Escoamento em Meios Porosos

3

O entendimento das equações que descrevem o escoamento de fluidos em meios porosos é fundamental para qualquer estudo na área de reservatórios, seja no ensino, pesquisa ou na otimização e gerenciamento da produção. A modelagem do escoamento de fluidos em meios porosos é baseada na solução de equações diferenciais, a partir da qual são obtidas soluções para as diversas situações em que os reservatórios podem se encontrar. A equação diferencial (Eq. Difusividade Hidráulica) é deduzida a partir da associação de três equações básicas: a *lei de Darcy*, que descreve a relação do fluxo com o gradiente de pressão, a *equação da continuidade*, que descreve a conservação de massa, e uma *equação de estado* que tanto pode ser uma lei dos gases como a equação da compressibilidade para o caso de líquidos [3], [20].

Neste capítulo serão apresentadas essas equações bem como o modelo escolhido para descrever as curvas de permeabilidades relativas dos fluidos (Modelo de Corey).

3.1 Fluidos no meio poroso

Nos reservatórios é comum encontrar a presença de duas (aquosa e oleosa) ou três (aquosa, oleosa e gasosa) fases, podendo cada fase conter um ou mais componentes.

3.2 Lei de Darcy

Em 1856, Henry Darcy, observou através de resultados experimentais que existia uma relação direta entre a vazão que atravessava uma amostra porosa e a diferença de carga hidráulica associada, a qual a amostra estava submetida, encontrando uma dependência diretamente proporcional à permeabilidade do meio poroso (k) e inversamente proporcional com a viscosidade do fluido (μ_f). Na engenharia de petróleo a carga hidráulica é substituída pelo diferencial de pressão associado ao escoamento através do meio poroso $\nabla p/\rho g$. Com base nesses resultados, criou-se uma lei fundamental para o fluxo de fluidos em meios porosos que para um meio homogêneo e isotrópico pode ser escrita como:

$$v = -\frac{k}{\mu_f} \left(\nabla p - \rho_f g \nabla z\right), \quad v = q/A \tag{3-1}$$

Sendo v a velocidade média, q a vazão volumétrica através do leito poroso, A é a área total da seção transversal, g é a aceleração da gravidade, ρ_f é a massa específica do fluido e z é a distância vertical em relação a um nível de referência comum com sentido positivo para baixo. O sinal negativo indica que o escoamento segue para as regiões de menor pressão.

A Lei de Darcy, equação (3-1) ao descrever o escoamento simultâneo de mais de um fluido, multifásico, é escrita da seguinte forma [20]:

$$v_i = -\frac{kk_{ri}}{\mu_i} \left(\nabla p_i - \rho_i g \nabla z\right) \tag{3-2}$$

Onde $i = \{o, a, g\}$ são as fases óleo, água e gás encontradas no reservatório e k_{ri} é a permeabilidade relativa correspondente a fase i.

No presente trabalho o modelo estudado é um meio poroso isotrópico heterogêneo, a permeabilidade absoluta (k) varia com a posição $(x, y \in z)$.

3.3 Equação da Continuidade

Para o desenvolvimento da equação da continuidade será utilizado um elemento de meio poroso através do qual um fluido escoa com saturação igual a 100%. O elemento em questão, Figura 3.1, tem a forma de um paralelepípedo com dimensões Δx , $\Delta y \in \Delta z$, e o fluxo através do mesmo será estudado durante um intervalo de tempo Δt .



Figura 3.1: Elemento do meio poroso macroscópico para o desenvolvimento da equação de conservação de massa.

De forma geral a equação de conservação de massa pode ser escrita como [3], [20]:

$$\nabla . (v\rho_f) = -\frac{\partial}{\partial_t} (\phi\rho_f) + \tilde{q}$$
(3-3)



Figura 3.2: Equação de conservação de massa.

$$\frac{\partial}{\partial_x} \left(v_x \rho_f \right) + \frac{\partial}{\partial_y} \left(v_y \rho_f \right) + \frac{\partial}{\partial_z} \left(v_z \rho_f \right) = -\frac{\partial}{\partial_t} \left(\phi \rho_f \right) + \tilde{q}$$
(3-4)

Sendo \tilde{q} um termos de fonte, massa gerada por unidade de volume, por unidade de tempo.

No caso de fluxo multifásico deve haver uma equação da continuidade para cada fase $\{o, a, g\}$, sendo generalizada pela equação abaixo:

$$\nabla .\dot{m_i} = -\frac{\partial (m_i)}{\partial t} + \tilde{q_t}, \qquad \dot{m_i} = v_i \rho_{fi}$$
(3-5)

Onde m_i é a massa do componente *i* por unidade de volume e \dot{m}_i é fluxo mássico do componente *i* [20].

