

4

VERIFICAÇÃO DE SEGURANÇA ESTRUTURAL VIA CONFIABILIDADE

Neste capítulo, inicialmente, é feita uma classificação dos critérios de segurança adotados no projeto de estruturas. Uma descrição da formulação referente à análise de confiabilidade no contexto geral do trabalho é mostrada e uma breve revisão bibliográfica da aplicação de análise de confiabilidade em estruturas de concreto armado é descrita.

Obter a probabilidade de falha de sistemas estruturais levando-se em consideração as incertezas é o objetivo principal dos métodos de análise de confiabilidade. Pode-se entender como falha o não atendimento da estrutura aos objetivos para os quais ela foi concebida. Uma vez que um cenário de falha ocorre, prejuízos tanto da ordem material como de segurança podem acontecer. Uma vez que sempre existe o risco de falha, um controle para mantê-lo dentro de um nível aceitável, de acordo com critérios de segurança e economia, é imprescindível.

É possível classificar os métodos de projeto de estruturas em níveis de segurança e economia, de acordo com metodologia adotada, segundo VAZ (2011c):

Nível 0 – Método das Tensões Admissíveis: este método consiste em usar apenas os valores médios das resistências como dado estatístico. Não envolve a determinação da probabilidade de falha.

Nível 1 – Método Semi-Probabilístico: neste método são utilizados os valores médios e os desvios padrão para definição dos valores característicos das variáveis aleatórias e coeficientes parciais de segurança para obter valores de cálculo a partir dos valores característicos. O nível de segurança é maior do que no método de Nível 0, mas também não permite a determinação da probabilidade de falha.

Nível 2 – Método Baseado em Confiabilidade: neste método são utilizados dados estatísticos completos das variáveis aleatórias e controla a probabilidade de falha.

Nível 3 – Projeto Ótimo Semi-Probabilístico: O nível de segurança é o mesmo do método de Nível 1, mas a economia no projeto é maior.

Nível 4 – Projeto Ótimo Baseado em Confiabilidade: Combina o controle da probabilidade de falha do Nível 2 com a economia do método de Nível 3.

Nível 5 – Projeto Ótimo Baseado em Risco: Fornece o projeto de risco total mínimo. O risco total é definido como o custo da construção + o custo de operação + o custo associado a cada modo de falha.

Uma metodologia de projeto baseada em confiabilidade é utilizada nesse trabalho. Sendo assim, toda variável aleatória envolvida no problema deverá ser representada por uma distribuição de probabilidade correspondente, seu valor médio e coeficiente de variação. No intuito de descrever corretamente os parâmetros envolvidos, serão utilizadas as orientações e recomendações disponibilizadas pelo JCSS (*Joint Committee on Structural Safety*) para execução de códigos cuja natureza seja probabilística (JCSS, 2001).

No decorrer do capítulo uma avaliação da probabilidade de falha de um componente e posteriormente do sistema global representante do comportamento estrutural é apresentada, com base na consideração das variáveis aleatórias e determinísticas do projeto e na definição das relevantes funções de falha do problema. A associação de um índice de confiabilidade β com uma probabilidade de falha é feita.

Os principais métodos disponíveis para a análise de confiabilidade são o método FORM (*First Order Reliability Method*) e o método de simulação de Monte Carlo. Esses métodos são descritos detalhadamente no presente capítulo. Os principais ganhos com a aplicação dessas formulações serão explicitados.

Uma metodologia de calibração dos coeficientes parciais de segurança de um sistema estrutural específico será descrita como base numa técnica de superfície de resposta via polinômios Lagrangeanos. Também é proposta uma

metodologia para obtenção dos relevantes modos de falha, dúctil e frágil, para uma estrutura de concreto utilizando o modelo de bielas e tirantes.

Uma metodologia para obtenção de um índice de confiabilidade global de uma estrutura de concreto armado utilizando a análise de confiabilidade conjuntamente com uma análise limite é proposta e os principais pontos para sua implementação mostrados.

Numa breve revisão bibliográfica sobre confiabilidade, entre vários trabalhos pioneiros vale citar os apresentados por Freudenthal (1947), Ang e Tang(1975) e Shinozuka (1983). No entanto, o desenvolvimento conceitual que possibilitou a implementação das formulações dos métodos FOSM, FORM, SORM e Monte Carlo, veio depois em trabalhos apresentados por Hasofer e Lind (1974), Melchers (1981,2002), Elligwood et al (1995), Der Kiureghian e Liu(1986), Rackwitk e Fiessler (1978) e Liu e Der Kiureghian (1988).

Considerando os trabalhos vinculados à aplicação da análise de confiabilidade a problemas de engenharia com o acoplamento ao método dos elementos finitos, vale citar: Rajashekhar e Ellingwood (1993), Frangopol et al (1996), Wang et al (1997), Zhang e Elligwood (1998), Yang e Lee (1999) e Mahadevan e Raghathamachar (2000).

No Brasil, esse tema ganhou bastante importância no cenário da engenharia estrutural sendo difundido através dos diversos institutos de pesquisa situados nos diversos estados brasileiros.

Em São Paulo, principalmente na Universidade de São Paulo, EESC, inúmeros trabalhos em confiabilidade aplicada a estruturas foram publicados. O grupo iniciado pelo professor Wilson Venturinni e continuado pelo Professor André Beck tem desenvolvido um trabalho bastante intenso na área. Entre outros, não menos importantes, vale citar os trabalhos apresentados por Castro (1997), Neves (2004), Nogueira (2005), Lindquist (2006), Verzenhassi (2008), Souza Junior (2008), Leonel (2009) e Gomes (2010).

Em Minas Gerais, na Universidade Federal de Minas Gerais-UFMG, o grupo encabeçado pela Professora Sofia Diniz tem apresentado trabalhos em diversas áreas, principalmente de estruturas de concreto armado e de cargas de

vento. É importante citar os trabalhos de Machado (2001), Prado (2001), Nogueira (2006), Azevedo (2007), Pimenta (2008) e Azevedo (2011). Também em Minas Gerais na Universidade Federal de Ouro Preto-UFOP, os trabalhos orientados pelo Professor Marcílio Freitas devem ser citados. Entre eles temos os apresentados por Barbosa (2004), Castanheira (2004), Brandão (2007) e Amaral (2011).

Na Universidade Federal do Rio Grande do Sul- UFRGS, os trabalhos inicialmente apresentados por Rocha (1989), Araujo e Awruch (1994), Gomes (1999),(1998), (1997) e Real (2000) sobre vigas de concreto armado valem ser citados.

No Rio de Janeiro, na Coordenação dos Programas de Pós-Graduação em Engenharia-COPPE/UFRJ, alguns de trabalhos tem sido desenvolvidos por Fairbairn et al (1999),(2000) na área de concreto. Um grupo bastante forte na área de confiabilidade aplicada a estruturas *offshore* e encabeçado pelos Professores Edson Pratis e Luis Sagrilo tem apresentado uma produção intensa. Vale citar os seguintes trabalhos: Sagrilo (1989), Sagrilo (1994), Oliveira (1997), Cícilia (2004), Bazán (2005), Ávila (2005), Loureiro Filho (2008), Bazán (2009), Paiva Júnior (2010) e Fernandes (2011).

Na Pontifícia Católica Universidade do Rio de Janeiro – PUC-Rio no departamento de Engenharia Civil na área de Estruturas, o tema tem sido explorado tanto para aplicação em estruturas de treliça não lineares e pórtico de concreto como para aplicação em reforços estruturais via compósitos de fibra de carbono como mostram os trabalhos de Müller (2003), Lopes (2007), Pereira (2007) e Almeida (2008).

4.1 Segurança Estrutural

O projeto de uma estrutura envolve um conjunto de etapas essenciais e anteriores ao processo construtivo. Isso inicia com a concepção estrutural e vai até o detalhamento e arranjo final dos elementos, passando pelas considerações de durabilidade, as quais foram introduzidas recentemente na NBR 6118 (2007). O objetivo final de todo esse processo é que a estrutura desempenhe

satisfatoriamente todas as funções para quais foi concebida, com o máximo de economia, eficiência e durabilidade possível.

O conceito de segurança estrutural está vinculado à capacidade de uma determinada estrutura suportar as diversas ações a ela imposta, durante sua vida útil, satisfazendo também às condições funcionais destinadas à sua construção. É possível observar uma estreita relação entre a confiabilidade e a segurança de uma estrutura.

Pode-se então definir a segurança de uma estrutura com base na probabilidade de ocorrência de um dos estados de falha durante sua vida útil. Sendo assim, uma probabilidade de falha é associada aos possíveis estados comprometedores do desempenho da estrutura como medida de segurança. Salienta-se que, ao se tratar a probabilidade de falha como indicador de segurança, o problema torna-se probabilístico.

Diversos métodos foram propostos no sentido de quantificar a segurança estrutural antes de se chegar à abordagem estatística. Uma evolução dos critérios de segurança em estruturas é apresentada por FUSCO (1976), partindo dos métodos intuitivos, até o início da abordagem do problema sob a ótica probabilística.

Regras que limitem os valores das ações, deslocamentos e deformações presentes numa estrutura representam o nível de segurança associados a ela. Limites dessa natureza existem em decorrência da evolução do conhecimento na engenharia e são modificados constantemente. O grau de incerteza presente nas variáveis pode causar imprevistos que as hipóteses determinísticas mesmo convenientemente utilizadas não são capazes de detectar.

4.2 Análise de Confiabilidade

É nesse contexto que o estudo da confiabilidade é inserido, na tentativa de prever incertezas e flutuações nas variáveis da estrutura. Seu objetivo maior é a determinação de uma probabilidade de falha num cenário generalizado. Assim, a confiabilidade pode então ser definida como a probabilidade da estrutura em desempenhar a função para a qual foi projetada durante toda sua vida útil,

medindo a suas chances de violar um estado limite por falha ou por não satisfazer a um desempenho esperado (Neves, 2004). Estatisticamente podemos definir a confiabilidade como um evento complementar da probabilidade de falha, na forma:

$$C = 1 - P_f \quad (4.1)$$

Onde P_f é a probabilidade de falha da estrutura durante sua vida útil, ou seja, a probabilidade de ocorrência de uma situação de falha nesse período e C a confiabilidade. No caso de obras civis, valores de probabilidade de falha na ordem de 10^{-7} a 10^{-3} são utilizados.

As resistências dos materiais aplicados, as ações existentes, o posicionamento das armaduras e as propriedades geométricas são fatores que contribuem decisivamente para o desempenho da estrutura. Essas são variáveis de natureza randômica e, usualmente, consideradas como variáveis de projeto. Saber qual a probabilidade de falha da estrutura considerando as realizações das variáveis aleatórias envolvidas faz parte do estudo da confiabilidade estrutural.

Considere, então, um espaço generalizado das variáveis aleatórias de um problema onde exista uma região que concentra pontos para os quais todas as exigências de projeto são atendidas. Complementarmente, existirá outra região cujas exigências de projeto não serão atendidas total ou parcialmente. Isso ocorrerá em face das incertezas inerentes às variáveis de projeto. Podemos definir intuitivamente a probabilidade de falha como a região complementar do espaço generalizado cujas exigências não são atendidas. Matematicamente, atribuem-se distribuições estatísticas convenientes para cada uma das variáveis de projeto. Essa atribuição é uma associação estatística feita de várias maneiras. Ensaio de laboratório, estudos estatísticos e observações físicas são algumas delas. Essa informação disponível tem uma influência direta na qualidade da análise a ser executada.

Seja uma realização qualquer pertencente ao espaço generalizado X . Existe então uma função $G(X)$ que medirá a resposta estrutural do sistema e determinará se a realização correspondente pertence ou não ao conjunto de pontos que

satisfazem a todos os requisitos de segurança do projeto. Essa função de comportamento, falha ou desempenho, como é conhecida, divide o espaço generalizado em três regiões: Uma região denominada de domínio de falha onde $G(X) < 0$. Todos os pontos X dentro dessa região não atendem parcial ou integralmente os requisitos de segurança, levando a estrutura a um estado limite. Outra região onde $G(X) > 0$, denominada domínio seguro. Nessa região todos os pontos satisfazem os requisitos de segurança. A fronteira entre as duas regiões contém os pontos que satisfazem à relação $G(X) = 0$. Essa região é denominada como função de estado limite. A Figura 4.1 mostra graficamente, para um caso bidimensional, os domínios explicados anteriormente.

Conforme mencionado anteriormente, distribuições estatísticas convenientes serão consideradas na representação comportamental das variáveis aleatórias de um problema estatístico. A modelagem ideal é o uso de uma função conjunta de densidade de probabilidade que possa representar todas as variáveis de projeto ao mesmo tempo e espaço. Porém, em problemas mais complexos, dificilmente a obtenção dessa função é possível.

Um processo de integração aplicado sobre o domínio de falha pode ser representado na forma:

$$P_f = \int_{\Omega_F} f_x(x) dx \quad (4.2)$$

Onde $f_x(x)$ é a função conjunta de densidade de probabilidades e Ω_F o domínio de falha caracterizado por $G(X) < 0$.

