

5

Síntese e Análise de Antenas Duplo-Refletoras Circularmente Simétricas para Cobertura Omnidirecional Utilizando a Ótica Geométrica e o Método da Abertura

5.1. Introdução

Diversos trabalhos abordados na literatura apresentam o projeto de antenas duplo-refletoras circularmente simétricas para a cobertura omnidirecional [10-29]. As superfícies refletoras destas antenas são obtidas a partir da revolução de uma curva geratriz em relação ao eixo cartesiano z , como ilustrado na Figura 5.1.

Este capítulo tem como objetivo apresentar uma técnica de projeto de antenas duplo-refletoras omnidirecionais onde o refletor principal é obtido a partir de uma geratriz circular e o subrefletor é modelado para produzir fase uniforme sobre uma abertura cilíndrica em frente ao refletor principal, direcionando o máximo do diagrama de radiação ao longo do horizonte.

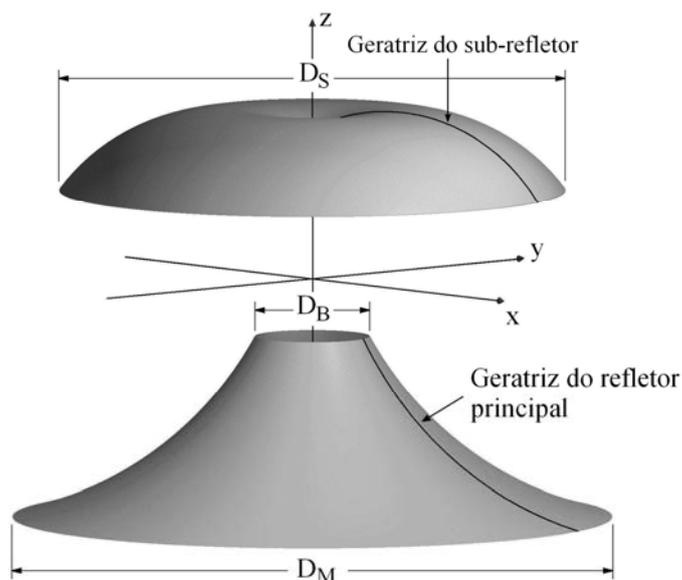


Figura 5.1 – Geometria da antena duplo-refletora circularmente simétrica para cobertura omnidirecional.

Do ponto de vista do projeto de engenharia, os parâmetros usualmente utilizados para a caracterização destas antenas são, por exemplo, ganho, perda de retorno, envelope de lóbulos secundários, volume ocupado pela estrutura, que estão intimamente ligados às dimensões da antena duplo-refletora. O ganho está associado ao tamanho da abertura desta antena, e, também, a sua eficiência total, caracterizada pelo produto das eficiências de transbordamento, associada ao ângulo da borda do subrefletor, e de iluminação desta abertura, associada ao formato dos refletores que definem a proporção da área efetiva da abertura iluminada pelo campo radiado da antena. Além da contribuição intrínseca do alimentador, a perda de retorno desta antena é influenciada pelo formato da geometria do subrefletor, devido à energia refletida diretamente para a abertura deste alimentador.

Entretanto, do ponto de vista de construção dessas antenas, as variáveis envolvidas são os parâmetros que descrevem as curvas geratrizes das superfícies refletoras. No caso do refletor principal proposto neste trabalho, estes parâmetros são as coordenadas do centro, o raio e os pontos extremos do arco de circunferência, que definem o formato da geratriz desta superfície refletora.

A técnica de síntese a ser apresentada é baseada nos princípios da ótica geométrica (GO) e relaciona os parâmetros associados às dimensões dessas antenas, relevantes na caracterização de estruturas eficientes e compactas, com os parâmetros que definem as geratrizes das superfícies refletoras, em especial, aos parâmetros que definem a geratriz circular do refletor principal. Para o equacionamento são impostas condições de mapeamento sobre os extremos destas curvas geratrizes, resultando em um tamanho de abertura conhecido.

Para uma dada abertura existe um conjunto denso de refletores principais que associados aos seus respectivos subrefletores produzem fase uniforme sobre a abertura da antena duplo refletora. Entretanto, estes sistemas se diferenciam por terem ganho e volume distintos. Para a análise de desempenho deste conjunto de antenas poderia ser utilizado um dos diversos métodos propostos na literatura que consideram os efeitos difrativos relacionados à borda dos refletores e efeitos de acoplamento entre as partes que constituem estas antenas. Do ponto de vista numérico, estes métodos são ineficientes para um estudo exploratório, que tenha por objetivo determinar soluções que maximizem a eficiência, devido ao grande tempo envolvido nos cálculos.

Alternativamente, pode-se utilizar o Método da Abertura (ApM), combinado com as aproximações da Ótica Geométrica para determinar os campos sobre a abertura da antena [17] e [19-24]. Este método não considera os efeitos

difrativos relacionados à borda dos refletores e efeitos de acoplamento entre as partes que constituem estas antenas. Entretanto, o ApM fornece uma boa aproximação para o ganho máximo destas antenas duplo-refletores, quando apresentarem uma abertura eletricamente grande, sendo uma boa estratégia para esta análise exploratória, devido a sua eficiência numérica.

A partir desta técnica de síntese e análise, neste capítulo é apresentado um estudo paramétrico buscando-se obter o conjunto de superfícies refletoras em que, para uma dada abertura, se tenha a maximização da eficiência desta antena duplo-refletores e também a minimização do seu volume, obtendo-se, assim, estruturas compactas.

5.2. Síntese Ótica do Subrefletor para Fase Uniforme na Abertura da Antena Duplo-Refletores

A Figura 5.2 ilustra a geometria das geratrizes das superfícies refletoras para as antenas abordadas neste trabalho.

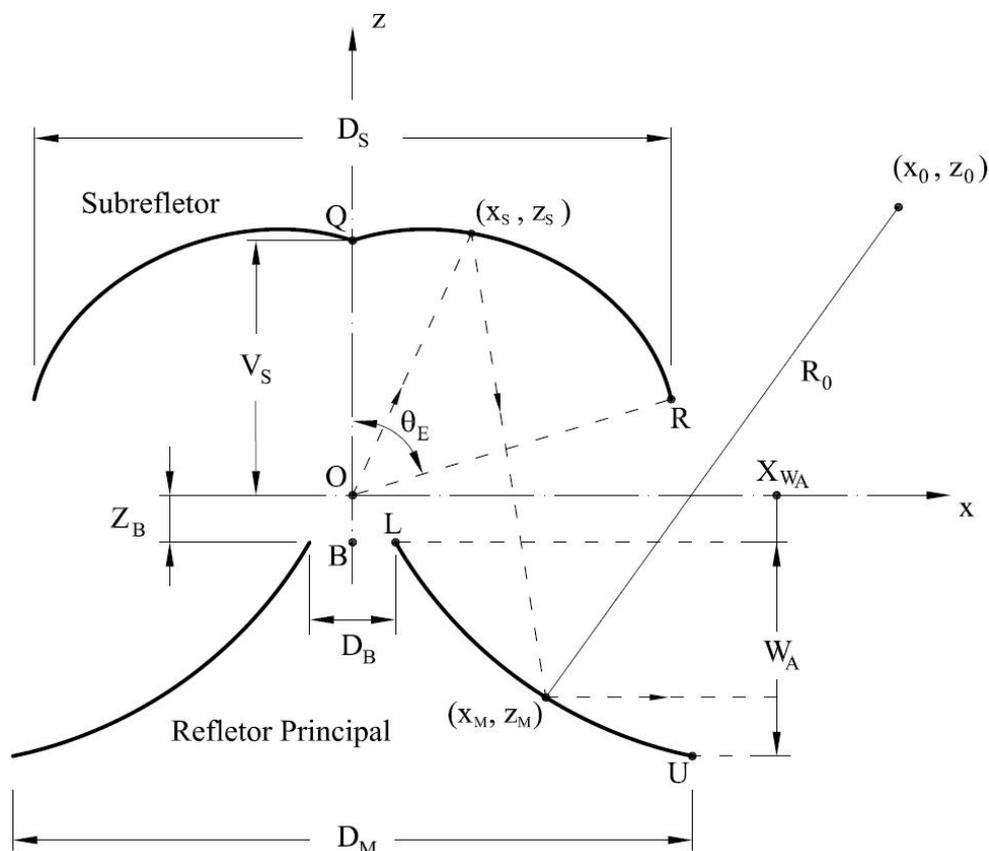


Figura 5.2 – Geometria das geratrizes das superfícies refletoras.

A geratriz do refletor principal é obtida através de um arco de circunferência de raio R_0 , com centro localizado em (x_0, z_0) , que passa pelos pontos L e U . O ponto L está associado ao diâmetro D_B da cavidade aonde é posicionado o alimentador da antena duplo-refletora. Este ponto é deslocado de Z_B em relação ao eixo cartesiano x , de forma a corrigir eventual desfocalização do centro de fase do alimentador, posicionado na origem do eixo cartesiano. O ponto U está associado ao diâmetro da base do refletor principal, D_M . Dado que o equacionamento proposto neste capítulo impõe que a direção do máximo do diagrama de radiação seja na linha do horizonte, a distância vertical entre os pontos L e U define o tamanho da abertura da antena duplo-refletora, W_A .

Considerando que a geratriz do refletor principal é obtida através de um arco de circunferência, a coordenada X_M de um ponto qualquer desta geratriz pode ser expressa por:

$$X_M = x_0 \mp \sqrt{R_0^2 - (Z_M - z_0)^2}, \quad (5.1)$$

onde os sinais \mp na equação (5.1) indicam as coordenadas dos dois pontos sobre a circunferência associados à coordenada Z_M . A escolha do sinal depende da posição dos pontos sobre o arco de circunferência LU em relação ao centro da circunferência, indicando, também, se a superfície do refletor principal será côncava ou convexa.

Os extremos da geratriz do subrefletor são definidos pelos pontos Q e R , ilustrados na Figura 5.2. O ponto Q está associado ao vértice do subrefletor situado sobre o eixo cartesiano z , que define a distância V_S entre os refletores. O ponto R está associado ao diâmetro D_S e ao ângulo θ_E da borda deste subrefletor. A escolha adequada de θ_E é muito importante para a minimização das perdas por transbordamento (*Spillover*) da energia proveniente da fonte que incide no subrefletor. Os pontos intermediários da superfície subrefletora serão determinados a partir da aplicação da lei de Snell ao refletor principal e da imposição de fase uniforme sobre a abertura da antena, através do caminho óptico constante, resultando em uma relação de mapeamento entre um ponto da abertura e a direção do raio que sai do alimentador, como ilustrado na Figura 5.2.

Neste contexto, é possível identificar dois tipos de mapeamentos para estes raios, que são caracterizados pela existência de uma superfície cáustica real e outra virtual, chamados de ODRC (*Omnidirectional Dual-Reflector Real Caustic*) e ODVC (*Omnidirectional Dual-Reflector Virtual Caustic*), e ilustrados nas Figuras 5.3 e 5.4, respectivamente, considerando um refletor principal côncavo. Para a configuração ODRC, os pontos L e U do refletor principal são mapeados nos pontos R e Q do subrefletor, respectivamente, onde o cruzamento entre os raios provenientes do subrefletor que incidem no refletor principal formam uma superfície cáustica real situada entre os refletores, como ilustrado na Figura 5.3. Para a configuração ODVC, os pontos L e U do refletor principal são mapeados nos pontos Q e R do subrefletor, respectivamente, onde o cruzamento entre o prolongamento dos raios provenientes do subrefletor que incidem no refletor principal forma uma superfície cáustica virtual situada acima do subrefletor, como ilustrado na Figura 5.4.

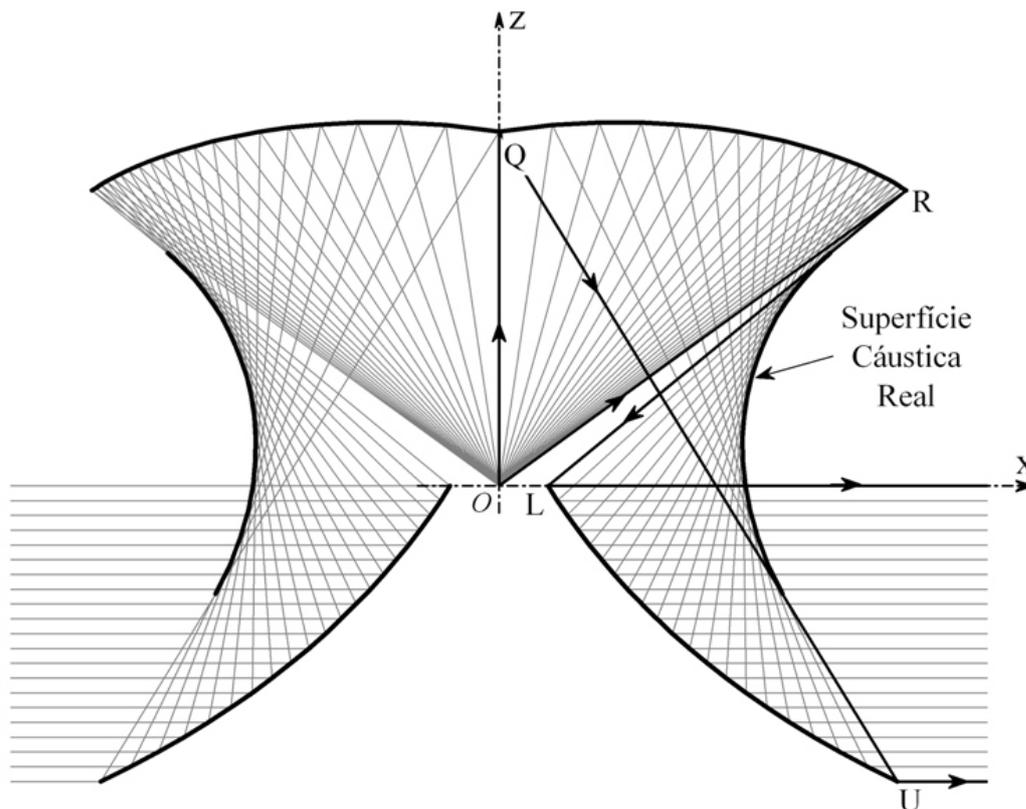


Figura 5.3 – Configuração ODRC (*Omnidirectional Dual-Reflector Real Caustic*).

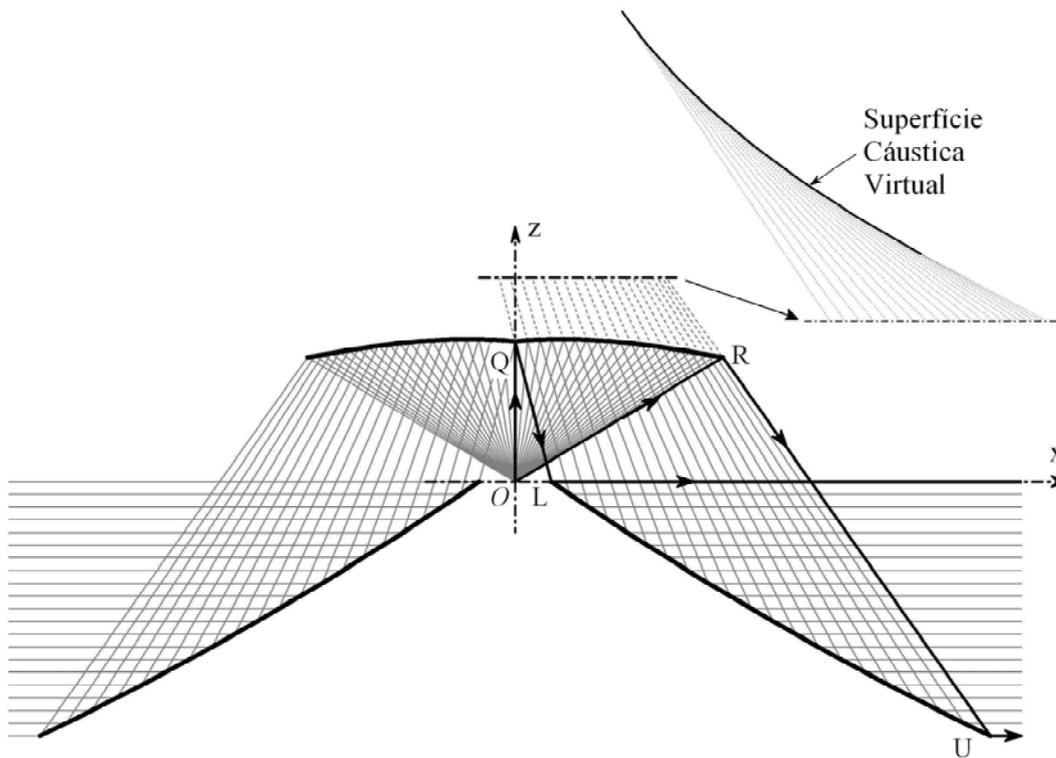


Figura 5.4 – Configuração ODVC (*Omnidirectional Dual-Reflector Virtual Caustic*).

5.2.1. Equação de Mapeamento

Neste trabalho, é utilizada a notação proposta em [35] para a formulação do mapeamento dos raios provenientes da fonte pontual que incidem na abertura da antena duplo-refletora, onde, são aplicados os princípios da ótica geométrica (GO) na síntese do subrefletor, de forma a impor fase uniforme na abertura desta antena. A utilização de técnica de síntese via GO requer a existência de mapeamento único entre os pontos na abertura e os raios emergentes da origem O do sistema de coordenadas cartesianas, coincidente com o centro de fase do alimentador. Assim, um ponto qualquer do refletor principal (X_M, Z_M) deve estar associado a apenas um ponto no subrefletor (X_S, Z_S) como ilustrado na Figura 5.5.