3.4 Equação de Estado

As equações de estado são equações constitutivas que descrevem as propriedades de sólidos e fluidos relacionando duas ou mais funções de estado, como pressão, volume, temperatura, energia interna ou entropia. Para desenvolver a equação da difusividade hidráulica para líquido ou para gás, escoando em meios porosos, deve ser escolhida a equação de estado conveniente. No caso do escoamento de líquidos, objeto de estudo deste trabalho, pode-se usar a equação de compressibilidade isotérmica do fluido (c), e a compressibilidade da rocha (c_r) definidas como [3]:

$$c = \frac{1}{\rho_f} \left(\frac{\partial \rho_f}{\partial p} \right)_T \tag{3-6}$$

$$c_r = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p} \tag{3-7}$$

A soma da compressibilidade do fluido (c) com a compressibilidade da rocha (c_r) é chamada compressibilidade total (c_t).

$$c_t = c + c_r \tag{3-8}$$

Existem dois modelos matemáticos utilizados na engenharia de reservatório: (1) fluxo monofásico ou multifásico, onde considera-se mais de dois componentes presentes no hidrocarboneto e (2) fluxo multifásico onde considera-se o hidrocarboneto com no máximo dois componentes, um não volátil (*black oil*) e um volátil (gás), solúvel na fase oleosa. Neste trabalho utilizou-se o segundo modelo, chamado de Modelo *Black Oil*.

Os fluidos no reservatório estão em equilíbrio termodinâmico a pressão, volume e temperatura (P, V, T) constantes, também conhecido como condições de reservatório (RC). Sob essas condições o comportamento PVT do sistema pode ser expresso em função do Fator Volume de Formação (B) que para cada fase é definido em função do volume (V_i) em condições padrões de pressão e temperatura como:

$$B_o = \frac{(V_o + V_{dg})_{RC}}{(V_o)_{STC}}$$
(3-9)

$$B_w = \frac{(V_w)_{RC}}{(V_w)_{STC}}$$
(3-10)

$$B_g = \frac{(V_g)_{RC}}{(V_g)_{STC}}$$
(3-11)

Onde B_o é o fator volume de formação do óleo, V_{dg} é o volume de gás dissolvido no óleo, B_w é o fator volume de formação da água e B_g é o fator volume de formação do gás.

A transferência de massa entre as fases óleo e gás é descrita pela Razão de Solubilidade (R_s) , definida como [20]

$$R_s = \left[\frac{V_{dg}}{V_o}\right]_{STC} \tag{3-12}$$

As densidades das três fases presentes no reservatório podem ser descritas em função das condições padrões da seguinte forma:

$$\rho_o = \frac{1}{B_o} \left(\rho_{oSTC} + R_s \rho_{gSTC} \right) \tag{3-13}$$

$$\bar{\rho_o} = \frac{1}{B_o} \left(\rho_{oSTC} \right) \tag{3-14}$$

$$\bar{\rho_{dg}} = \frac{R_s}{B_o} \left(\rho_{gSTC} \right) \tag{3-15}$$

$$\rho_w = \frac{1}{B_w} \left(\rho_{wSTC} \right) \tag{3-16}$$

$$\rho_g = \frac{1}{B_g} \left(\rho_{gSTC} \right) \tag{3-17}$$

Reescrevendo a equação da continuidade 3-5 para cada componente, temse [20]:

$$\dot{m_o} = \bar{\rho_o} u_o \tag{3-18}$$

$$m_o = \bar{\rho_o} \phi S_o \tag{3-19}$$

$$\dot{m_g} = \rho_g u_g + \bar{\rho_{dg}} u_o \tag{3-20}$$

$$m_g = \phi \left[S_g \rho_g + \rho_{\bar{d}g} S_o \right] \tag{3-21}$$

$$\tilde{q_g} = \tilde{q_{fg}} + \tilde{q_o}R_s \left(\frac{\rho_g}{\rho_o}\right)_{STC} = \tilde{q_{fg}} + q_o R_s \rho_{gSTC}$$
(3-22)

3.5 Equação da Difusividade Hidráulica

Substituindo a equação de Darcy (3-2) e a equação de estado (3-6) na equação da continuidade (3-5) e fazendo uso das equações (3-7), (3-8), (3-13), (3-16), (3-17), (3-19), (3-21) e (3-22) na resultante obtém-se a equação da difusividade hidráulica para cada uma das fases presentes no reservatório.

