

## Referências Bibliográficas

- [1] WATSON, G. S.. **On chi square goodness-of-fit tests for continuous distributions**. Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological), 20(1):44–72, 1958. 2.10.1
- [2] SARPKAYA, T.; ISAACSON, M.. **Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures**. Van Nostrand Reinhold Company, USA, 1981. 6.6
- [3] CHAKRABARTI, S.. **Hydrodynamics of Offshore Structures**. Computational Mechanics Publications, USA, 1987. 6.6
- [4] MARSAGLIA, G.; ZAMAN, A.. **A new class of random number generators**. Annals of Applied Probability, 3:462–480, 1991. 2.5
- [5] PAPOULIS, A.. **Probability, Random Variables and Stochastic Processes**. McGraw-Hill Science, USA, third edition edition, 1991. 3.2
- [6] REDDY, J.. **An Introduction to the Finite Element Method**. McGraw-Hill, USA, second edition edition, 1993. 6.3.4
- [7] SOBOL, I.. **A Primer for the Monte Carlo Method**. CRC Press, USA, 1994. 3.1
- [8] WIRSCHING P.; ORTIZ, K.. **Random Vibrations: Theory and Practice**. John Wiley & Sons, USA, 1995. 4.2.2, 4.2.2, 4.2.3, 4.3, 4.4.2, 4.5.1
- [9] CLOUGH, W.; PENZIEN, J.. **Dynamics of Structures**. Computers and Structures, USA, third edition edition, 1995. 5.2.3
- [10] HUGHES, T. J. R.. **The Finite Element Method - Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis**. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliff, New Jersey, 1997. 6.3.2
- [11] KWON, Y.W.; BANG, H.. **The Finite Element Method Using MATLAB**. CRC Press, USA, 1997. 6.3.4, 6.3.4
- [12] KNUTH, D.. **Seminumerical Algorithms: The Art of Computer Programming Vol. 2**, volumen Vol. 2. Addison Wesley, USA, third edition edition, 1998. 2.2, 2.4, 2.7, 2.7, 2.10, 2.10.1, 2.10.1, 2.10.2
- [13] PARK, S. K.; MILLER, K. W.. **Random number generators: Good ones are hard to find**. Communications of the ACM, 31:1192–1201, 1998. 2.5

- [14] HAGGSTROM, O.. **Finite Markov Chains and Algorithmic Applications**. Cambridge University Press, USA, 2002. 3.2, 3.2, 3.2
- [15] GENTLE, J. E.. **Random Number Generation and Monte Carlo Methods**. Springer, New York, USA, 2nd edition edition, 2003. 2.7, 2.8
- [16] ROBERT, C. P.; CASELLA, G.. **Monte Carlo Statistical Methods**. Springer, USA, second edition edition, 2004. 2.2, 2.8, 3.3
- [17] MOLER, C.. **Numerical Computing with MATLAB**. Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 2004. 2.5
- [18] WALSH, B.. **Markov Chain Monte Carlo and Gibbs Sampling**. Lecture Notes, EEB 581, april 2004. 3.2, 3.3.2
- [19] LUTES, L.; SARKANI, S.. **Random Vibrations: Analysis of Structural and Mechanical Systems**. Elsevier, USA, 2004. 4.4, 4.4.2, 4.4.3
- [20] BERNOROYA, H.; HAN, S. M.. **Probability, Random Variables and Stochastic Processes**. CRC Press, USA, 2005. 1.1, 4.1, 4.2.1, 4.3, 6.6
- [21] RITTO, T. G.. **Análise de Vibrações no Contexto da Formulação Fraca: Análise Modal e Decomposição de Karhunen Loève**. PUC-Rio, Dissertação de Mestrado, 2005. 5.2.3, 6.3, 6.5
- [22] PAEZ, T. L.. **The history of random vibrations through 1958**. Mechanical Systems and Signal Processig, 20:1783–1818, 2006. 4.2
- [23] SAMPAIO, R.; CATALDO, E.. **Análise de Processamento de Sinais**. SBMAC, Rio de janeiro, Brasil, 2006. 4.2.2, 4.4.3
- [24] ALMEIDA, P. .. **Dinâmica de Estruturas Flexíveis Unidimensionais**. PUC–Rio, Dissertação de Mestrado, 2006. 6.2.1, 6.3.1
- [25] HAGEDORN, P.; DASGUPTA, A.. **Vibrations and Waves in Continuous Mechanical Systems**. John Wiley & Sons, Great Britain, 2007. 6.2.2, 6.2.2, 6.2.2
- [26] CARVALHO, M. S.; VALÉRIO, J. V.. **Introdução ao Método de Elementos Finitos: Aplicação em Mecânica dos Fluidos**. Apostila utilizada no curso de Elementos Finitos em Fluidos na PUC–Rio, Rio de Janeiro, 2007. 6.3.1, 6.3.5
- [27] ALBUQUERQUE, J. P.; FINAMORE, W.. **Probabilidade, Variáveis Aleatórias e Processos Estocásticos**. Editora PUC–Rio e Editora Interciência, Rio de Janeiro, Brasil, 2008. 2.2, 2.8, 3.2, 3.4