Em [35] a direção dos raios emitidos pela fonte é representada por uma variável auxiliar η , associada ao ângulo θ' deste raio que é medido a partir do eixo cartesiano x , como ilustrado na Figura 5.5, e dada por:

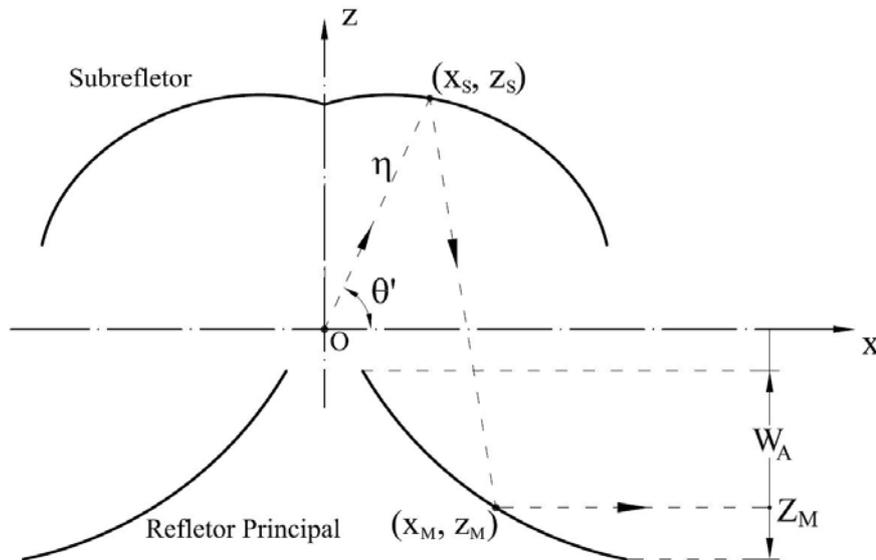


Figura 5.5 – Mapeamento dos raios que saem do alimentador e incidem sobre a abertura da antena duplo-refletora.

$$\eta = \cot\left(\frac{\theta'}{2}\right). \quad (5.2)$$

Este tipo de representação da direção dos raios permite que as funções trigonométricas sejam substituídas por polinômios.

Para descrever o traçado de raios no sistema de duplo-refletores, segue-se a estratégia apresentada em [35], que utiliza uma função $M(z)$ associada à superfície do refletor principal e descrita como:

$$e^{-M(z)} = \frac{2X_M}{C_0} - \left(\frac{Z_M}{C_0}\right)^2 + 1, \quad (5.3)$$

onde C_0 é o caminho ótico que o raio percorre do centro de fase na origem até a abertura. Através da aplicação da Lei de Snell e do Teorema de Mallus, esta representação permite estabelecer uma expressão simples para relacionar a direção (η) dos raios emergentes da fonte e o ponto em que eles cruzam a abertura (Z_M), expressa por:

$$\eta(\theta') = \cot\left(\frac{\theta'}{2}\right) = \frac{Z_M}{C_0} + \frac{2}{C_0 M_{Z_M}}, \quad (5.4)$$

onde M_{Z_M} é a derivada primeira da função $M(z)$ em relação à coordenada Z_M da abertura.

Através da substituição de (5.1) em (5.3), pode-se obter $M(z)$ para o refletor principal com geratriz circular e expresso por:

$$e^{-M(Z_M)} = \frac{2C_0 \left(x_0 \mp \sqrt{R_0^2 - (Z_M - z_0)^2} \right) - Z_M^2 + C_0^2}{C_0^2}. \quad (5.5)$$

Através da derivação analítica de (5.5) em relação à coordenada Z_M , tem-se:

$$M_{Z_M} = \frac{2Z_M [X_M(Z_M) - x_0] - 2C_0(z_0 - Z_M)}{[2C_0X_M(Z_M) - Z_M^2 + C_0^2][X_M(Z_M) - x_0]}, \quad (5.6)$$

onde $X_M(Z_M)$ é expresso em (5.1). Substituindo (5.6) em (5.4), pode-se obter uma expressão analítica para o mapeamento η :

$$\eta(\theta) = \cot\left(\frac{\theta'}{2}\right) = \frac{[2X_M(Z_M) + C_0][X_M(Z_M) - x_0] - Z_M(z_0 - Z_M)}{Z_M[X_M(Z_M) - x_0] - C_0(z_0 - Z_M)}. \quad (5.7)$$

A formulação descrita em [35] apresenta, também, a relação entre a distância R do ponto focal do alimentador até o subrefletor e a função $M(z)$ associada ao refletor principal, a qual é expressa por:

$$R = \frac{C_0}{2} \left\{ \frac{[C_0M_{Z_M}]^2 + [2 + Z_M M_{Z_M}]^2}{4e^M + [C_0M_{Z_M}]^2} \right\}. \quad (5.8)$$

A partir dos parâmetros x_0 , z_0 , R_0 e C_0 e utilizando as equações (5.7) e (5.8), pode-se determinar o subrefletor associado ao refletor principal com geratriz circular que irá produzir uma distribuição de fase uniforme sobre a abertura da antena. Para estas quatro incógnitas, x_0 , z_0 , R_0 e C_0 , são necessárias quatro condições de mapeamento que serão impostas sobre os

pontos extremos das superfícies geratrizes dos refletores e associados às dimensões da antena duplo-refletora.

A primeira condição de mapeamento é imposta de forma que o caminho ótico total C_0 seja conhecido e, conseqüentemente, seja possível a imposição de fase uniforme sobre a abertura da antena duplo refletora. Para que isto aconteça, é necessário que se conheça um dos extremos do refletor principal, definidos pelos pontos L e U , e seu respectivo ponto associado ao extremo do subrefletor, definido pelos pontos Q e R , que dependerá do tipo de mapeamento a ser utilizado, ODVC ou ODRC. Neste trabalho serão admitidas como conhecidas as coordenadas do ponto L , para obter o controle da cavidade onde é posicionado o alimentador do sistema de duplo-refletores. Logo:

- Para a configuração ODVC, o ponto L do refletor principal é mapeado no ponto Q do subrefletor. Para este caso, o ponto Q é considerado conhecido através do parâmetro V_S e C_0 pode ser escrito como:

$$C_0 = V_S + \sqrt{(V_S + |Z_B|)^2 + \left(\frac{D_B}{2}\right)^2} + X_{W_A} - \frac{D_B}{2} \quad (\text{Condição I - ODVC}) \quad (5.9)$$

- Para a configuração ODRC, o ponto L do refletor principal é mapeado no ponto R do subrefletor. Para este caso, o ponto R é considerado conhecido através dos parâmetros R_S e θ_E e C_0 pode ser escrito como:

$$C_0 = \frac{D_S}{2\sin(\theta_E)} + \sqrt{\left(\frac{D_S}{2} - \frac{D_B}{2}\right)^2 + \left(\frac{D_S}{2}\cot(\theta_E) + |Z_B|\right)^2} + X_{W_A} - \frac{D_B}{2} \quad (5.10)$$

(Condição I - ODRC)

A partir das coordenadas do ponto L ($D_B/2, Z_B$) pode-se estabelecer a segunda condição de mapeamento que é obtida a partir da equação da circunferência sobre este ponto. Assim, R_0 pode ser escrito em função de x_0 e z_0 , expresso por:

$$R_0 = \sqrt{\left(\frac{D_B}{2} - x_0\right)^2 + (Z_B - z_0)^2} \quad (\text{Condição II}) \quad (5.11)$$

Para a imposição das duas últimas condições de mapeamento, a equação (5.7) será reescrita em termos das duas incógnitas restantes, x_0 e z_0 , o que resulta em:

$$x_0 A + z_0 B = C, \quad (5.12)$$

onde,

$$A = [Z_M \cot(\theta'/2) - 2X_M(Z_M) - C_0], \quad (5.13)$$

$$B = [C_0 \cot(\theta'/2) - Z_M], \quad (5.14)$$

$$C = Z_M [X_M(Z_M) + C_0] \cot(\theta'/2) - X_M(Z_M)(C_0 + 2X_M) - Z_M^2, \quad (5.15)$$

onde $X_M(Z_M)$ é função de x_0 , z_0 e R_0 e expresso em (5.1).

A partir da Figura 5.6 pode-se estabelecer as duas condições restantes relacionando os raios que incidem nos extremos do subrefletor e descritos pelas variáveis η_R e η_Q com os pontos extremos da abertura e caracterizados por $Z_M = Z_B$ e $Z_M = Z_B - W_A$. A relação entre estes pontos dependerá do tipo de mapeamento a ser utilizado, ODRC ou ODVC.

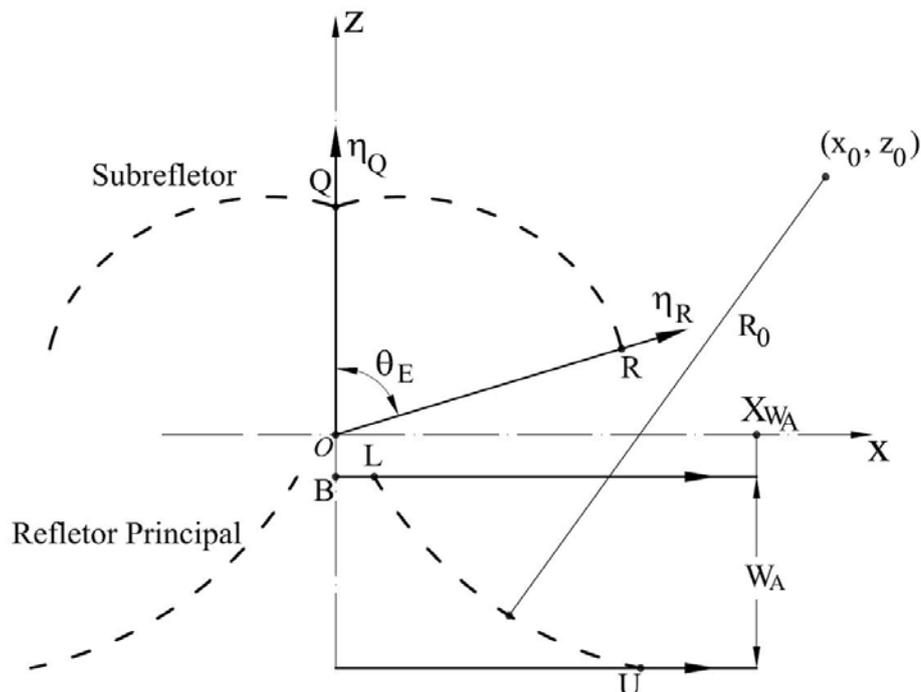


Figura 5.6 – Condições de mapeamento impostas sobre os extremos das curvas geratrizes.

Aplicando-se, então, a equação de mapeamento (5.12) ao ponto L do refletor principal tem-se:

$$x_0 = \frac{C_L - z_0 B_L}{A_L} \quad (\text{Condição III}), \quad (5.16)$$

onde

$$A_L = \left[Z_B \cot(\theta'_L / 2) - D_B - C_0 \right], \quad (5.17)$$

$$B_L = \left(C_0 \cot(\theta'_L / 2) - Z_B \right), \quad (5.18)$$

$$C_L = \left[Z_B \left(\frac{D_B}{2} + C_0 \right) \cot(\theta'_L / 2) - \frac{D_B}{2} (C_0 + D_B) - Z_B^2 \right], \quad (5.19)$$

onde C_0 é expresso em (5.9) e (5.10) para as configurações ODVC e ODRC, respectivamente, e θ'_L é dado por:

$$\begin{cases} \theta'_L = 90^\circ & \text{ODRVC} \\ \theta'_L = 90^\circ - \theta_E & \text{ODRRC} \end{cases} \quad (5.20)$$

Como o ponto L do refletor principal é conhecido, nota-se que a equação resultante é de primeiro grau, pois X_M é conhecido e dado por R_B , sendo x_0 expresso em função de z_0 .

Para a aplicação da equação de mapeamento (5.12) ao ponto U do refletor principal, não se tem mais uma relação direta entre x_0 e z_0 , pois o diâmetro D_M do refletor principal não é conhecido. Porém, D_M poder ser escrito em função de x_0 , z_0 e R_0 , através da equação da circunferência que define o refletor principal aplicada ao ponto U e dado por:

$$D_M = 2x_0 \mp 2\sqrt{R_0^2 - (Z_B - W_A - z_0)^2}. \quad (5.21)$$

Assim, aplicando-se a equação de mapeamento (5.12) ao ponto U que combinada com a equação (5.21), tem-se:

$$\begin{aligned}
& -2z_0^2 + \left(C_0 \cot\left(\theta'_U / 2\right) + 3Z_B - 3W_A \right) z_0 \mp \left(2\sqrt{R_0^2 - (Z_B - W_A - z_0)^2} \right) x_0 \\
& = (Z_B - W_A) \left(C_0 \cot\left(\theta'_U / 2\right) - Z_B + W_A \right) - 2R_0^2 + 2(Z_B - W_A)^2 \\
& \quad \pm \sqrt{R_0^2 - (Z_B - W_A - z_0)^2} \left(C_0 - (Z_B - W_A) \cot\left(\theta'_U / 2\right) \right) \\
& \hspace{15em} (\text{Condição IV})
\end{aligned} \tag{5.22}$$

onde C_0 é expresso em (5.9) e (5.10) para as configurações ODVC e ODRC, respectivamente, e θ'_U é dado por:

$$\begin{cases} \theta'_U = 90^\circ - \theta_E & \text{ODRRC} \\ \theta'_U = 90^\circ & \text{ODRVC} \end{cases} \tag{5.23}$$

Substituindo (5.11) e (5.16) em (5.22) pode-se reorganizar a expressão da seguinte forma:

$$z_0^3 A_U + z_0^2 B_U + z_0 C_U + D_U = 0, \tag{5.24}$$

onde

$$A_U = \left[\frac{4B_L^3}{A_L^3} \right] \left[+ (Z_B - W_A - A_L C_0) \cot\left(\theta'_U / 2\right) - C_0 - D_B + A_L (W_A + Z_B) \right], \tag{5.25}$$

$$\begin{aligned}
B_U = & \left[\frac{2B_L}{A_L} \right]^2 \left[\alpha_U (Z_B - W_A) + (Z_B - W_A)^2 - Z_B^2 - \frac{(D_B A_L - 2C_L)^2}{4A_L^2} \right] \\
& - \left[\frac{8B_L}{A_L} \right] \left[\frac{B_L D_B}{2A_L} - \frac{B_L C_L}{A_L^2} - W_A \right] \left[C_0 - (Z_B - W_A) \cot\left(\theta'_U / 2\right) + \frac{2C_L}{A_L} \right] \\
& + \left[\frac{B_L \left(2C_L + A_L C_0 - A_L (Z_B - W_A) \cot\left(\theta'_U / 2\right) \right)}{A_L^2} \right]^2 \\
& - \left[-\alpha_U + 4W_A + \frac{2B_L (2C_L - D_B A_L)}{A_L^2} \right]^2,
\end{aligned} \tag{5.26}$$

$$C_U = 2 \left[\frac{B_L D_B}{2A_L} - \frac{B_L C_L}{A_L^2} - W_A \right] \left[\frac{2C_L}{A_L} + C_0 - (Z_B - W_A) \cot(\theta'_U / 2) \right]^2 - \left[\frac{4B_L}{A_L} \right] \left[\frac{(D_B A_L - 2C_L)^2}{4A_L^2} + 2Z_B W_A - W_A^2 \right] \left[C_0 - (Z_B - W_A) \cot(\theta'_U / 2) + \frac{2C_L}{A_L} \right] - 2 \left[-\alpha_U + 4W_A + \frac{2B_L(2C_L - D_B A_L)}{A_L^2} \right] \left[\alpha_U (Z_B - W_A) - 4Z_B W_A + 2W_A^2 - \frac{(D_B A_L - 2C_L)^2}{2A_L^2} \right], \quad (5.27)$$

$$D_U = - \left[\alpha_U (Z_B - W_A) - 4Z_B W_A + 2W_A^2 - \frac{(D_B A_L - 2C_L)^2}{2A_L^2} \right]^2 + \left[\frac{(D_B A_L - 2C_L)^2}{4A_L^2} + 2Z_B W_A - W_A^2 \right] \left[\frac{2C_L}{A_L} + C_0 - (Z_B - W_A) \cot(\theta'_U / 2) \right]^2, \quad (5.28)$$

sendo

$$\alpha_U = C_0 \cot(\theta'_U / 2) - Z_B + W_A. \quad (5.29)$$

A partir da imposição de W_A , θ_E , das coordenadas do ponto L e de seu respectivo ponto associado no subrefletor, obtém-se z_0 , através da equação (5.24), e todos os pontos do refletor principal e do subrefletor, através das equações (5.1), (5.4) e (5.8).

Nota-se que, a equação (5.24) foi formulada considerando-se que a configuração da superfície geratriz do refletor principal fosse côncava ou convexa, ditada pela escolha do sinal \mp na equação (5.22). Entretanto, ao retirar-se a dependência do equacionamento em relação à raiz quadrada existente na equação da circunferência, os sinais \mp , que acompanham este termo, somem. Ou seja, o formato do refletor principal, côncavo ou convexo, é conseqüência da solução da equação (5.24) e dependerá dos parâmetros pré-definidos, W_A , θ_E , do ponto L e seu respectivo ponto associado ao subrefletor.

5.2.2. Considerações sobre as Raízes da Equação de Mapeamento

A equação (5.24) possui três raízes, sendo todas elas soluções para o mapeamento dos pontos extremos dos refletores, não assegurando as condições desejadas para os pontos intermediários. Assim, é necessário realizar uma análise destas três soluções matemáticas para validá-las como antena. Como descrito em [93], o discriminante da equação (5.24) pode ser expresso por:

$$D = Q^3 + K^2, \quad (5.30)$$

onde

$$Q = \frac{3C_U A_U - B_U^2}{9A_U^2}, \quad (5.31)$$

$$K = \frac{1}{54} \left(\frac{9B_U C_U - 27D_U}{A_U} - \frac{2B_U^3}{A_U^3} \right). \quad (5.32)$$

Dado que todos os coeficientes, A_U , B_U , C_U e D_U , da equação (5.24) são reais, tem-se uma raiz real e duas raízes complexas conjugadas para $D > 0$, todas as raízes reais e ao menos duas serão iguais para $D = 0$ e todas as raízes reais e distintas para $D < 0$.

Para o caso em que $D > 0$, será considerada somente a raiz real, visto que as duas raízes complexas não representam uma solução física para o problema.

Os casos restantes, $D \leq 0$, em que as três raízes são reais, requerem uma análise para a verificação de validade física das superfícies refletoras, pois, como resultado destas soluções pode ocorrer anomalias no formato destas superfícies. Para o conjunto de antenas duplo-refletores abordadas neste trabalho, constatou-se que uma das raízes apresenta como solução superfícies bem comportadas, entretanto as outras duas resultaram em refletores anômalos como, por exemplo, os ilustrados nas Figuras 5.7 e 5.8, para as configurações ODVC e ODRC, respectivamente.