Para o óleo:

$$\nabla \left[\lambda_o \left(\nabla p_o - \rho_o g \nabla z\right)\right] = \frac{\partial}{\partial_t} \left[\frac{\phi S_o}{B_o}\right] + q_o \tag{3-23}$$

Para a água:

$$\nabla \left[\lambda_w \left(\nabla p_w - \rho_w g \nabla z\right)\right] = \frac{\partial}{\partial_t} \left[\frac{\phi S_w}{B_w}\right] + q_w \tag{3-24}$$

Para o gás:

$$\nabla \cdot \left[R_s \lambda_o \left(\nabla p_o - \rho_o g \nabla z \right) + \lambda_g \left(\nabla p_g - \rho_g g \nabla z \right) \right] = \frac{\partial}{\partial_t} \left[\phi \left(\frac{R_s}{B_o} S_o + \frac{S_g}{B_g} \right) \right] + R_s q_o + q_{fg}$$
(3-25)

as mobilidades (λ_i) são definidas como:

$$\lambda_i = \frac{k_{ri}}{\mu_i B_i} k \tag{3-26}$$

Quando se trabalha com fluxo multifásico, necessita-se de mais três equações para resolver o sistema, são elas: equações de pressão capilar (contato água-óleo (3-27) e contato óleo-gás (3-28) e a equação de restrição para a saturação das fases (3-29).

$$P_{cow} = p_o - p_w = f(S_w, S_g)$$
(3-27)

$$P_{cog} = p_g - p_o = f(S_w, S_g)$$
(3-28)

$$S_o + S_w + S_g = 1 \tag{3-29}$$

Para resolver em forma acoplada o sistema de equações apresentado acima é necessário estipular condições de contorno e uma condição inicial. Considera-se que inicialmente todo o reservatório está submetido a pressão atmosférica. As condições de contorno são apresentadas após a descrição da geometria do reservatório considerada.

3.6 Escoamento Bifásico em Meios Porosos

O estudo apresentado neste trabalho considera um escoamento bifásico imiscível com fase aquosa e oleosa, com três componentes, sendo dois na fase aquosa (água e emulsão) e um na fase oleosa (óleo), não há gás dissolvido no óleo.

Quando existe mais de uma fase escoando simultaneamente em um meio poroso haverá uma competição entre as fases no escoamento.

Em função das interações moleculares entre os dois fluidos e o sólido, cada uma dessas fases tem uma característica de aderência aos sólidos, chamada de molhabilidade [3], como esquematizado na Figura 3.3. Quando duas fases estão em contato com um mesmo sólido uma delas será mais aderente do que a outra, portanto, molhará mais o sólido. A essa fase dá-se o nome de "molhante" e a outra de "não molhante". As moléculas da fase molhante se atraem mais fortemente com as moléculas do sólido do que aquelas da fase não molhante. Um sistema contendo óleo e água terá, geralmente, a água como fase molhante.

No caso do escoamento bifásico, a capacidade de transmissão de cada um dos fluidos no meio poroso é chamada de *permeabilidade efetiva* (k_f) . Enquanto a permeabilidade absoluta é uma propriedade da rocha, a permeabilidade efetiva depende da saturação da fase no meio[3].

A razão entre a permeabilidade efetiva e a permeabilidade absoluta é chamada de permeabilidade relativa.

$$k_r = \frac{k_f}{k} \tag{3-30}$$

Reescrevendo a Lei de Darcy (3-2) para cada fase (oleosa e aquosa), em termos da permeabilidade relativa, tem-se:



Figura 3.3: Distribuição de fluidos em um sistema molhado preferencialmente pela água.

$$v_o = -\frac{kk_{ro}}{\mu_o} \left(\nabla p_o - \rho_o g \nabla z\right) \tag{3-31}$$

$$v_w = -\frac{kk_{rw}}{\mu_w} \left(\nabla p_w - \rho_w g \nabla z\right) \tag{3-32}$$

De uma forma geral, a variação da permeabilidade relativa da água e do óleo com saturação de água apresenta o comportamento mostrado na Figura 3.4. Para baixas saturações de água, a fase aquosa não encontra-se conexa e desta forma não ocorre escoamento da fase. Por isto, a permeabilidade relativa da água é nula até uma saturação conhecida como saturação de água conata. A partir deste valor, a resistência ao escoamento diminui com o aumento da saturação de água. O comportamento da fase oleosa é o inverso. Para baixas saturações de água, somente o óleo escoa, $(k_{ro} = 1)$. A medida que a saturação da fase aquosa aumenta, a permeabilidade da fase oleosa cai até ser atingido um ponto no qual a fase oleica fica imóvel, $(k_{ro} = 0)$. Esta saturação de óleo é conhecida como saturação de óleo residual.

