

2 Posicionamento da dissertação e Estado da Arte

Na literatura podemos encontrar diversos exemplos de trabalhos que modelam preços através de processos estocásticos. No caso das *commodities*, pode-se observar que uma ampla gama de autores escolhem o Movimento de Reversão à Média para modelá-las.

Apud Schwartz e Smith (2000), os primeiros estudos em modelagem de preços de *commodities* assumiam que eles seguiam um passeio aleatório descrito como um movimento geométrico browniano, tendo sido assim modelados por Brennan e Schwartz (1985), Paddock et al. (1988) e Smith e McCardle (1998). Este movimento foi amplamente divulgado pela famosa equação de precificação de opções de Black-Scholes, visto que o modelo pressupõe que o preço das ações o segue.

No movimento geométrico Browniano, ou MGB, os preços aumentam no tempo a uma taxa constante proporcional ao aumento do preço à vista futuro. Se os preços aumentarem (ou diminuírem) mais do que o esperado em um período de tempo, todas as previsões futuras serão de um mesmo aumento (ou diminuição) proporcional.

Apesar de certas *commodities* apresentarem comportamento compatível com o processo de reversão à média, é muito difícil saber ao certo qual o verdadeiro preço de equilíbrio ao qual ela tende a reverter. Entretanto, recentemente, houve um aumento de autores sugerindo a reversão à média como o mais apropriado a diversas *commodities*.

O que é altamente plausível, visto que quando o preço da *commodity* está acima da média de longo prazo ou preço de equilíbrio, os fornecedores desta *commodity* aumentarão a quantidade de produto no mercado para diluir seus custos e, na medida em que há mais produto no mercado, existe uma pressão para a queda destes preços. Inversamente, quando o preço está abaixo da média, significa que há produto demais no mercado, o que ocorre é que os produtores que possuem altos custos de produção saem do mercado, diminuindo, assim, a oferta

de produto e forçando um aumento do preço, fazendo que o preço reverta à média de equilíbrio.

Schwartz (1997) modelou três *commodities*: petróleo, cobre e ouro. O autor utilizou dados semanais de cinco contratos futuros para cada dessas *commodities*. No artigo são comparados três modelos de comportamento estocástico para preços de *commodities*, que levam em consideração a reversão à média em termos de sua habilidade em precificar contratos futuros, e sua implicação com relação à outras instituições financeiras e ativos reais. O primeiro modelo é o do tipo Ornstein-Uhlenbeck, o segundo uma variação do modelo de dois fatores de Gibson e Schwartz (1990) e o terceiro, uma versão estendida de Gibson e Schwartz com a inclusão de um novo fator.

O autor estima os parâmetros dos três modelos usando a metodologia de filtros de Kalman para as três *commodities*. A análise revela uma forte reversão à média no preço das *commodities* comerciais, mas não no metal precioso. Utilizando os parâmetros estimados, foram analisadas as implicações do modelo para a estrutura a termo dos preços futuros, para a volatilidade por trás dos contratos observados, e para o *hedging* de contratos de entrega futura. Finalmente, o autor analisa a implicação dos modelos nas decisões de orçamentação de capital.

Em um cenário de equilíbrio seria esperado que quando os preços estivessem relativamente altos, a oferta de produtos iria aumentar, fazendo pressão para os preços descenderem. Inversamente, quando os preços estiverem baixos, a oferta irá diminuir pressionando os preços a aumentarem. O impacto dos preços relativos na oferta da *commodity* irá induzir os preços a uma reversão à média.

Segundo Schwartz, uma das maiores dificuldades para a implementação destes modelos de precificação de *commodities* se encontra no fato de os fatores estocásticos não serem diretamente observáveis. Em alguns casos, o preço à vista é tão incerto, que o contrato futuro correspondente à data mais próxima do vencimento é utilizada como um *proxy* do preço à vista. Já a taxa de conveniência instantânea é ainda mais difícil de se estimar. Contratos futuros, no entanto, são negociados em diversas bolsas de valores, e seus preços são mais fáceis de se observar.

A ferramenta utilizada para essas situações são os processos de Markov. Os filtros de Kalman podem ser aplicados para estimar os parâmetros do modelo e as séries temporais das variáveis de estado não observáveis.

