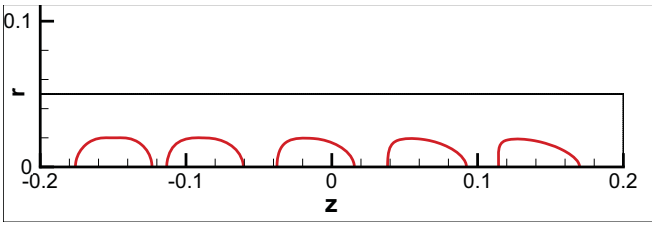


Figura 4.14: Evolução da gota com razão de viscosidades 10 : 1 e $z_0 = -0,15mm$.

A evolução ao longo do tempo da diferença de pressão para uma vazão imposta para diferentes tamanhos de gotas e para razão de viscosidades iguais a 2 e 10 é apresentado nas figuras (4.15) e (4.16). Ao contrário do capilar reto, o escoamento não atinge um regime permanente. A passagem da gota através da garganta do capilar é claramente marcada por um pico de diferença de pressão.

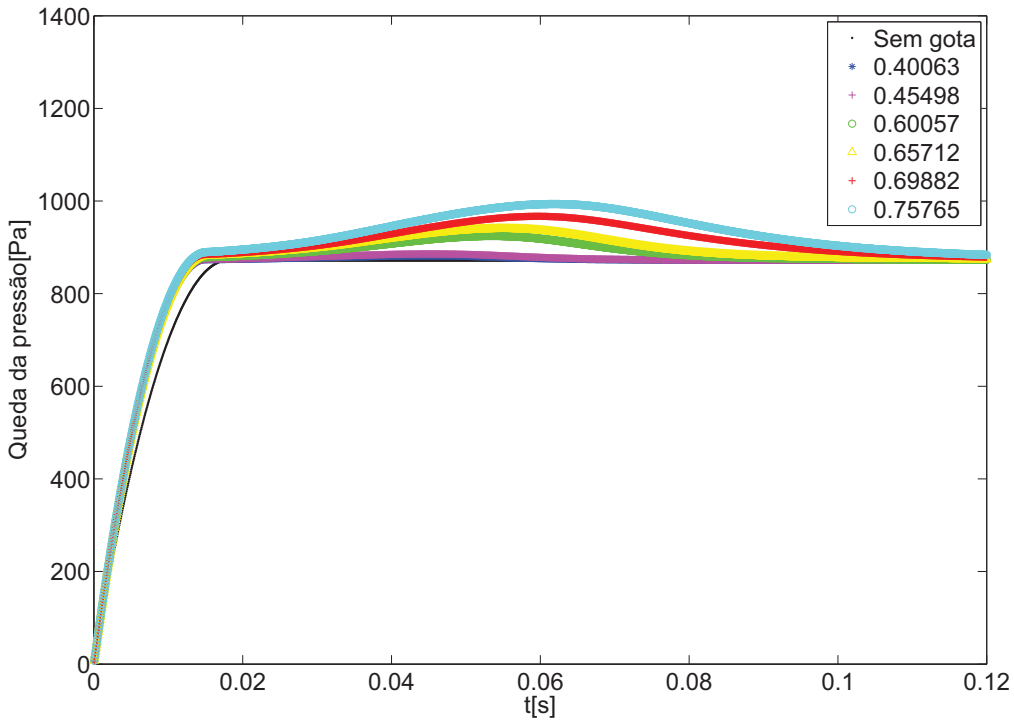


Figura 4.15: Evolução da pressão para um capilar com garganta e diferentes razão de diâmetros e razão de viscosidades 2 : 1.

Considerando essas figuras, nota-se a dependência com a razão de viscosidades. Quanto maior for essa razão maior é também a queda da pressão. Por exemplo, para uma razão de diâmetros de $0,757$ tem-se uma queda de pressão adicional de 35% para uma razão de viscosidades de 10, quando comparado ao caso com razão de viscosidades de 2.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

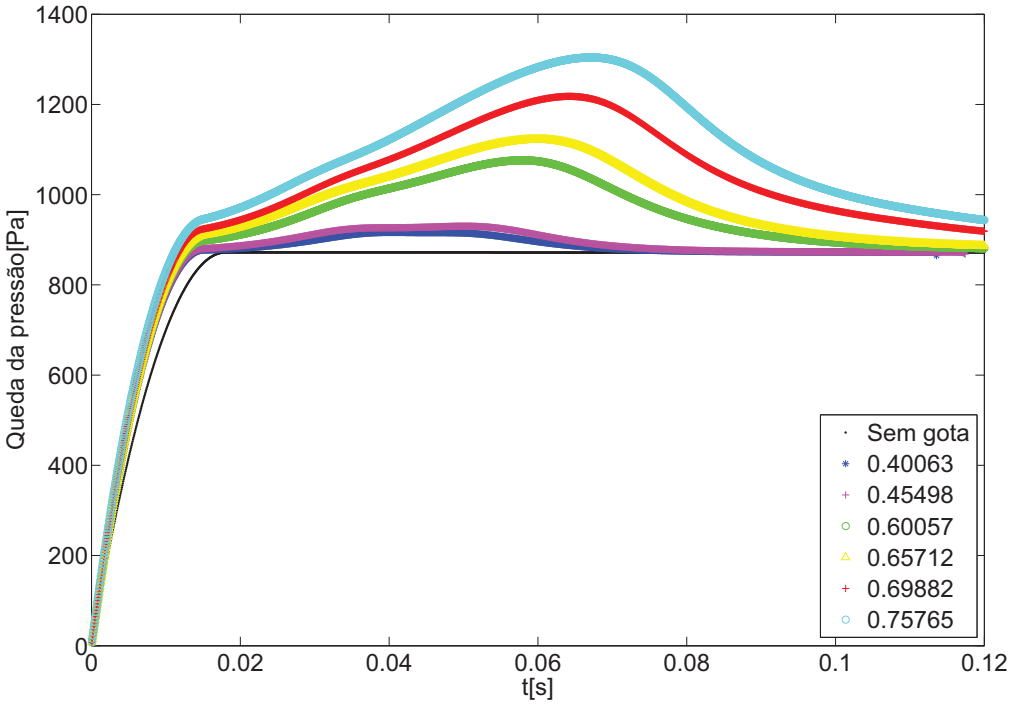


Figura 4.16: Evolução da pressão para um capilar com garganta e diferentes razão de diâmetros e razão de viscosidades 10 : 1.

Como aparece na figura (4.17), a perda da conservação de massa da gota foi satisfatoriamente controlada. A diminuição do volume a partir de $t = 0,1s$ é devido ao fato que a gota chegou ao final do capilar e saiu do domínio.