Existem vários modelos analíticos para descrever o comportamento das curvas de permeabilidades relativas. O modelo mais utilizado é o Modelo de Corey em que a permeabilidade relativa de cada fase é uma função da saturação normalizada da própria fase $(S^*)[21]$.

$$k_{rw} = k_{rwor} S^{*n_w} \tag{3-33}$$



Figura 3.4: Permeabilidades Relativas Sistema Água-Óleo.

$$k_{ro} = k_{rowi} \left(1 - S^*\right)^{n_o} \tag{3-34}$$

$$S^* = \frac{(S_w - S_{wi})}{(1 - S_{wi} - S_{or})}$$
(3-35)

onde S_{wi} e S_{or} são os extremos do domínio da saturação, a concentração de água conata e a saturação de óleo residual.

$$k_{rw} = k_{rwor} \left(\frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi} - S_{or}}\right)^{n_w}$$
(3-36)

$$k_{ro} = k_{rowi} \left(\frac{1 - S_w - S_{or}}{1 - S_{wi} - S_{or}} \right)^{n_o}$$
(3-37)

onde:

- $-S_{wi}$ = saturação de água conata ou irredutível (limite inferior da saturação de água),
- $-S_{or}$ = saturação de óleo residual (limite superior da saturação de água),
- $-k_{rwor} = \acute{e}$ a permeabilidade relativa à S_{or} ,
- $-k_{rowi} = \acute{e}$ a permeabilidade relativa à S_{wi} ,

- -
 $n_w \! = \!$ é o expoente de Corey para a água, e
- $-n_o = \acute{e}$ o expoente de Corey para o óleo.

3.7 Modelo de Escoamento de Emulsão

O escoamento de uma emulsão em um meio poroso depende de suas características, como tamanho de gota da fase dispersa, concentração da fase dispersa, concentração e tipo de surfactantes, viscosidade dos fluidos. Neste trabalho, o efeito das gotas da fase dispersa no escoamento é descrito através de modificações nas curvas de permeabilidades relativas das fases aquosas e oléicas.

No modelo descrito no presente trabalho foram estabelecidos pontos extremos $(S_{wi}, S_{or}, k_{rowi}, k_{rwor})$ das curvas de k_r do óleo e da água e através do Modelo de Corey foram calculadas as curvas de permeabilidades relativas do sistema água-óleo (k_{rw}, k_{row}) . Posteriormente dois desses parâmetros foram modificados para construir as curvas de permeabilidade relativa do sistema emulsão-óleo $(k_{re} e k_{roe})$ com os mecanismos de interesse, atribuindo nessa modificação todas as características das emulsões a serem injetadas. As curvas de k_{re} geradas a partir das mudanças na curva de permeabilidade da água tem o intuito de simular separadamente dois mecanismos observados durante o escoamento de emulsões óleo em água em meios porosos: (1) mecanismo de controle de mobilidade (efeito macroscópico) e (2) mecanismo de eficiência de deslocamento (efeito microscópico).

1. O mecanismo de controle de mobilidade foi modelado reduzindo a permeabilidade relativa da emulsão injetada no meio poroso quando comparado com a água, Figura 3.5, gerando uma razão de mobilidades mais favorável e possibilitando uma frente de avanço mais uniforme (retardamento da formação dos caminhos preferenciais de escoamento). Desta forma há uma melhor recuperação de óleo.

A intensidade da redução da permeabilidade está relacionada a um fator de bloqueio (f_b) , definido como a razão entre as permeabilidades relativas da emulsão e da água na saturação de óleo residual, situação análoga a caracterização efetuada nos experimentos realizados por Guillen [7]. A alteração do fator de bloqueio resulta na modificação da curva de permeabilidade relativa da emulsão. O fator de bloqueio foi considerado como uma função da concentração do componente emulsão na fase aquosa.

$$f_b = \frac{k_{re(S_{or})}}{k_{rw(S_{or})}} \tag{3-38}$$



Figura 3.5: Permeabilidades Relativas Água-Óleo (k_{rw}, k_{ro_w}) e Emulsão-Óleo (k_{re}, k_{ro_e}) - Mecanismo Controle da Mobilidade.

2. Para criar as curvas de k_r do sistema emulsão-óleo para o mecanismo de eficiência de deslocamento diminui-se o valor da saturação de óleo residual nas curvas de permeabilidade relativa do sistema água-óleo, como mostrado na Figura 3.6, modificação que atribui naturalmente à nova curva além da diminuição de S_{or} , uma redução na permeabilidade relativa da emulsão a uma dada saturação.

Essa manipulação impõe além de uma alteração favorável na razão de mobilidades, simulada no mecanismo de controle de mobilidade, uma melhora na eficiência de deslocamento na escala de poro. O mecanismo de eficiência de deslocamento pode ser associado à modificação dos caminhos da fase aquosa a nível de poros e consequente mobilização de óleo residual.

Como no caso anterior, o valor da saturação residual de óleo foi considerado como uma função do componente emulsão da fase aquosa.



Figura 3.6: Permeabilidades Relativas Água-Óleo (k_{rw}, k_{row}) e Emulsão-Óleo (k_{re}, k_{roe}) - Mecanismo Eficiência de Deslocamento.