Para ambos os casos, observa-se nas Figuras 5.7 e 5.8 que a solução apresenta dois pontos sobre a geratriz do refletor principal associados à coordenada $Z_M = Z_B - W_A$, que são obtidos através da opção \mp na equação (5.1) e estão associados a pontos distintos do subrefletor. Nestes casos, a

anomalia ocorre porque o extremo da geratriz do subrefletor, imposto como condição de mapeamento, está associado ao ponto de coordenada X_M definido pelo sinal $(-)$, visto que não se tem o controle da escolha deste sinal no equacionamento apresentado na seção anterior, 5.2.1.

Do ponto de vista matemático, em ambos os casos, as soluções anômalas são válidas, pois satisfazem a lei de reflexão de Snell para os raios, porém, do ponto de vista físico, estas soluções não são realizáveis, visto que o subrefletor bloqueia totalmente a abertura da antena duplo-refletores.

Como estratégia de identificação destas soluções anômalas, são calculadas as coordenadas do ponto extremo da geratriz do subrefletor, associado ao ponto do refletor principal de coordenadas $Z_M = -W_A$ ($Z_B = 0$) e $(+)X_M$, e, se essas coordenadas satisfizerem as condições de mapeamento impostas sobre a direção do raio que incide neste extremo do subrefletor, a solução é bem comportada, caso contrário, ela é classificada como anômala e retirada das análises feitas neste trabalho.

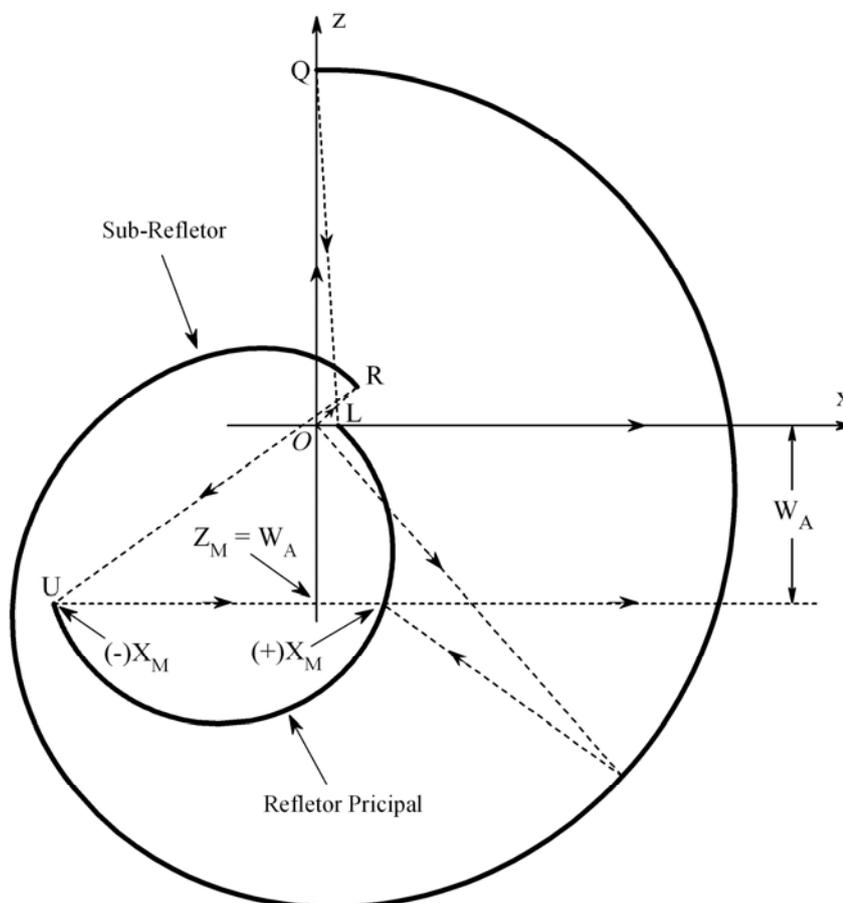


Figura 5.7 – Solução anômala para a equação de mapeamento – ODVC.

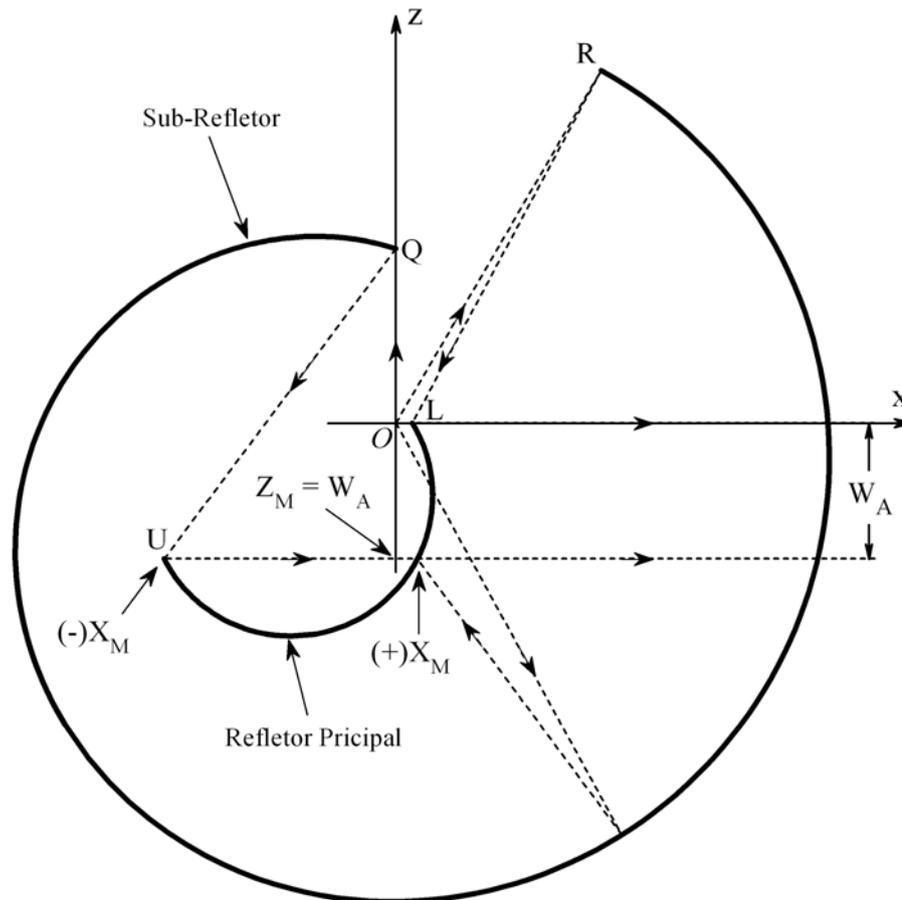


Figura 5.8 – Solução anômala para a equação de mapeamento – ODRC.

5.2.3. Superfície Cústica

Para as soluções que não apresentaram as anomalias no mapeamento discutidas na seção anterior é necessário fazer uma análise da superfície cústica, inerente ao refletor principal com geratriz circular.

A Figura 5.9 mostra que os raios que incidem sobre o plano da abertura da antena duplo-refletora, paralelos ao eixo cartesiano x , se cruzam acima do refletor principal formando a curva geratriz de uma superfície cústica que delimita a presença dos raios oriundos deste refletor principal. A Figura 5.10 ilustra a seção longitudinal desta superfície cústica, associada ao refletor principal, em 3D e obtida através da rotação de sua geratriz em torno do eixo z .

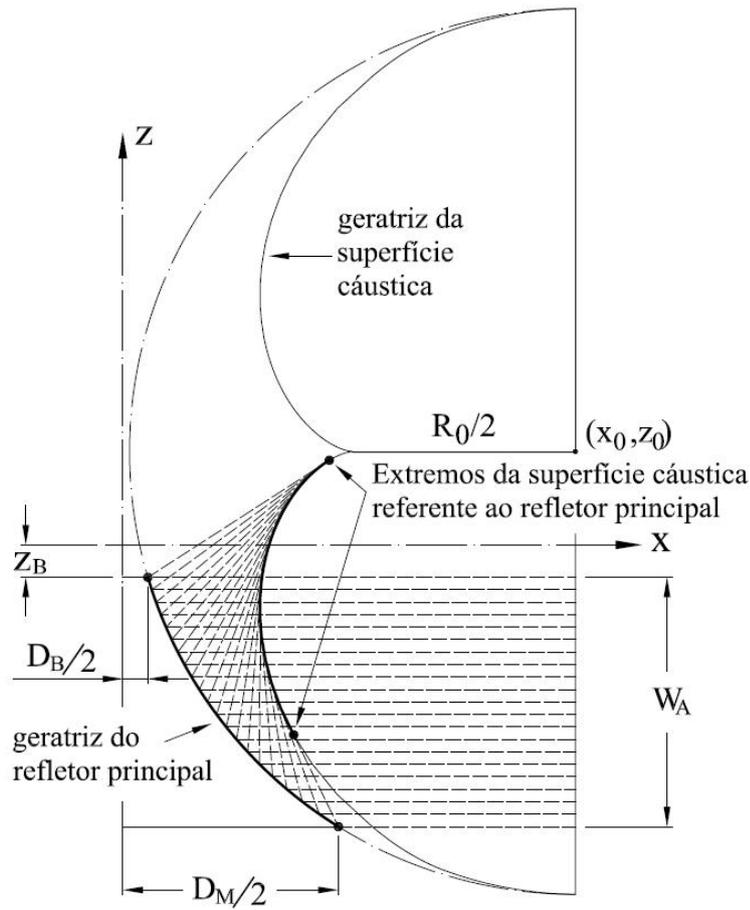


Figura 5.9 – Superfície cústica associada ao refletor principal, obtido a partir de uma geratriz circular.

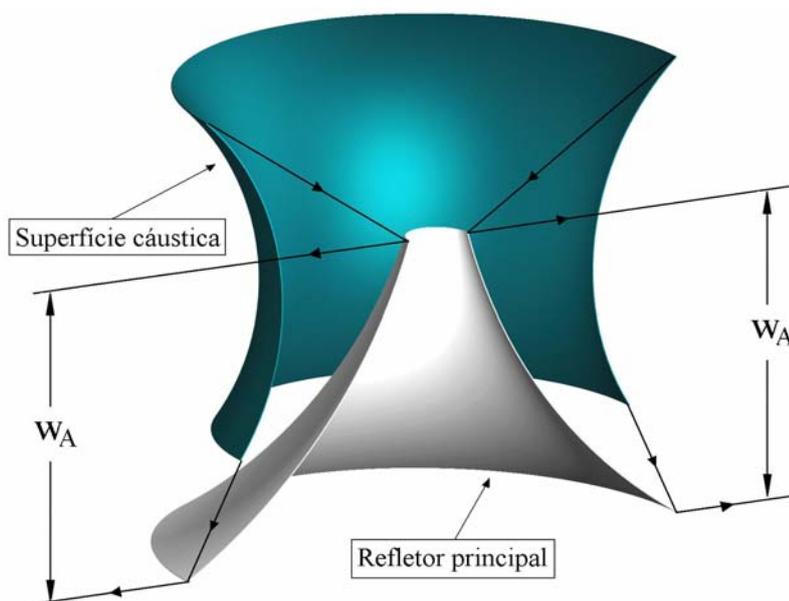


Figura 5.10 – Superfície cústica associada ao refletor principal, obtido a partir de uma geratriz circular – visão tridimensional.

A função do subrefletor é focalizar o feixe de raios no centro de fase do alimentador localizado na origem do eixo cartesiano, como ilustrado nas Figuras 5.11 e 5.12 para as configurações ODVC e ODRC, respectivamente. Para a configuração ODVC, considerando um refletor principal côncavo (convexo), a superfície cáustica virtual está situada acima (abaixo) do subrefletor (refletor principal). No caso da configuração ODRC, dada a geometria do cruzamento entre os raios que se originam no subrefletor e incidem no refletor principal, a superfície cáustica é sempre real e situada entre os refletores, logo, para esta configuração o refletor principal é sempre côncavo, conforme ilustrado na Figura 5.12.

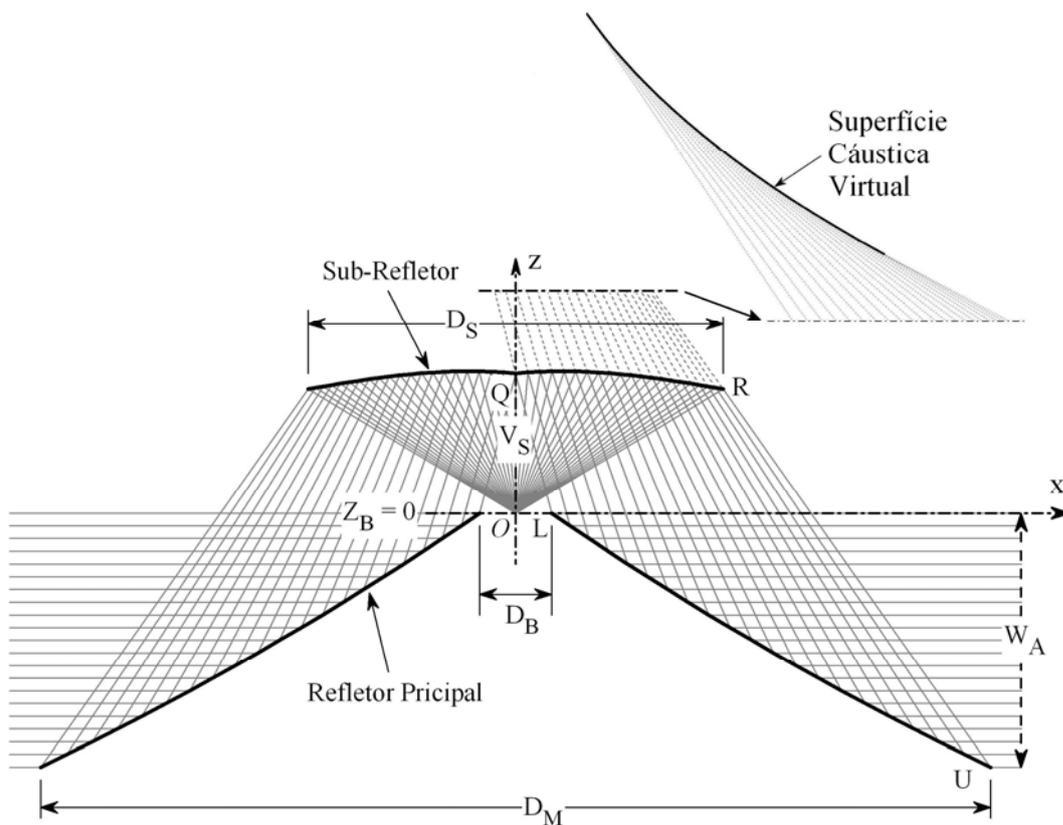


Figura 5.11 – Traçado de raios para a configuração ODVC, considerando um refletor principal côncavo.

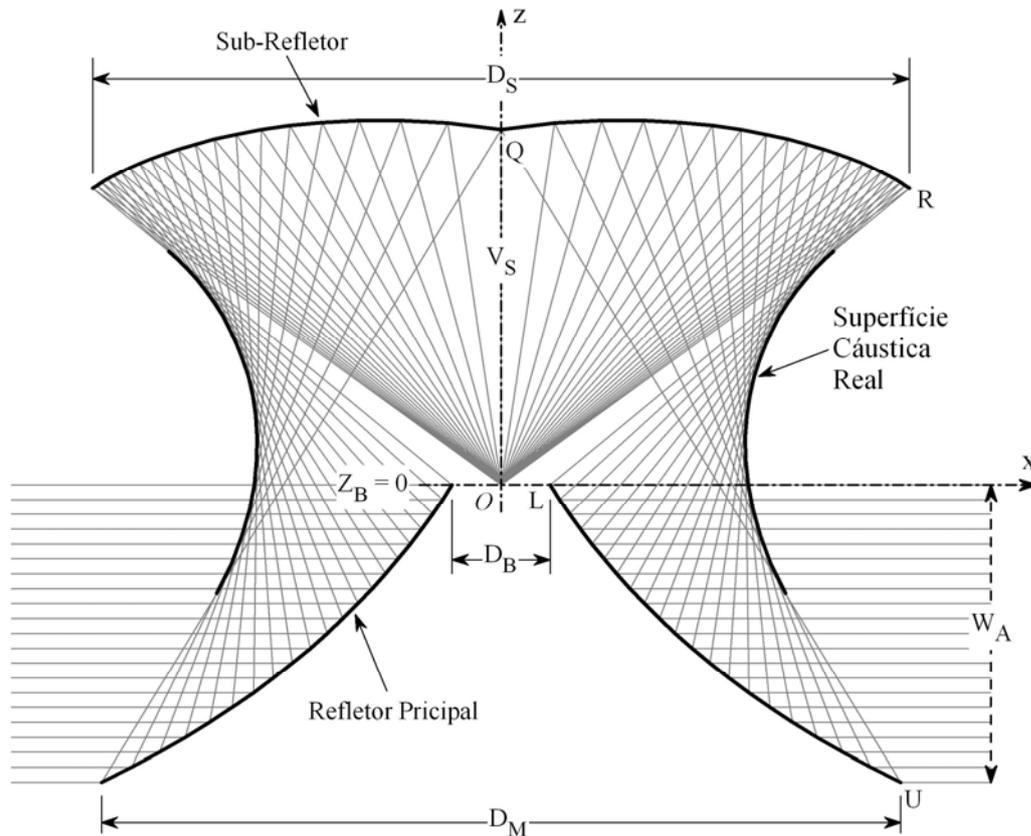


Figura 5.12 – Traçado de raios para a configuração ODRC.

Para ambas as configurações observa-se que o limite mínimo de proximidade do subrefletor a superfície cústica ocorre quando o ponto R deste subrefletor toca esta superfície cústica. Se este toque acontecer para algum ponto intermediário do subrefletor, obrigatoriamente, os pontos subsequentes serão mapeados no sentido oposto, em relação à coordenada x , tendo como resultado superfícies anômalas que apresentam dois segmentos para o subrefletor, como ilustrado nas Figuras 5.13 e 5.14 para as configurações ODVC e ODRC, respectivamente. Isto implica que existem raios provenientes da fonte que serão mapeados em dois pontos distintos sobre a abertura da antena duplo-refletora, contrariando a condição inicial de mapeamento biunívoco. Portanto, a superfície cústica limita as dimensões do subrefletor, sendo necessário que se faça um teste para verificar a validade da solução encontrada.