Schwartz (1997) observa no artigo que o comportamento estocástico dos preços das *commodities* tem implicações importantes na valoração de projetos, e na determinação da regra de investimento ótimo, ou seja, quando é melhor exercer a opção. O autor analisa um projeto de investimento, utilizando os três modelos propostos, além do método de fluxo de caixa descontado e as opções reais, assumindo que os preços das *commodities* seguem um movimento geométrico browniano.

Em outro artigo, Schwartz e Smith (2000) analisam dinamicamente a variação do preço das *commodities* em duas visões, no longo e no curto prazo. Para isso, foi desenvolvido um modelo de dois fatores para os preços das *commodities* que permite uma reversão à média no curto prazo, ao mesmo tempo também permite uma incerteza no nível de equilíbrio ao qual o preço tende a reverter. Embora esses dois fatores não sejam diretamente observáveis, podem ser estimados a partir dos preços *spot* e preços futuros. Os autores demonstram que, embora o modelo não considere as mudanças na taxa de conveniência ao longo do tempo, este modelo híbrido de curto e longo prazo é equivalente ao modelo estocástico com taxa de conveniência desenvolvido em Gibson e Schwartz (1990). Os parâmetros do modelo foram estimados utilizando-se os preços dos contratos futuros de petróleo. Para demonstrar a utilização do modelo, o mesmo foi aplicado para alguns ativos hipotéticos vinculados ao petróleo e, de posse desses dados, foram observadas algumas de suas vantagens sobre o modelo Gibson-Schwartz (1990). Sendo assim, este modelo forneceu uma interpretação alternativa dos resultados do modelo de Gibson e Schwartz (1990). Nele as mudanças nos preços futuros de curto prazo são interpretadas como variações no preço de curto prazo ao invés de mudanças na taxa instantânea de conveniência.

Os autores buscaram uma forma mais realistas que a adotada nos modelos padrões e, simples o bastante para valorar opções reais e financeiras. No artigo, o nível do preço de equilíbrio segue um movimento geométrico browniano com *drift* refletindo a expectativa de esgotamento da oferta existente, melhorando a tecnologia para a produção e descoberta da *commodity*. Eles consideram o efeito inflacionário, bem como os efeitos políticos e regulatórios. Os desvios de curto prazo, definidos como a diferença entre os preços *spot* e de equilíbrio, são esperados que revertam a zero seguindo um processo de Ornstein-Uhlenbeck. Estes desvios podem refletir, por exemplo, a variação de curto prazo da demanda

resultante de variações no tempo, ou rupturas de abastecimento intermitente, e são temperadas pela habilidade dos participantes do mercado para ajustar os níveis de estoque em resposta às mudanças do mercado.

Cortazar e Schwartz (1997) analisaram a valoração de um poço de petróleo não desenvolvido. Poços de petróleo não desenvolvidos têm valor justamente pelo fato de um dia eles poderem ser desenvolvidos e ter sua produção vendida. No estudo, assume-se que o preço *spot* da *commodity* petróleo segue o movimento estocástico de reversão à média e, a partir dessa modelagem, calcula-se o valor da opção de espera. O resultado do trabalho mostra que uma fração significativa do valor do poço de petróleo provém da flexibilidade de espera em realizar investimentos no desenvolvimento do poço, e o valor dessa flexibilidade diminui com o aumento do preço do petróleo. Mostra, também, que o preço crítico de desenvolver o poço diminui com o tempo disponível para desenvolvê-lo.

Como no artigo os autores estavam interessados em manter a modelagem simples, eles definiram o modelo de um fator para o preço do petróleo, ao invés de utilizar o modelo de dois fatores de Gibson e Schwartz (1990) ou o modelo de três fatores de Cortazar e Schwartz (1994).

Dias e Rocha (1999) modelam o preço da *commodity* petróleo de acordo a um processo de reversão à média com saltos. Este processo estocástico é um processo combinado de difusão com saltos, seguindo a idéia de Merton (1976) sobre as oscilações dos preços dos ativos. Para esse autor, a chegada de informação normal durante um intervalo de tempo infinitesimal gera apenas um ajustamento marginal dos preços, o qual é modelado por um processo de difusão contínua, enquanto que a chegada da informação anormal gera um choque estocástico discreto, um salto, que é modelado como um processo de Poisson. O modelo que combina ambos é chamado de processo de difusão com saltos, ou, Poisson-Gaussiano.