O cálculo da integral apontado pela equação (4.2) é uma das maiores dificuldades da abordagem estatística de segurança. Geralmente, não há nenhuma ou existe muito pouca informação acerca da função conjunta. O valor resultante de P_f geralmente é pequeno, fazendo com que os métodos de simulação sejam pouco eficientes. Uma alternativa são os métodos aproximados onde se obtêm um índice de confiabilidade que é um estimador adequado para P_f . Este índice está relacionado diretamente com a probabilidade de falha avaliando o nível de segurança da estrutura. Além disso, devido ao seu caráter adimensional, permite comparar níveis de segurança de sistemas totalmente diferentes.

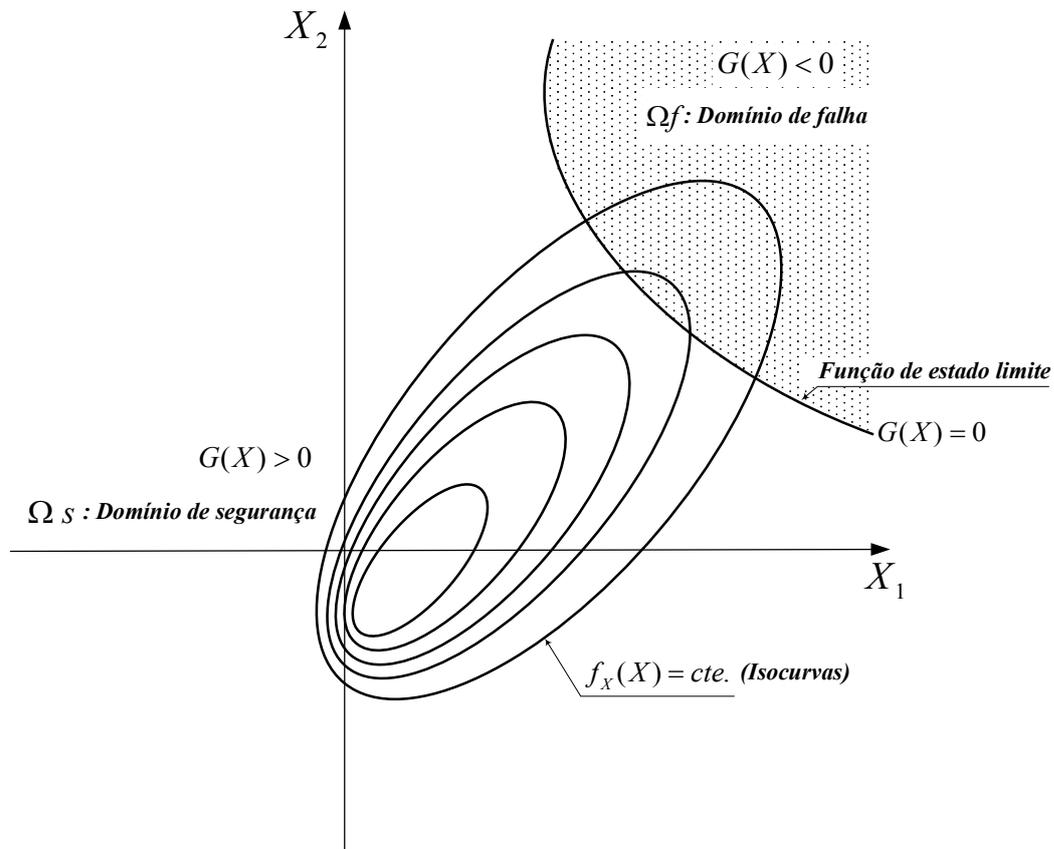


Figura 4-1: Domínios definidos pela função de estado limite

4.2.1 Consideração das incertezas

A presença da incerteza em engenharia é inevitável. Normalmente os dados existentes são incompletos ou mesmo insuficientes e invariavelmente contêm variabilidade. Mais do que isso, engenheiros e projetistas estruturais devem lidar cotidianamente com estimativas baseadas em modelos idealizados com algum grau de imperfeição relativo à realidade e que envolvem incertezas adicionais. Na prática, normalmente são identificados dois principais tipos de incertezas: (I) incertezas aleatórias que são associadas com o aspecto randômico intrínseco ao problema e que podem ser verificadas na observação dos dados obtidos e (II) incertezas epistêmicas que são associadas às imperfeições do modelo adotado com relação ao mundo real devido ao insuficiente ou imperfeito conhecimento da

realidade. Esse dois tipos de incertezas podem ser combinadas e analisadas de forma conjunta ou separadas.

No presente trabalho de pesquisa os dois tipos de incertezas serão avaliados de forma separada sendo computados conjuntamente nas respectivas funções de falha do modelo.

4.2.1.1 Incertezas Aleatórias

Muitos fenômenos e processos relativos ao interesse da engenharia contêm incertezas. Isso significa que resultados esperados são imprevisíveis (em algum grau). Problemas desse tipo são caracterizados por dados experimentais ou de campo que contêm uma significativa variabilidade representativa da incerteza natural intrínseca a esses fenômenos, isto é, as medidas observadas são diferentes em cada experimento mesmo se o experimento for conduzido ou medido em condições aparentemente idênticas. Mesmo dentro de um conjunto de valores observados ou medidos, certos valores poderão ocorrer mais frequentemente que outros. A variabilidade inerente nesse tipo de dado ou informação é aleatória por natureza. Em geral, esse tipo de formulação é considerado através de variáveis básicas que são mais relevantes ao problema. Então, equações de estado limites específicas são desenvolvidas para representar cada modo de falha da estrutura.

O cálculo do modelo para cada estado limite considerado deve conter um específico conjunto de variáveis básicas, ou seja, quantidades físicas que caracterizem ações e influências do meio ambiente, além de quantidades de materiais e geométricas. Considera-se que as variáveis básicas carreguem toda a informação necessária ao cálculo do modelo. Cada variável básica é definida pelo número de parâmetros do tipo, média, desvio padrão, tipo distribuição de probabilidade, parâmetros de correlação entre as variáveis, etc.

4.2.1.1.1 Variabilidade dos parâmetros-variáveis do problema

A qualidade dos resultados da análise de confiabilidade depende em grande parte da escolha do tipo de distribuição de probabilidade adotado para representar cada variável aleatória contida no problema estrutural a ser estudado.

Existem várias funções capazes de modelar a distribuição probabilística de uma variável aleatória. Dentre as principais estão: distribuição normal, distribuição lognormal, distribuição binomial, distribuição exponencial, distribuição Gamma, distribuição uniforme, distribuição de Weibull, distribuição Beta e distribuição de valores extremos.

Para as variáveis aleatórias mais usuais nos projetos estruturais, existem já estudos e pesquisas que indicam qual o tipo de distribuição e seus respectivos parâmetros são mais adequados. Entre as diversas bibliografias sobre o assunto, pode-se citar o JCSS (2001).

O JCSS (*Joint Committee on Structural Safety*) é um órgão criado em 1971, por um número grande de associações profissionais internacionais, responsável pela coordenação, desenvolvimento dos fundamentos básicos e da pesquisa na área de confiabilidade estrutural e análise de risco. A ideia básica é que a aplicação da análise de confiabilidade e os princípios de segurança devem ser utilizados da mesma maneira para todos os tipos de materiais e elementos estruturais encontrados na engenharia civil e projeto de estruturas.

As informações a seguir foram retiradas do JCSS (2001) para auxiliar na escolha do modelo probabilístico a ser utilizado.

Propriedades dos materiais

- Normalmente não possuem valores negativos;
- Geralmente a distribuição lognormal poderá ser utilizada;
- O tipo de distribuição e seus parâmetros devem, geralmente, ser obtidos a partir de uma amostra grande e homogênea e a partir de possíveis informações existentes de variáveis similares (ex: para um novo aço de alta resistência, as informações sobre as propriedades de outros tipos de aço existentes devem ser consultadas).

Parâmetros geométricos

- Variáveis associadas à fabricação e construção podem ter grandes coeficientes de variação (ex: imperfeições geométricas, desaprumos, etc.);

- Estas variações geométricas podem ser adequadamente representadas por uma distribuição normal ou lognormal.

Carregamentos atuantes

- As cargas devem ser divididas de acordo com sua variação temporal (ex: cargas permanentes, acidentais, excepcionais, entre outras);
- Em muitos casos, as cargas permanentes podem ser representadas por uma distribuição normal;
- Para cargas variáveis, geralmente a variável aleatória mais importante é o valor extremo que ocorre durante determinado período de tempo. A distribuição de probabilidade do valor de extremo de uma variável pode ser aproximada por uma distribuição assintótica de valores extremos (Gumbel, Weibull, entre outros).

A Tabela 4.1 apresenta as distribuições de probabilidade a serem utilizadas nos exemplos desta tese, conforme será visto no capítulo de exemplos. Outras informações sobre diversos tipos de distribuições podem ser encontradas em JCSS (2001) e HART (1982).

Tabela 4-1: Modelos probabilísticos para estruturas de concreto armado via STM

Variável básica	Símbolo	Distribuição	Dimensão
Resistência característica à compressão do concreto	f_c	Lognormal	MPa
Resistência à tração do aço	f_y	Lognormal	MPa
Vão	L	Determinística	m
Área de armadura	A_s	Determinística	m^2
Cobrimento	c	Normal	m
Carregamento permanente	p_g	Normal	kN
Carregamento acidental	p_q	Gumbel	kN
Fator de modelagem das resistências	ϕ_R	lognormal	Adimensional
Fator de modelagem das ações	ϕ_S	lognormal	Adimensional
Largura das bielas	w_b	Normal	m
Largura dos apoios	w_a	Normal	m
Largura de ancoragem	w_t	Normal	m

No caso dos modelos de bielas e tirantes considerados neste trabalho de pesquisa os parâmetros geométricos relativos à largura das bielas e largura dos

apoios foram considerados variáveis randômicas do problema. Isso é justificável uma vez que não existe literatura sobre o assunto, um consenso sobre esses valores. Uma formulação que permita uma flutuação randômica desses valores parece bem apropriada, sendo seus limites baseados nas recomendações normativas existentes na literatura.

4.2.1.2 Incertezas Epistêmicas

Na engenharia, são muito utilizados, modelos idealizados do mundo real em nossas análises e estimativas, com propósito de tomar decisões ou planejamentos e desenvolvimento de critérios para projeto em sistemas estruturais. Esses modelos idealizados, que podem ser modelos matemáticos, de simulações ou mesmo de laboratório, são representações imperfeitas do mundo real. Consequentemente, os resultados da análise, estimativa ou predição obtidos com base nesses modelos são imprecisos, com algum grau de erro, logo contém incertezas. Esses tipos de incertezas são baseados no conhecimento e são denominadas de incertezas do tipo epistêmicas. Frequentemente, a incerteza epistêmica pode ser mais significativa do que a incerteza aleatória ou randômica. Uma vez feita a predição ou estimativa com um modelo idealizado, o objetivo é invariavelmente obter uma quantidade específica de interesse, que pode ser um valor médio ou valor mediano de uma variável. Sendo assim, na consideração da incerteza epistêmica é razoável na prática limitar nossas considerações de acurácia aos valores centrais estimados ou calculados, como valores médios ou medianos.

$$T = G(X_1, X_2, \dots, X_i) \quad (4.3)$$

Onde T é o resultado do modelo, G é a função representativa do modelo e X_i as variáveis básicas do problema. De fato, a função representativa do modelo G normalmente será inexata. Então, a diferença entre a estimativa do modelo e a realidade do experimento pode ser escrita como se segue:

$$T = G'(X_1, \dots, X_i, \theta_1, \dots, \theta_j) \quad (4.4)$$

Os parâmetros denominados θ_j são referidos aos parâmetros que contêm as incertezas de modelo e das variáveis randômicas. Suas propriedades estatísticas são derivadas de experimentos ou observações. A média desses parâmetros deverá

ser determinada com cálculo do modelo calibrado pelas estimativas obtidas via resultados experimentais (Ang e Tang, 1975).

4.2.1.2.1 Erros do modelo

De modo a considerar os erros de modelo existentes na aplicação dos modelos de bielas e tirantes a seguinte metodologia é proposta. Dois passos são necessários:

No primeiro, as condições de laboratório são simuladas de forma a comparar os resultados com os resultados obtidos pelos pesquisadores anteriormente. Os resultados referentes aos modos de falha são então verificados e o modelo numérico estocástico calibrado. Isso significa que apenas as cargas permanentes foram consideradas sem nenhuma correção relativa ao seu valor médio, uma vez que o próprio valor representa sua média. Isso é possível uma vez que as condições de carregamento são controladas dentro do laboratório. Da mesma forma, as propriedades do concreto e do aço são utilizadas como valores médios uma vez que representam valores médios obtidos em testes de laboratório.