O fator de bloqueio é calculado de maneira semelhante como no caso anterior, com a diferença que escolhe-se a queda de pressão máxima atingida no escoamento da gota. Repara-se na figura (4.18) que os valores do fator são pequenos quando a razão de viscosidades é alta e o tamanho da gota maior. Em geral esses valores são menores do que no caso do capilar reto, mostrando a grande influência da garganta no bloqueio da gota. Finalmente, na figura (4.19) é apresentado a evolução da configuração da interface, nota-se a grande deformação que ela sofre devido à garganta.

4.3 Escoamento com efeito da tensão interfacial (Número de capilaridade Ca finito)

O cálculo da força devido à tensão interfacial no método de *Level Set* acrescenta uma nova dificuldade na escolha apropriada dos parâmetros ε_c e ε. O valor de ε_c tem uma relação estreita com a discretização do domínio físico, escolher um ε_c da ordem do tamanho do elemento acarretará uma

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

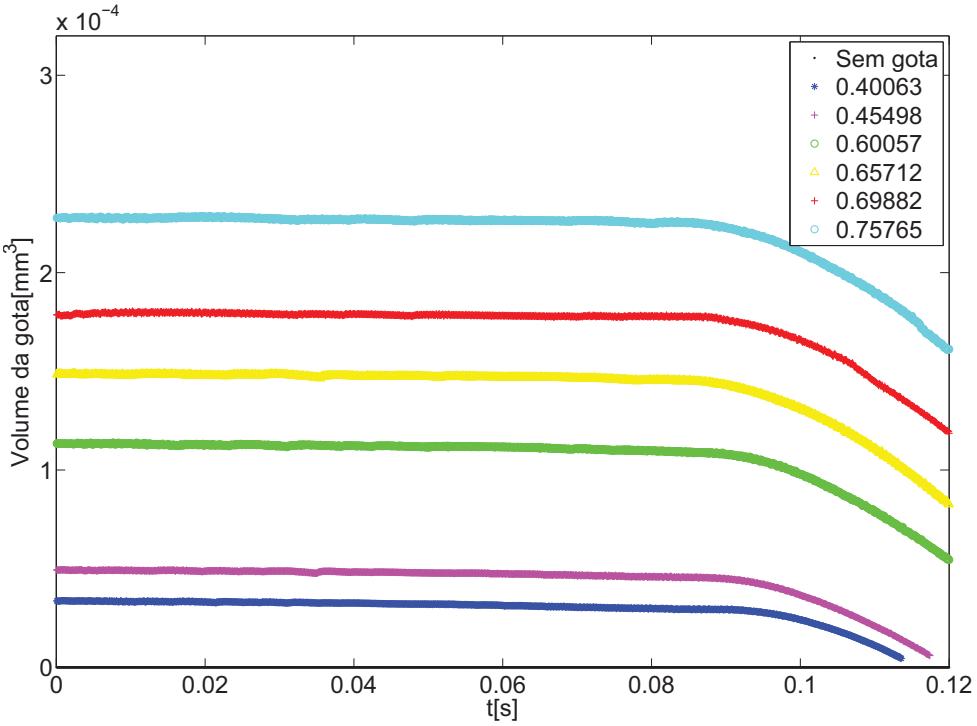


Figura 4.17: Evolução do volume da gota no tempo e razão de viscosidades 10 : 1.

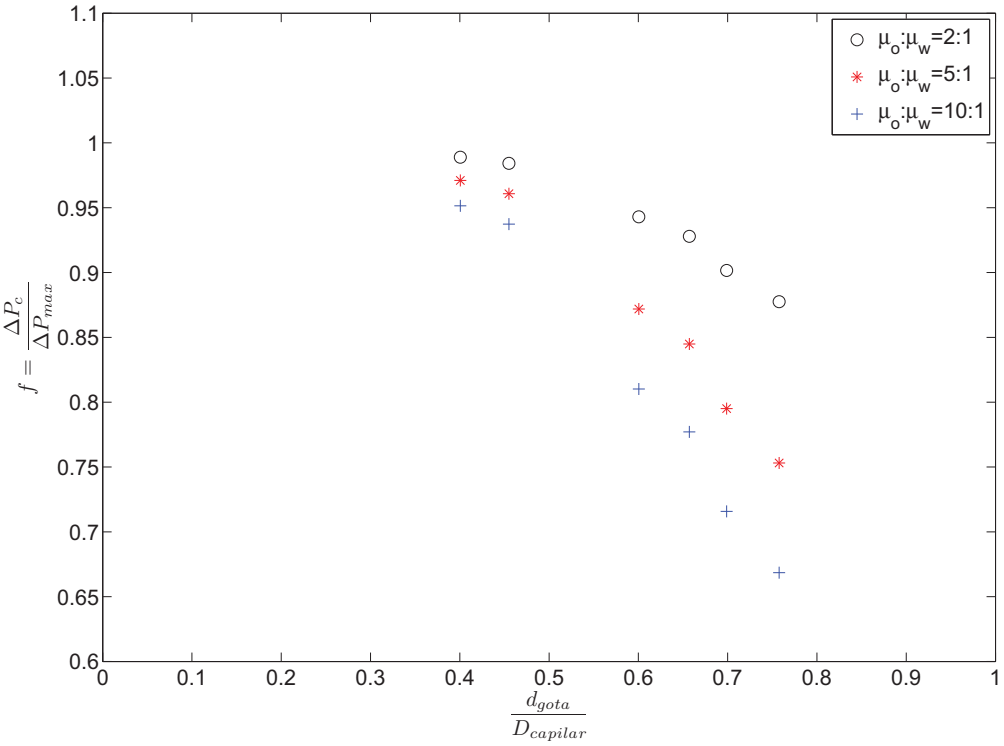


Figura 4.18: Fator de bloqueio em função do tamanho de gota para um capilar com constrição.

transição de fase abrupta e consequentemente oscilações muito grandes no campo da função escalar $c(\bar{x})$ e valores irreais da curvatura k, tornando difícil

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

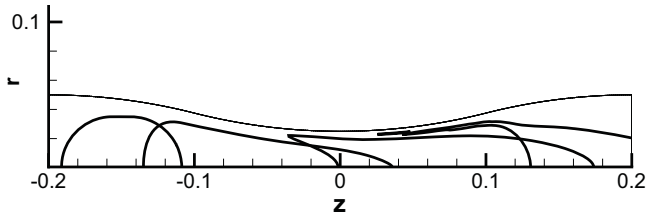


Figura 4.19: Deslocamento da gota nos instantes $t = 10dt$, $t = 600dt$, $t = 1200dt$ e $t = 1800dt$ e razão de viscosidades 10 : 1.

a convergência do método de Newton. Por isso, é preciso escolher um ε_c apropriado, ou seja, aquele que garantirá que os picos na curvatura fiquem longe da posição estimada da interface. Nas simulações foi escolhido $\varepsilon_c = 5h$, onde h é o comprimento característico do elemento. Na figura (4.20) verifica-se que os valores pico da curvatura estão distantes da interface. Observe que o valor da curvatura ao longo da interface é corretamente calculado, sendo $k \approx \frac{1}{0,03}$ na parte cilíndrica da interface e $k \approx \frac{2}{0,03}$ nas partes esféricas da interface.