No artigo de Dias e Rocha (1999) foi seguida a proposição de Merton (1976), exceto no fato de utilizar duas distribuições normais truncadas, e Merton (1976) utilizar a distribuição log-normal para o tamanho dos saltos. Em Merton (1976) foi utilizado o movimento geométrico browniano, já em Dias e Rocha (1999) foi utilizado o movimento de reversão à média visto que desta vez estar-se-ia modelando *commodities* e não ativos financeiros.

A utilização do movimento de reversão à média como o processo de difusão se deve ao fato de apesar do preço do petróleo ter oscilações aleatórias no curto prazo, ele tende a voltar ao nível de equilíbrio no longo prazo, principalmente devido ao fato da existência de um cartel de produtores.

Dias e Rocha (1999) calculam a opção de extensão aplicada aos contratos de concessão do setor de exploração e produção de petróleo, e comparam o modelo de reversão à média com o movimento geométrico browniano (MGB). Nesta comparação percebe-se que um maior valor para a opção é obtido para o modelo de reversão à média com saltos.

Com relação às opções de conversão ou troca, Kulatilaka (1993) analisa o valor da flexibilidade no uso de uma caldeira de vapor industrial bi-combustível. Esta caldeira pode ser alimentada utilizando óleo combustível residual ou gás natural. É uma tecnologia extremamente simples, onde existe uma única variável de entrada, ou *input*, para produzir um único *output*, o vapor. Ou seja, deve-se optar em que momento é melhor utilizar óleo combustível residual, e em que momento o gás natural passa a ser mais proveitoso.

O autor compara o investimento em uma caldeira onde não há flexibilidade, ou melhor, uma caldeira que recebe um tipo de combustível exclusivamente, e uma caldeira onde há flexibilidade, ou seja, que funcione tanto com um tipo quanto com outro tipo de combustível.

Tendo em vista que o óleo e o gás natural possuem diferentes eficiências termais, os preços tiveram que ser ajustados para que a unidade de *input* de cada um deles produzisse um nível idêntico de *output* anual.

O valor da opção de troca se encontra justamente no fato de que, quando o preço de uma das possibilidades de *input* está alto, é possível passar a comprar a que está com menor preço. Isso pode vir a ser muito interessante para uma empresa, visto que se houver sempre uma inversão de patamar entre o preço de uma das entradas e o preço de outra, a empresa poderá economizar. E esta economia feita durante um tempo pode ainda exceder o valor incremental que foi investido na compra da máquina bi-combustível.

A existência deste tipo de opção regula ainda o preço dos produtos substitutos, influenciando no equilíbrio do mercado. Entretanto, a presença deste tipo de tecnologia pode conectar os mercados e reduzir a volatilidade das

mudanças de preço relativas, reduzindo potencialmente o valor futuro desta flexibilidade.

Bastian-Pinto (2009) modela as séries de etanol e açúcar de acordo com o movimento de reversão à média e movimento geométrico browniano, comparando ambas as abordagens. Essa modelagem é feita para que seja possível o cálculo da opção, para isto utiliza árvores bi-variáveis. Nesse trabalho são calculadas dois tipos de opções. Uma opção hipotética de expansão de uma usina de açúcar em uma planta flexível de etanol, e uma opção de conversão entre a produção de açúcar e etanol em usinas flexíveis. A partir destes cálculos é possível notar que a flexibilidade adiciona efetivamente valor substancial ao negócio.

Em uma das sugestões para trabalhos, o autor sugere fazer uma modelagem semelhante à utilizada por Rocha e Dias (1999), ou seja, a utilização do movimento de reversão à média com saltos de Poisson para modelar as séries de açúcar e etanol.

Bastian-Pinto (2009) sugere que a inclusão de saltos torna muito interessante a modelagem de opções reais.

A presente dissertação propõe o movimento de reversão à média com saltos de Poisson para modelar as séries de açúcar e etanol e, a partir, dessa modelagem, valorar a opção de troca para o usineiro.