Num segundo passo, as condições reais de projeto são aplicadas. Isso é feito via consideração de que a metade do carregamento é representada pelo carregamento permanente (distribuição normal) e a outra metade pelo carregamento acidental (distribuição Gumbel). Nesse caso, os valores característicos adotados pelas resistências e pelos carregamentos têm que ser corrigidos e seus correspondentes valores médios obtidos para cada tipo de distribuição. Nesse passo as orientações presentes no código probabilístico JCSS (2001) foram adotadas. Para isso, foram consideradas as incertezas de modelo apresentadas na Tabela 4.2.

O método FORM foi utilizado inicialmente como uma primeira aproximação na determinação da probabilidade de falha. Em problema dessa natureza, quando um sistema em série ocorre e um número reduzido de graus de liberdade está envolvido, o método de simulação de Monte Carlo é a melhor escolha (precisão).

4.2.1.2.2

Calibração do modelo via resultados experimentais

A Tabela 4.2 mostra os parâmetros referentes às incertezas epistêmicas consideradas em viga paredes de concreto armado neste trabalho. A metodologia proposta usa os valores de média e coeficiente de variação, obtidos por diversos pesquisadores, e mostrada por Park e Kuchma (2007) no cálculo da capacidade portante de viga paredes de 214 vigas paredes de concreto armado utilizando as orientações do código normativo americano ACI 318-05 (2005).

Tabela 4-2: Incertezas epistêmicas ou de modelo

Variável Randômica	Distribuição	Média (KN)	δ
Incerteza da resistência	Lognormal	1.32*	0.18*
Incerteza do Carregamento	Lognormal	1	0.05

*Obtido do modelo versus resultados experimentais sem coeficientes

Para os exemplos apresentados no capítulo 5 os fatores de modelagem considerados foram adotados com base na Tabela 4.2. O procedimento correto seria utilizar alguma base de dados experimentais já existentes na literatura ou montar um esquema de ensaios que provesse esses dados. Não havendo nenhuma base disponível, optou-se então pela extrapolação dos dados existentes das vigas paredes para as demais estruturas reconhecendo, no entanto, isso como uma limitação. A opção de montar um esquema de ensaios seria inviável devido a demanda de tempo necessária.

4.2.2

Funções de falha

Para os modelos topológicos a serem considerados na análise de confiabilidade deste trabalho, as funções de falha ou funções de estado deverão ser definidas em função dos tipos de falhas associadas a cada grupo de elementos do modelo. Assim, teremos uma expressão de falha para cada um dos nós, bielas e tirantes existentes no modelo. É possível, para cada elemento existir mais de um tipo de falha. É o caso comum das armaduras que deverão ser verificadas tanto com relação ao escoamento como por perda de ancoragem.

Os limites de resistência de um modelo de bielas e tirantes quando submetido aos esforços provenientes de um determinado campo de forças serão considerados satisfatórios quando atendidas as seguintes expressões simultaneamente:

A tensão limite na zona nodal em qualquer um dos nós deve atender a:

$$\sigma_{N_i} \leq \sigma_{N_i R_{lim}} \quad (4.5)$$

A tensão limite de resistência à compressão de qualquer uma das bielas de concreto deve atender a:

$$\sigma_{B_j} \leq \sigma_{B_j R_{lim}} \quad (4.6)$$

A tensão limite de resistência à tração de qualquer uma das bielas, caso exista, deve atender a:

$$\sigma_{BT_k} \leq \sigma_{BT_k R_{lim}} \quad (4.7)$$

A tensão limite de resistência à tração de qualquer uma das armaduras dos tirantes deve atender a:

$$\sigma_{T_l} \leq \sigma_{T_l R_{lim}} \quad (4.8)$$

A tensão limite para atendimento do comprimento mínimo de ancoragem das armaduras dos tirantes deve atender a:

$$\tau_{A_l} \leq \tau_{A_l R_{lim}} \quad (4.9)$$

Onde:

i - Número do nó considerado;

j - Número da biela comprimida considerada;

k - Número da biela tracionada considerada;

l - Número do tirante tracionado considerado;

σ_{N_i} - Tensão normal de maior valor atuante no nó i ;

$\sigma_{N_i R_{lim}}$ - Tensão nodal resistente efetiva no nó i – depende do f_{ck} e do tipo de nó;

σ_{B_j} - Tensão normal de compressão atuante na biela j ;

$\sigma_{B_j R_{lim}}$ - Tensão resistente efetiva na biela j – depende do f_{ck} e do tipo de biela;

σ_{BT_k} - Tensão normal de tração atuante na biela k ;

$\sigma_{BT_k R_{lim}}$ - Tensão resistente efetiva na biela k – depende do f_{ck} e do tipo de biela;

σ_{T_l} - Tensão normal de tração atuante no tirante l ;

$\sigma_{T_l R_{lim}}$ - Tensão normal resistente no tirante l – depende da área de aço e f_{yk} ;

τ_{A_l} - Tensão de cisalhamento atuante no tirante l ;

$\tau_{A_l R_{lim}}$ - Tensão de ancoragem resistente no tirante l – depende da área de aço e do comprimento;

Com base nas equações de 4.5 a 4.9, é possível então definir as expressões de falha associadas à violação de cada um dos estados limites considerando-se uma parcela referente às resistências (R) e uma parcela referente às solicitações (S) atuantes. Assim podemos definir as equações de falha na forma:

Equação de falha referente ao colapso do nó i :

$$G1_i = \phi_r \sigma_{NR_{lim}} - \sigma_{N_i} \quad (4.10)$$

Equação de falha referente ao esmagamento por compressão da biela j :

$$G2_j = (\phi_r \sigma_{B_j R_{lim}} - \sigma_{B_j}) A_{b_j} \quad (4.11)$$

Equação de falha referente ao rompimento por tração da biela k :

$$G3_k = (\phi_r \sigma_{BT_k R_{lim}} - \sigma_{BT_k}) A_{b_k} \quad (4.12)$$

Equação de falha referente ao escoamento da armadura de aço do tirante l :

$$G4_l = (\phi_r \sigma_{T_l R_{lim}} - \sigma_{T_l}) A_{s_l} \quad (4.13)$$

Equação de falha referente à perda de ancoragem por tração do tirante l :

$$G5_1 = \phi_r \tau_{A_1 R_{lim}} - \tau_{A_1} \quad (4.14)$$

Onde:

Ab_j - Área da seção transversal da biela comprimida j ;

Ab_k - Área da seção transversal da biela tracionada k ;

As_l - Área de aço do tirante l ;

ϕ_r - Fator de modelagem das resistências.

Vale salientar que os valores referentes aos esforços atuantes são oriundos do campo de forças atuantes e da topologia escolhida para representar o modelo de bielas e tirantes. As tensões resistentes efetivas, diferentemente, são determinadas com base em estudos experimentais e levam em consideração os parâmetros normativos presentes em cada código. Exemplos de parâmetros normativos são coeficientes parciais de segurança de majoração de cargas e minoração de resistências, as condições de contorno e distribuição de tensões existentes em cada região local do modelo.

4.2.3 Probabilidade de falha e índice de Confiabilidade

O caso fundamental ou denominado problema básico da confiabilidade consiste em comparar um efeito de um carregamento S com uma resistência R de um elemento estrutural genérico (Melchers, 2002). É possível utilizar essa definição para a estrutura como um todo sem perda de generalidade. R e S são variáveis aleatórias descritas pelas suas respectivas distribuições de probabilidade e outros parâmetros estatísticos como média e desvio padrão. Dessa forma, é possível descrever a probabilidade de falha dada pelo conjunto de realizações em que o efeito S supere a resistência R , na forma:

$$P_f = P(R \leq S) = P(R - S \leq 0) = P[G(R, S) \leq 0] \quad (4.15)$$

O conjunto de realizações sobre o qual a equação (4.15) é verificada constitui o denominado domínio de falha. Assim, podemos definir a probabilidade de falha como o somatório da probabilidade de todos os pontos pertencentes ao domínio de falha, que no espaço físico, resulta da integral da função de

probabilidade conjunta sobre o domínio de falha. Logo, pode-se definir a probabilidade de falha na forma:

$$P_f = P(R - S) \leq 0 = \int_{\Omega_F} f_{RS}(R, S) dR dS \quad (4.16)$$

Sendo R e S os valores correspondentes à resistência e à solicitação de uma determinada realização.

A integral apresentada pela equação (4.16) similarmente a equação (4.2), não possui uma solução analítica para a maioria dos casos práticos. Além disso, em problemas usuais de engenharia, a maioria das variáveis aleatórias é correlacionada, assim como as distribuições são complexas, fazendo com que a integração exata da probabilidade de falha se torne praticamente impossível. A solução para o problema pode então ser a adoção de métodos de simulação ou de métodos aproximados onde a probabilidade de falha é obtida através de índices de confiabilidade.

Caso as variáveis aleatórias sejam não correlacionadas é possível introduzir uma simplificação ao processo de integração. Assim, no caso fundamental, a probabilidade de falha pode ser reescrita como:

$$P_f = P(R - S) \leq 0 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^S f_R(R) f_S(S) dR dS \quad (4.17)$$

Uma influência direta da forma das distribuições de probabilidade e do grau de dispersão das variáveis aleatórias pode ser observada sobre os valores da probabilidade de falha. Quanto maior for o coeficiente de variação das variáveis, maior será a probabilidade de falha, uma vez que coeficientes elevados indicam maiores incertezas sobre as variáveis consideradas no problema. Sendo assim, pode-se afirmar que uma redução na probabilidade de falha de uma estrutura de concreto armado está diretamente relacionada com: melhor controle e fabricação de materiais, melhoria nos processos construtivos com diminuição das incertezas com relação às dimensões estruturais e possíveis desaprumos e desnivelamentos da estrutura, bem como, a mais realística possível representação dos modelos teóricos matemáticos e físicos relacionados com os fenômenos envolvidos. Dessa forma seria possível diminuir as incertezas sobre a variável de resistência R , o que

levaria a uma menor região sobreposta à curva de sollicitação, o que diminuiria a probabilidade de falha da estrutura.

O problema básico ou fundamental de confiabilidade apresentado anteriormente também pode ser resolvido através da variável margem de segurança (M) na forma (Beck, 2010):

$$M = R - S \quad (4.18)$$

Nessa equação valores negativos representam a falha da estrutura, enquanto que valores positivos indicam segurança e o valor nulo à condição de estado limite.

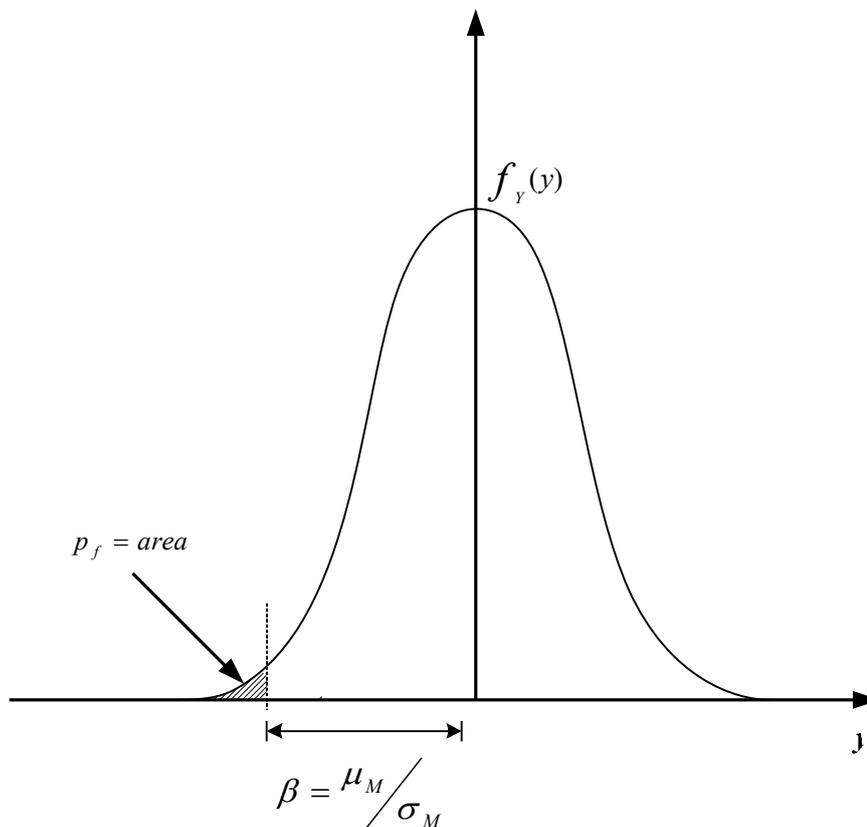


Figura 4-2: Índice de confiabilidade no espaço normalizado

Se R e S são variáveis aleatórias normais, o problema pode ser resolvido analiticamente. Caso haja independência entre as variáveis, pode-se dizer que:

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \quad (4.19)$$

$$\sigma_M = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (4.20)$$

Passando M para espaço normal padrão, tem-se:

$$Y = \frac{M - \mu_M}{\sigma_M} \quad (4.21)$$

Assim, é possível avaliar a variável M através da função de distribuição acumulativa normal padrão. A probabilidade de falha nesse caso fica:

$$P_f = P([M < 0]) = P\left(\left[Y \leq -\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right]\right) = \Phi\left[-\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right] \quad (4.22)$$

No espaço normalizado, essa medida da probabilidade de falha corresponde à distância entre a origem da distribuição Y normalizada e a região de falha, denominada índice de confiabilidade, β . A Figura 4.2 mostra graficamente como o índice de confiabilidade é determinado.