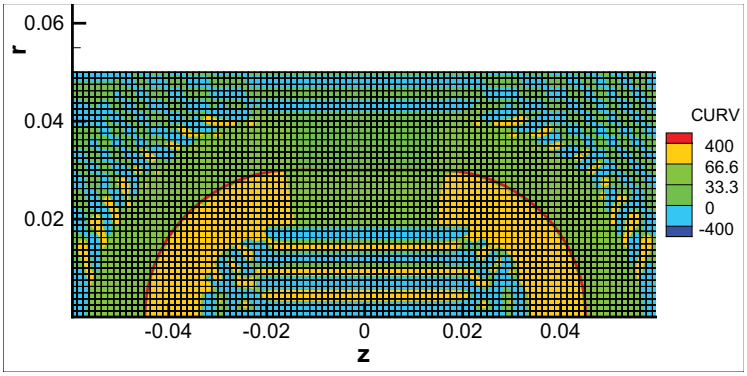


Figura 4.20: Campo da curvatura k

Embora o valor de ε_c esteja relacionado com o valor ε, eles não têm o mesmo significado físico. Assim ε_c está definido em unidades de comprimento, enquanto que ε em unidades de campo c. É, porém, possível achar uma relação entre eles,

$$\varepsilon = \frac{d}{\varepsilon_c} + \frac{1}{\pi} sin(\frac{\pi d}{\varepsilon_c})|_{d=\frac{2}{5}\varepsilon_c}$$

$$\varepsilon = 0,70 \tag{4-3}$$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

O valor de $d = \frac{2}{5}\varepsilon_c$ não é arbitrário, deve-se garantir uma espessura apropriada da interface para poder avaliar no pontos de Gauss a força da tensão interfacial, no caso de estudo esse valor de d causa que a espessura da interface seja $4h$. Na figura (4.21) observa-se a faixa onde vai ser calculada a força capilar.

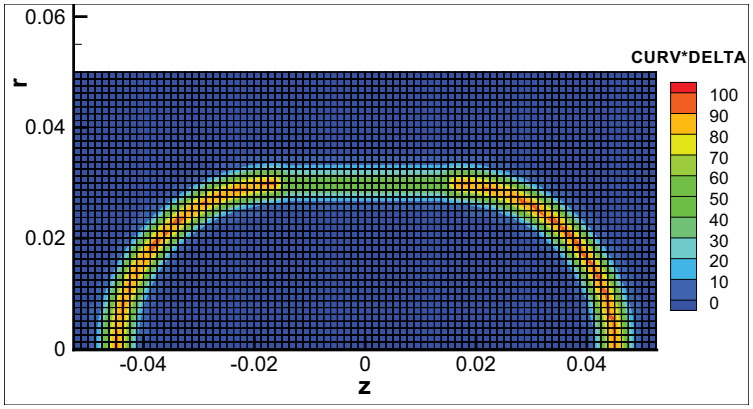


Figura 4.21: Faixa $k\delta$ onde é calculada a força.

4.3.1 Validação do modelo desenvolvido

Depois de ter incluído a tensão interfacial na formulação, procede-se à validação do modelo com outros resultados numéricos disponíveis na literatura. Os dados foram obtidos por Martinez e Udell [10], eles desenvolveram um estudo do escoamento da gota em um capilar reto em função dos parâmetros: razão de viscosidades, geometria da gota e número de capilaridade Ca. Eles utilizaram o método de integrais de fronteira (boundary integral) e fixaram o sistema referência na gota, ou seja, a gota está parada e a parede do capilar em movimento. Vale ressaltar que o método de integrais de fronteira utilizado por Martinez e Udell[10] foi aplicado no sistema linearizado, obtendo assim soluções aproximadas do problema resolvido neste trabalho.

A figura (4.22) apresenta a configuração em regime permanente da interface no escoamento com número de capilaridade $Ca = 0,1$; razão de viscosidades igual a 10 e diferentes tamanhos de gotas, representados pela razão de diâmetro da gota (esférica) e diâmetro do capilar reto. A figura (4.23) apresenta os resultados obtidos por Martinez e Udell[10] para as mesmas condições. Pode-se notar que as configurações apresentam as mesmas características, com uma curvatura maior na frente da gota e uma ligeira diminuição na espessura do filme da fase contínua na parte posterior da gota. O com-

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

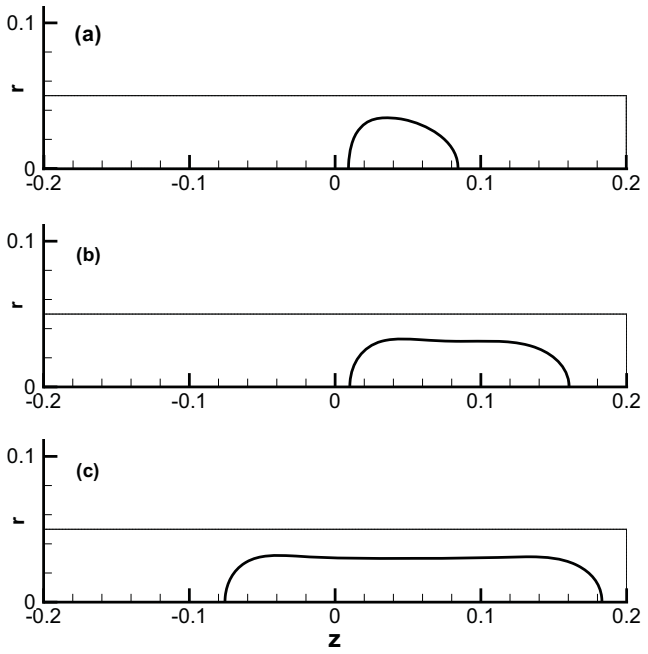


Figura 4.22: Variação da forma da gota com razão de viscosidades 10 : 1 para $Ca = 0,10$; $\frac{d_{gota}}{D_{capilar}}$= (a)0,726; (b)0,914 e (c)1,1.

primento de gota adimensionalizado em função da razão de diâmetros obtido neste trabalho e por Martinez e Udell é apresentado na figura (4.24). Os resultados obtidos neste trabalho são consistentemente maiores do que os previsto por eles e a diferença cresce a medida que o volume da gota aumenta. Como discutido anteriormente, esta diferença pode estar relacionada às aproximações do método de integral de fronteira usado por Martinez e Udell.

