

Thiago Figueiredo Polari Pessoa

Análise Numérica de Medidas de Contenção de Sólidos em Rochas Produtoras de Óleo do Brasil

Dissertação de Mestrado

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Eurípides do Amaral Vargas Jr Co-orientadora: Raquel Quadros Velloso

Rio de Janeiro Agosto 2011



Thiago Figueiredo Polari Pessoa

Análise Numérica de Medidas de Contenção de Sólidos em Rochas Produtoras de Óleo do Brasil

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo citada.

> Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr Orientador Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

> > Dra. Raquel Quadros Velloso

Co-orientadora Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

Prof. André Luís Muller Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio/Tecgraf

> Dr. Mauro Bloch Cenpes/Petrobras

Prof. José Eugenio Leal Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico- PUC-Rio

Rio de Janeiro, 19 de Agosto de 2011

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador

Thiago Figueiredo Polari Pessoa

Graduado em Engenharia Ambiental pela PUC (Pontifícia Universidade Católica) em 2009.

Ficha Catalográfica

Pessoa, Thiago Figueiredo Polari

Análise numérica de medidas de contenção de sólidos em rochas produtoras de óleo do Brasil / Thiago Figueiredo Polari Pessoa ; orientador: Eurípedes do Amaral Vargas Jr ; co- orientadora: Raquel Quadros Velloso. – 2011.

142 f. il. (color.); 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2011.

Inclui bibliografia

1. Engenharia civil – Teses. 2. Geomecânica. 3. Produção de sólidos. 4. Elasto-plasticidade. 5. Análise numérica. I. Vargas Junior, Eurípedes do Amaral. II. Velloso, Raquel Quadros. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Civil. IV. Título.

CDD: 624

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921938/CA

Aos meus pais e minha família por todo suporte, amor e dedicação.

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0921938/CA

"…Depois que uma mente se abre para uma nova idéia ela jamais retornará ao seu tamanho original." Albert Einstein

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por ter me dado força para realização deste estudo.

Aos meus pais, Hélio e Teresa, que sempre me apoiaram nos momentos mais difíceis da minha vida e sempre me deram suporte para que eu possa seguir minha vida e correr atrás dos meus sonhos. À minha irmã, Priscilla, pelas conversas e desabafos e por ser sempre um exemplo para mim. Obrigado por estar sempre por perto.

À Tassiana, minha vida. Pelo apoio, incentivo e compreensão durante muitos momentos de ausência. Sem você eu não teria ido tão longe.

Ao meu orientador Prof. Eurípedes do Amaral Vargas Jr. que eu tanto admiro. Agradeço por todo tempo disponibilizado, ensinamentos, confiança depositada durante os momentos difíceis, estímulo, conselhos, ideias, soluções e paciência durante esse período. Enfim, obrigado pela amizade.

À Raquel por todo tempo disponibilizado, ensinamentos, conselhos e por todas as ideias sugeridas para que o trabalho pudesse continuar andando. Obrigado pela amizade e por ter me ajudado tanto na tese!

Aos professores do departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio pelos conhecimentos transmitidos ao longo do curso de mestrado.

Paula, Johnny, Eric, Thiago, Louise, Carla, Débora porque sem vocês o mestrado não teria sido o mesmo!

Aos meus amigos pelos tempos de lazer e divertimento!

Agradeço a todos os funcionários do departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio pela paciência e as conversas durante esses últimos anos.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pela bolsa concedida.

Enfim, a todos aqueles que de algum modo contribuíram para a realização deste trabalho de forma direta ou indireta.

Resumo

Pessoa, Thiago Figueiredo Polari; Vargas Jr., Eurípedes do Amaral; Velloso, Raquel Quadros. **Análise Numérica de Medidas de Contenção de Sólidos em Rochas Produtoras de Óleo do Brasil**. Rio de Janeiro, 2011. 142p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Durante a vida produtiva de um poço de petróleo, problemas devido à produção de sólidos podem ocasionar gastos excessivos por danos nos equipamentos ou redução de produtividade do poço. Por causa destes problemas, a instalação de sistemas de contenção de sólidos na etapa de completação é uma das mais complexas e fundamentais fases na construção do poço. A alteração no estado de tensões atuante sobre a formação é uma das principais fontes de carregamento dos sistemas de contenção mecânica de sólidos. Este trabalho visa simular as tensões atuantes no sistema de contenção de sólidos (gravel packing e stand alone) instalados em uma formação com potencial de produção de sólidos, permitindo a otimização de projetos para este tipo de sistemas. Para isso foi utilizado o modelo de Mohr Coulomb solucionado numericamente no software comercial de elementos finitos Abagus que foi escolhido devido a sua enorme capacidade de resolver problemas não lineares. Os resultados obtidos foram então comparados com ensaios experimentais que apresentaram comportamento bastante semelhante com os obtidos numericamente. Além disso, foi observada a capacidade do gravel packing de suportar as tensões até determinado estado de tensões.