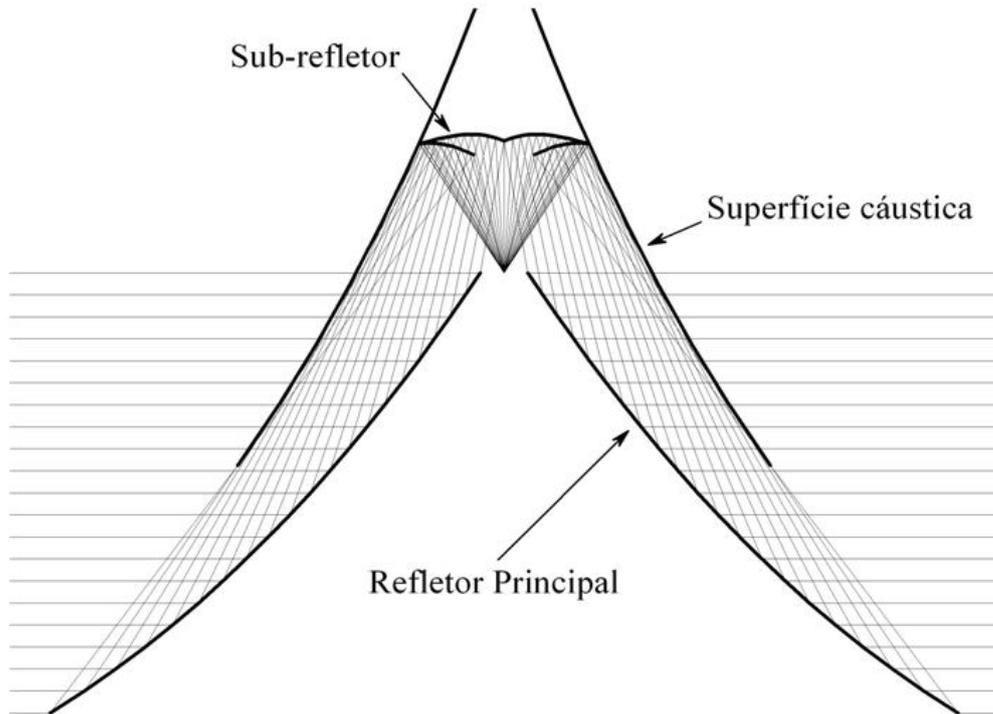


Figura 5.13 – Anomalia associada à superfície cústica, inerente ao formato circular da geratriz do refletor principal, para a configuração ODVC.

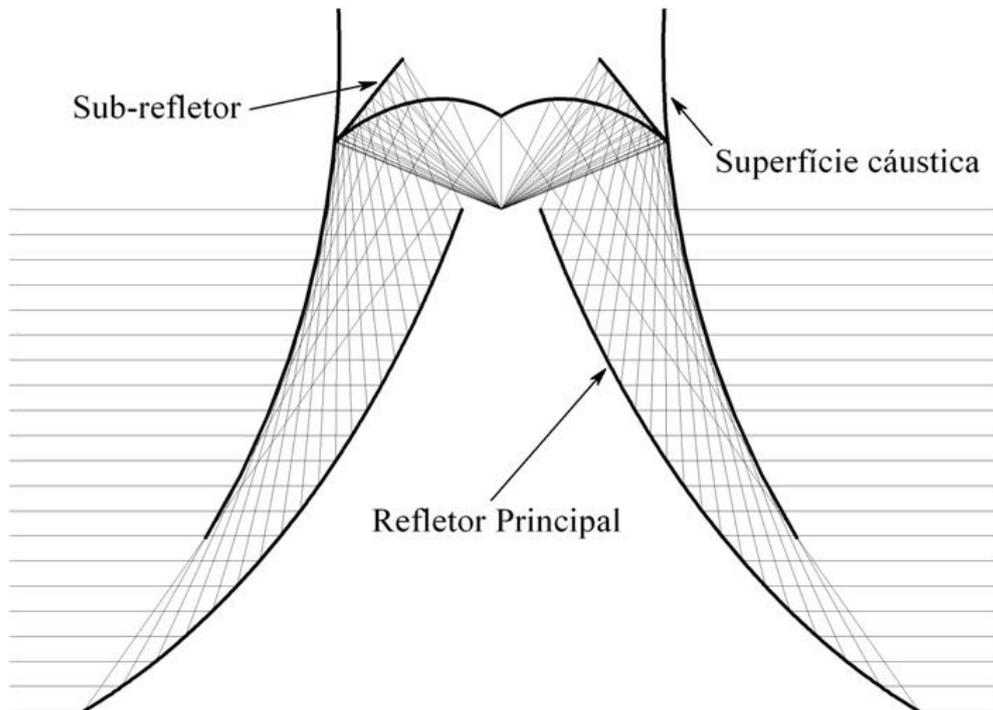


Figura 5.14 – Anomalia associada à superfície cústica, inerente ao formato circular da geratriz do refletor principal, para a configuração ODRC.

Para o caso ODVC, o limite de proximidade da superfície cáustica ao subrefletor está associado ao ponto de tangência entre o raio incidente sobre o ponto U do refletor principal e a superfície cáustica, como ilustrado na Figura 5.11. Para a configuração ODRC, este limite está associado ao raio incidente sobre o ponto L do refletor principal, como ilustrado na Figura 5.12. Portanto, as coordenadas destes pontos de tangência podem ser utilizadas para a identificação destas soluções anômalas.

A Figura 5.15 ilustra o ponto sobre a superfície cáustica, P_C , aonde o raio associado a um ponto qualquer do refletor principal, de coordenadas X_M e Z_M , tangencia esta superfície cáustica [94]. Observa-se que a geratriz da superfície cáustica é uma epiciclóide gerada por um ponto da circunferência de raio $R_0/4$ que roda sobre a circunferência de raio $R_0/2$, com centro dado pelas coordenadas x_0 e z_0 . Dada a geometria ilustrada na Figura 5.15, o segmento de reta A_C pode ser obtido através da lei dos senos, e é expresso por:

$$A_C = \frac{R_0}{2} \cos \alpha. \quad (5.33)$$

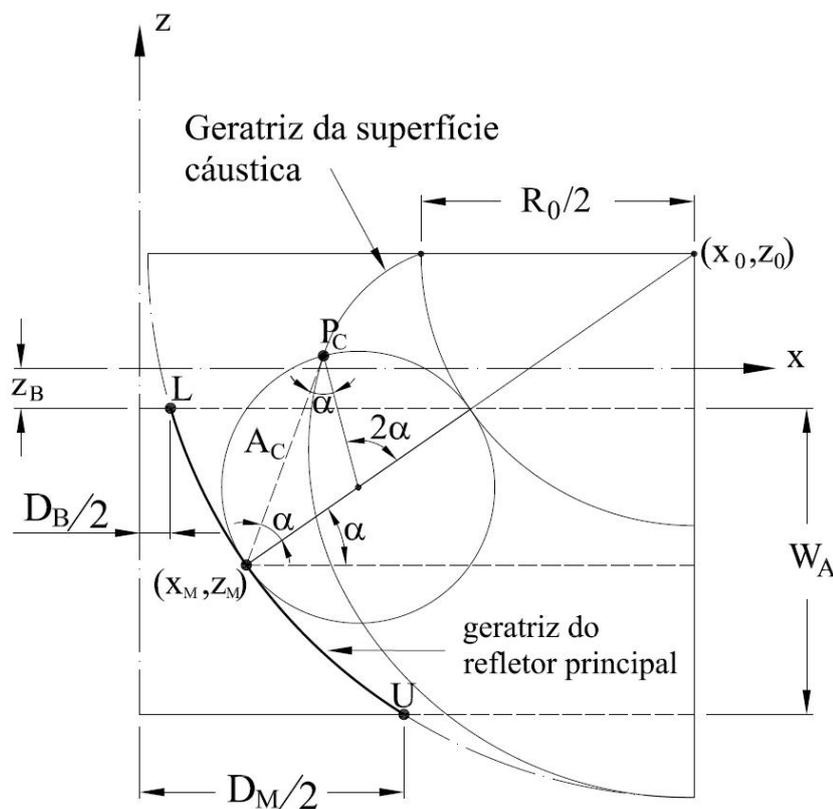


Figura 5.15 – Geometria da geratriz da superfície cáustica.

A partir deste segmento de reta, A_C , as coordenada do ponto P_C podem ser expressas por:

$$X_{P_C} = X_M + \frac{R_0}{2} [\cos \alpha \cos 2\alpha], \quad (5.34)$$

$$Z_{P_C} = R_0 \sin \alpha \cos^2 \alpha - |Z_M|. \quad (5.35)$$

Para a configuração ODVC, como observado na Figura 5.13, o segmento da superfície cáustica, resultante do cruzamento dos raios após o toque, torna-se real. Isto implica que a coordenada Z_{P_C} , referente ao ponto U do refletor principal, será sempre menor que a coordenada Z_S , referente ao ponto R do subrefletora. No caso da configuração ODRC tem-se o oposto, onde este segmento torna-se virtual e a coordenada Z_{P_C} , referente ao ponto L , será sempre maior que a coordenada Z_S , referente ao ponto R do subrefletora. Logo, as coordenadas destes pontos podem ser utilizadas como parâmetros para a identificação destes casos de anomalias do subrefletor, associados à superfície cáustica.

5.3. Desempenho Eletromagnético da Antena Omnidirecional de Duplo-Refletor

Como mencionado na Seção 5.1, o Método da Abertura (ApM) [17] e [19-24] será utilizado para determinar a diretividade das antenas duplo-refletores circularmente simétricas para cobertura omnidirecional apresentadas neste trabalho. Os campos na abertura desta antena serão determinados através das aproximações da Ótica Geométrica. Utilizando a formulação desenvolvida em [35] para antenas de duplo-refletores com fase uniforme na abertura, pode-se determinar uma expressão analítica para os campos sobre uma abertura cilíndrica em frente ao refletor principal com geratriz circular. A partir desta distribuição de campos eletromagnéticos sobre a abertura, são escritas as equações para a obtenção dos campos radiados pela antena na região de campo distante.

5.3.1. Expressão Analítica para o Campo na Abertura

Através da aplicação do princípio de conservação de energia, pode-se estabelecer uma relação entre a densidade de potência por ângulo sólido radiada pelo alimentador, $I(\eta(\theta))$, e a densidade de potência, $G(z_A)$, que flui normal à abertura cilíndrica da antena duplo-refletora, ilustrada na Figura 5.16.

Para que o fluxo de potência seja constante num tubo de raios que sai do alimentador e atravessa esta abertura cilíndrica, deve-se ter:

$$G(z_A) \rho_A dz_A d\phi = I(\eta(\theta)) \sin\theta d\theta d\phi, \quad (5.36)$$

onde $\sin(\theta)d\theta d\phi$ é o elemento de área em coordenadas polares esféricas associado à esfera unitária envolvendo o alimentador, e $\rho_A dz_A d\phi$ é o elemento de área sobre o cilindro que envolve a abertura da antena duplo-refletora, como ilustrado na Figura 5.16.

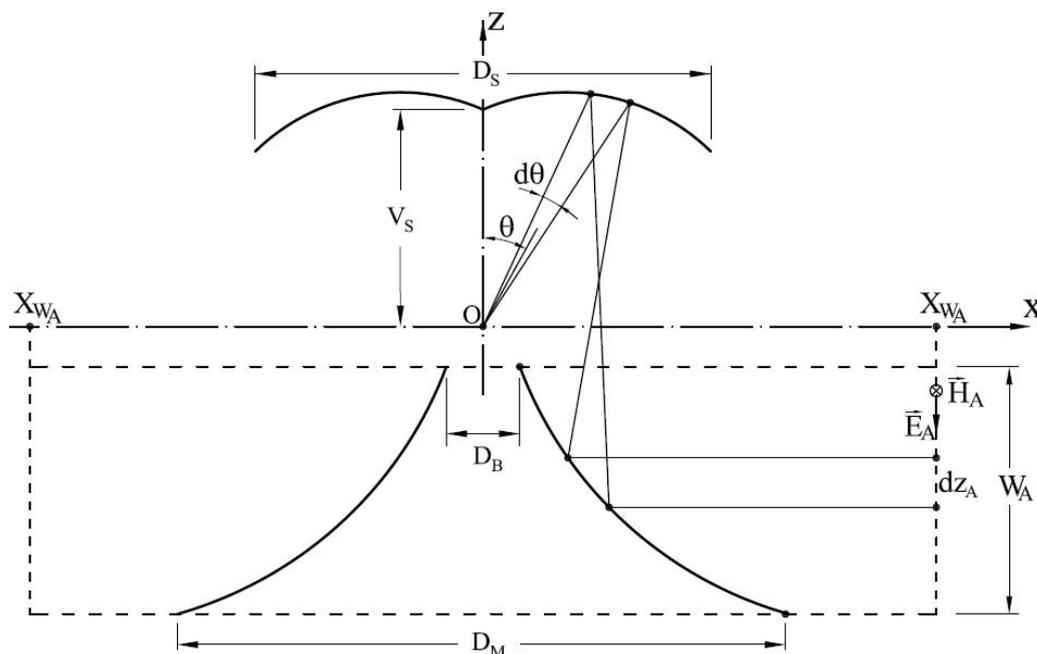


Figura 5.16 – Fluxo de potência para um tubo de raios com incidência normal à abertura, para a configuração ODRC.

Devido à simetria azimutal deste problema, nota-se que a dependência em relação à ϕ pode ser desconsiderada, permitindo reescrever a Equação (5.36) em função do Jacobiano da transformação $\theta(z_A)$, expresso por:

$$G(z_A) = \frac{I(\eta(\theta)) \sin \theta}{\rho_A} \frac{d\theta}{dz_A}. \quad (5.37)$$

A partir das aproximações da GO, pode-se considerar que exista fluxo de energia somente sobre uma faixa cilíndrica de raio ρ_A , com eixo coincidente com o eixo cartesiano z e largura W_A . Considerando que sobre esta abertura cilíndrica exista uma frente de onda TEM cilíndrica, pode-se relacionar a densidade de potência $G(z_A)$ com a amplitude de campo elétrico $|\vec{E}_A(\vec{r}_A)|$ desta onda através do módulo do vetor de Poynting $|\vec{S}|$, expresso por:

$$G(z_A) = |\vec{S}| = \frac{|\vec{E}_A(\vec{r}_A)|^2}{2Z_{TEM}}, \quad (5.38)$$

onde Z_{TEM} é a impedância para o espaço livre e a amplitude do vetor campo elétrico é expresso por:

$$|\vec{E}_A(\vec{r}_A)| = F_A(z_A) \sqrt{\frac{2Z_{TEM} I(\eta(\theta))}{\rho_A}}, \quad (5.39)$$

onde

$$F_A(z_A) = \sqrt{\sin \theta \frac{d\theta}{dz_A}}. \quad (5.40)$$

$F_A(z_A)$ será obtida analiticamente em termos dos parâmetros do refletor principal, o que permite estabelecer uma expressão analítica para a amplitude do campo elétrico na abertura da antena duplo-refletora. Para a validade da equação (5.39) é considerado que para $0 \leq \theta \leq \theta_E$ não haja a presença dos lóbulos secundários do diagrama de radiação do alimentador.

Através da Equação (5.2) pode-se determinar a direção do raio emitido pela fonte $\theta(z_A)$ e a densidade de potência $I(\eta(\theta))$ associada a este ponto sobre a abertura. Esta mesma equação pode ser utilizada para determinar-se a expressão para $F_A(z_A)$, onde

$$\frac{d\theta}{dz_A} = \left(\frac{2}{1+\eta^2} \right) \frac{d\eta}{dz_A} \quad (5.41)$$

e

$$\text{sen } \theta = \frac{\eta^2 - 1}{\eta^2 + 1}. \quad (5.42)$$

Utilizando a Equação (5.4), tem-se:

$$\frac{d\eta}{dz_A} = \frac{M_Z^2 - 2M_{ZZ}}{C_0 M_Z^2}, \quad (5.43)$$

que substituída em (5.41), resulta em:

$$\frac{d\theta}{dz_A} = \left(\frac{2}{\eta^2 + 1} \right) \frac{(M_Z^2 - 2M_{ZZ})}{C_0 M_Z^2}. \quad (5.44)$$

Para o caso do refletor obtido a partir de uma geratriz com formato circular, M_Z é expressa analiticamente em (5.6) e M_{ZZ} é a derivada segunda da função $M(Z_M)$ em relação à coordenada Z_M , expressa por:

$$\begin{aligned} M_{ZZ} = & \left\{ 2(2C_0 X_M - Z_M^2 + C_0^2)(X_M - x_0) \left[C_0 - x_0 + X_M + Z_M \left[\frac{(Z_M - z_0)}{(x_0 - X_M)} \right] \right] \right. \\ & - [2Z_M(X_M - x_0) - 2C_0(z_0 - Z_M)] \times \\ & \left. \left[2Z_M(x_0 - X_M) + (C_0^2 - 2x_0 C_0 + 4C_0 X_M - Z_M^2) \left[\frac{(Z_M - z_0)}{(x_0 - X_M)} \right] \right] \right\} \\ & \left\{ (2C_0 X_M - Z_M^2 + C_0^2)^2 (X_M - x_0)^2 \right\}^{-1} \end{aligned} \quad (5.45)$$

Substituindo (5.38), (5.42) e (5.44) em (5.37), tem-se:

$$|\vec{E}_A(\vec{r}_A)| = \left\{ \left[\frac{2(\eta^2 - 1)}{C_0^2 (\eta^2 + 1)^2} \right] \left[1 - \frac{2M_{ZZ}}{M_Z^2} \right] \left[\frac{2Z_{TEM} I(\eta(\theta))}{\rho_A} \right] \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (5.46)$$

5.3.2. Definição da Fonte

Assim como feito em [18-29], neste trabalho será utilizado como alimentador destas antenas duplo-refletoras para cobertura omnidirecionais a corneta coaxial descrita na Seção 4.4.6 e ilustrada na Figura 5.17.