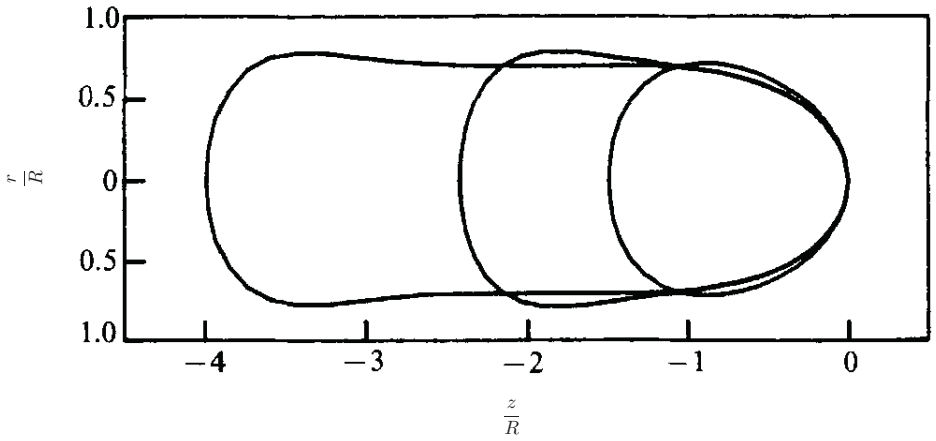


Figura 4.23: Variação da forma da gota com razão de viscosidades 10 : 1 para $Ca = 0,10$; Martinez e Udell (1990).

O efeito do número de capilaridade Ca na forma da gota também é comparado e obtém-se uma boa concordância qualitativa nos perfis da gota.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

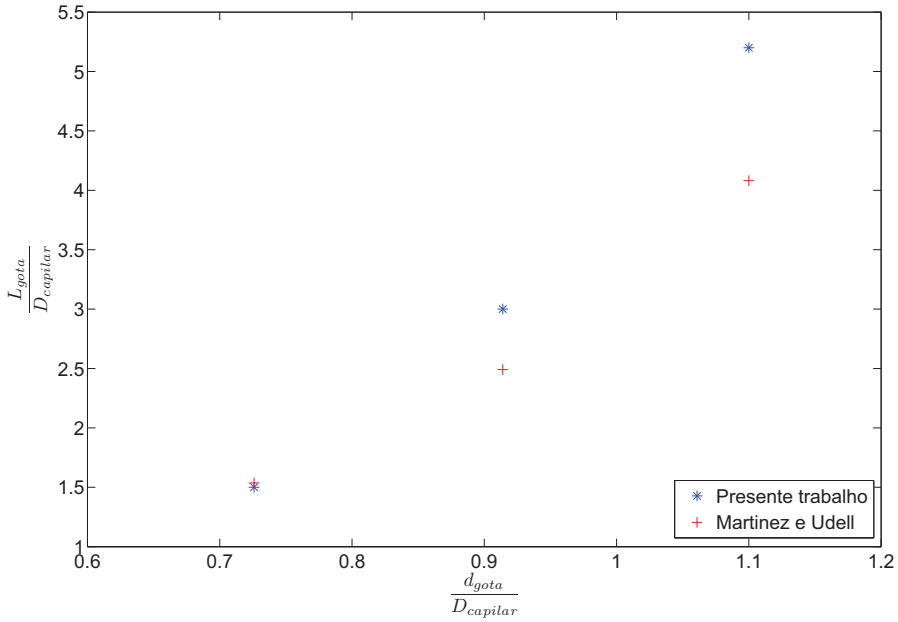


Figura 4.24: Relação comprimento - raio de gota para diferentes tamanhos.

A gota é esticada com o aumento de Ca e aparece uma curvatura negativa na parte posterior da gota, que também foi observado por Martinez e Udell para valores de número de capilaridade maiores do que $Ca = 0,75$. De acordo com o mostrado na figura (4.25(c)), a maiores valores de Ca espera-se maior cavidade reentrante na parte posterior da gota.

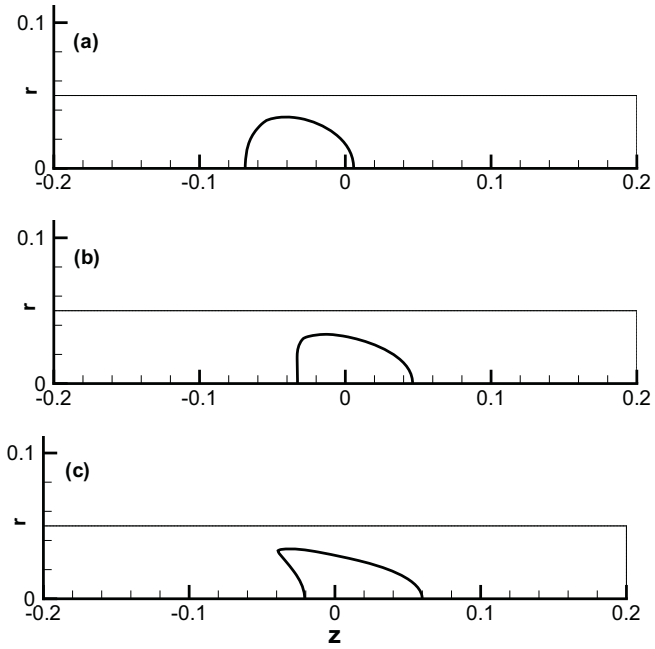


Figura 4.25: Efeito do número de capilaridade Ca na forma da gota com razão de viscosidades 10 : 1 e $\frac{d_{gota}}{D_{capilar}}$=0,726; (a)$Ca = 0,10$; (b)$Ca = 0,25$ e (c)$Ca = 0,75$.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

A figura (4.26) apresenta a queda de pressão adicional em função do tamanho de gota para dois valores de número de capilaridade Ca. Os resultados foram obtidos para uma razão de viscosidades μ_o/μ_w igual a 10. Essa queda adicional ΔP^+, devido à presença da gota, é definida como a diferença entre a pressão com a gota escoando e a pressão Poiseuille da fase contínua à mesma vazão. Note-se que o efeito dos tamanhos das gotas é importante para valores de razão maiores que $0,5$. Além disso, forças capilares maiores (menores valores de Ca) levam a maiores quedas de pressão devido à maior resistência à deformação da interface.