Dessa forma, a expressão para cálculo da probabilidade de falha fica:

$$P_f = \Phi\left[-\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right] = \Phi[-\beta] \quad (4.23)$$

No espaço das variáveis aleatórias normais reduzidas não correlacionadas o índice de confiabilidade β é definido geometricamente como a distância do ponto sobre a superfície de falha mais perto da origem até a origem (Sagrilo, 2003). Apesar da equação (4.23) ser válida apenas para variáveis aleatórias normais, sua relação com a probabilidade de falha é utilizada de modo generalizado na confiabilidade estrutural para solução de problemas envolvendo um número qualquer de variáveis aleatórias (Beck, 2010).

4.2.3.1 Índice de Confiabilidade de Referência

Em uma formulação considerando-se confiabilidade, um critério de aceitação de risco estrutural corresponde exigência de nível mínimo de confiabilidade definido como índice de confiabilidade alvo. Assim o nível de segurança de uma estrutura é expresso em termos de um índice de confiabilidade mínimo ou de uma probabilidade de falha aceitável. Valores alvo do índice de

confiabilidade para estados limites últimos foram propostos pelo JCSS (2001) e são reproduzidos na Tabela 4.3.

Tabela 4-3: Valores alvo para o índice de confiabilidade β e probabilidades de falha associadas, relacionados a estados limites últimos.

Custo relativo das considerações de segurança	Conseqüências leves de Falha	Conseqüências moderadas de Falha	Conseqüências graves de Falha
Grande (A)	$\beta = 3.1 (P_f \approx 10^{-3})$	$\beta = 3.3 (P_f \approx 10^{-4})$	$\beta = 3.7 (P_f \approx 10^{-4})$
Normal (B)	$\beta = 3.7 (P_f \approx 10^{-4})$	$\beta = 4.2 (P_f \approx 10^{-5})$	$\beta = 4.4 (P_f \approx 10^{-6})$
Pequeno (C)	$\beta = 4.2 (P_f \approx 10^{-5})$	$\beta = 4.4 (P_f \approx 10^{-6})$	$\beta = 4.7 (P_f \approx 10^{-6})$

4.2.4

Métodos de análise

Em problemas reais de engenharia estrutural, a avaliação numérica da equação (4.2) pode não ser uma tarefa muito simples em vista da interdependência entre as variáveis, de suas distribuições correspondentes não serem normais e da função de estado que define o domínio de falha ser complexa. Assim, métodos alternativos deverão ser empregados na sua avaliação. A seguir serão apresentados os principais métodos empregados nessa avaliação presentes neste trabalho.

4.2.4.1

Método Analítico - FORM

No método FORM (*First Order Reliability Method*), as variáveis aleatórias do problema, no espaço original X , com tipo de distribuição qualquer e que podem ser independentes entre si ou não, sofrem um processo de transformação. Nesse processo, são transformadas em variáveis normais padrão, estatisticamente independentes, num espaço normalizado padrão U . A função de desempenho associada, $G(X)$, é descrita em função das variáveis U como $G(U)$. Procura-se então o ponto U^* , denominado ponto de projeto, cuja distância até a origem é mínima (Most probable Point - MPP). A distância entre U^* e a origem representa o índice de confiabilidade do sistema, β , e a probabilidade de falha poderá ser obtida por:

$$p_f = \Phi(-\beta) \quad (4.24)$$

Onde Φ representa a função densidade de probabilidade normal padrão acumulada. A expressão acima só é inteiramente válida quando a função de estado for linear. Caso a função de estado seja não linear seu resultado é uma aproximação. A obtenção do índice de confiabilidade, β , é feita pela equação:

$$\beta = |U^*| \quad (4.25)$$

Sendo:

$$U^* = -\alpha^* \beta \quad (4.26)$$

$$G(U^*) = \beta + \sum_{i=1}^n \alpha_i u_i^* = 0 \quad (4.27)$$

A Figura 4.3 mostra graficamente a obtenção da confiabilidade pelo método FORM. Nesse método, é de fundamental importância o processo de transformação das variáveis aleatórias para o espaço normal padrão, bem como a busca do ponto de projeto. Normalmente, essa transformação é feita via distribuições normais equivalentes e o ponto de projeto obtido na forma de um problema de otimização. A transformação de Nataf (Der Kiureghian e Liu, 1986), amplamente empregada nos problemas de confiabilidade estrutural, é então utilizada para transformar as variáveis aleatórias, X , em variáveis independentes, U .

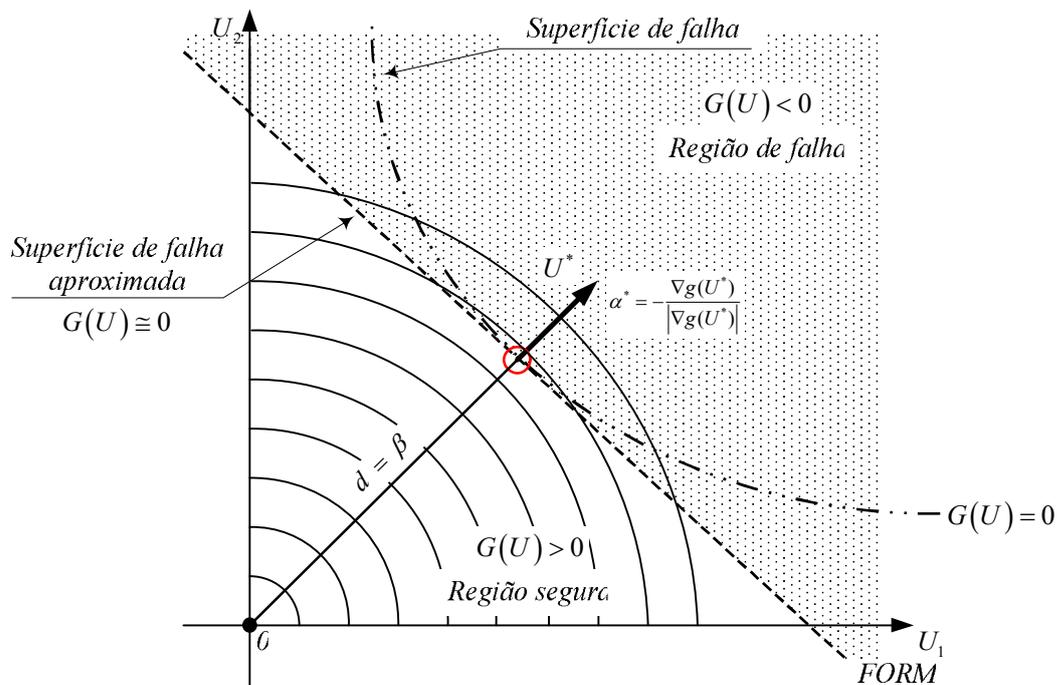


Figura 4-3: Representação gráfica do método FORM

Essa transformação pode então ser processada, contendo X apenas variáveis normais correlacionadas ou não pela expressão:

$$U = J(X - \mu) \quad (4.28)$$

Sendo J o Jacobiano da transformação, que é dado por:

$$J = \Gamma \sigma^{-1} \quad (4.29)$$

Onde μ é o vetor das médias e σ é a matriz que contém os desvios padrão das variáveis X . A matriz Γ é dada por:

$$\Gamma = L^{-1} \quad (4.30)$$

A matriz L é uma matriz triangular inferior obtida pela decomposição de Cholesky da matriz dos coeficientes de correlação de X , possuindo a seguinte forma:

$$L = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ L_{i1} & L_{i2} & \dots & L_{in} \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

onde n é o número de variáveis aleatórias consideradas no problema. Os termos L_{ij} da matriz serão então expressos por:

$$L_{11} = 1.0 \quad (4.32)$$

$$L_{i1} = \rho_{ij} \quad (4.33)$$

$$L_{ik} = \frac{1}{L_{kk}} \left(\rho_{ij} - \sum_{j=1}^{k-1} L_{ij} L_{kj} \right) \quad 1 < k < i \quad (4.34)$$

$$L_{ii} = \sqrt{1 - \sum_{j=1}^{i-1} L_{ij}^2} \quad i > 1 \quad (4.35)$$

Onde ρ_{ij} é o coeficiente de correlação entre as variáveis X_i e X_j . O uso de variáveis não normais presentes na maioria dos problemas de confiabilidade estrutural obriga a transformação das variáveis em normais equivalentes. Isso é feito através das expressões:

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{\phi(\Phi^{-1}[F_{X_i}(X_i^*)])}{f_{X_i}(X_i^*)} \quad (4.36)$$

$$\mu_{X_i}^N = X_i^* - \sigma_{X_i}^N \Phi^{-1}[F_{X_i}(X_i^*)] \quad (4.37)$$

No caso em que as variáveis possuem correlação, utiliza-se a transformação apresentada, desde que os coeficientes de correlação entre as variáveis originais sejam corrigidos para os coeficientes de correlação entre normais equivalentes. Esse procedimento é feito na forma:

$$\rho_{ij}^E = F \rho_{ij} \quad (4.38)$$

O valor de F independe do ponto onde a transformação está sendo realizada. Expressões analíticas para obtenção de F foram obtidas por Der Kiureghian e Liu (1986). Uma vez que todas as variáveis do problema e suas correlações são transformadas em equivalentes (caso não sejam), as equações (5.19) e (5.20) poderão ser utilizadas na obtenção das variáveis padrão independentes.

4.2.4.1.1

Obtenção do ponto de projeto

No método FORM, a obtenção do ponto de projeto, \mathbf{U}^* , pode ser formulada como um problema de otimização com restrição na forma:

$$\text{Minimizar: } \|\mathbf{U}\| \quad (4.39)$$

$$\text{Sujeito a: } G(\mathbf{U}) = 0 \quad (4.40)$$

Existe uma série de algoritmos capazes de resolver problemas dessa natureza. Em problemas envolvendo análise de confiabilidade o algoritmo HLRF desenvolvido por Hasofer e Lind (1974) e posteriormente aprimorado por Rackwitz e Fiessler (1978) é o mais utilizado. Seu emprego é mostrado pela seguinte equação recursiva:

$$\mathbf{U}^{k+1} = \frac{1}{\|\nabla G(\mathbf{U}^k)\|^2} [\nabla G(\mathbf{U}^k)^T \mathbf{U}^k - G(\mathbf{U}^k)] \nabla G(\mathbf{U}^k) \quad (4.41)$$

Sendo $\nabla G(\mathbf{U}^k)$ o gradiente da função de falha no espaço reduzido e $G(\mathbf{U}^k)$ o valor da função de falha no ponto \mathbf{U}^k .

4.2.4.1.2**Algoritmo iterativo do método FORM**

1. Primeiramente escolher um ponto de partida X^k e $k = 0$ no espaço original (geralmente o vetor das médias) e calcular a matriz dos coeficientes de correlação normais equivalentes:

$$\rho_{X_i X_j}^E = F \rho_{X_i X_j} \quad (4.42)$$

Onde $\rho_{U_i U_j}^E$ é o coeficiente de correlação equivalente das variáveis aleatórias X_i e X_j e F depende do tipo de distribuição de ambas as variáveis conforme apresentado por Melchers (2002).

2. Calcular as médias e desvios padrões normais equivalentes no ponto de partida através das expressões:

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{\phi \left\{ \Phi^{-1} \left(F_{X_i}(X_i^k) \right) \right\}}{f_{X_i}(X_i^k)} \quad (4.43)$$

$$\mu_{X_i}^N = X_i^k - \sigma_{X_i}^N \Phi^{-1} \left(F_{X_i}(X_i^k) \right) \quad (4.44)$$

E monta a matriz σ e o vetor μ , com os respectivos desvios padrões e médias normais equivalentes.

3. Avaliar a função de falha $G(X)$, o Jacobiano e o gradiente de $G(U)$ no espaço reduzido através das expressões a seguir:

$$G(U) = G(X) \quad (4.45)$$

$$J = \Gamma \sigma^{-1} \quad (4.46)$$

$$\nabla G(U) = (J^{-1})^T \nabla G(X) \quad (4.47)$$

Onde $\Gamma = L^{-1}$ contém a inversa da matriz triangular inferior, L , obtida da decomposição de Choleski da matriz dos coeficientes de correlação normais equivalentes.