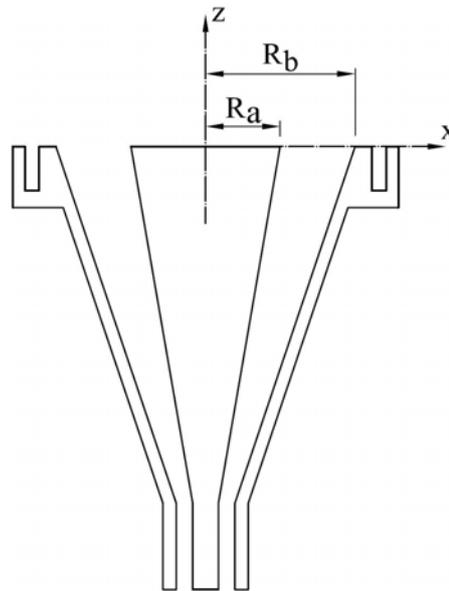


Figura 5.17 – Corneta coaxial utilizada como alimentador das antenas duplo-refletoras para cobertura omnidirecional.

Para o estudo desenvolvido neste capítulo, pode-se utilizar um modelo simplificado de representação dos campos radiados por esta corneta coaxial supondo que exista somente o modo TEM na abertura deste alimentador. Isto permite que os campos no semi-espaço $z > 0$ sejam obtidos a partir de um anel de corrente magnética equivalente sobre a abertura da corneta.

Neste caso, assumindo uma distribuição uniforme de fase ao longo da abertura da corneta em um plano condutor elétrico perfeito, o princípio de equivalência pode ser utilizado para estabelecer a seguinte aproximação para os campos radiados pela abertura coaxial em região de campo distante:

$$\vec{E}_F(\vec{r}_F) = \left[\frac{J_0(kR_a \sin \theta_F) - J_0(kR_b \sin \theta_F)}{\sin \theta_F} \right] \frac{e^{-jkr_F}}{r_F} \hat{\theta}_F, \quad (5.47)$$

$$\vec{H}_F(\vec{r}_F) = \frac{1}{Z_{TEM}} \hat{r}_F \times \vec{E}_F(\vec{r}_F), \quad (5.48)$$

onde k e Z_{TEM} são a constante de onda e impedância para o espaço livre, respectivamente, $J_0(x)$ é a função de Bessel de ordem zero, e R_a e R_b são os raios interno e externo da abertura da corneta coaxial, respectivamente. Logo, a densidade de potência radiada pelo alimentador, $I(\theta)$, pode ser expressa por:

$$I(\theta) = \frac{|\vec{E}_F(\vec{r}_F)|^2}{2Z_{TEM}}. \quad (5.49)$$

Para este estudo é essencial que este modelo simplificado para a representação do diagrama de radiação do alimentador reproduza o lobo principal deste diagrama. A Figura 5.18 ilustra os campos radiados pela corneta coaxial em região de campo distante obtidos através do MMT/MoM e do ApM, para $R_a = 0,45\lambda_0$ e $R_b = 0,9\lambda_0$, onde, λ_0 é calculado a partir da frequência central, 9,3 GHz, da banda de operação desta corneta. Estes valores de R_a e R_b representam as dimensões físicas desta corneta ilustrada na Figura 4.28. Observa-se uma pequena discrepância na reprodução do lobo principal pelo ApM, comparado com o MMT/MoM, visto que, o ApM não considera, entre outros, os efeitos causados pela presença da corrugação desta corneta coaxial ilustrada na Figura 5.17.

Entretanto, através de um ajuste de R_a e R_b obteve-se uma melhor concordância na comparação com o MMT/MoM, utilizando $R_a = 0,46\lambda_0$ e $R_b = 0,93\lambda_0$ no cálculo do diagrama de radiação via ApM, conforme mostra a Figura 5.19. Portanto, serão considerados estes valores para R_a e R_b nas análises abordadas nas próximas seções.

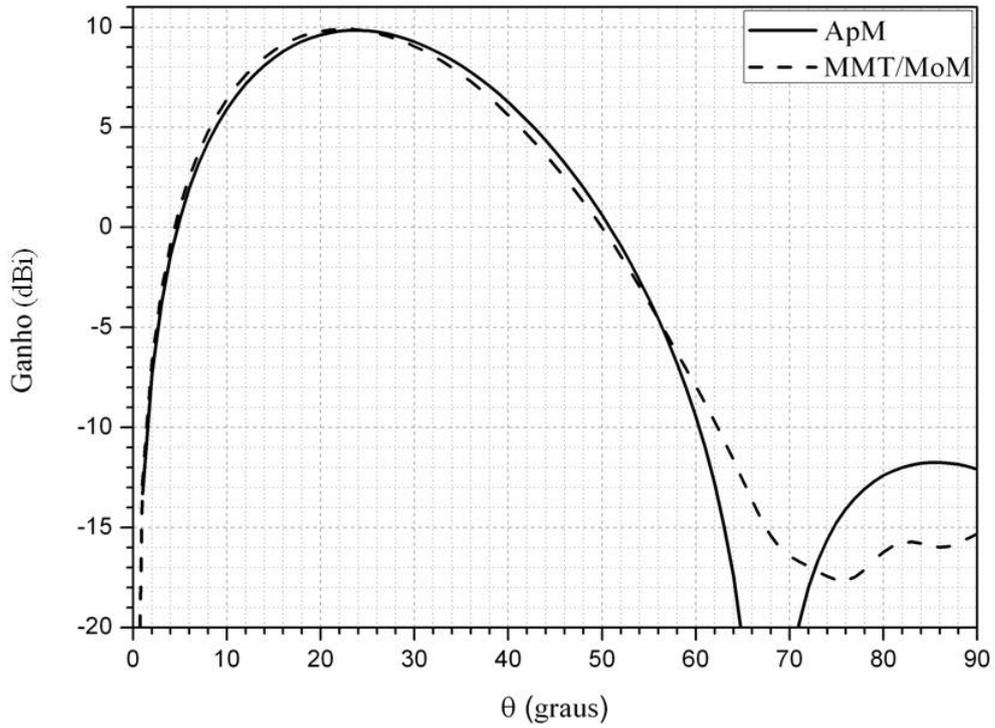


Figura 5.18 – Diagrama do alimentador para frequência central, 9,3 GHz, considerando $R_a = 0,45\lambda_0$ e $R_b = 0,90\lambda_0$.

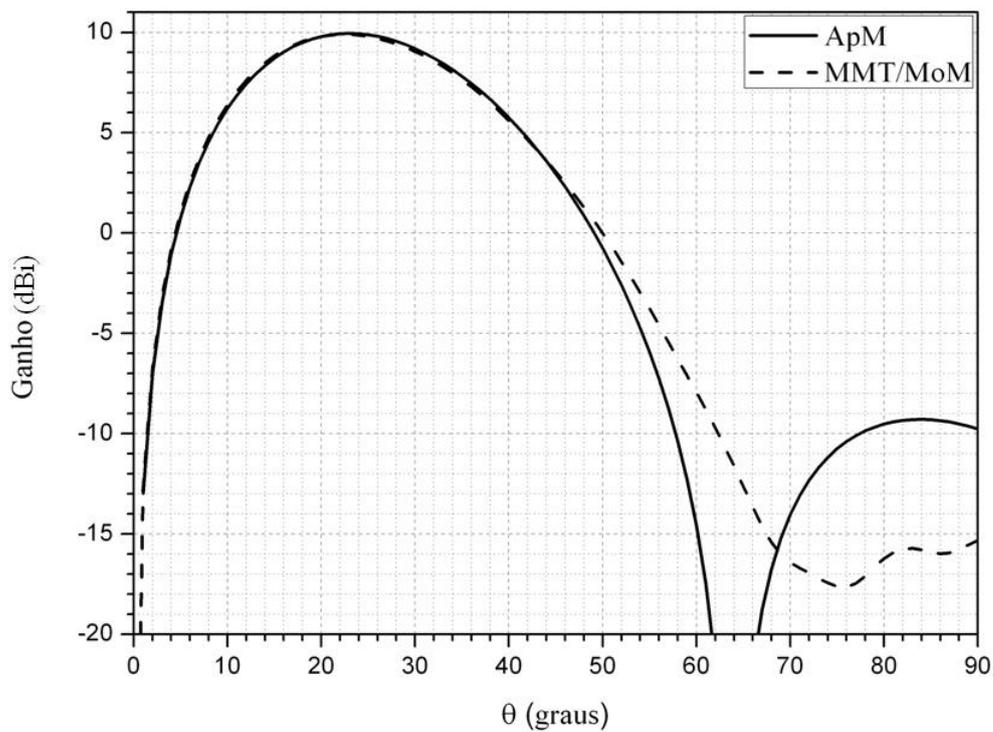


Figura 5.19 – Diagrama do alimentador para frequência central, 9,3 GHz, considerando $R_a = 0,46\lambda_0$ e $R_b = 0,93\lambda_0$.

5.3.3. Campos Radiados pela Antena Duplo-Refletora na Região de Campo Distante

A partir das expressões (5.46) para o campo elétrico sobre a abertura da antena duplo-refletora, pode-se determinar as expressões para campo distante através da aplicação do Método da Abertura. Como ilustrado na Figura 5.16, supondo que nas paredes transversais ao eixo do cilindro, em $z_M > Z_B$ e $z_M < (Z_B - W_A)$, os campos sejam nulos, pois, toda energia flui através da abertura cilíndrica, pode-se substituir esta distribuição de campos por correntes equivalentes, elétrica e magnética, situadas sobre esta abertura cilíndrica. Esta distribuição de correntes é dada por:

$$\vec{J}_S = \hat{i}_\rho \times \vec{H}_A = \frac{1}{Z_{TEM}} E_A(z') \hat{i}_z, \quad (5.50)$$

$$\vec{M}_S = -\hat{i}_\rho \times \vec{E}_A = -E_A(z') \hat{i}_\phi. \quad (5.51)$$

Devido à simetria do problema, o campo elétrico na região de Fraunhofer terá uma única componente na direção θ e ela será obtida através de [92]:

$$E_\theta = \frac{-i\omega\mu}{4\pi} \frac{e^{-ikr}}{r} \int_S \left[\vec{J}_S \cdot \hat{i}_\theta + \frac{1}{Z_{TEM}} \vec{M}_S \cdot \hat{i}_\phi \right] e^{-ik\vec{r}' \cdot \hat{i}_r} ds. \quad (5.52)$$

Substituindo (5.50) e (5.51) em (5.52), tem-se:

$$E_\theta = \frac{-i\omega\mu}{4\pi Z_{TEM}} \frac{e^{-ikr}}{r} \int_S \left[\text{sen}\theta + \hat{i}_\phi \cdot \hat{i}_\phi \right] \vec{E}_A e^{-ik\vec{r}' \cdot \hat{i}_r} ds. \quad (5.53)$$

Considerando-se que:

$$\hat{i}_\phi = -\text{sen}\phi \hat{i}_x + \text{cos}\phi \hat{i}_y, \quad (5.54)$$

$$\hat{i}_{\phi'} = -\text{sen}\phi' \hat{i}_x + \text{cos}\phi' \hat{i}_y, \quad (5.55)$$

$$\hat{i}_{\phi'} \cdot \hat{i}_\phi = \text{sen}\phi' \text{sen}\phi + \text{cos}\phi' \text{cos}\phi = \text{cos}(\phi' - \phi), \quad (5.56)$$

$$\vec{r}' = \rho \text{cos}\phi' \hat{i}_x + \rho \text{sen}\phi' \hat{i}_y + z \hat{i}_z, \quad (5.57)$$

$$\hat{i}_r = \text{sen } \theta \cos \phi \hat{i}_x + \text{sen } \theta \text{sen } \phi \hat{i}_y + \cos \theta \hat{i}_z, \quad (5.58)$$

$$\vec{r}' \cdot \hat{i}_r = \rho \text{sen } \theta \cos(\phi' - \phi) + z \cos \theta, \quad (5.59)$$

a Equação (5.53) pode ser reescrita como:

$$E_\theta = \left[\frac{-i\omega\mu\rho_A}{4\pi Z_{TEM}} \right] \left[\frac{e^{-ikr}}{r} \right] \int_{z_B}^{-W_A} \vec{E}_A(z') e^{-ikz' \cos \theta} dz' \quad (5.60)$$

$$\int_0^{2\pi} [\text{sen } \theta - \cos(\phi' - \phi)] e^{-ik\rho \text{sen } \theta \cos(\phi' - \phi)} d\phi'.$$

A solução analítica para as integrais em ϕ' são dadas por:

$$\int_0^{2\pi} e^{-ik\rho \text{sen } \theta \cos(\phi' - \phi)} d\phi' = 2\pi J_0(k\rho_A \text{sen } \theta), \quad (5.61)$$

$$\int_0^{2\pi} \cos(\phi' - \phi) e^{-ik\rho \text{sen } \theta \cos(\phi' - \phi)} d\phi' = i2\pi J_1(k\rho_A \text{sen } \theta). \quad (5.62)$$

Portanto, a equação para o campo elétrico distante é dada por:

$$E_\theta = \left[\frac{-i\pi\rho_A}{\lambda} \right] \left[\frac{e^{-ikr}}{r} \right] B(\theta) U(\theta), \quad (5.63)$$

onde

$$B(\theta) = [\text{sen } \theta J_0(k\rho_A \text{sen } \theta) + iJ_1(k\rho_A \text{sen } \theta)], \quad (5.64)$$

$$U(\theta) = \int_{z_B - W_A}^{z_B} \vec{E}_A(z') e^{-ikz' \cos \theta} dz', \quad (5.65)$$

sendo $\vec{E}_A(z')$ expresso em (5.46), J_0 e J_1 funções de Bessel de primeira e segunda ordem, respectivamente.

Caso a amplitude e fase do campo elétrico sobre a abertura da antena duplo-refletores sejam uniformes, a expressão (5.65) pode ser resolvida analiticamente e expressa por:

$$U(\theta) = \frac{2E_A e^{-ik(z_B - W_A/2)\cos\theta}}{k \cos\theta} \text{sen} \left[k \left(\frac{W_A}{2} \right) \cos\theta \right]. \quad (5.66)$$

Para o máximo do diagrama de radiação na linha do horizonte, $\theta = 90^\circ$, tem-se:

$$|U_{MAX}(\theta)| = W_A E_A \quad (5.67)$$

e, considerando $\rho_A \gg \lambda$, (5.64) pode ser expressa assintoticamente por:

$$|B(\theta = 90^\circ)| = |J_0(k\rho_A) + iJ_1(k\rho_A)| = \sqrt{\frac{2}{\pi k\rho_A}}. \quad (5.68)$$

Substituindo (5.67) e (5.68) em (5.63), tem-se:

$$E_{\theta_{MAX}} = -iW_A E_A \left[\frac{e^{-ikr}}{r} \right] \sqrt{\frac{\rho_A}{\lambda}}. \quad (5.69)$$

A partir de (5.69), pode-se expressar a intensidade de radiação máxima dada por:

$$U_{RAD}^{MAX} = \frac{|E_{\theta_{MAX}}|^2}{2Z_{TEM}} r^2 = \frac{\rho_A W_A^2 E_A^2}{2\lambda Z_{TEM}}. \quad (5.70)$$

O cálculo da potência radiada pode ser obtido a partir do fluxo de potência da onda cilíndrica sobre a abertura, expressa por:

$$P_{RAD} = \iint_A |\vec{S}_A| dS = \frac{1}{2Z_{TEM}} \int_{z_B - W_A}^{z_B} \int_0^{2\pi} |\vec{E}_A(z)|^2 \rho d\phi dz. \quad (5.71)$$

Considerando que a amplitude do campo elétrico sobre a abertura da antena duplo-refletora seja uniforme, (5.71) pode ser expressa por:

$$P_{RAD} = \frac{\pi\rho_A W_A E_A^2}{Z_{TEM}}. \quad (5.72)$$

A partir da intensidade de radiação máxima, (5.70), e da potência radiada, (5.72), pode-se obter a expressão para a diretividade máxima que é dada por [17]:

$$D_0 = 4\pi \frac{U_{MAX}}{P_{RAD}} = 2 \frac{W_A}{\lambda}. \quad (5.73)$$

A Equação (5.73) para a diretividade máxima foi obtida considerando-se que a amplitude e fase do campo elétrico sobre a abertura da antena duplo-refletores fossem uniformes, representando o ganho máximo, G_0 , obtido por esta abertura W_A .

Entretanto, para as antenas duplo-refletores abordadas neste trabalho, a amplitude do campo elétrico sobre a abertura desta antena não é uniforme e depende do formato das superfícies refletoras. O ganho destas antenas pode ser obtido a partir de (5.63), normalizada a partir da potência total radiada pelo alimentador. A eficiência total pode ser obtida a partir do ganho destas antenas combinado com a diretividade máxima, dada na Equação (5.73) para iluminação uniforme da abertura, expressa por:

$$\varepsilon_T = \frac{G}{D_0}. \quad (5.74)$$

Desconsiderando outros mecanismos com menor contribuição, a eficiência total destas antenas pode ser essencialmente definida como o produto entre as eficiências de transbordamento ε_S (*Spillover*) da energia proveniente do alimentador que ultrapassa o limite do subrefletor, definido pelo ângulo θ_E da sua borda, e de iluminação da abertura ε_I , que indica a proporção da área efetiva da abertura iluminada pelo campo radiado da antena, sendo expressa por:

$$\varepsilon_T = \varepsilon_S \varepsilon_I. \quad (5.75)$$

A eficiência de transbordamento (*Spillover*) pode ser calculada através das expressões para campo distante da fonte, obtidas na Seção 5.3.2, associadas ao ângulo da borda do subrefletor, θ_E . Assim, a eficiência de iluminação da

abertura ε_I pode ser obtida a partir das eficiências da antena (5.74) e de transbordamento (5.75), e expressa por:

$$\varepsilon_I = \frac{G}{\varepsilon_S D_0}. \quad (5.76)$$

5.4. Estudo Paramétrico

Nesta seção as técnicas descritas anteriormente serão utilizadas em um estudo exploratório das configurações ODVC e ODRC, a fim de identificar estruturas compactas e que maximizem a diretividade ao longo do horizonte.

Neste estudo são adotados para a abertura da antena, $W_A = 10\lambda$, e para as coordenadas do ponto L do refletor principal, $Z_B = 0$ e $D_B = 2,4\lambda$. As demais dimensões, D_M , D_S , V_S e θ_E , são utilizadas como variáveis de estudo, tanto para a configuração ODRC, quanto para a configuração ODVC. Será utilizada a fonte com foco posicionada na origem O dos eixos e diagrama de radiação definido na Seção 5.3.2.