Palavras-chave

Geomecânica; Produção de sólidos; Elasto-plasticidade; Análise Numérica.

Abstract

Pessoa, Thiago Figueiredo Polari; Vargas Jr., Eurípedes do Amaral (advisor); Velloso, Raquel Quadros (co-advisor).**Numerical Analysis of Sand Control Methods in Oil-Producing Rocks**. Rio de Janeiro, 2011. 142p. M.Sc. Dissertation – Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

During the production steps of a petroleum well, issues regarding sand production may have hight costs due to damages in the equipment or reduction of the well's productivity. Such problems make the application of sand control systems in the completion phase one of the most complex and essential parts in the construction of the well. This work aims to simulate the behavior of different sand control methods (gravel packing and stand alone) taking into account mechanical interaction between the formation and sand control screens. For the development of the present study, elastoplastic (Mohr Coulomb) models are used to represent granular materials with the commercial FEM software Abaqus, chosen due to its versality in the solution of non-linear problems named out previously. Numerical simulations were compared to experimental tests which presented similar behavior regarding the numerical analysis. In addition, it was observed the capability of the gravel packing to withstand the stresses up to a certain state of stress.

Keywords

Geomechanics; Sand Control Methods; Elastoplastic; Numerical Analysis.

Sumário

1 Introdução	23	
1.1. Objetivo	24	
1.2. Relevância do Trabalho	24	
1.3. Organização do Trabalho	25	
 Produção de sólidos em poços de petróleo 	26	
2.1. Perfuração de Poços		
2.2. Completação de Poços		
2.2.1. Mecanismos de Produção de Sólidos	29	
2.2.2. Classificação na Produção de Sólidos		
2.2.3. Consequências Decorrentes da Produção de Sólidos	31	
2.2.4. Medidas de Controle	32	
2.2.4.1. Controle da Pressão de Fluidos Entre a Formação e o Poço e a Taxa	à	
de Produção	33	
2.2.4.2. Consolidação Química	34	
2.2.4.3. Frac-Pack	35	
2.2.4.4. Gravel Packing	37	
2.2.4.5. Stand Alone	39	
2.2.4.5.1. Tubos Ranhurados (Slotted Liners)	40	
2.2.4.5.2. Telas Não-Expansíveis	41	
2.2.4.5.2.1. Telas Wire-Wrapped	41	
2.2.4.5.2.2. Telas Pré-Empacotadas	41	
2.2.4.5.2.3. Telas Premium	42	
2.2.4.5.3. Telas Expansíveis	43	
3. Modelos Constitutivos	45	
3.1. Noções de Elasticidade	45	
3.2. Noções de Plasticidade	47	
3.2.1. Função Escoamento	48	
3.2.2. Lei de Endurecimento-Amolecimento	49	
3.2.3. Lei de Fluxo	50	
3.3. Modelo de Mohr-Coulomb	53	