4. Transformar o ponto de partida para espaço reduzido usando a transformação de Nataf, na forma:

$$U^k = J(X^k - \mu) \quad (4.48)$$

5. Avaliar o novo ponto de U^{k+1} através do algoritmo HRLF conforme definido anteriormente.

6. Avaliar o índice de confiabilidade na forma:

$$\beta = \|U^{k+1}\| \quad (4.49)$$

7. Avaliar o novo ponto U^{k+1} no espaço original através da expressão a seguir:

$$X^{k+1} = (J^{-1})^T(U^{k+1}) + \mu \quad (4.50)$$

8. Tomar X^{k+1} como novo ponto de partida e repetir os passos de 2 até 8 até que a convergência seja obtida:

$$\frac{\|U^{k+1}\| - \|U^k\|}{\|U^{k+1}\|} \leq TOL \quad (4.51)$$

9. Avaliar a probabilidade de falha final através de:

$$P_f^{FORM} = \Phi(-\beta) \quad (4.52)$$

A avaliação da probabilidade de falha pelo método FORM envolve a avaliação das derivadas da função de falha para compor o vetor gradiente. Quando a função de falha não for explícita, o método das diferenças finitas pode ser uma opção bem interessante no cálculo aproximado dessas derivadas.

4.2.4.1.3 Fator de Importância das Variáveis

Além da probabilidade de falha, um dos subprodutos do método analítico FORM é o fator de importância das variáveis que indica a contribuição de cada uma delas na probabilidade de falha do sistema considerado (Souza, 2011).

O fator de importância de cada variável aleatória i envolvida na análise de confiabilidade é definido por:

$$\zeta_i = \alpha_i^2 \quad (4.53)$$

Onde α_i é o cosseno diretor com relação a variável X_i do vetor normal à superfície de falha no ponto de projeto e no espaço das variáveis reduzidas:

$$\alpha_i = \frac{\nabla G(U^*)}{|\nabla G(U^*)|} \quad (4.54)$$

onde $\nabla G(U^*)$ é a componente do gradiente da função de falha no espaço reduzido definido no ponto de projeto U^* e $|\nabla G(U^*)|$ corresponde ao seu módulo.

A seguinte propriedade é válida para o fator de importância das variáveis:

$$\sum_{i=1}^n \zeta_i^2 = 1 \quad (4.55)$$

Somente as variáveis com fatores de importância altos contribuem efetivamente para a probabilidade de falha. As variáveis com fator de importância baixo ($\ll 1$) poderão ser consideradas como determinísticas.

4.2.4.2 Método de Simulação de Monte Carlo

Problemas que envolvem variáveis aleatórias com distribuição de frequência já bem definidas levam a uma boa funcionalidade na utilização do método de simulação de Monte Carlo. Para isso um número muito grande de repetições do processo de simulação deverá ser executado para cada realização particular das variáveis aleatórias do problema. Também, uma conveniente distribuição de probabilidades deverá ser utilizada para geração de números aleatórios que representarão cada uma das realizações. As repetições fornecem então, um conjunto de soluções, correspondente a cada realização, que representará o resultado da simulação do sistema. Essa amostra de soluções é similar, por exemplo, a um ensaio de laboratório e, assim sendo, um tratamento estatístico deverá ser aplicado aos seus resultados. Sendo uma técnica de amostragem estatística, erros de amostragem devem ser avaliados para uma definição correta do problema. Usualmente, um número grande de amostras é requerido, de modo que, o conjunto de simulações apresente bons resultados.

A principal característica do método de simulação de Monte Carlo consiste na obtenção de realizações aleatórias com base numa lei definida. Uma geração de números aleatórios é executada para construção desse conjunto de realizações. Para geração de uma amostra, obedecendo a uma distribuição qualquer, deve-se inicialmente gerar uma sequência de uma distribuição uniforme no intervalo de zero a um e em seguida realizar uma transformação isoprobabilística para a distribuição desejada. Uma vez que os algoritmos computacionais de geração são baseados em funções determinísticas, um mesmo conjunto de números poderá ser gerado, caso os argumentos de entrada sejam iguais. Por isso, esses conjuntos são denominados, pseudos-aleatórios.

Atualmente, todo o processo de geração aleatória das variáveis é feito em computadores, onde milhões de números podem ser gerados rapidamente e as amostras podem ser geradas em poucos minutos. Isso é feito de forma a representar o acaso via operações complexas que reproduzem resultados variados.

Esse procedimento simples para geração de valores de qualquer distribuição de probabilidade pode ser obtido da seguinte maneira: primeiramente gera-se uma amostra de valores q_i de probabilidades que obedecem a uma distribuição uniforme com valores entre zero e um. Isso é feito via um conjunto de operações determinísticas realizadas pelo computador cujo truncamento das casas decimais pode ser fornecido pelo usuário. A seguir, obtêm-se a respectiva variável física mediante uma transformação para o espaço físico dado por, $x_i = F_X^{-1}(q_i)$. Assim, através dessa realização no espaço físico são obtidos os resultados de todas as variáveis aleatórias existente no processo, podendo então determinar a resposta do problema considerado. O método de Monte Carlo procura substituir a equação 4.23 por um estimador da probabilidade de falha com o cálculo da expectância matemática da variável aleatória $I(x)$ na forma:

$$P_f = \int_{\Omega_F} f_X(x) dx = \int_{R^n} I(x) f_X(x) dx = E[I(x)] \quad (4.56)$$

Onde $E[I(x)]$ é a esperança matemática da variável aleatória $I(x)$. Define-se a função indicadora $I(x)$ por:

$$I(X) = \begin{cases} 1 & \rightarrow x \in \Omega_f \\ 0 & \rightarrow x \notin \Omega_f \end{cases} \quad (4.57)$$

Repetindo as análises para um número grande de simulações N , a média empírica dos valores de $I(x)$ é um estimador da probabilidade de falha. Significa que:

$$\bar{P}_f = \frac{\sum_{j=1}^N \{I(G(U) \leq 0)\}}{N} \quad (4.58)$$

Um exemplo de visualização gráfica do método de Monte Carlo é mostrado na Figura 4.4. Em cada simulação uma resposta é obtida, no caso de um valor de carga último, que se encontra no domínio de segurança ou no domínio de falha. A

probabilidade de falha pode então ser obtida pela soma dos eventos de falha e relacionando-os com todos os eventos existentes.

Uma das grandes vantagens das simulações de Monte Carlo consiste na substituição do cálculo de integrais complexas que não possuem soluções analíticas fechadas. A simulação entra exatamente nesse ponto, produzindo como resultado um valor para a integral que tende a se estabilizar em torno da média à medida que o número de simulações se aproxima do infinito.

Apesar de fornecer resultados bastante precisos, o método de Monte Carlo, sem a aplicação de técnicas para aumentar sua eficiência, é bastante lento no cálculo da probabilidade de falha.

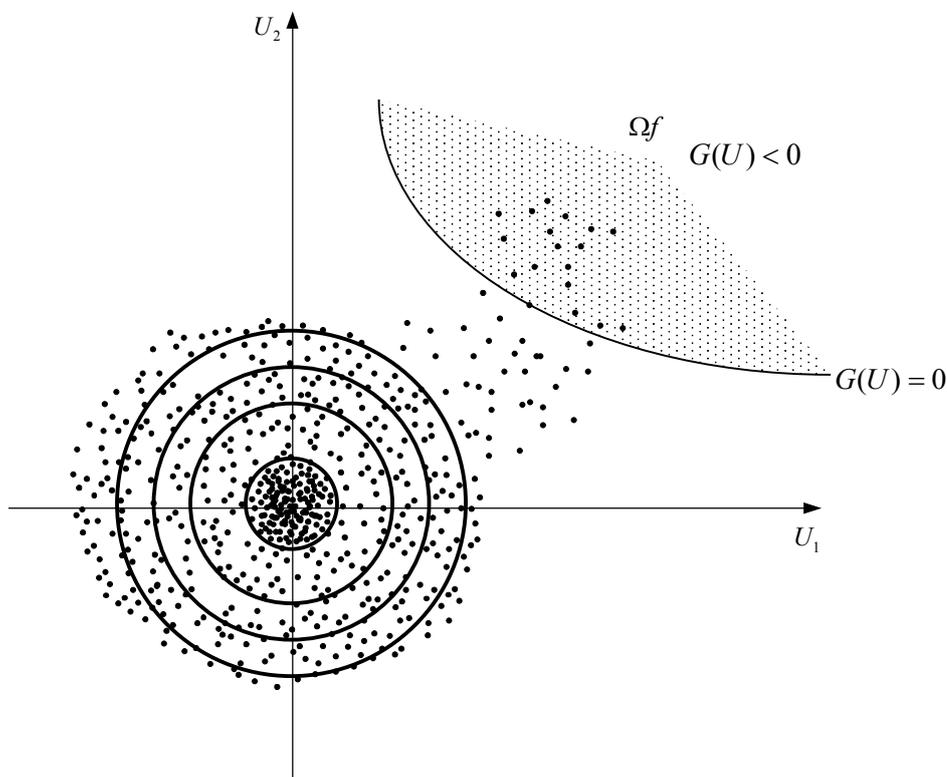


Figura 4-4: Sorteio de pontos na simulação de Monte Carlo

A interpretação da teoria das probabilidades sobre o comportamento das amostras e sobre a tendência das suas correspondentes médias em se estabilizarem com aumento do tamanho da amostra é a base da técnica de resolver problemas de integração via o método de Monte Carlo. Essa integração pode ser interpretada, num experimento estocástico adequado, como o valor médio. Assim, para um

elevado valor de resultados independentes do experimento é possível obter uma estimativa central (média) do valor da integral. Métodos estatísticos podem ser utilizados para medição da previsão dessa estimativa. Um número muito grande é necessário para fornecer uma precisão suficiente ao método empírico segundo a teoria das probabilidades. Assim, graças ao desenvolvimento crescente da velocidade de processamento de dados dos computadores digitais modernos, métodos desse tipo podem ser aplicáveis a problemas reais.

O elevado tempo de processamento devido ao grande número de repetições necessário à convergência é a maior inconveniência na aplicação do método de Monte Carlo a sistemas estruturais. Para problemas reais em engenharia a probabilidade de falha deve ser da ordem de 10^{-3} ou menor. Isso implica que o número de simulações necessárias seria da ordem de 10^{n+2} a 10^{n+3} para uma probabilidade de falha na ordem de 10^{-n} (Neves, 2004). Sendo assim, a eficiência dos métodos de simulação para problemas com número muito grande de variáveis ou que envolva problemas onde o custo da função de estado é alto, é bastante questionada. Outro fato desfavorável é que os métodos de simulação não fornecem informações suplementares sobre as sensibilidades do índice de confiabilidade em relação às variáveis aleatórias ou mesmo sobre o ponto de projeto do problema. Mesmo assim, métodos dessa natureza são bastante aplicáveis na aferição de modelos e são bastante aplicados em trabalhos científicos, principalmente em problemas cujo número de variáveis seja razoavelmente pequeno.

Para o presente trabalho de pesquisa, a utilização do método de Monte Carlo é justificável devido a três importantes pontos. O primeiro é mais importante refere-se a possibilidade de representar explicitamente as equações de falha do problema. O segundo ao número de variáveis envolvido nos problemas que é relativamente pequeno, o que conduz a um tempo de processamento relativamente pequeno. O terceiro refere-se a eficiência na precisão envolvida no cálculo da probabilidade de falha do sistema estrutural considerado. Para os problemas abordados nessa pesquisa o método de Monte Carlo foi aplicado de modo bastante satisfatório. Isso acontece, uma vez que, não é necessária a execução de nenhum processo de aproximativo ou de linearização, do tipo existente nos métodos analíticos. Procedimentos desse tipo podem levar a valores com pouca precisão

devido às aproximações necessárias na definição da região de falha do sistema estrutural correspondente.

4.2.5 Probabilidade de falha de sistemas

A confiabilidade de sistemas estruturais é definida quando a falha de um elemento estrutural pode ocorrer devido a mais de uma função de estado limite ou de falha. Todos os exemplos de aplicação apresentados nesta tese envolvem sistemas desse tipo como com a presença de várias funções de falha (bielas, tirantes, nós e regiões de concentração de tensões), portanto serão tratados pela análise de confiabilidade estrutural como um sistema (Almeida, 2008).

Um sistema para análise de confiabilidade pode ser representado por apenas um elemento estrutural que possa falhar por mais de um modo de comportamento, enquanto que na análise estrutural propriamente dita o elemento é apenas parte integrante da estrutura, que neste caso é o sistema.

Um sistema pode ser classificado em: sistema em série, quando a falha de um dos modos acarreta na falha do sistema, ou em paralelo, quando a falha do sistema somente ocorre quando todos os seus modos falham. No caso dos exemplos de modelo de bielas e tirantes analisados nessa pesquisa apenas os sistemas em série serão considerados.

A Figura 4.11 a seguir ilustra a região de falha de um sistema em série definida quando se usa o método FORM.