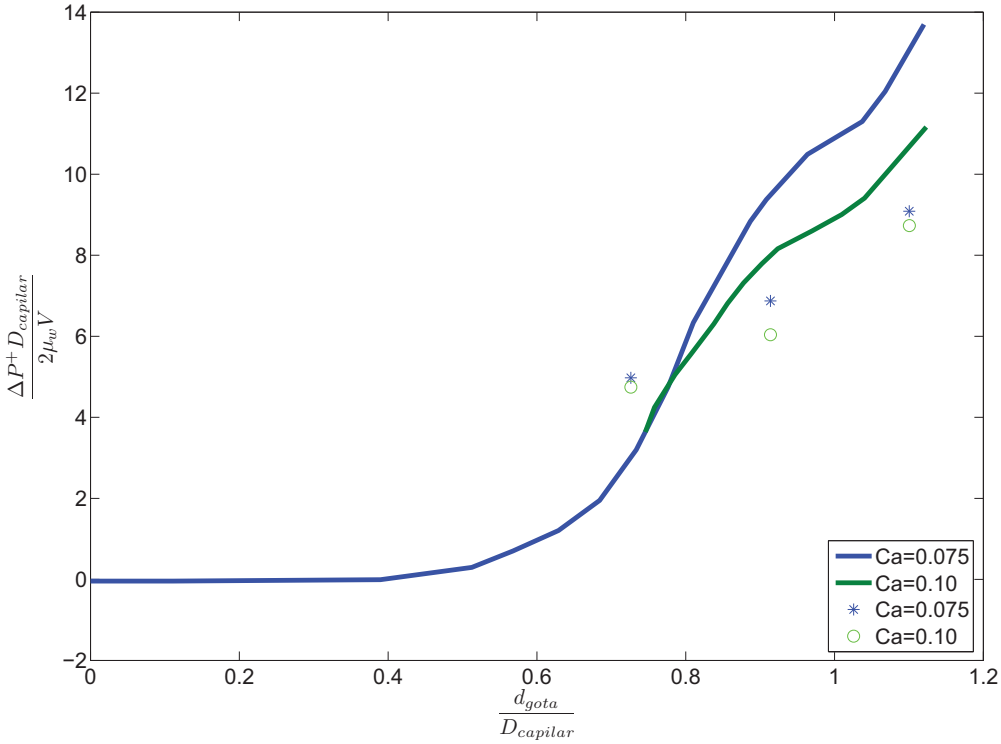


Figura 4.26: Queda de pressão adicional em função dos tamanhos de gota para diferentes Ca: linhas contínuas – Martinez e Udell [10];$*$ e $\circ$ – resultados do presente trabalho.

4.3.2 Capilar reto

Depois de apresentar validação de nosso modelo, estuda-se o escoamento da gota considerando o capilar reto da figura (4.1(a)).

A evolução da diferença de pressão para diferentes tamanhos de gotas, número de capilaridade $Ca = 0,26$ e razão de viscosidade igual a 10 é apre-

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

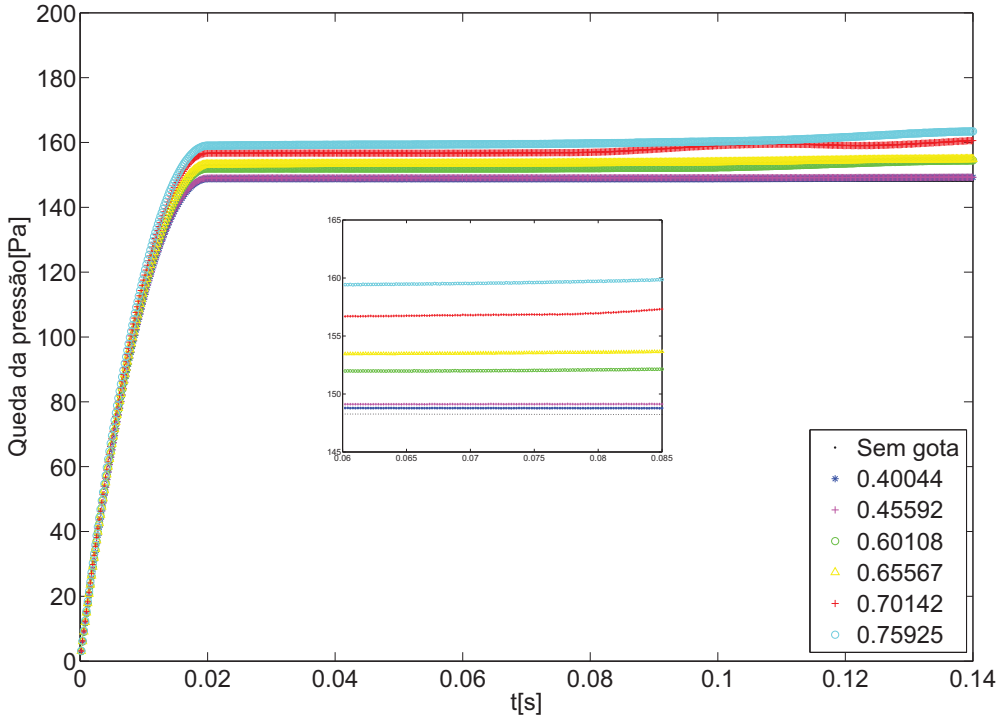


Figura 4.27: Evolução da pressão para um capilar reto e diferentes tamanhos de gota, razão de viscosidades 10 : 1 e $Ca = 0,26$.

sentada na figura (4.27).

Na figura (4.28) mostra-se claramente a influência da gota na pressão ao longo da linha de simetria para uma geometria de gota fixa, repare que existe um salto de pressão devido à existência da tensão interfacial, comportamento muito diferente ao mostrado na figura (4.13). A princípio o valor desse salto pode ser avaliado como,

$$\Delta P = \sigma k \tag{4-4}$$

onde ΔP é o salto da pressão.

A translação da região de alta pressão mostra claramente o movimento da gota ao longo do tubo. A diferença de pressão entre entrada e saída permanece a mesma após a gota atingir sua configuração final.