3.3.1.1. Critério de Ruptura	53
3.3.1.2. Função de Escoamento	54
3.3.1.3. Lei de Fluxo	56
4. Modelo Numérico	58
4.1. Solução de Problemas Não Lineares	58
4.1.1. Solução Implicita - Não Linearidade Segundo Abaqus	59
4.1.2. Solução Explícita	62
4.1.3. Grandes Deformações	62
4.1.4. Contato	63
4.2. Validação do Programa Abaqus	65
4.2.1. Poço Vertical – Solução Analítica (Kirsch)	65
4.2.2. Poço Vertical – Análise Numérica (Kirsch)	68
4.2.3. Poço Vertical – Solução Analítica (Ruptura em Rocha)	71
4.2.4. Poço Vertical – Análise Numérica (Ruptura em Rocha)	75
4.3. Procedimento Experimental	78
4.3.1. Ensaio na Condição de Tela Centralizada	78
4.3.2. Ensaio na Condição de Tela Encostada	79
4.3.3. Ensaio na Condição Stand Alone	80
4.4. Modelagem Numérica	81
4.4.1. Descrição do Modelo Numérico	81
4.4.1.1. Geometria Analisada	81
4.4.1.1. Malhas Utilizadas	82
4.4.1.2. Propriedades dos Materiais	84
4.4.1.3. Carregamento, Condições de Contorno	87
5. Resultados e Discussões	89
5.1. Resultados das Análises do Modelo Numérico	89
5.1.1. Resultados Obtidos na Condição de Tela Centralizada	89
5.1.2. Resultados Obtidos na Condição de Tela Encostada	99
5.1.3. Resultados Obtidos na Condição Stand Alone	113
5.2. Comparação Numérico-Experimental	127
5.2.1. Comparação na Condição de Tela Centralizada	127
5.2.2. Comparação na Condição de Tela Encostada	130
5.2.3. Comparação na Condição Stand Alone	133
5.3. Comparação dos Resultados dos Ensaios na Condição de Tela	
Centralizada e Encostada	135

6. Conclusões e Oportunidades de Estudos Futuros	138
7 Referências	141

Lista de figuras

Figura 1 - Esboço da perfuração através do tubo e do revestimento do poço	C
(Fjaer, 2008).	28
Figura 2 - Etapas da produção de sólidos (Kim, 2010).	29
Figura 3 – Medidas de Controle (Silva, 2008).	32
Figura 4 - Esquema de canhoneio (Villarroel, 2009).	34
Figura 5 - Esquema da pré-consolidação do arenito (Borges, 2007 apue	d
Villarroel, 2009).	35
Figura 6 - Frac Pack (apresentação Halliburton – Lorenzo Minissa).	36
Figura 7 - Atuação do Gravel Packing (Barreto, 2007).	36
Figura 8 - Gravel Pack (Silva, 2008).	37
Figura 9 - Poço horizontal com Gravel Pack (Silva, 2008).	39
Figura 10 - Geometria do tubo ranhurado (Silva, 2008).	40
Figura 11 - Esquema de poço aberto com tubo ranhurado e foto do tubo	C
(Villarroel, 2009).	40
Figura 12 - Tela wire-wrapped (Machado, 2003).	41
Figura 13 - Telas Pré-empacotadas (Weatherford, 2008 apud Villarroel, 2009)).42
Figura 14 - Telas Pré-empacotadas (Machado 2003).	42
Figura 15 - Foto Tela Premium (Machado, 2003).	43
Figura 16 - Tela premium (Santos, 2007).	43
Figura 17 - Tela expansível (Santos, 2007).	44
Figura 18 - Comportamento elasto-plástico de um metal (Atkinson & Bransby	',
1978).	47
Figura 19 - Representação da superfície de escoamento em um espaço de	Э
tensões (adaptado do Naylor, 1981).	48
Figura 20 - Representação da lei de endurecimento em uma condição uni	-
axial (adaptado do Naylor, 1981).	49
Figura 21 - Lei de Fluxo associado (adaptado do Naylor, 1981).	51
Figura 22 - Lei de Fluxo Não-Associado (adaptado do Naylor, 1981).	52
Figura 23 - Círculo de Mohr: Envoltória de Mohr Coulomb (Mendonsa, 2005).	54
Figura 24 - Superfície de Plastificação de Mohr-Coulomb.	54
Figura 25 - Fluxo potencial plástico no plano desviador (Willam e Menetrey	,
1995 <i>apud</i> Abaqus Theory Manual).	57
Figura 26 - Primeira interação com o incremento (adaptado do Abaqus, 2010)).60