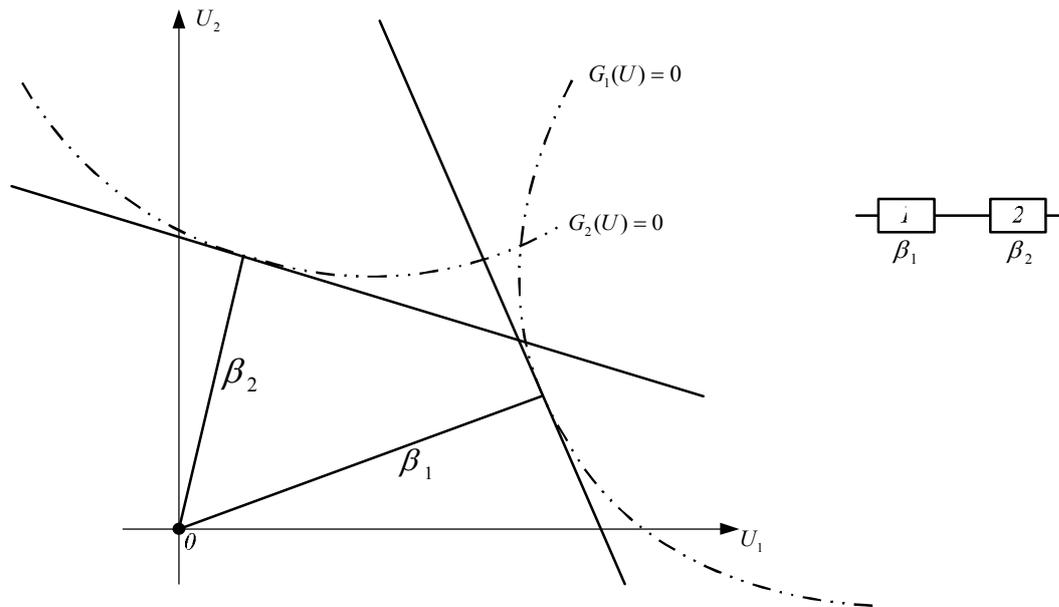


Figura 4-11: Representação gráfica da probabilidade de falha de sistemas em série pelo FORM

A probabilidade de falha P_f pode ser calculada para cada modo de falha, sendo depois avaliada a probabilidade de o sistema falhar como um todo, considerando-se todos os modos.

A probabilidade de falha dos sistemas em série é dada pela probabilidade de qualquer um dos seus modos falharem, ou seja, é a união dos eventos que representam a falha dos modos de ruptura individuais. Dessa forma, tem-se que:

$$P_f^s = P \left[\bigcup_{i=1}^j (g_i(U) \leq 0) \right] \quad (4.59)$$

Onde j é o número de modos de falha identificados na análise e U é o vetor das variáveis normais padrão estaticamente independente.

Utilizando alguns dos conceitos básicos da teoria das probabilidades, a equação da probabilidade de sistemas em série pode ser reescrita na forma:

$$P_f^s = \sum_{i=1}^j P_i - \sum_{i=1}^j \sum_{k>1}^j P_{ik} + \sum_{i=1}^j \sum_{k>1}^j \sum_{l>k}^j P_{ikl} - \dots \quad (4.60)$$

Sendo:

$$P_i = P[(g_i(U) \leq 0)] \quad (4.61)$$

$$P_{ik} = P[P(g_i(U) \leq 0) \cap P(g_k(U) \leq 0)] \quad (4.62)$$

$$P_{ikl} = P[P(g_i(U) \leq 0) \cap P(g_k(U) \leq 0) \cap P(g_l(U) \leq 0)] \quad (4.63)$$

Onde g_i é o i -ésimo componente do sistema e os símbolos Σ e \cap correspondem ao somatório e a intersecção, respectivamente.

Como as probabilidades de falha dos componentes individuais geralmente são baixas, os termos de terceira ordem podem ser desprezados. Em um sistema em série as probabilidades de primeira e segunda ordem pelo FORM, onde a superfície de falha é definida pelos hiperplanos tangentes as superfícies de falha nos pontos de projeto, podem ser calculadas na forma:

$$P_i = \Phi(-\beta_i) \quad (4.64)$$

$$P_{ik} = \Phi(-\beta_i, -\beta_k, \rho_{ik}) \quad (4.65)$$

Onde:

β_i, β_k – Índices de confiabilidade de cada um dos componentes;

ρ_{ik} – Correlação entre os dois componentes;

$\Phi()$ – Função cumulativa de probabilidades normal padrão;

$\Phi(, , \rho)$ – Função cumulativa bidimensional normal padrão.

A função cumulativa bidimensional normal padrão, pode ser expressa matematicamente por:

$$\Phi(-\beta_i, -\beta_j, \rho_{ij}) = \Phi(-\beta_i)\Phi(-\beta_j) + \int_0^{\rho_{ij}} \varphi(-\beta_i, -\beta_j, z) dz \quad (4.66)$$

Onde $\varphi(-\beta_i, -\beta_j, z)$ é a função densidade de probabilidade bidimensional normal padrão:

$$\varphi(x, y, z) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-z^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x^2 + y^2 - 2zxy}{1-z^2}\right)\right] \quad (4.67)$$

A integral da equação (4.66) deve ser avaliada numericamente ou alternativamente ter seus limites de primeira e segunda ordem verificados. Assim sendo tem-se os seguintes limites a serem definidos:

Limites para probabilidade P_{ik} :

$$\max[P(A), P(B)] \leq P[g_i, g_k] \leq P(A) + P(B) \quad (4.68)$$

$$P(A) = \Phi(-\beta_i) \Phi\left(-\frac{\beta_k - \rho\beta_i}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \quad (4.69)$$

$$P(B) = \Phi(-\beta_k) \Phi\left(-\frac{\beta_i - \rho\beta_k}{\sqrt{1-\rho^2}}\right) \quad (4.70)$$

Limites de primeira ordem

$$\max_{n=1}^n [P(F_i)] \leq P_f \leq \left[1 - \prod_{i=1}^n (1 - P(F_i))\right] \quad (4.71)$$

Limite de segunda ordem

$$P(F_i) + \sum_{i=2}^n \max\left\{P(F_i) - \sum_{j=1}^{i-1} P(F_i F_j), 0\right\} \leq P_f \leq \sum_{i=1}^n P(F_i) - \sum_{i=2}^n \max[P(F_i F_j)] \quad (4.72)$$

Para modos de falha independentes a probabilidade de falha de uma estrutura pode ser representada na forma:

$$P_f = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P(F_i)) \Rightarrow n = 2 \quad (4.73)$$

Onde, F_i é a probabilidade de falha do modo i .

A equação (4.73) pode ser expandida na forma:

$$P_f = P(F_1) + P(F_2) - P(F_1 \cap F_2) \quad (4.74)$$

No entanto, tendo o termo $P(F_i)$ valores muito pequenos o termo $P(F_1 \cap F_2)$ poderá ser desprezado. Logo teremos:

$$P_f^{sup} \cong P(F_1) + P(F_2) \quad (4.75)$$

Onde P_f^{sup} representa o limite de probabilidade de falha superior.

Para a determinação do limite inferior, considera-se o caso onde todos os modos de falha são totalmente independentes, sendo que o modo que tiver a maior probabilidade será sempre o de provável colapso.

$$P_f^{inf} = \max_{i=1}^n [P(F_i)] \quad (4.76)$$

Assim, tem-se para um sistema em série os limites inferiores e superiores, onde eles limitam uma região entre completamente independente e totalmente dependente. Tem-se então a seguinte desigualdade:

$$\max[P(F_1), P(F_2)] \leq P_f \leq P(F_1) + P(F_2) \quad (4.77)$$

Limites de segunda ordem

Os limites de segunda ordem são obtidos levando em consideração os termos $P(F_1 \cap F_2)$ na equação (4.74). Assim, determina-se o limite inferior na forma:

$$P_f \geq P(F_1) + \max\{P(F_2) - P(F_1 \cap F_2), 0\} \quad (4.78)$$

O limite superior de segunda ordem é obtido então por:

$$P_f \leq P(F_1) + P(F_2) - P(F_1 \cap F_2) \quad (4.79)$$

Pode-se esperar uma maior precisão nos limites de segunda ordem uma vez que os termos $P(F_1 \cap F_2)$ são considerados. Assim:

$$P(F_1) + \max\{P(F_2) - P(F_1 \cap F_2), 0\} \leq P_f \leq P(F_1) + P(F_2) - P(F_1 \cap F_2) \quad (4.80)$$

No caso de duas funções de falha, resolve-se a equação (4.79) obtém-se a probabilidade de falha exata de um sistema em série. Como se pode observar pela equação (4.80) é necessário determinar o termo $P(F_1 \cap F_2)$, podendo ser determinado de forma exata através da equação (4.65) ou equação (4.66) com um custo computacional alto, ou pelos limites P_{ik} da equação (4.68).

4.3 Calibração de Códigos Normativos

Calibração é o processo de designar valores para determinados parâmetros nos códigos normativos. Esses parâmetros normativos são todas as quantidades numéricas especificadas pelos códigos, excluindo-se as constantes físicas. Os

parâmetros normativos são normalmente adotados de modo a garantir um desejado nível de segurança às estruturas. Um processo de calibração a ser efetuado pelos códigos normativos na determinação dos parâmetros normativos pode seguir três diferentes tipos de metodologia: julgamento, experiência, otimização ou uma combinação dos anteriores.

Processos de calibração feitos através de julgamento foi uma prática muito comum até recentemente. Se um código normativo que esteve em vigor certo tempo provou estar funcionando satisfatoriamente, seus correspondentes valores de parâmetros normativos podem ser aceitos como corretos. No entanto, se há uma pressão econômica suficientemente grande, alguns dos parâmetros podem ser ligeiramente modificados em busca de margens de segurança menores. De modo inverso, baixos desempenhos podem gerar uma pressão no sentido de aumentar as margens de segurança. Normalmente esse tipo de situação é mais dramático. Se não houver nenhuma mudança de formato, o código poderá então, gradualmente se encaminhar para os valores coerentes de parâmetros normativos. Esse é um processo de calibração com base empírica e é caracterizado pela falta de racionalismo na modificação dos coeficientes envolvidos.

Outro tipo de processo de calibração é feito quando uma modificação no formato é proposta depois que um código normativo é utilizado por um número razoável de anos. Assim, o problema consiste em transferir a experiência prática acumulada do código anterior para o novo. Uma simples e conservativa maneira de fazer esse tipo de calibração no código novo é ajustar parâmetros normativos do código anterior de modo que produza resultados finais do também código anterior. É óbvio que isso não é sempre possível, mas quando isso acontece pode ser vantajoso no mínimo adotá-lo como uma primeira aproximação. Na verdade, um novo código apenas imita o código anterior, o que pode parecer bastante estranho. Por que então reescrever um código se nenhum ganho em confiabilidade ou mesmo em economia acontecerá? Uma vez que qualquer modificação nos códigos normativos é um aborrecimento para todas as partes envolvidas, reescrevê-lo poderá ser vantajoso por diversas razões. As principais são que um novo formato pode estar mais correto em termos filosóficos, que seu alinhamento pode ser melhorado com relação aos padrões adotados por outros países ou também por ser mais simples de ser utilizado.

Finalmente, um código normativo pode ser calibrado por um processo formal e explícito de otimização (Ravindra e Lind, 1983 e Beck, 2010). Nesse caso, o passo inicial é definir o escopo, ou seja, a classe de estruturas para as quais o código será aplicado. Esse escopo deverá ser parametrizado por um conjunto de estruturas. Para todas as estruturas inseridas nesse escopo, os modos de falha relevantes deverão ser identificados. O código deverá então ser caracterizado por uma estrutura matemática, assim como um elemento dentro de um conjunto. Os parâmetros normativos serão considerados como variáveis. Uma vez que essas variáveis tomam diferentes valores, um conjunto com diferentes formatos é gerado. Esse conjunto é denominado formato do código; o código original é umas das inúmeras realizações do formato. Cada realização é caracterizada por um particular conjunto de parâmetros, correspondente a um ponto específico no espaço dos parâmetros do formato.

A obtenção dos coeficientes parciais de segurança não é simples, ainda mais para toda uma classe de estruturas, sendo difícil alcançar um mesmo nível de confiabilidade para todas elas num mesmo código. A seguir será apresentada uma metodologia para calibração de fatores parciais de segurança para um conjunto de estruturas específicas de concreto armado representadas via modelo de bielas e tirantes. Essa metodologia tem uma base científica e usa a confiabilidade com ferramenta principal.

4.3.1

Calibração dos coeficientes parciais de segurança

Um estado limite de uma estrutura específica pode sofrer um processo de calibração dos coeficientes parciais de segurança para que um nível específico de segurança seja alcançado. Inicialmente é necessária uma caracterização estatística das variáveis aleatórias envolvidas no problema. Também um nível alvo de segurança deverá ser definido com base na classe da estrutura e materiais envolvidos. Finalmente, uma tentativa inicial deverá ser proposta e sua correspondente avaliação de segurança feita por qualquer um dos métodos anteriormente vistos (Sagrilo, 2003). Nos exemplos apresentados neste trabalho apenas o método FORM e Monte Carlo foram utilizados.

Inicialmente, uma variação nos coeficientes parciais de segurança relativos às ações do modelo (permanente e acidental) é feita e seu dimensionamento executado. Para cada par de valores o nível de segurança, representado pelo índice de confiabilidade do sistema, é calculado. Com isso, um processo de interpolação através dos polinômios de Lagrange é feito com relação a cada variável considerada e seu resultado computado na formação da superfície de resposta dos índices de confiabilidade do sistema. Esse é o procedimento de montagem de uma superfície de resposta em termos da confiabilidade do sistema. É possível considerar esse procedimento para várias razões de carga ou para uma específica.