Como mostrado na figura (4.29) a gota escoa a uma velocidade menor do que a fase contínua, isto é devido ao efeito da razão de viscosidades 10 : 1. Também é representado na figura (4.30) os comportamentos da pressão e o volume da gota para os casos anteriormente mencionados. Eles são muito

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

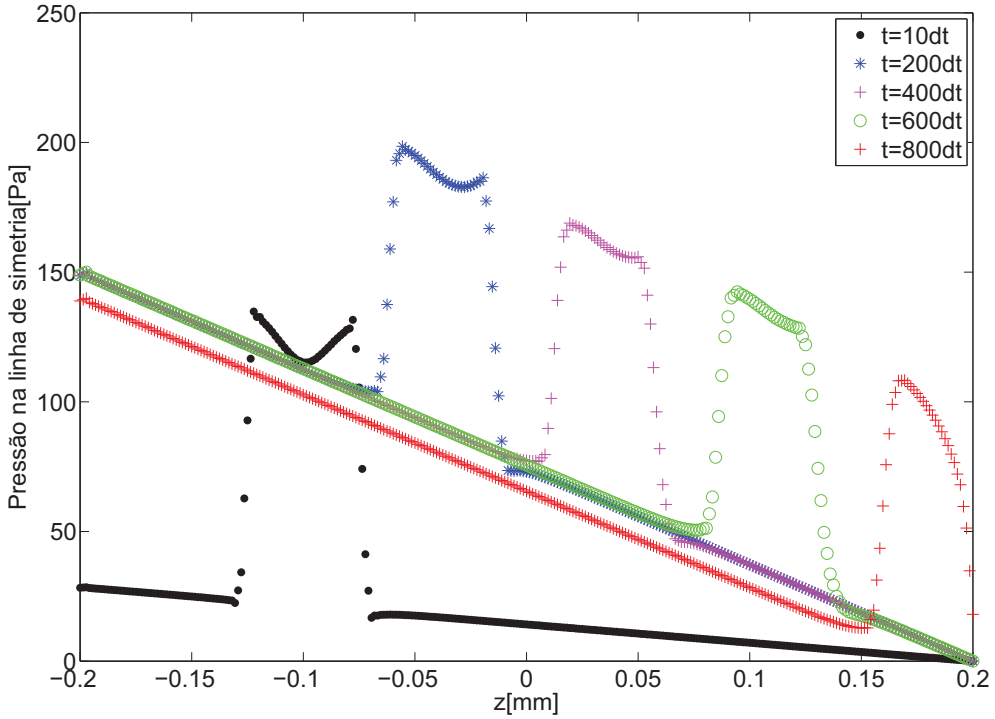


Figura 4.28: Pressão ao longo da linha de simetria $\Delta t = 2 \times 10^{-4} s$, razão de viscosidades $10 : 1$ e tensão interfacial $\sigma = 1,1 mN/m$.

similares aos casos sem tensão interfacial, a gota conserva a massa em forma aceitável.

As diferenças de pressão em regime permanente para as diferentes condições analisadas são apresentadas na forma de fator de bloqueio f, definido anteriormente como a razão entre a diferença de pressão do escoamento da fase contínua e a diferença de pressão do escoamento com gota para uma mesma vazão.

Na figura 4.31 pode-se observar, para uma razão de viscosidades igual a 10, que o fator de bloqueio diminui a medida que o tamanho de gota aumenta e que ele é virtualmente constante com o número de capilaridade Ca. O fator de bloqueio para $d_{gota}/D_{capilar}$ igual a $0,4$ é aproximadamente $f \approx 1$, indicando que gotas deste tamanho não influenciam o escoamento.

4.3.3 Capilar com garganta

Para o caso do capilar com garganta a malha foi refinada para 25×200 elementos. Para manter conservação de massa da fase dispersa foi necessário usar um Δt da ordem 10^{-5}.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

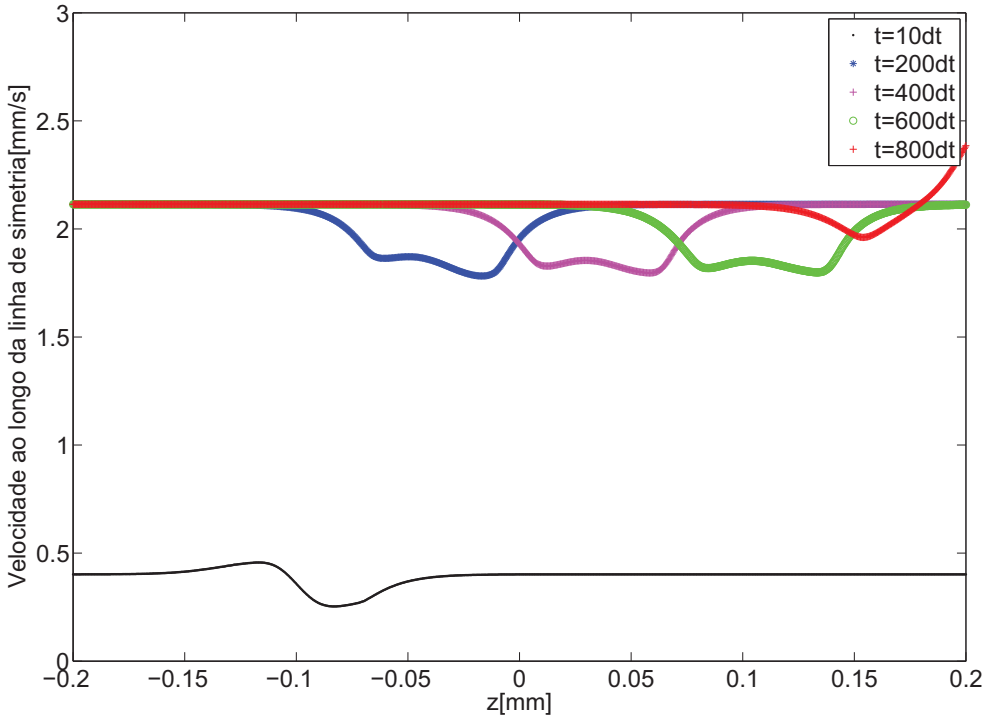


Figura 4.29: Velocidade ao longo da linha de simetria $\Delta t = 2 \times 10^{-4} s$, razão de viscosidades $10 : 1$ e tensão interfacial $\sigma = 1,1 mN/m$.