Figura 27 – a) Força externa P em uma simulação b) Força interna atuando em um nó (Abaqus, 2010). 60 Figura 28 - Segunda interação com o incremento (adaptado do Abaqus, 2010). 61 Figura 29 - Mapeamento da malha (adaptado do Abagus, 2010). 63 Figura 30 - Contato entre superfícies (adaptado do Abaqus, 2010). 64 Figura 31 – Fluxograma de contato utilizado no Abaqus. 64 Figura 32 - Tensões ao redor de um poço (Brady & Brown, 2005). 66 Figura 33 - Esquema de tensões em um poço vertical para o problema 67 estudado. Figura 34 - Variação das tensões principais ao longo da parede do poço para solução analítica de Kirsch. 67 Figura 35 - (a) Malha com 4366 elementos quadrilineares e (b) Condiçoes de contorno do modelo. 68 Figura 36 - Distribuições de tensões horizontais do modelo numérico. 69 Figura 37 - Variação de tensão radial ao redor da parede do poço para o modelo numérico. 69 Figura 38 - Distribuições de tensões verticais do modelo numérico. 70 Figura 39 – Variação de tensão tangencial ao redor da parede do poço para o modelo numérico. 70 Figura 40 - Comparação dos resultados numéricos (Abaqus) X analíticos (Kirsch) para tensão radial e tangencial ao redor da parede do poço. 71 Figura 41 – Campo hidrostático de tensões de um Maciço Rochoso. 72 Figura 42 – Tensões em um elemento infenitesimal considerando coordenadas polares. 73 Figura 43 – Esquema e dados para o problema estudado. 74 Figura 44 - Variação das tensões principais ao longo do poço (solução analítica para ruptura em rocha). 75 76 Figura 45 – Região da zona fraturada. Figura 46 – Distribuição de tensões horizontais para o modelo numérico de 76 ruptura em rocha. Figura 47 - Distribuição de tensões verticais para o modelo numérico de 77 ruptura em rocha. Figura 48 – Comparação dos resultados numéricos x analíticos para rocha fraturada. 77 Figura 49 – Ensaio com a tela centralizada (cortesia Chavez, 2011). 79 Figura 50 – Esquema de aplicação de tensão com a tela centralizada. 79 Figura 51 – Ensaio com a tela encostada (cortesia Chavez, 2011). 80 Figura 52 – Esquema de aplicação de tensão para tela encostada. 80 Figura 53 – Ensaio para o caso stand alone (cortesia Rafael Chavez, 2011). 81 Figura 54 - Esquema de aplicação de tensão para o modelo com a tela 82 centralizada. Figura 55 - Malha do modelo 2D: (a) Tela Centralizada; (b)Tela Encosada; (c) stand alone. 83 Figura 56 - Ajuste da variação do módulo de elasticidade do gravel com o carregamento aplicado em um ensaio triaxial (Abagus). 85 Figura 57 – Comportamento do gravel. 86 Figura 58 – Malha do modelo 2D: (a) Etapa inicial (condição inicial); (b) Etapa confinamento – aplicação das tensões de confinamento; (c) Etapa de Acréscimo – aumento da tensão na direção Y. 88 Figura 59 - Tela Centralizada: (a) Sem carregamento; (b) Ao final do carregamento (modelo distorcido em 20 vezes). 90 Figura 60 – Detalhe Tela Centralizada: (a) Sem carregamento; (b) Ao final do 90 carregamento (modelo distorcido em 20 vezes). Figura 61 – Deslocamento vertical na condição de tela centralizada. 91 Figura 62 – Detalhe do deslocamento vertical na condição de tela centralizada (fator de aumento nas setas - 20 vezes). 91 Figura 63 – Deslocamento horizontal na condição de tela centralizada. 92 Figura 64 – Detalhe do deslocamento horizontal na condição de tela centralizada (fator de aumento nas setas - 20 vezes). 92 Figura 65 - Tensão (MPa) X Deslocamento radial (mm) - tela centralizada (convenção Abaqus). 93 Figura 66 – Deformação horizontal na condição de tela centralizada. 94 Figura 67 – Detalhe da deformação horizontal na condição de tela centralizada. 94 Figura 68 – Deformações verticais na condição de tela centralizada. 95 Figura 69 – Detalhe das deformações verticais na condição de tela centralizada. 95 Figura 70 - Tensão (MPa) X Deformação Tangencial - tela centralizada (convenção Abaqus). 96 Figura 71 – Deformação plástica equivalente para condição de tela centralizada. 96