Adota-se um valor alvo ou de referência de confiabilidade baseado nas recomendações do JCSS (2001). Esse valor foi tomado como β_{alvo} igual a 3.8, correspondente a uma probabilidade de falha na ordem de $7,2 \times 10^{-5}$.

A calibração dos coeficientes parciais de segurança poderá ser definida a partir de um problema de otimização. O objetivo principal então será minimizar o erro entre os pontos da superfície de resposta em termos de confiabilidade e o índice de confiabilidade alvo. Monta-se então um problema de minimização sem restrição na forma (Faber e Sørensen, 2002):

Minimizar:

$$W(\gamma_g, \gamma_q) = \sum_{k=1}^n w_n ((\beta_n(\gamma_{gi}, \gamma_{qi}) - \beta_{alvo})^2 \quad (4.81)$$

Onde:

$W(\gamma_g, \gamma_q)$ – superfície de erro em função dos fatores parciais de segurança.

w_n – fator de frequência do carregamento.

O fator de frequência dos carregamentos pode ser representado também por uma distribuição e suas variáveis características. Como a experiência em projeto de estruturas de concreto armado mostra que as razões de carga mais frequentes são as de valor 0,4; 0,5 e 0,6. Assim as frequências de carregamentos serão representadas a partir de uma função Normal com média 0,5 e desvio padrão 0,12 conforme recomendado por Souza (2011). Assim, é possível ratificar o valor mínimo da função dentro dos limites da superfície de resposta em termos dos

erros relativos, seus respectivos pesos e seus correspondentes coeficientes de segurança.

4.3.2 Geração da superfície de resposta

A existência de uma função de falha é o que caracteriza o uso da análise de confiabilidade em problemas de estruturas. No entanto, a obtenção dessa função em problemas reais de engenharia pode ser muito cara ou mesmo proibitiva do ponto de vista computacional. Isso acontece em decorrência dos refinados modelos mecânicos utilizados atualmente. Essa dificuldade pode ocorrer com todos os métodos de obtenção da probabilidade de falha em confiabilidade como métodos de simulação ou FORM. Em casos desse tipo, uma técnica bastante interessante é a denominada superfície de resposta. A ideia principal consiste na adoção de uma função de falha aproximadora, cuja avaliação seja mais simples e que possa representar a função de falha original. Esse procedimento torna a busca do ponto de projeto bastante simples, rápida e eficiente, já que a superfície real é substituída por um polinômio.

A técnica de superfície de resposta é muito conhecida na estatística onde uma aproximação de modelo complexo pode ser feita por uma relação funcional mais simples que relacione os resultados de um experimento às variáveis de entrada. O polinômio aproximador poderá produzir superfícies lineares, quadráticas ou mesmo cúbicas. Nesse caso, o emprego de funções do tipo *spline* pode ser bastante interessante.

Para a construção das superfícies de resposta é necessária a obtenção de um conjunto de soluções da estrutura. Cada ponto obtido para superfície aproximadora corresponderá a uma resposta da estrutura com emprego do modelo utilizado. Uma vez obtido esse conjunto de pontos, é possível então traçar a superfície aproximadora com a utilização dos polinômios via técnica de regressão linear ou não. Diferentes expressões polinomiais poderão ser utilizadas para descrever a superfície de resposta de uma mesma estrutura. No entanto, dois aspectos principais devem ser observados: o número de pontos para formação da superfície de resposta deverá ser maior ou igual ao número de constantes relativas ao polinômio aproximador e é necessário que os pontos de ajuste sejam escolhidos

de forma a gerar um conjunto de equações linearmente independentes (Beck, 2010).

Uma vez obtida a função de falha aproximada qualquer um dos métodos de obtenção da probabilidade de falha poderá ser utilizado. No caso dos métodos analíticos uma das principais vantagens é que a função gradiente é facilmente obtida. A maior dificuldade na utilização da técnica deve-se às aproximações implícitas do método, o que pode conduzir a respostas não precisas e dificuldades de convergência.

Um processo aproximado para obtenção da superfície com base na resposta mecânica da estrutura é efetuado neste trabalho. Uma superfície de resposta baseada em polinômios de Lagrange é construída e um processo de interpolação cúbica do tipo *spline* é aplicado.

4.3.2.1 Polinômios interpoladores de Lagrange

A utilização de funções aproximadoras para funções contínuas é uma técnica bastante difundida e utilizada atualmente. Existem vários tipos de polinômios utilizados como essa finalidade. Uma opção bastante interessante e muito empregada no método dos elementos finitos são os polinômios interpoladores de Lagrange (Vaz, 2011b).

Nessa técnica, uma função $f(x)$ contínua será representada por uma função aproximadora $\phi(x)$ em um dado intervalo $a \leq x \leq b$. Considerando inicialmente $(n + 1)$ pontos no intervalo, é possível criar $(n + 1)$ polinômios de Lagrange $Y_i(x)$ de grau n , de modo que:

$$Y_i(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)} \quad (4.82)$$

Sendo que:

$$Y(x_j) = \delta_{ij} \quad (4.83)$$

Para a função considerada vale a seguinte regra: valor unitário em $i = j$ e valor nulo em $i \neq j$. Pode-se então, utilizar os polinômios de Lagrange na geração de funções aproximadoras na forma:

$$\phi(x) = \sum_{i=1}^n \Upsilon_i(x) f_i \quad (4.84)$$

Essa expressão é válida em qualquer dos $(n + 1)$ pontos x_j resultando em:

$$\phi(x_j) = \sum_{i=1}^n \Upsilon_i(x_j) f_i = f_j \quad (4.85)$$

Uma visão do processo de interpolação entre a função original $f(x)$ e a função aproximadora $\phi(x)$ pode ser vista na Figura 4.5.

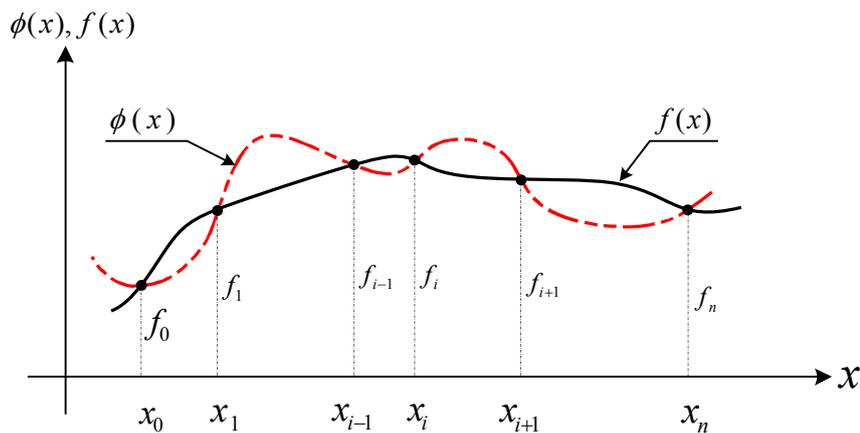


Figura 4-5: Interpolação com uso dos polinômios de Lagrange

Para o caso da geração representativa da superfície de resposta procurada, procede-se de forma análoga aos polinômios de Lagrange de primeiro grau. Assim, funções de interpolações bidimensionais poderão ser geradas. Isso é feito por meio de produtos de polinômios Lagrangeanos. Logo teremos:

$$N_{ij}(x, y) = \Upsilon x_i(x) \Upsilon y_j(y) \quad (4.86)$$

Pode-se, então, facilmente montar a superfície de resposta aproximadora, considerando $f_{ij} = \bar{\beta}_{ij}$, ficando então com:

$$Superf_{\beta}(x, y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n N_{ij}(x, y) \bar{\beta}_{ij}(x, y) \quad (4.87)$$

Onde $\bar{\beta}_{ij}(x, y)$ serão os valores da resposta da estrutura para cada par de variáveis em consideração.

A Figura 4.6 mostra uma superfície de resposta gerada para o caso de uma viga parede via modelo de bielas e tirantes. As duas variáveis em consideração são os coeficientes de segurança da carga permanente (γ_g) e acidental (γ_q). Um procedimento de interpolação do tipo *spline* foi aplicado à superfície original é também mostrado.

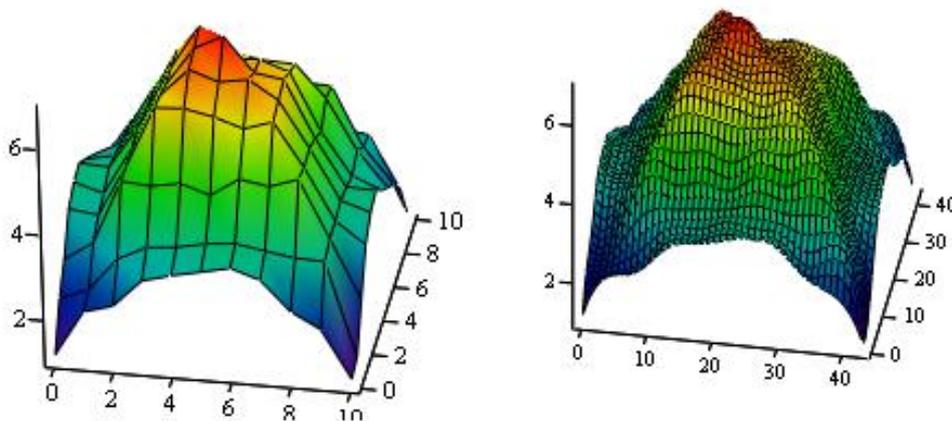


Figura 4-6: Superfície de resposta do índice de confiabilidade de uma viga parede

Neste trabalho foram avaliadas apenas as variáveis aleatórias referentes aos coeficientes parciais de segurança aplicadas às estruturas de concreto armado via modelo de bielas e tirantes. De uma forma simplificada, apenas os carregamentos permanentes e acidentais foram considerados, o que implica na desconsideração de possíveis carregamentos excepcionais.

4.4 Importância Relativa dos Modos de Falha

Uma vantagem bastante interessante no uso da formulação de confiabilidade aos problemas estruturais de concreto armado é com relação à identificação e quantificação da importância dos modos de falha de uma estrutura.

Podemos definir como razão de falha relacionada ao modo i a expressão:

$$\chi_i = \frac{p_{fmi}}{p_f} \quad (4.88)$$

Onde p_{fmi} é a probabilidade de falha da estrutura pelo modo i e p_f a probabilidade de falha do sistema estrutural considerando todos os modos de falha. Com base na equação (4.88) é possível então traçar um diagrama de comportamento para todos os modos de falha envolvidos no problema de forma a identificar quando seu comportamento passa a ter uma probabilidade maior. Para que isso seja feito é necessária a identificação do denominado ponto de transição mostrado na Figura 4.7 a seguir, que se refere a um modelo hipotético de bielas e tirantes. Nesse modelo, podem ocorrer modos de falha frágeis, correspondentes à ruptura das bielas, e modos de falha dúcteis, correspondentes ao escoamento da armadura.

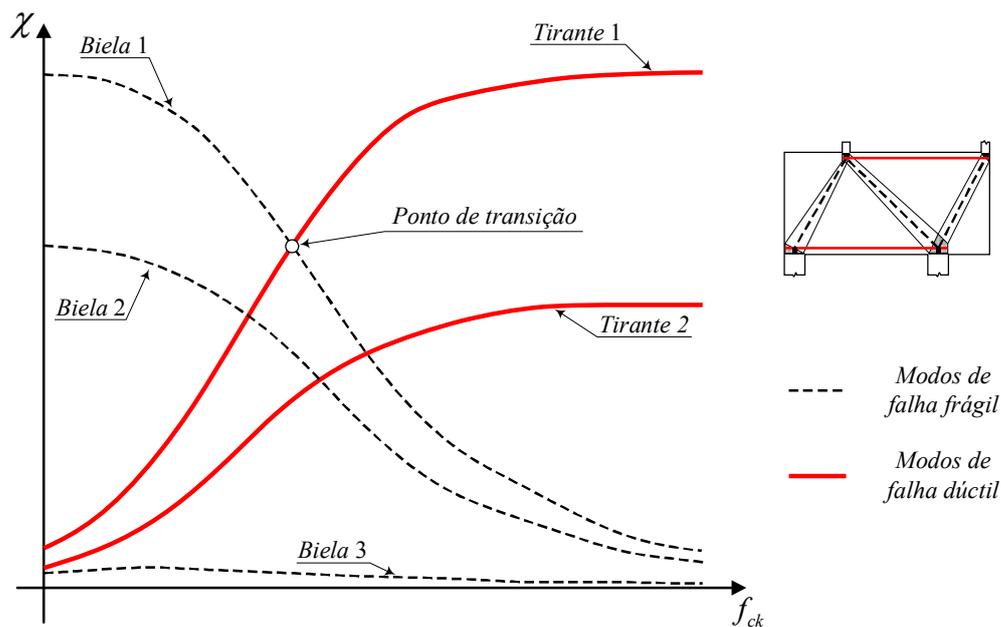


Figura 4-7: Influência do f_{ck} na razão de falha dos diferentes modos de falha.