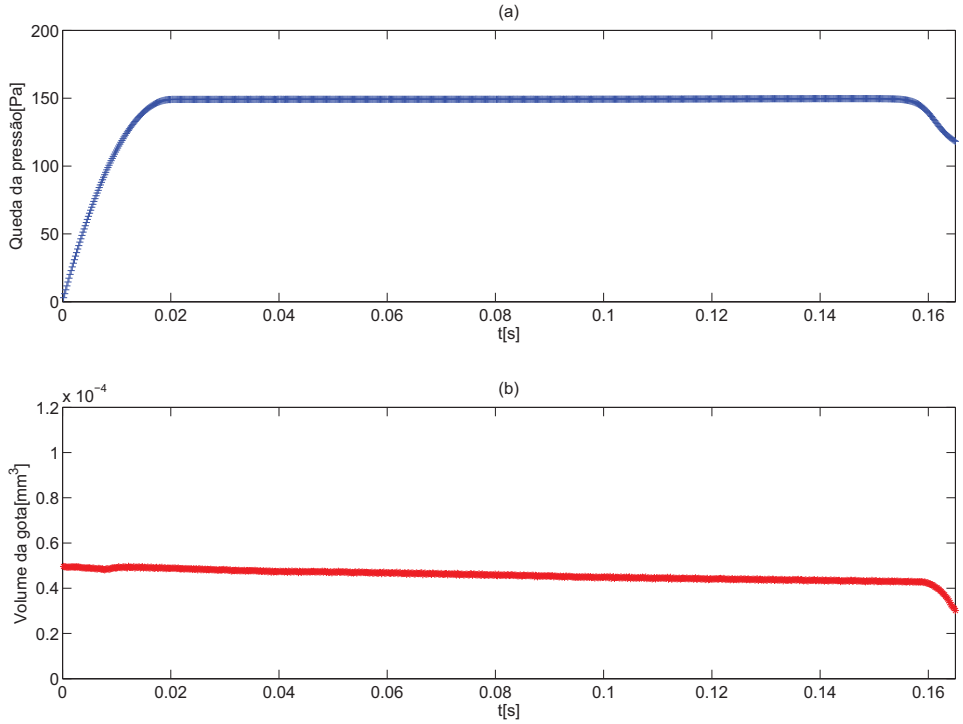


Figura 4.30: (a) Queda da pressão no tempo e (b) evolução do volume da gota no tempo, razão de viscosidades $10 : 1$ e tensão interfacial $\sigma = 1,1 mN/m$.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

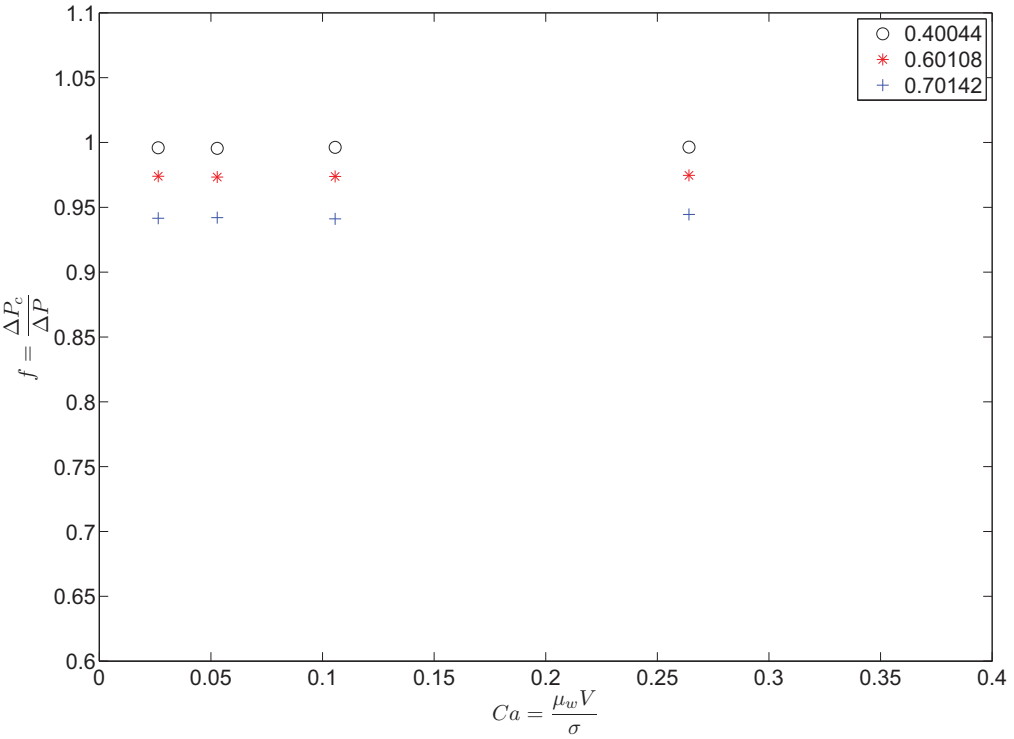


Figura 4.31: Fator de bloqueio f em função de Ca para diferentes razão de diâmetros e razão de viscosidades $10:1$.

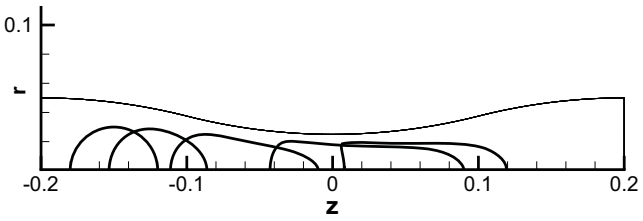


Figura 4.32: Deslocamento da gota nos instantes $t = 10dt$, $t = 600dt$, $t = 1200dt$, $t = 1800dt$ e $t = 2100dt$ com $dt = 3 \times 10^{-5}$s, $Ca = 0,066$; $\frac{d_{gota}}{D_{capilar}} = 0,6$ e razão de viscosidades $10:1$.

A evolução da gota a medida que ela passa pela garganta é apresentada na figura (4.32) para uma razão de viscosidades igual a 10, $Ca = 0,066$ e $d_{gota}/D_{capilar} = 0,6$. Observe que, ao contrário, do que apresentado na figura (4.19), a força capilar mantém a parte posterior da gota com menos deformação. A evolução da diferença de pressão com o tempo, a medida que a gota escoa pelo capilar é apresentado na figura (4.33). A passagem da gota pela garganta é claramente marcada pelo pico na diferença de pressão. No entanto, quando a diferença de pressão começa a cair o método numérico utilizado não consegue mais solucionar o problema, talvez devido ao aumento da difusão numérica do campo escalar $c(\bar{x})$, que afeta o cálculo da curvatura

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA

(ver figura (4.34)).