Figura 72 – Detalhe da deformação plástica equivalente na condição de tela 97 centralizada. Figura 73 - Deformação Plástica Equivalente (PEEQ) X Tensão Vertical -97 tela centralizada. Figura 74 – Tensão máxima principal na condição de tela centralizada. 98 Figura 75 – Tensão mínima principal na condição de tela centralizada. 98 Figura 76 - Tensão Tangencial (MPa) X Distância da parede do poço - tela 99 centralizada. Figura 77 – Tela Encostada: (a) Sem carregamento; (b) Ao final do carregamento (modelo distorcido em 20 vezes). 100 Figura 78 – Detalhe Tela Encostada: a) Sem carregamento; b) Ao final do carregamento (modelo distorcido em 20 vezes). 100 101 Figura 79 – Deslocamento vertical na condição de tela encostada. Figura 80 - Detalhe do deslocamento vertical na condição de tela encostada (fator de aumento nas setas - 20 vezes). 101 Figura 81 – Deslocamento horizontal na condição de tela encostada. 102 Figura 82 - Detalhe do deslocamento horizontal na condição de tela 102 encostada (fator de aumento nas setas - 20 vezes). Figura 83 - Deslocamentos verticais e horizontais na tela para condição de tela encostada. 103 Figura 84 - Tensão (MPa) X Deslocamento Radial (mm) - tela encostada (convenção Abaqus). 104 Figura 85 – Deformações verticais na condição de tela encostada. 105 Figura 86 – Detalhe das deformações verticais na condição de tela 105 encostada. Figura 87 – Deformações horizontais na condição de tela encostada. 106 Figura 88 - Detalhe das deformações verticais na condição de tela encostada. 106 Figura 89 – Deformações verticais e horizontais na tela para condição de tela encostada. 107 Figura 90 - Tensão (MPa) X Deformação Tangencial - tela encostada (convenção Abagus). 107 Figura 91 – Deformação plástica equivalente na condição de tela encostada. 108 Figura 92 – Detalhe deformação plástica equivalente na condição de tela 108 encostada. Figura 93 - Deformação plástica equivalente (PEEQ) X Tensao Vertical

109 (MPa) – tela encostada. Figura 94 - Tensões horizontais e verticais na tela para condição de tela encostada. 109 Figura 95 – Tensões máxima e mínima principais na tela para condição de tela encostada. 110 Figura 96 - Tensão ao longo do trecho AB para condição de tela encostada (Abaqus). 111 Figura 97 – Comparação dos resultados numéricos para tensão ao redor do poço (tela centralizada e encostada). 112 Figura 98 - Detalhe da comparação dos resultados numéricos para tensão ao redor do poço (tela centralizada e encostada). 112 Figura 99 – Equilíbrio das energias internas e externas para o modelo quase estático no Abagus. 113 Figura 100 - Stand Alone: (a) Antes do carregamento; (b) Após o 114 carregamento. Figura 101 – Detalhe Stand Alone: (a) Antes do carregamento; (b) Após o 114 carregamento. Figura 102 - Deslocamento vertical na condição stand alone. 115 Figura 103 – Detalhe do deslocamento vertical na condição stand alone. 115 Figura 104 – Deslocamento horizontal na condição stand alone. 116 Figura 105 – Detalhe do deslocamento horizontal na condição stand alone. 116 Figura 106 - Deslocamentos verticais e horizontais na tela para condição stand alone. 117 Figura 107 - Tensão (MPa) X Deslocamento Radial (mm) - stand alone (convenção Abagus). 117 Figura 108 – Figuras sequenciais da alteração da geometria da formação e o contato tela-formação. 118 Figura 109 – Deformação horizontal na condição stand alone. 119 Figura 110 – Detalhe da deformação horizontal na condição stand alone. 119 Figura 111 – Resultado da simulação da deformação vertical para o modelo stand alone. 120 Figura 112 – Detalhe da deformação vertical para o modelo stand alone. 120 Figura 113 - Deformações verticais e horizontais elásticas na tela na 121 condição stand alone. Figura 114 - Tensão (MPa) X Deformação Tangencial - stand alone (convenção Abagus). 121