- [28] SAMPAIO, R.; RITTO, T.. **Short Course on Dynamics of Flexible structures - Deterministic and Stochastic Analysis**. Seminar on Uncertainty Quantification and Stochastic Modeling, PUC-Rio, September 2008. 6.2.1, 6.2.2, 6.3, 6.5
- [29] YANG, X. S.. **Introduction to computational mathematics**. World Scientific, USA, 2008. 6.3.5
- [30] SHONKWILER, R.; MENDIVIL, F.. **Explorations in Monte Carlo Methods**. Springer, New York, USA, 2009. 2.1, 2.2, 2.4
- [31] WIJCKER, J.. **Random Vibrations in Spacecraft Structures Design**. Springer, USA, 2009. 4.4.3
- [32] DUNN, W. L.; SHULTIS, J. K.. **Exploring Monte Carlo Methods**. Elsevier, USA, 2010. 2.9, 3.3
- [33] HUSSAIN, Z. M.; SADIK, A. Z.. **Digital Signal Processing: An Introduction with MATLAB Applications**. Springer, USA, Fevereiro 2011. 4.5.1

## A

### Lista dos Programas MATLAB desenvolvidos

A seguir é mostrado uma lista dos principais programas em MATLAB desenvolvidos em cada capítulo da dissertação.

#### Programas do Segundo Capítulo:

| Programa            | Objetivo                                                                                                                                             |
|---------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| APROXIMACAOPI       | Calcular uma aproximação para o número $\pi$ através do método de Monte Carlo.                                                                       |
| RND_IBM             | Antigo gerador da IBM de amostras de uma variável aleatória baseado em congruência linear.                                                           |
| RND_MATLAB          | Antigo gerador do MATLAB de amostras de uma variável aleatória baseado em congruência linear.                                                        |
| TRANSFORMADAINVERSA | Gerar amostras de uma variável aleatória com função densidade de probabilidade diferente da uniforme (2-25) através do Método da Transforma Inversa. |
| BOXMULLER           | Gerar amostras de variáveis aleatórias com função densidade de probabilidade gaussiana.                                                              |

Tabela A.1: Programas MATLAB do segundo capítulo.

**Programas do Terceiro Capítulo:**

| Programa               | Objetivo                                                                                                                                                     |
|------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| MCMC_VARIAVELALEATORIA | Gerar amostras de uma variável aleatória, baseado no algoritmo de Metrópolis - Hastings.                                                                     |
| MCMC_VETORALEATORIO    | Gerar amostras de uma função densidade de probabilidade multidimensional, baseado no algoritmo de Metrópolis - Hastings multidimensional.                    |
| MCMC_INTEGRALGAMMA     | Comparar a aproximação da integral (3-55) calculada através do MCMC e calculada através do método de Monte Carlo com função $random('gam', \alpha, \beta)$ . |
| MCMC_MISTURACADEIA     | Comparar a mistura de uma cadeia de Markov gerada segundo a distribuição proposta, $h$ , uniforme e qui-quadrada (3-63).                                     |

Tabela A.2: Programas MATLAB do terceiro capítulo.