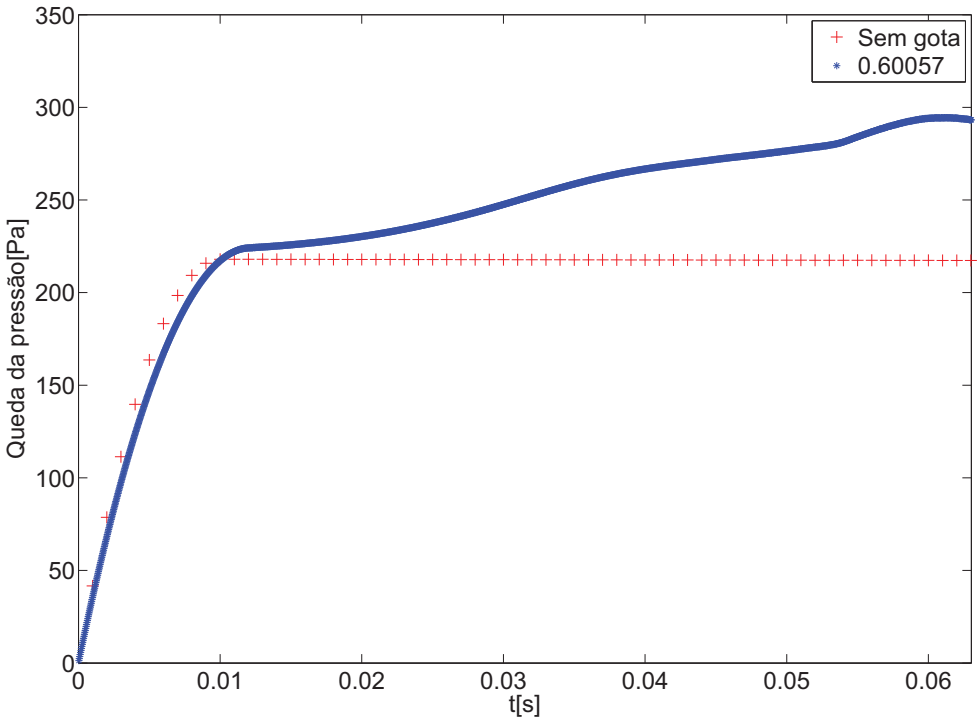
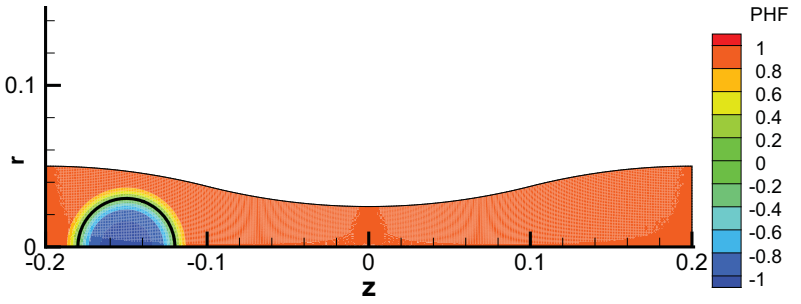


Figura 4.33: Evolução da pressão para um capilar com garganta $Ca = 0,066$; $\frac{d_{gota}}{D_{capilar}} = 0,6$ e razão de viscosidades $10 : 1$.

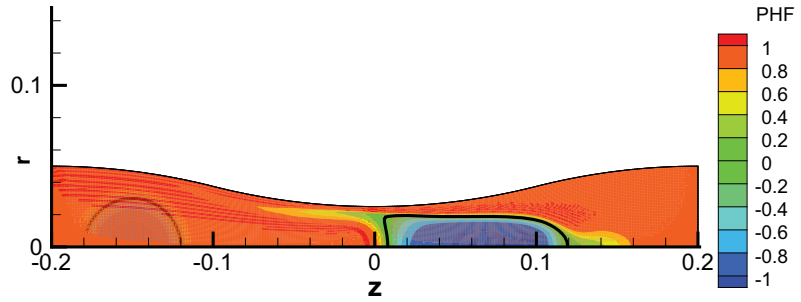
A figura (4.35) apresenta o fator de bloqueio f em função do número de capilaridade Ca para três tamanhos de gotas diferentes. É importante observar que o fator de bloqueio f diminui a medida que o número de capilaridade decresce e o tamanho de gota aumenta. As linhas tracejadas são assíntotas quando Ca tende ao infinito, ou seja, quando a tensão interfacial é zero.

O comportamento encontrado é concordante com os gráficos experimentais obtidos por Cobos et al.[8] e no trabalho de Robles e Carvalho [20].

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA



4.34(a): Campo escalar $c(\bar{x})$ para $t = 10dt$



4.34(b): Campo escalar $c(\bar{x})$ para $t = 2100dt$

Figura 4.34: Campo escalar $c(\bar{x})$ para diferentes instantes de tempo com $\Delta t = 3 \times 10^{-5} s$.

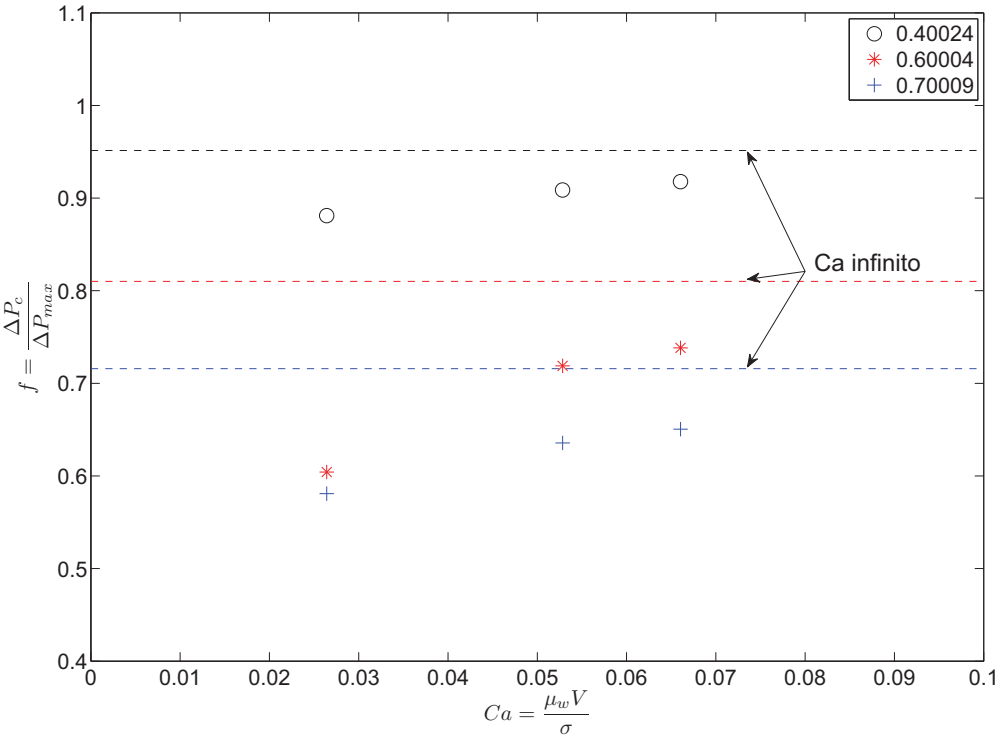


Figura 4.35: Fator de bloqueio f em função de Ca para diferentes razão de diâmetros e razão de viscosidades $10:1$.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921483/CA