É importante ressaltar que o ponto de transição deve ser definido para o mais importante modo de falha dúctil e para o mais importante modo de falha frágil. O ponto de transição então será definido pelo ponto de encontro desses dois modos de falha. A partir daí a região posterior ao ponto de transição representará

uma região onde a probabilidade de falha por modo dúctil é superior ao frágil e vice-versa.

Nos projetos realizados pelo método dos Estados Limites essa zona de transição não é possível ser bem definida. Isso acontece porque a aplicação dos coeficientes parciais de segurança, no sentido de precaver contra a aleatoriedade existente e aumentar a segurança impossibilita esse tipo de análise.

Também é possível a definição de uma razão de probabilidade entre os modos mais importantes dúcteis e frágeis na forma:

$$T = \frac{p_{fD}}{p_{fF}} \quad (4.89)$$

Essa relação mede a proporção da probabilidade do modo de falha dúctil em relação ao modo de falha frágil. Valores menores que 1 mostram que o modo de falha frágil prevalece sobre o modo de falha dúctil. Valores acima de 1 levam a uma maior probabilidade de falha pelo modo dúctil (Figura 4.8).

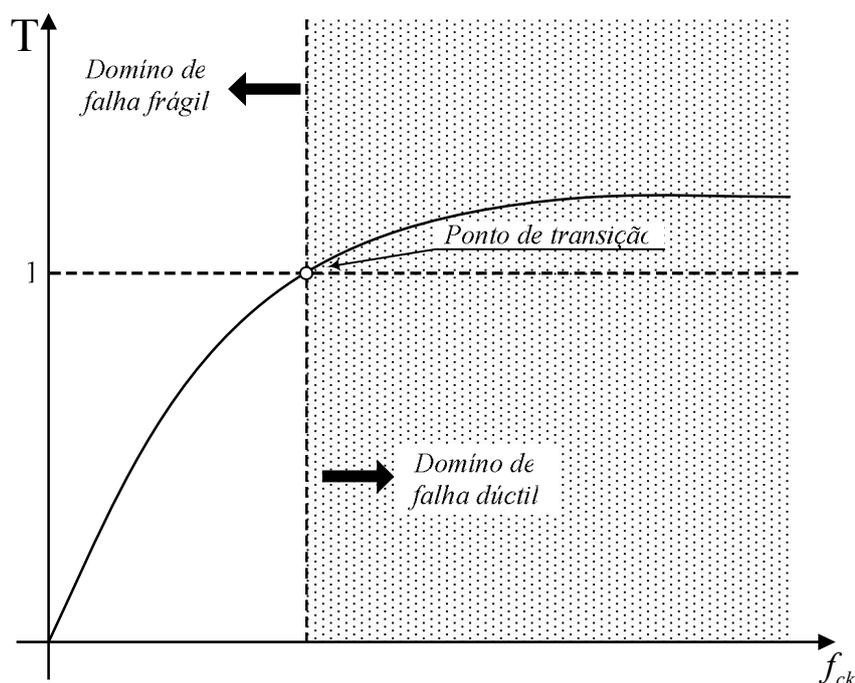


Figura 4-8: Influência do f_{ck} na obtenção dos domínios de falha dúctil e frágil

4.5

Análise de Confiabilidade baseada em Análise Limite

O cálculo da confiabilidade de sistemas em estruturas de concreto armado tem sido uma área de pesquisa bastante ativa. Durante esse período, procedimentos eficientes têm sido desenvolvidos para determinação de estados limites individuais (Zhao e Ono, 1999). O cálculo da confiabilidade de sistemas, no entanto, que é afetado pelas interações entre seus estados limites, ainda apresenta consideráveis dificuldades. A procura por uma formulação computacional eficiente para determinar a confiabilidade de sistemas tem mostrado que dentre as formulações existentes, considerando-se problemas de pequeno e pequeno-médio porte, o Método de Monte Carlo é uma opção bastante razoável. Isso acontece devido à uma determinação mais precisa da probabilidade de falha de sistemas.

No caso específico de modelo de bielas e tirantes, um esforço razoável tem sido feito no sentido de criar uma formulação que permita avaliar se uma dada topologia adotada para um modelo e definida segundo algum critério específico é eficiente ou não. Schlaich et al (1987) e Ali et al (2001) apresentaram propostas que adotaram a energia de deformação elástica como indicadora da eficiência da topologia considerada. Entretanto, uma vez que o campo de deslocamentos considerado no modelo topológico adotado, qualquer que seja ele, é totalmente diferente do campo real das deformações existente no contínuo da estrutura de concreto, adotar critérios dessa natureza parece ser inconsistente.

Uma opção bastante interessante e totalmente compatível com a formulação proposta para o modelo de bielas e tirantes é basear o critério de eficiência do modelo topológico na probabilidade de falha definida na equação (4.90). Para tal, uma análise limite do modelo rígido plástico é então exigida.

A formulação proposta neste trabalho acopla a análise de confiabilidade que considera os principais tipos de incertezas envolvidas em problemas dessa natureza com a análise limite do modelo rígido-plástico representado pela topologia adotada, para essa verificação de eficiência. Uma vantagem interessante no uso dessa formulação é a obtenção de um índice de confiabilidade global da

estrutura uma vez que todos os modos de falha serão considerados, inclusive possíveis inter-relações entre eles.

Considerando a topologia do modelo de bielas e tirantes como um modelo rígido-plástico, pode-se definir a seguinte função de falha global do sistema:

$$G(\lambda_R, \lambda_S) = \lambda_R - \lambda_S \quad (4.90)$$

Sendo λ_R o fator de colapso relativo às resistências do modelo (concreto e aço) nas bielas, tirantes e nós, e λ_S o fator multiplicador proporcional relativo ao carregamento máximo a ser aplicado à viga.

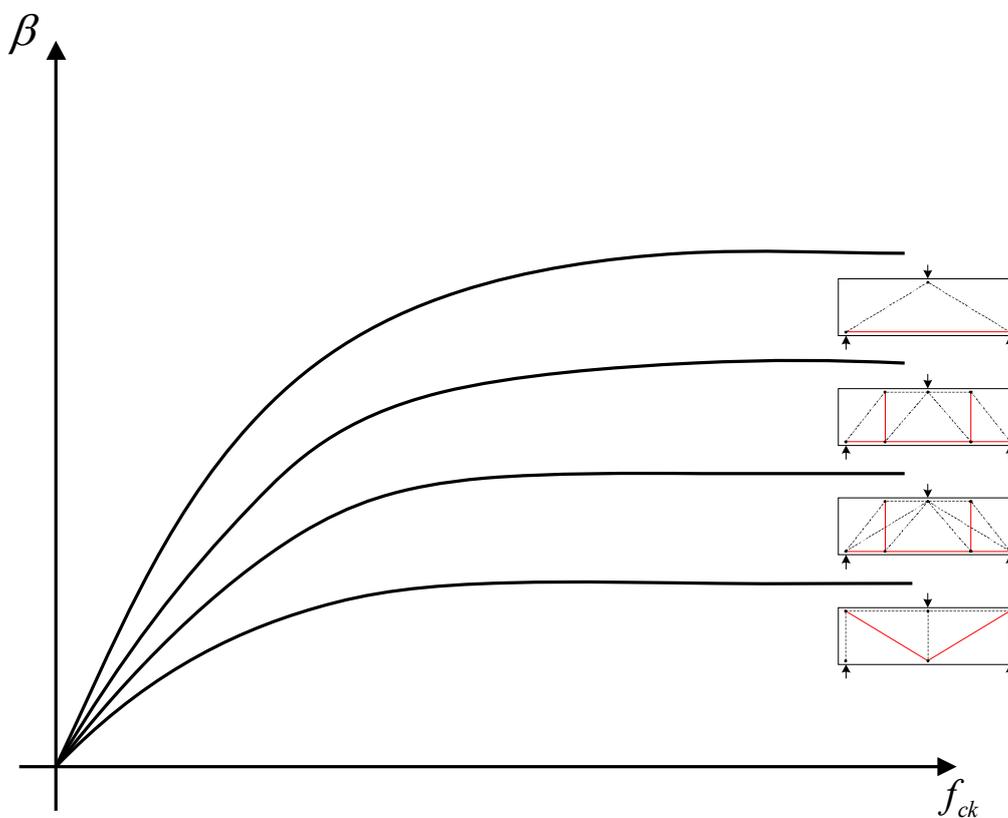


Figura 4-9: Avaliação da segurança de diferentes topologias de um modelo via confiabilidade.

Assim, é possível variar um parâmetro específico, como, por exemplo, a resistência à compressão do concreto no modelo, para uma taxa de armadura fixa, e verificar seu comportamento relacionado ao seu nível de segurança. A Figura 4.9 mostra, para um exemplo hipotético, como topologias diferentes levam a níveis de segurança diferentes para um mesmo modelo.

4.5.1 Algoritmo de implementação

Essa metodologia será adotada nos exemplos neste trabalho e seus resultados mostrados no capítulo 5. Sua maior vantagem é estar perfeitamente compatível com os princípios básicos que envolvem a concepção dos modelos de bielas e tirantes. Isso acontece uma vez que apenas o campo de tensões do modelo é considerado.

A Figura 4.9 mostra um fluxograma esquemático para implementação do algoritmo proposto.

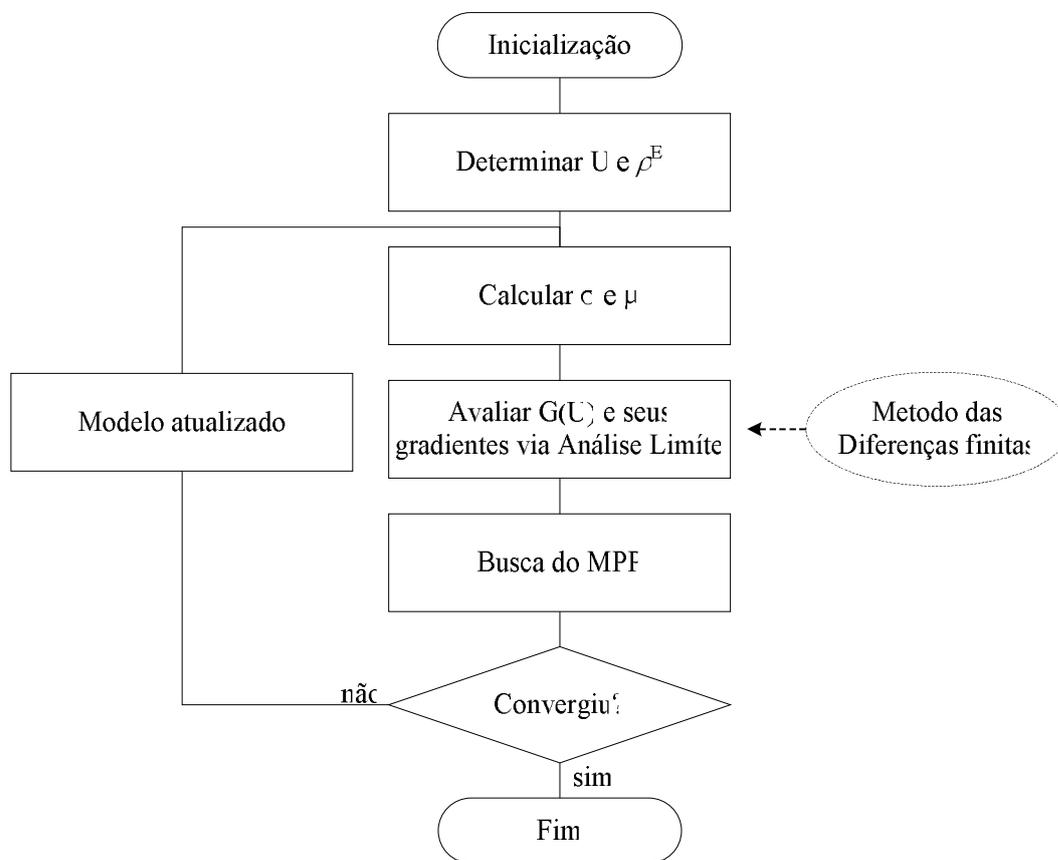


Figura 4-10: Fluxograma esquemático da análise de confiabilidade baseada em análise limite

Para cada topologia considerada um correspondente problema de PL deverá ser montado e suas características randômicas inicializadas no método FORM. Em cada etapa das iterações um subproblema é resolvido e a probabilidade de falha determinada. Duas características principais deverão nortear as principais considerações relativas ao desempenho dos modelos. A primeira é relativa ao

valor obtido para o índice de confiabilidade pelo modelo. Quanto maior o índice de confiabilidade do modelo melhor seu desempenho, pois maior sua proximidade com carga de colapso do modelo real. A outra se refere ao modo de ruptura do modelo. Na maioria dos casos, uma ruptura dúctil associada ao escoamento das armaduras deverá ser adotada pelo projetista estrutural. No capítulo 5 um exemplo será feito de modo a validar a metodologia proposta.