5.4.1. Configuração ODVC

Para a configuração ODVC, o estudo paramétrico abordado será feito variando-se V_S e θ_E . A Figura 5.20 ilustra as curvas de ganho em função de V_S para diferentes valores de θ_E e limitadas pela fronteira de cáustica. Observa-se que, quanto menor o valor de θ_E , maior deve ser o valor limite para V_S (ponto sobre a linha cheia) para que o subrefletor não toque a superfície cáustica, conforme discutido na Seção 5.2.3.

Para valores de θ_E no entorno de 50° , tem-se a curva com máximo ganho e observa-se que a variação de ganho em função de V_S é pequena, o que permite a escolha de uma configuração de duplo-refletores com menor volume sem uma perda substancial de ganho, como será discutido mais adiante.

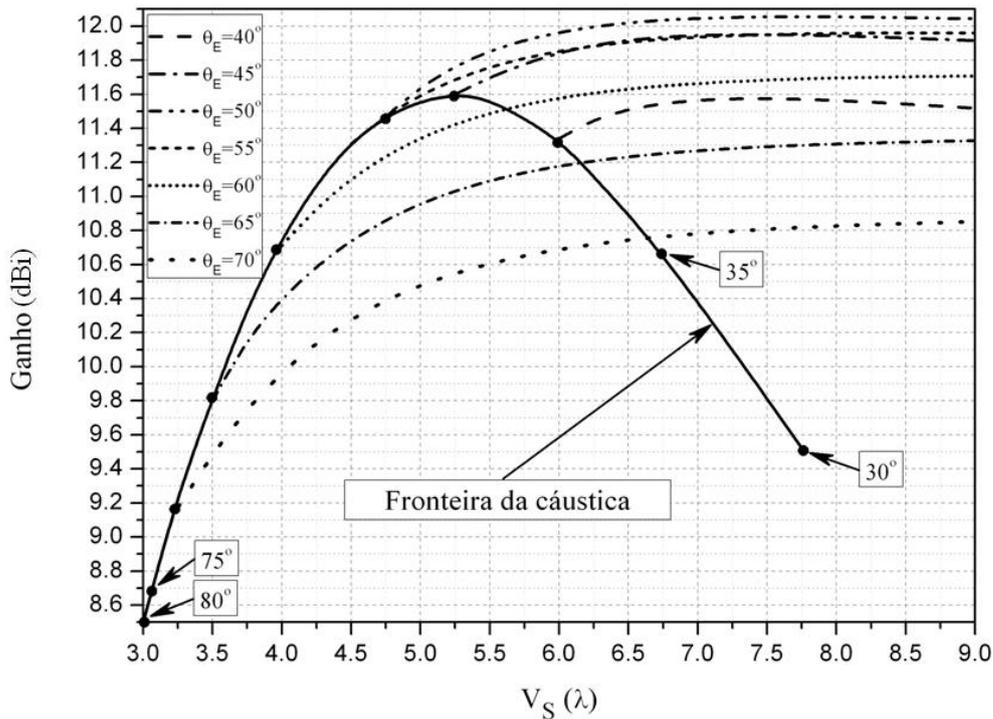


Figura 5.20 – Estudo paramétrico do ganho, para a configuração ODVC.

Para ilustrar a influência dos parâmetros V_S e θ_E no ganho, as Figuras 5.21 e 5.22 mostram a eficiência de transbordamento, ε_S , e de iluminação da abertura, ε_I , respectivamente. Nota-se que, para $\theta_E > 50^\circ$, a eficiência de transbordamento associada a θ_E e ilustrada na Figura 5.21, converge rapidamente para o seu valor máximo com uma diferença de 3%, aproximadamente, o que permite dizer que a queda de ganho é consequência da diminuição da eficiência de iluminação da abertura da antena duplo-refletora, sendo inversamente proporcional a θ_E e diretamente proporcional a V_S . Em contrapartida, para $\theta_E < 50^\circ$ a eficiência máxima de iluminação da abertura é menos afetada pela variação de θ_E e de V_S . Por outro lado a eficiência de transbordamento cai assintoticamente para $\theta_E < 50^\circ$, sendo o fator determinante na queda do ganho para esta faixa de θ_E . Este comportamento da eficiência de transbordamento pode ser explicado pelo fato de mais de 95% da energia radiada pelo alimentador estar concentrada no cone com semi-ângulo $\theta_E = 50^\circ$, conforme ilustrado na Figura 5.19.

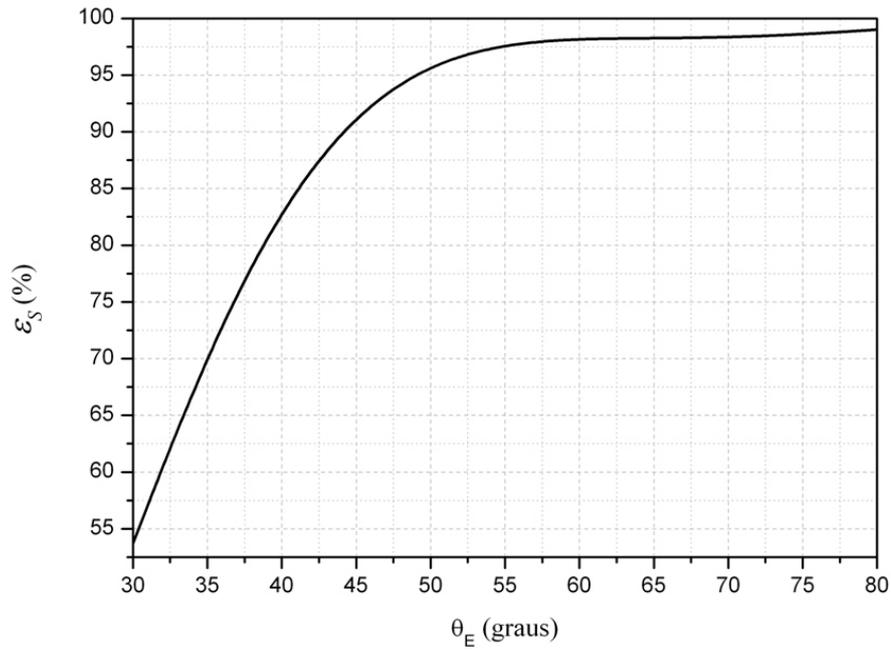


Figura 5.21 – Eficiência de transbordamento (*Spillover*) em função de θ_E .

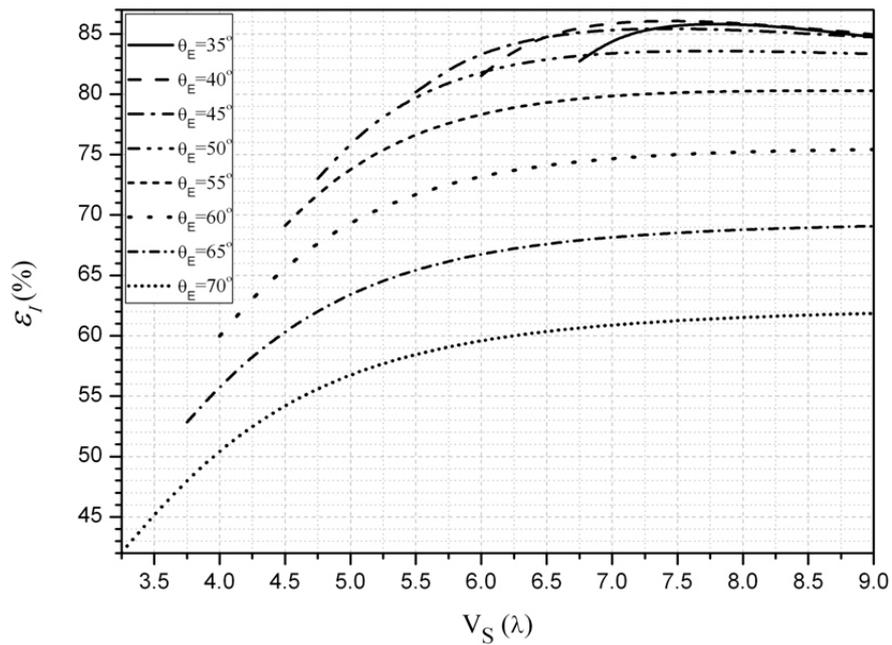


Figura 5.22 – Eficiência de iluminação da abertura, para a configuração ODVC.

Para alguns valores de V_S e θ_E a Figura 5.23 ilustra o módulo do campo elétrico da GO sobre a abertura da antena duplo-refletora. Para a configuração ODVC, o campo nulo em $z_M = 0$ pode ser explicado pelo fato de os raios que se

originam da fonte junto ao eixo z serem mapeados no topo da abertura e estejam associados ao nulo do diagrama de radiação da fonte em $\theta_F = 0^\circ$.

Para $\theta_E = 60^\circ$, observa-se na Figura 5.23 que a iluminação da abertura é mais uniforme para $V_S = 7,75\lambda$, quando comparada com $V_S = 4,0\lambda$, resultando em um ganho maior. Este comportamento pode ser melhor visualizado no traçado de raios para estas duas antenas, ilustrados nas Figuras 5.24 e 5.25 para $V_S = 4,0\lambda$ e $7,75\lambda$, respectivamente. Conforme ilustrado na Figura 5.24, observa-se que, para $V_S = 4,0\lambda$ e Δz_A constante, há uma maior concentração de raios na borda do subrefletor, ou seja, grande parte do refletor principal é iluminado por uma pequena parcela da energia que incide sobre esta borda do subrefletor, concentrando, por outro lado, a maior parte da energia proveniente do alimentador no topo da abertura da antena duplo-refletora.

Para $V_S = 7,75\lambda$, a escolha de $\theta_E = 50^\circ$ ou 60° produz espaçamento de raios semelhantes sobre o subrefletor, conforme ilustrado nas Figuras 5.25 e 5.26. Entretanto, para $\theta_E = 60^\circ$ há a incidência das regiões de baixa iluminação do diagrama do alimentador sobre a borda do subrefletor, provocando uma redução no nível de energia sobre a base da abertura da antena duplo-refletora, quando comparada com $\theta_E = 50^\circ$.

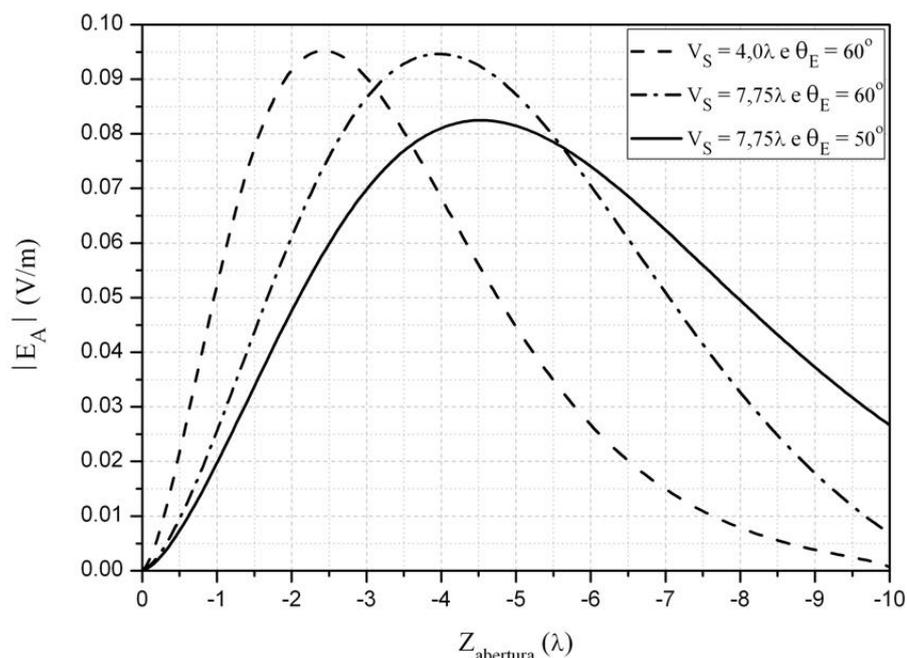


Figura 5.23 – Módulo do campo elétrico da GO na abertura, para a configuração ODVC.

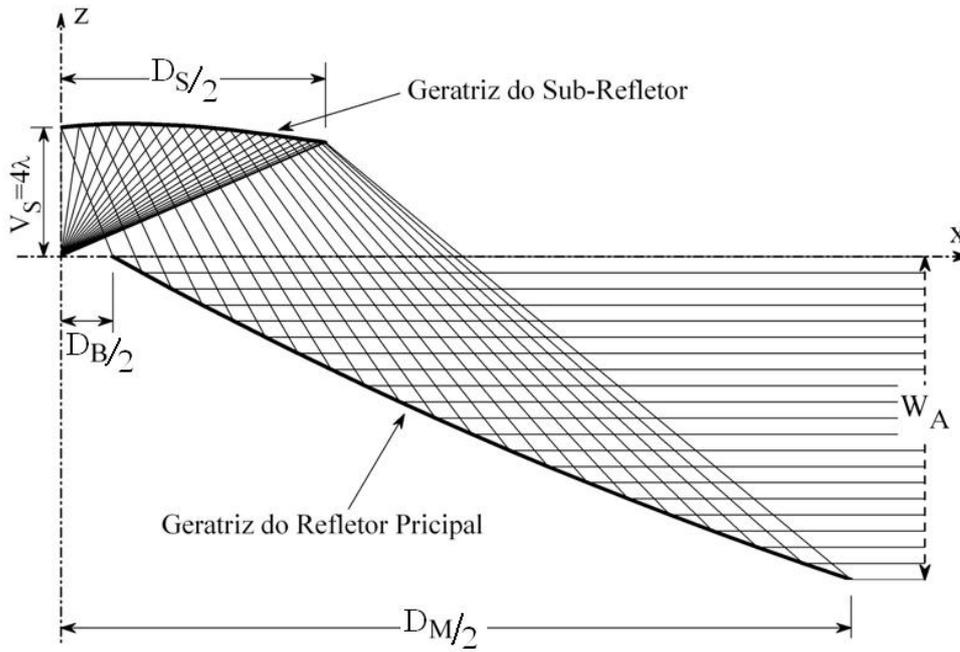


Figura 5.24 – Traçado de raios para a configuração ODVC, sendo $V_S = 4,0\lambda$ e $\theta_E = 60^\circ$.

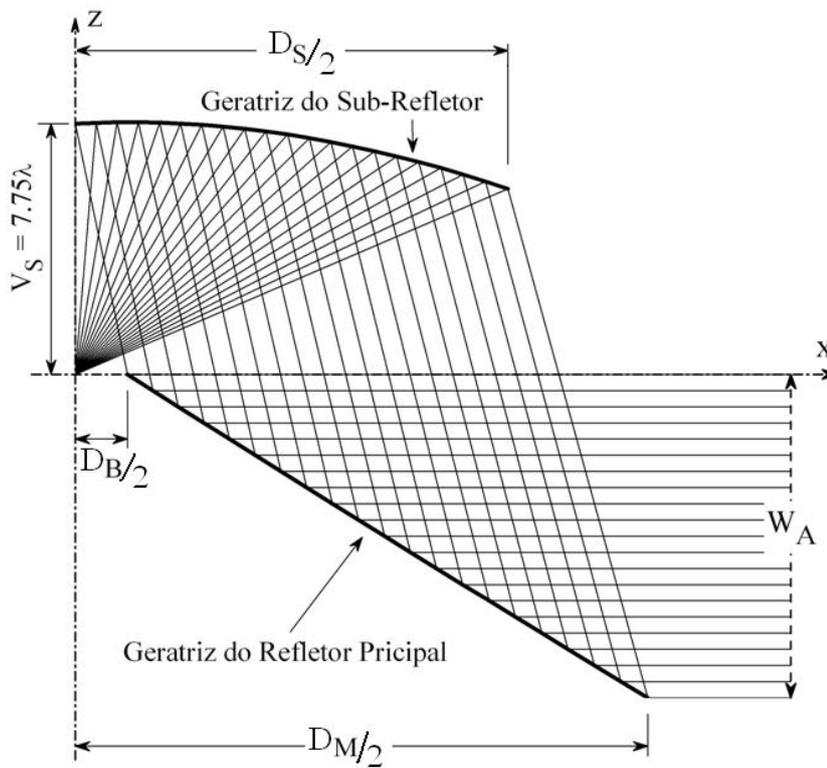


Figura 5.25 – Traçado de raios para a configuração ODVC, sendo $V_S = 7,75\lambda$ e $\theta_E = 60^\circ$.

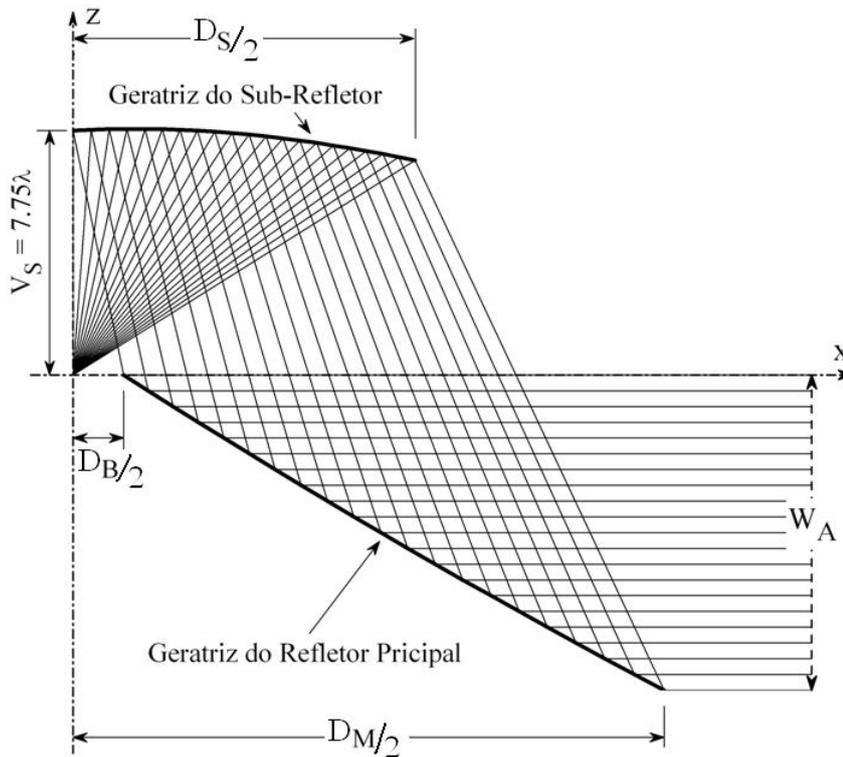


Figura 5.26 – Traçado de raios para a configuração ODVC, sendo $V_S = 7,75\lambda$ e $\theta_E = 50^\circ$.