**Programas do Quarto Capítulo:**

| Programa               | Objetivo                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| GERADOR_RUIDOBRANCO    | Gerar realizações de um ruído branco $S_0$ (4-48) a partir da função densidade de probabilidade normal ou da uniforme.                                                                                                                                                                                                                                                        |
| ESTIMATIVA_DENESPEC    | Estimar a função densidade espectral de um processo estocástico a partir de realizações desse processo.                                                                                                                                                                                                                                                                       |
| CONVER_MEDIA           | Verificar a convergência da média da resposta em deslocamento $X$ de um sistema massa-mola-amortecedor para vários valores de amortecimento $\zeta$ (4-77). O cálculo da média $\mu_X$ é feito através do Método de Monte Carlo e, em cada realização a resposta é calculada através de (4-1) e (4-67).                                                                       |
| CONVER_AUTOCORRELACAO  | Verificar a convergência da autocorrelação da resposta em deslocamento de um sistema massa-mola-amortecedor para vários valores de amortecimento $\zeta$ (4-86).                                                                                                                                                                                                              |
| DENESPECX_FRUIDOBRANCO | Calcular através do método de Monte Carlo a densidade espectral da resposta em deslocamento do sistema (4.1) submetido a um forçamento caracterizado como um ruído branco e comparar o com a expressão analítica (4-95). Em cada realização a resposta é calculada através de (4-1) e (4-67), e a densidade espectral através da Transformada de Fourier estimada por (4-61). |

Tabela A.3: Programas MATLAB do quarto capítulo.

**Programas do Quinto Capítulo:**

| <b>Programa</b>          | <b>Objetivo</b>                                                                                                                                                                           |
|--------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| DENESPEC_RESPOSTAIMPULSO | Calcular a densidade espectral da resposta em deslocamento do sistema da figura (5.2) pela equação (5-49).                                                                                |
| DENESPEC_MODOSNORMAIS    | Calcular através do método de Monte Carlo a densidade espectral da resposta em deslocamento do sistema da figura (5.2) em coordenadas modais e comparar com a expressão analítica (5-66). |

Tabela A.4: Programas MATLAB do quinto capítulo.

**Programas do Sexto Capítulo:**

| Programa             | Objetivo                                                                                                        |
|----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| HERMITE_2NOS         | Gerar o gráfico das funções base hermitianas com 2 nós em coordenadas elementares (de $\xi = -1$ a $\xi = 1$ ). |
| HERMITE_3NOS         | Gerar o gráfico das funções base hermitianas com 3 nós em coordenadas elementares (de $\xi = -1$ a $\xi = 1$ ). |
| ELEMENTOSFINITOSVIGA | Calcular uma aproximação para a solução da dinâmica da viga através do método dos Elementos Finitos.            |

Tabela A.5: Programas MATLAB do sexto capítulo.

## B

### Programa MATLAB de Elementos Finitos

O programa ELEMENTOSFINITOSVIGA desenvolvido para o estudo de vibrações estocásticas em sistemas contínuos (viga: exemplo do riser de perfuração) é formado por doze rotinas MATLAB e pode ser esquematizado por:

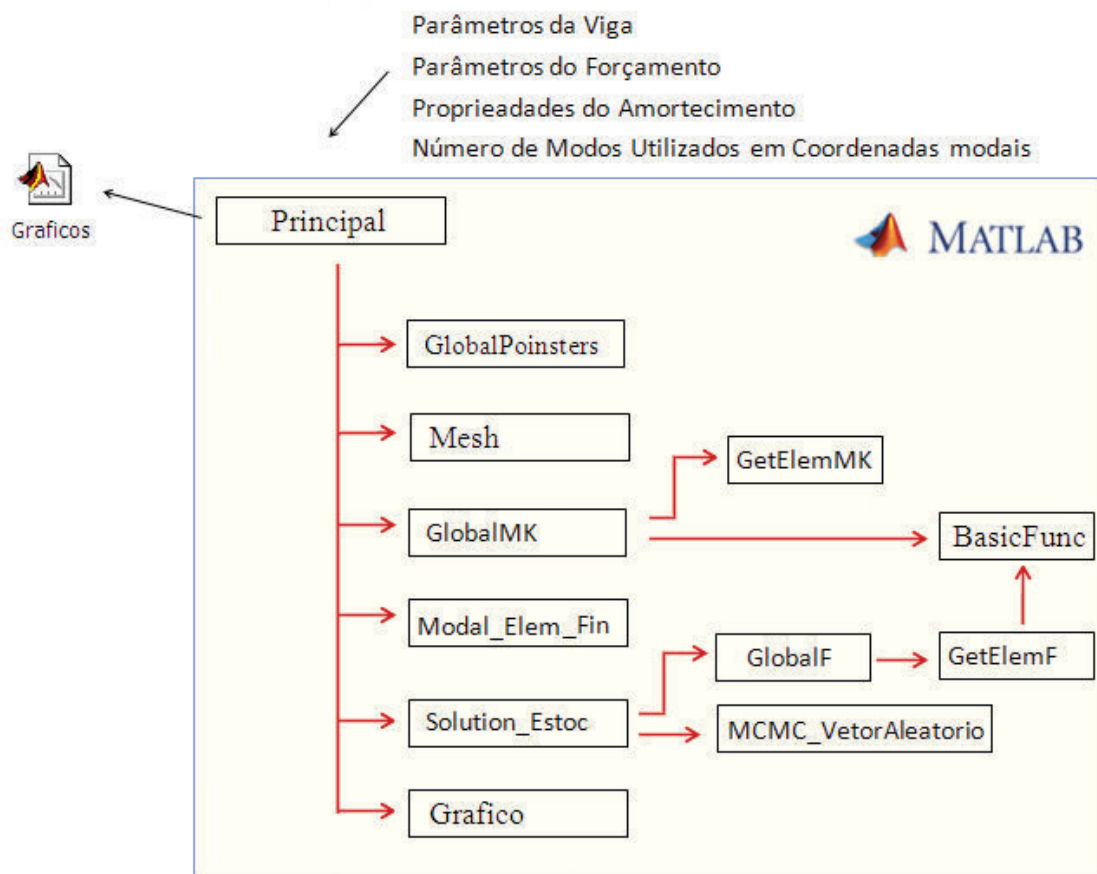


Figura B.1: Diagrama do Programa Desenvolvido.

O programa permite que o usuário determine:

1. parâmetros da viga: Comprimento  $L$  em  $[m]$ , diâmetro externo  $d_e$  em  $[m]$ , diâmetro interno  $d_i$  em  $[m]$ , módulo de elasticidade  $E$  em  $[Pa]$ , densidade do material em  $[Kg/m^3]$ ;
2. características do amortecimento proporcional:  $\alpha$  e  $\beta$ ;
3. o número de elementos  $NELE$  utilizados para discretizar o domínio;
4. o tipo de elemento hermitiano (dois ou três nós);

5. o número de modos utilizados para escrever o sistema em coordenadas modais;
6. características dos forçamentos caracterizados pelos processos estocásticos  $F_1(t)$  e  $F_2(t, x)$ , definidos em (6-105) e (6-106). Assim, o usuário do programa pode definir a frequência  $\omega$  em [Hz] e propriedades das variáveis aleatórias  $A_1$  e  $A_2$ ;
7. número de realizações no feitas no Método de Monte Carlo.

Abaixo segue a explicação de cada uma das suas rotinas:

### Principal:

É responsável pela entrada das informações definidas pelo usuário do programa e, é responsável também pela chamada das outras sub-rotinas do programa.

### GlobalPointers:

Cria uma relação entre a numeração local e global dos nós. Para elementos hermitianos com dois nós utiliza a relação mostrada na tabela (B.1), e para hermitianos com três nós utiliza a da tabela (B.2).

| <i>nó local/nó global</i> | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ... |
|---------------------------|---|---|---|---|---|---|-----|
| 1                         | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |     |
| 2                         | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |     |

Tabela B.1: Correspondência entre descrição global e local para elementos hermitianos com dois nós.

| <i>nó local/nó global</i> | 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | ... |
|---------------------------|---|---|---|---|----|----|-----|
| 1                         | 1 | 3 | 5 | 7 | 9  | 11 |     |
| 2                         | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 13 |     |
| 3                         | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |     |

Tabela B.2: Correspondência entre descrição global e local para elementos hermitianos com três nós.