Figura 115 – Deformação plástica equivalente na condição stand alone.	122
Figura 116 - Deformação plástica equivalente na condição stand alone e	Э
analogia com modelo físico.	122
Figura 117 - Deformação plástica equivalente (PEEQ) X Tensão Vertica	ıl
(MPa) - stand alone.	123
Figura 118 – Tensão horizontal na condição stand alone.	124
Figura 119 – Tensão vertical na condição s <i>tand alone</i> .	124
Figura 120 - Tensões horizontais e verticais na tela para condiçãos stand	d
alone.	125
Figura 121 – Tensão principal maior na tela para condição stand alone.	126
Figura 122 – Tensão principal menor na tela para condição stand alone.	126
Figura 123 - Tensão X Deslocamento por Chavez (2011): a)bloco A-1a	;
b)bloco A-1b; c)bloco A2; d)bloco A3.	127
Figura 124 - Tensões verticais aplicadas e deslocamentos radiais nos pontos	S
01 e 02 (resultados experimentais e obtidos numericamente na condição de	Э
tela centralizada).	128
Figura 125 - Tensão X Deformação na condição de tela centralizada po	r
Chavez (2011).	129
Figura 126 - Tensões verticais aplicadas e deformações tangenciais nos	5
pontos 01 e 02 (resultados experimentais e obtidos numericamente na	a
condição de tela centralizada).	129
Figura 127 - Tensão X Deslocamento por Chavez (2011): a)bloco B-1	;
b)bloco B-2; c)bloco B3.	130
Figura 128 – Tensões verticais aplicadas e deslocamentos radiais nos pontos	S
01 e 02 (resultados experimentais e obtidos numericamente na condição de	Э
tela encostada).	131
Figura 129 - Tensão X Deformação na condição de tela encostada po	r
Chavez (2011).	132
Figura 130 - Tensões verticais aplicadas e deformações tangenciais nos	5
pontos 01 e 02 (resultados experimentais e obtidos numericamente na	a
condição de tela encostada).	132
Figura 131 – Tensão X Deslocamento por Chavez (2011).	133
Figura 132 – Tensões verticais aplicadas e deslocamentos radiais nos pontos	5
01 e 02 (resultados experimentais e obtidos numericamente na condição	D
stand alone).	133
Figura 133 – Tensão X Deformação por Chavez (2011)	134

Figura 134 – Tensões verticais aplicadas e deformações tangenciais nospontos 01 e 02 (resultados experimentais e obtidos numericamente nacondição stand alone).134Figura 135 – Tensões verticais aplicadas e deslocamentos radiais nos pontos

01 e 02 (comparação dos resultados obtidos numericamente na condição de tela centralizada e encostada). 135

Figura 136 – Tensões verticais aplicadas e deformações tangenciais nospontos 01 e 02 (comparação dos resultados obtidos numericamente nacondição de tela centralizada e encostada).136

Figura 137 – Tensões verticais aplicadas e tensão principal máxima no ponto 01 (comparação dos resultados obtidos numericamente na condição de tela centralizada e encostada). 136

Lista de tabelas

Tabela 1 – Comparação dos métodos de contenção de sólidos.	33
Tabela 2 - Dados de entrada e geometria do problema.	68
Tabela 3 – Geometria dos modelos.	82
Tabela 4 – Propriedades dos materiais.	87
Tabela 5 – Convenção adotada pelo programa e pelo ensaio.	93

Lista de variáveis

а	Raio do poço
С	Coesão para o modelo de Moh-Coulomb
c ₀	Coesão no início da plastificação
D	Matriz constitutiva elástica
dWp	Incremento de trabalho plástico
dε	Incremento de deformação total
dε ^e	Incremento de deformação elástica
dε ^p	Incremento de deformação plástica
dσ	Incremento de tensão
dλ	Parâmetro plástico (escalar positivo)
E	Parâmetro relacionado a excentricidade
е	Excentricidade
E	Módulo de Young
f´p	Função escoamento em termos de trabalho
	plástico
F	Função escoamento
G	Módulo cisalhante
h	Parâmetro de endurecimento
l ₁ ,l ₂ ,l ₃	Primeiro, segundo e terceiro invariantes de
	tensão respectivamente
К	Razão entre tensão horizontal maior e menor
p´	Tensão equivalente
pa	Pressão atmosférica
q	Tensão equivalente de Mises
Q	Função potencial plástica
r	Distância radial a partir do eixo do poço
R _{mc}	Medida da tensão desviadora
R _{mw}	Função desviadora elíptica
r´	Terceiro invariante da tensão desviadora
S	Tensão desviadora
Wp	Trabalho plástico
3	Deformação

ε _p	Deformação plástica
$\bar{\varepsilon}^{pl}$	Deformação plástica equivalente
Ø	Ângulo de atrito
Ŷ	Coeficiente de Poisson
θ	Ângulo do sistema de coordenadas cilíndricas
σ	Tensão
σ.	Tensão principal maior
	Tensão principal menor
σ.	Tensão normal a um plano
σ.	Tensão radial
σ _n	Tensão circunferencial ou tangencial
σ.	Tensão cisalhante em coordenada cilíndrica
\mathcal{T}	Tensão cisalhante
•	
${ au}_{r heta}$	Componente de tensão cisalhante
Ψ	Ângulo de dilatância
R	Raio até a região elástica
а	Espessura região plástica
p _r	Pressão radial