Para o detalhamento da região de ganho máximo, a Figura 5.27 ilustra as curvas de ganho para θ_E no entorno de 50° , considerando $\Delta\theta_E = 2^\circ$ e uma variação de ganho de 0,2 dBi, aproximadamente. Observa-se que, para a configuração ODVC, o ganho máximo ocorre para $\theta_E \cong 50^\circ$ e $V_S \cong 7,75\lambda$. De acordo com a equação (5.73) para $W_A = 10\lambda$, o ganho máximo seria de 13,01 dBi, considerando iluminação uniforme da abertura. Para $\theta_E = 50^\circ$ e $V_S = 7,75\lambda$ este ganho foi de 12,055 dBi, identificando-se que o limite para a eficiência total destas antenas duplo-refletoras é próximo a 80,27%.

Como mencionado na introdução deste capítulo, o objetivo desta análise exploratória é identificar configurações compactas e eficientes. Como ilustrado na Figura 5.28, para caracterizar as configurações compactas será utilizado o volume que as antenas ocupam que é definido pelo tronco de cone que circunscribe esta antena, limitado na base por um disco de diâmetro D_M e no topo por um disco de diâmetro A , que é resultante da interseção entre as retas que tangenciam o subrefletor na parte superior e na lateral, sendo a altura deste tronco de cone é dada por H .

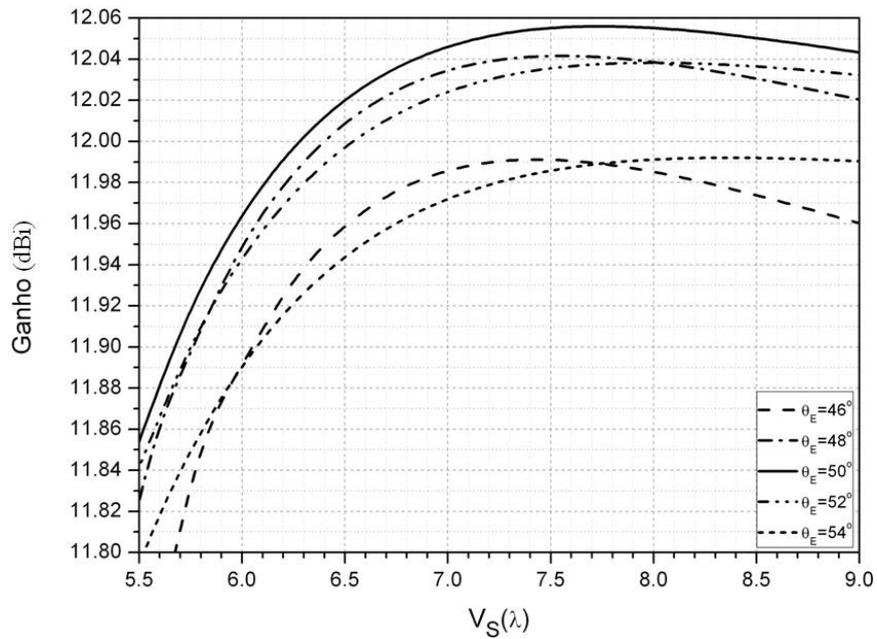


Figura 5.27 – Estudo paramétrico do ganho, para a configuração ODVC – região de máximo ganho.

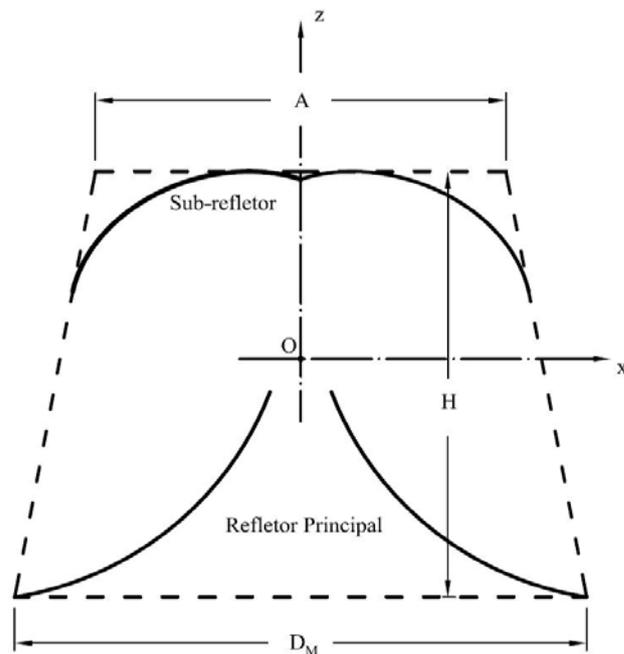


Figura 5.28 – Definição do volume ocupado pela antena duplo-refletora.

As Figuras de 5.29 a 5.31 ilustram a variação de volume e das dimensões D_M e D_S , respectivamente, em função de V_S e para diferentes valores de θ_E , onde, novamente, pode ser visualizada a fronteira imposta pela superfície cóncava inerente ao formato circular da geratriz do refletor principal. Conforme

ilustrado na Figura 5.29, observa-se que o volume para as curvas com θ_E constante possui um valor mínimo entre $V_S = 4,5\lambda$ e $V_S = 7\lambda$. Além disto, nota-se que, à medida que θ_E aumenta, este volume mínimo ocorre para valores menores de V_S . A presença deste mínimo para o volume pode ser explicado com o auxílio das Figuras 5.30 e 5.31, onde observa-se que, à medida que V_S aumenta, o diâmetro D_M do refletor principal diminui, enquanto que aumenta o diâmetro D_S do subrefletor. Para valores de V_S acima do ponto de mínimo, o crescimento de V_S e D_S são dominantes na definição do volume. Entretanto, a utilização de valores menores de V_S faz com que D_M cresça assintoticamente e passe a ser dominante na definição de volume, compensando o efeito da diminuição de V_S e D_S . O comportamento do D_M pode ser melhor visualizado na Figura 5.32 que ilustra as curvas geratrizes das antenas duplo-refletores, considerando $\theta_E = 70^\circ$ e $V_S = 3,5\lambda, 5\lambda$ e $7,75\lambda$. Observa-se que a diminuição de V_S implica na diminuição de D_S , fazendo com que a incidência do raio na borda do refletor principal seja mais rasante e exigindo uma superfície refletora mais rasa e, conseqüentemente, aumentando o diâmetro D_M do refletor principal para manter a dimensão W_A da abertura da antena duplo-refletores.

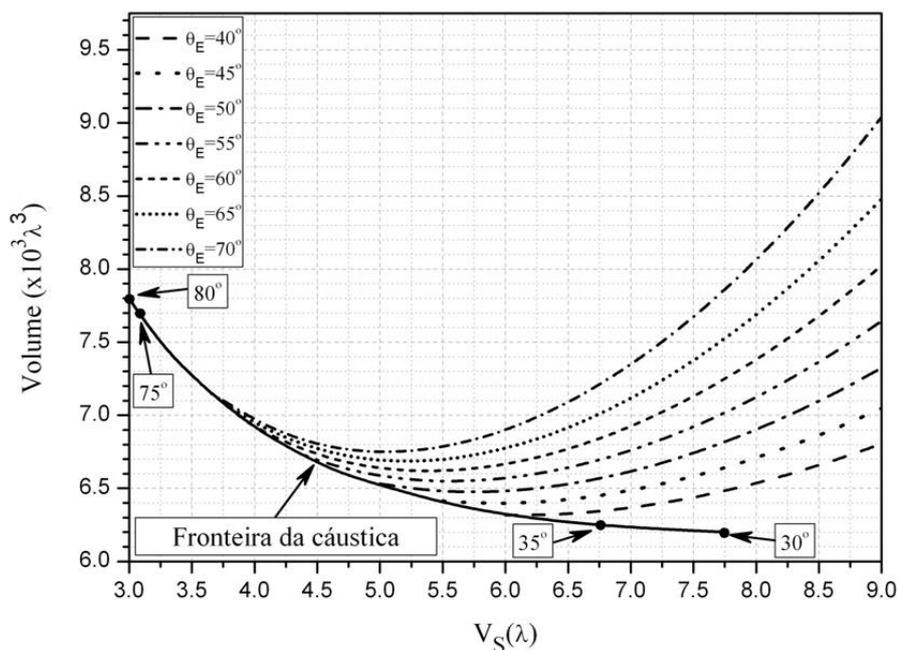


Figura 5.29 – Estudo paramétrico do volume, para a configuração ODVC.

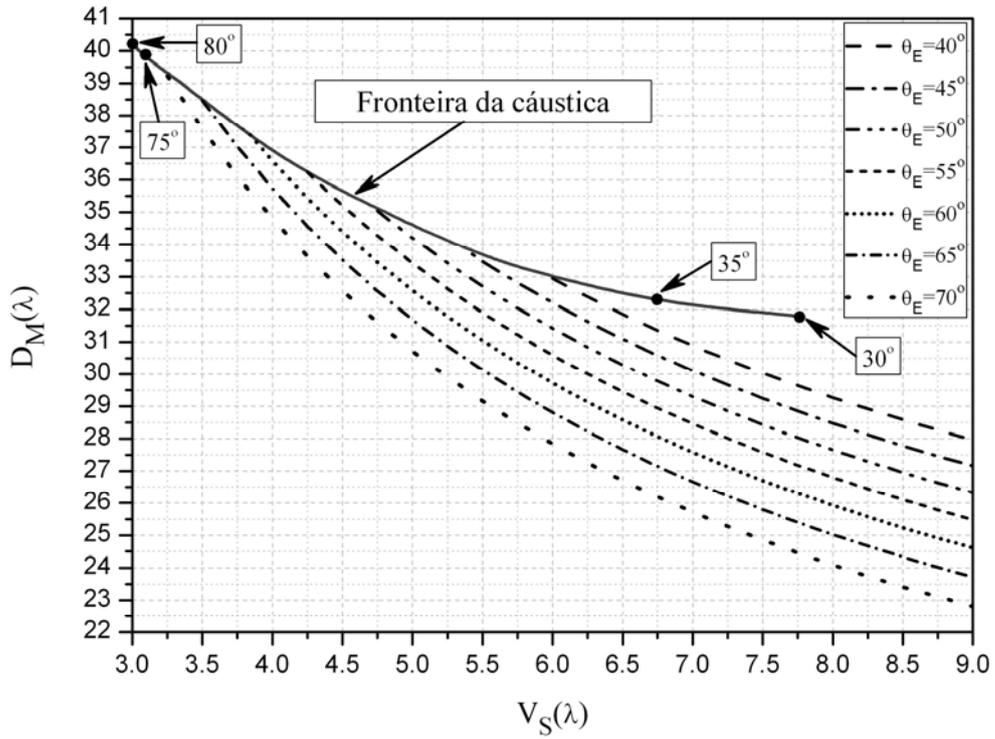


Figura 5.30 – Estudo paramétrico de D_M , para a configuração ODVC.

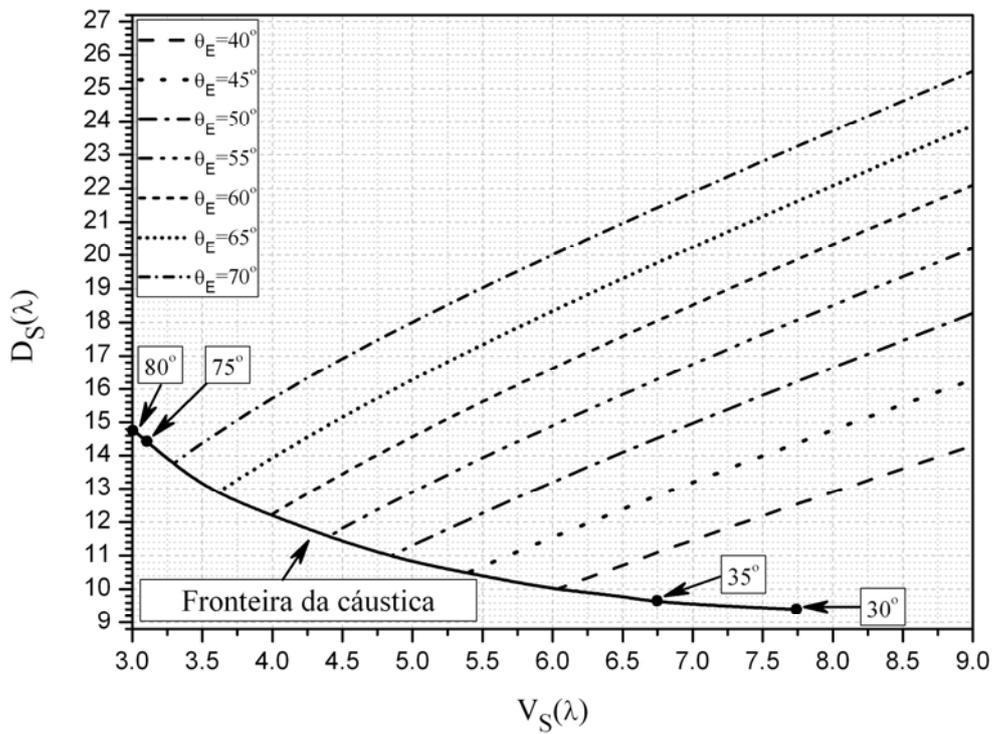


Figura 5.31 – Estudo paramétrico de D_S , para a configuração ODVC.

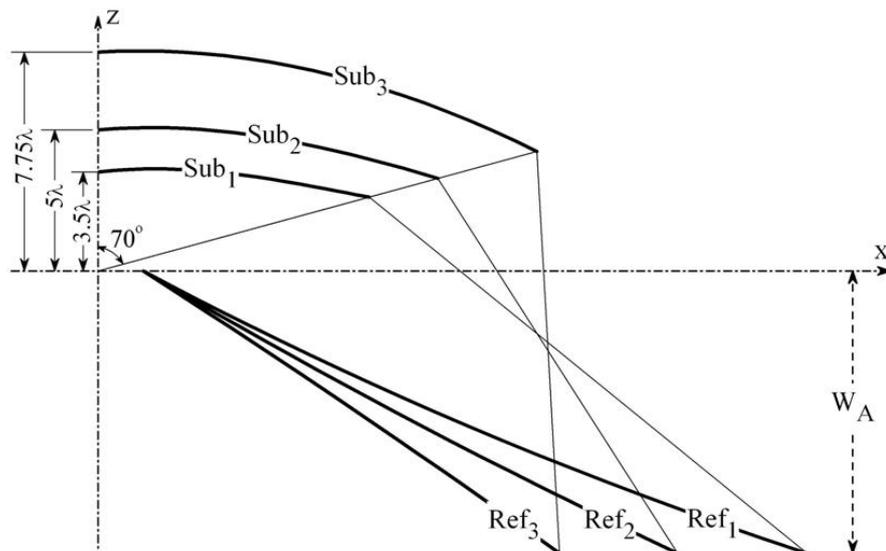


Figura 5.32 – Geratrizes dos refletorizantes, para a configuração ODVC, considerando

$\theta_E = 70^\circ$ e $V_S = 3,5\lambda, 5\lambda$ e $7,75\lambda$.

A Figura 5.33 ilustra o volume ocupado pelas antenas duplo-refletoras da família ilustrada na Figura 5.27, onde o ganho é próximo do máximo. Nota-se que o volume cresce exponencialmente com o aumento de V_S , a partir de um mínimo no entorno de $V_S = 6\lambda$, variando menos de 2% entre $6\lambda < V_S < 7\lambda$. Da mesma forma, observa-se na Figura 5.27 que a variação de ganho para $5,5\lambda < V_S < 7,75\lambda$ é menor que 0,2dB, permitindo escolher soluções com alta eficiência e compactas.

A Figura 5.34 ilustra o comportamento para raio do arco de circunferência, R_0 da geratriz do refletor principal em função de V_S e para diferentes valores de θ_E , onde a escala de R_0 é logarítmica para melhor visualização do seu comportamento. Observa-se que à medida que V_S aumenta, R_0 tende a infinito, fazendo com que o refletor principal aproxime-se de um cone e, conseqüentemente, o subrefletor torne-se uma parábola. Entretanto, se V_S continuar aumentando a geratriz do refletor principal passa a ser convexa e R_0 diminui. À medida que θ_E aumenta esta troca de côncavo para convexo ocorre para valores menores de V_S .

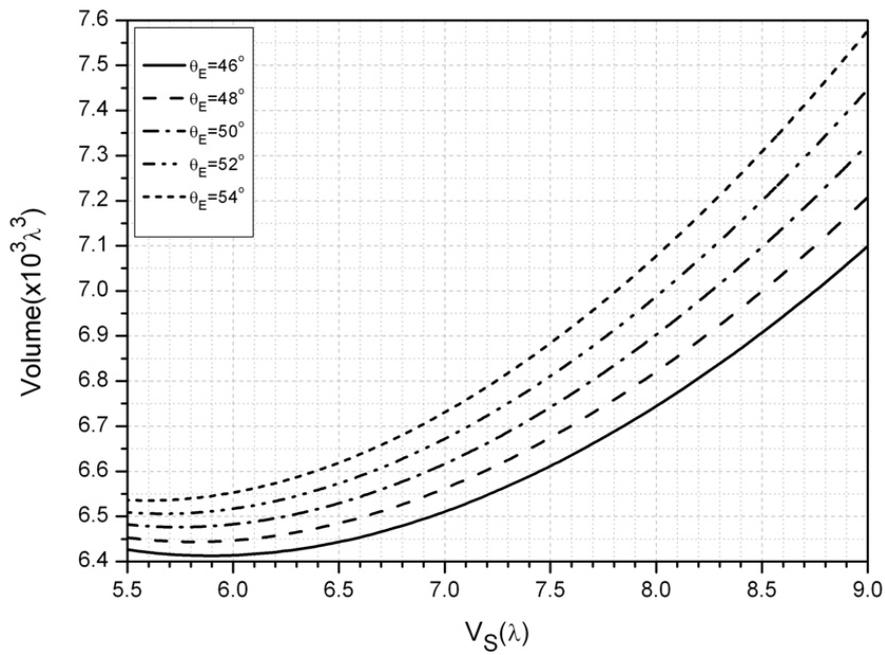


Figura 5.33 – Estudo paramétrico do volume, para a configuração ODVC – Região de ganho máximo.