A rotina também cria uma relação entre a numeração local e global dos graus de liberdade através da Matriz *AssMtrx*. Cada elemento  $AssMtrx(i, j)$  indica a numeração global do grau de liberdade referente ao grau de liberdade  $i$  do elemento  $j$ . Para elementos hermitianos com dois nós, a matriz é mostrada em (B.3) e, para elementos hermitianos com dois nós, a matriz é mostrada em (B.4).

| <i>ildof/iele</i> | 1 | 2 | 3 | 4  | ... | NELE |
|-------------------|---|---|---|----|-----|------|
| $v_1$             | 1 | 3 | 5 | 7  |     |      |
| $\theta_1$        | 2 | 4 | 6 | 8  |     |      |
| $v_2$             | 3 | 5 | 7 | 9  |     |      |
| $\theta_2$        | 4 | 6 | 8 | 10 |     |      |

Tabela B.3: Correspondência entre numeração dos graus de liberdade e a numeração global dos nós (elementos hermitianos com dois nós).

| <i>ildof/iele</i> | 1 | 2  | 3  | 4  | ... | NELE |
|-------------------|---|----|----|----|-----|------|
| $v_1$             | 1 | 3  | 7  | 11 |     |      |
| $\theta_1$        | 2 | 4  | 8  | 12 |     |      |
| $v_3$             | 3 | 7  | 11 | 15 |     |      |
| $\theta_3$        | 4 | 8  | 12 | 16 |     |      |
| $v_2$             | 5 | 9  | 13 | 17 |     |      |
| $\theta_2$        | 6 | 10 | 14 | 18 |     |      |

Tabela B.4: Correspondência entre numeração dos graus de liberdade e a numeração global dos nós (elementos hermitianos com três nós).

### Mesh:

Cria um vetor que representa a malha, discretização do domínio do problema: posição de cada nó.

### GlobalMK:

Faz a montagem das matrizes globais  $[m]$  e  $[k]$ . Para o cálculo das matrizes elementares  $[m^{(e)}]$  e  $[k^{(e)}]$ , utiliza duas rotinas:

1. **GetelemMK:** Faz o cálculo das matrizes elementares. Cada elemento  $m_{ij}^{(e)}$  é calculado por (6-87) e, cada elemento  $k_{ij}^{(e)}$  por (6-88). O tamanho do elemento  $h^{(e)}$  é determinado através da rotina Mesh.
2. **BasicFunc:** Calcula o valor das funções elementares nos pontos de gauss utilizados para fazer a integração. Utiliza as expressões (6-75) e (6-76) para elementos hermitianos com dois nós, e as expressões (6-83) e (6-84) para elementos hermitianos com três nós.

### Modal\_Elem\_Fin:

Calcula a partir das matrizes globais  $[m]$  e  $[k]$  as primeiras frequências naturais da viga e os modos de vibração associados (6-92).

### Solution\_Estoc:

Calcula uma aproximação para a solução da equação da dinâmica da viga

através do método de Monte Carlo. No cálculo da solução para cada realização das forças  $F_1$  e  $F_2$ , utiliza duas rotinas:

1. **MCMC\_VetorAleatorio:** Gera amostras do vetor aleatórios  $\{A\} = [A_1; A_2]$  (amplitude dos forçamentos atuantes sobre a viga).
2. **GlobalF:** Faz a montagem do vetor global de forças  $\{f\}$  em cada instante da simulação através das rotinas GetelemF e BasicFunc. Em GetelemF, cada elemento do vetor elementar de força  $f_i^{(e)}$  é calculado por (6-89).

**Grafico:**

Gera gráficos da aproximação obtida para a solução da equação da dinâmica da viga. Cria os gráficos do deslocamento e rotação ao longo do tempo para a extremidade da viga  $x = L$  e para o ponto médio da viga  $x = L/2$ . Nesses gráficos são mostrados as médias e o envelope com 95% de confiabilidade.