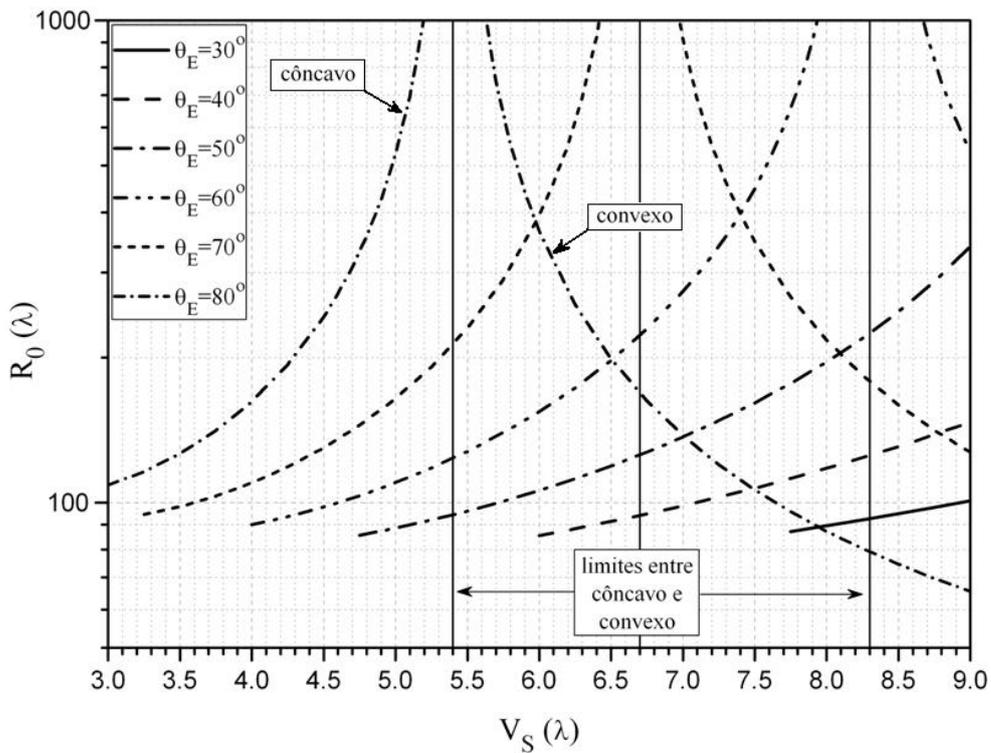


Figura 5.34 – Estudo paramétrico do raio da geratriz do refletor principal, R_0 , para a configuração ODVC.

5.4.2. Configuração ODRC

O estudo paramétrico abordado nesta seção é semelhante ao da seção anterior e será feito variando-se θ_E e D_S . A Figura 5.35 ilustra as curvas de ganho em função de D_S e para diferentes valores de θ_E , sendo limitadas pela fronteira de cáustica. Considerando a faixa de $30^\circ > \theta_E > 80^\circ$, observa-se que, ao contrário da configuração ODVC, para a configuração ODRC não existe solução válida para $D_S < 14\lambda$ devido à limitação imposta sobre o subrefletor pela superfície cáustica, inerente ao formato circular da geratriz do refletor principal, conforme discutido na Seção 5.2.3. Nota-se que o máximo para o ganho ocorre para $D_S > 16\lambda$ e para valores de θ_E no entorno de 50° . Para estas faixas de D_S e θ_E , a variação de ganho em função de D_S é pequena, o que permite a escolha de uma configuração de duplo-refletores com menor volume sem uma perda substancial de ganho, como será discutido mais adiante.

Para ilustrar a influência dos parâmetros D_S e θ_E no ganho, a Figura 5.36 mostra a eficiência de iluminação da abertura, ε_I . A eficiência de transbordamento, ε_S , é a mesma da configuração ODVC que é ilustrada na Figura 5.21, visto que o modelo de fonte é o mesmo. Observa-se que, assim como para a configuração ODVC, para $\theta_E > 50^\circ$ a eficiência de transbordamento, associada a θ_E e ilustrada na Figura 5.21, converge rapidamente para o seu valor máximo, com uma diferença de 3%, aproximadamente, o que permite dizer que, a queda de ganho é consequência da diminuição da eficiência de iluminação da abertura da antena duplo-refletora, ilustrada na Figura 5.36, que é inversamente e diretamente proporcional a θ_E e D_S , respectivamente. Em contrapartida, apesar da eficiência de iluminação da abertura aumentar e ter pouca variação em função de D_S para $\theta_E < 50^\circ$, a eficiência de transbordamento cai assintoticamente, sendo o fator determinante na queda do ganho para esta faixa de θ_E , como observado na seção anterior.

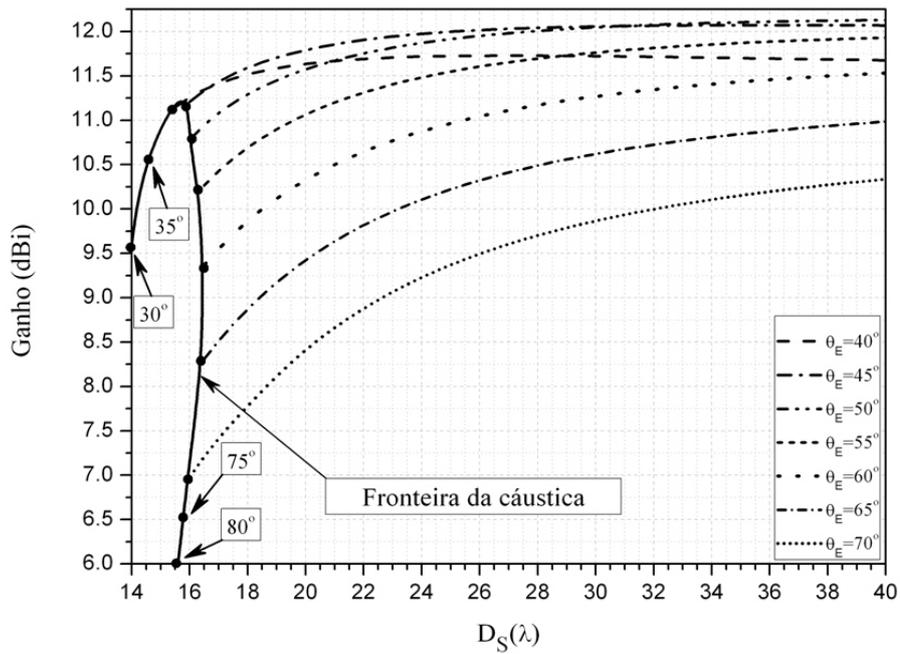


Figura 5.35 – Estudo paramétrico do ganho, para a configuração ODRC.

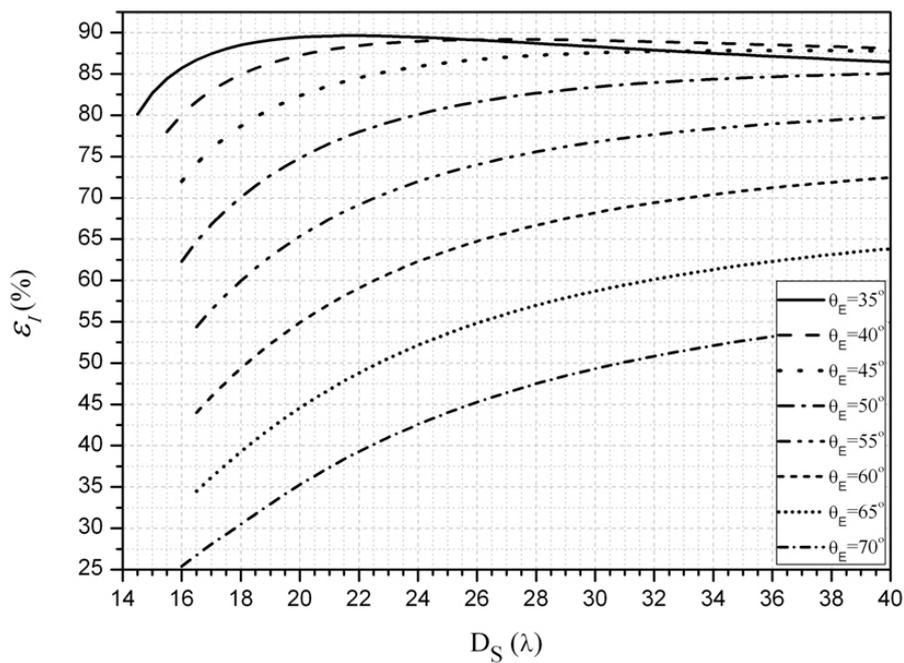


Figura 5.36 – Eficiência de iluminação da abertura, para a configuração ODRC.

Para alguns valores de D_S e θ_E , a Figura 5.37 ilustra o módulo do campo elétrico da GO sobre a abertura da antena duplo-refletora. Para a configuração ODRC, o campo elétrico nulo em $z_A = Z_B - W_A$ está associado ao fato dos raios junto ao eixo z emergindo da fonte serem mapeados na base da abertura e

estarem associados ao nulo no diagrama de radiação da fonte em $\theta_F = 0^\circ$, como ilustrado na Figura 5.19.

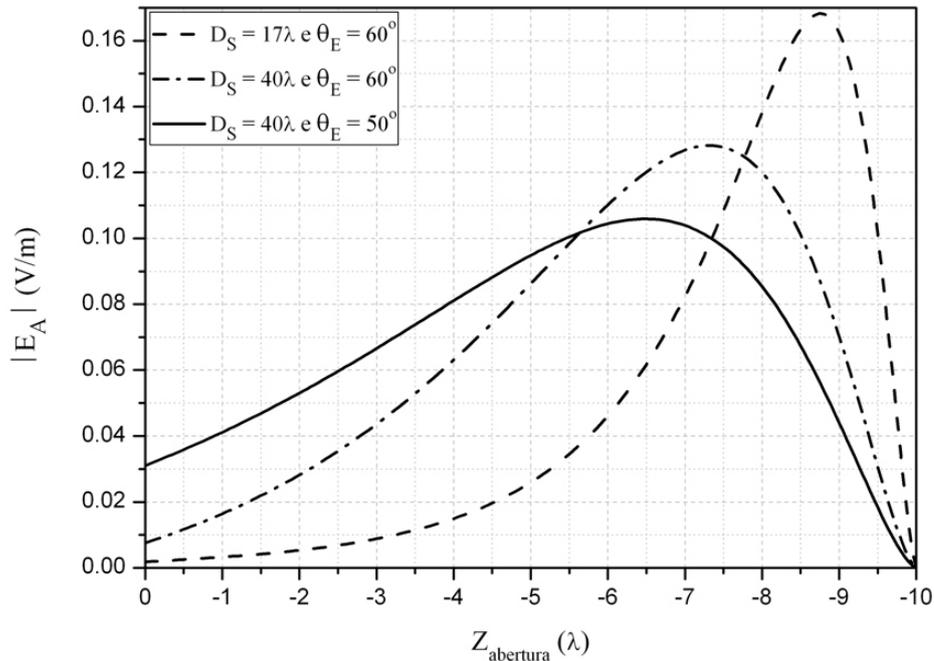


Figura 5.37 – Módulo do campo elétrico da GO na abertura, para a configuração ODRC.

Para $\theta_E = 60^\circ$, observa-se na Figura 5.37 que a iluminação da abertura é mais uniforme para o caso em que $D_S = 40\lambda$, resultando em um ganho maior, quando comparada com $D_S = 17\lambda$. Este comportamento pode ser melhor visualizado no traçado de raios para estas duas antenas ilustrado nas Figuras 5.38 e 5.39 para $D_S = 17\lambda$ e 40λ , respectivamente. Observa-se que, para $D_S = 17\lambda$ e Δz_A constante, há uma maior concentração de raios na borda do subrefletor, ou seja, grande parte do refletor principal é iluminado por uma pequena parcela da energia que incide sobre esta borda do subrefletor, concentrando, por outro lado, a maior parte desta energia proveniente do alimentador sobre a base inferior da abertura da antena duplo-refletora.

Para $D_S = 40\lambda$, a escolha de $\theta_E = 50^\circ$ ou 60° produz espaçamento de raios semelhantes sobre o subrefletor, conforme ilustrado nas Figuras 5.39 e 5.40. Entretanto, para $\theta_E = 60^\circ$ há a incidência das regiões de baixa iluminação do diagrama do alimentador sobre a borda do subrefletor, provocando uma

redução no nível de energia sobre o topo da abertura da antena duplo-refletora, quando comparada com $\theta_E = 50^\circ$.

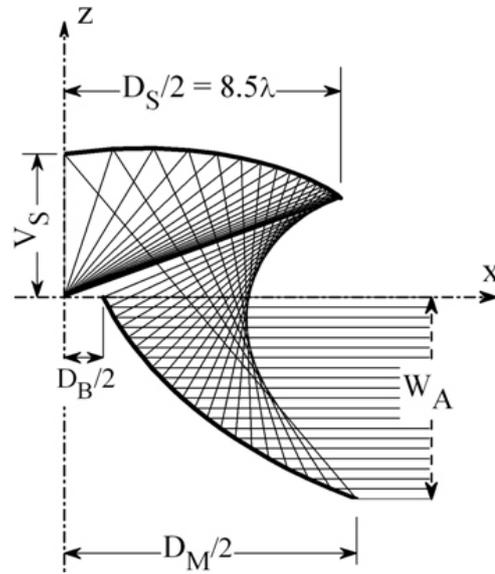


Figura 5.38 – Traçado de raios para a configuração ODRC, sendo $D_S = 17\lambda$ e $\theta_E = 60^\circ$.

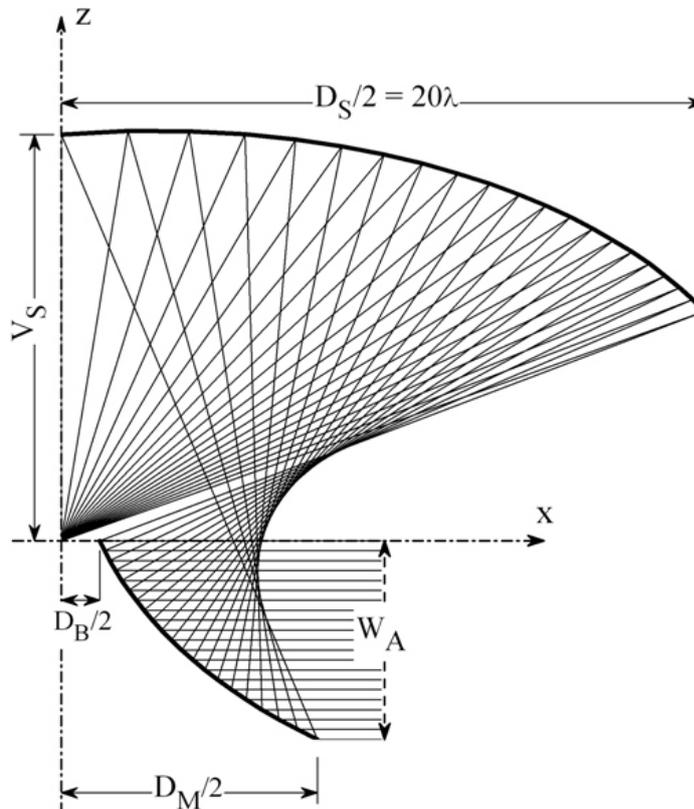


Figura 5.39 – Traçado de raios para a configuração ODRC, sendo $D_S = 40\lambda$ e $\theta_E = 60^\circ$.

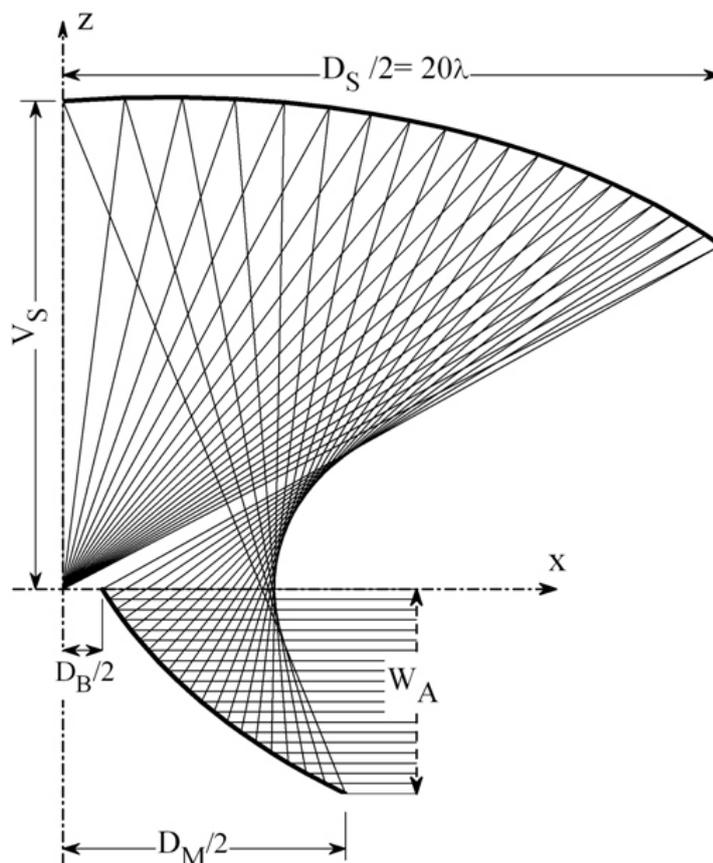


Figura 5.40 – Traçado de raios para a configuração ODVC, sendo $D_S = 40\lambda$ e $\theta_E = 50^\circ$.

Para detalhamento da região de ganho máximo, a Figura 5.41 ilustra as curvas de ganho para θ_E no entorno de 50° , considerando $\Delta\theta_E = 2^\circ$ e uma variação de ganho de 0,3 dBi, aproximadamente. Observa-se que, para esta faixa de θ_E e D_S , o ganho máximo ocorre para $\theta_E \cong 49^\circ$ e $D_S \cong 40\lambda$. De acordo com a equação (5.73) para $W_A = 10\lambda$, o ganho máximo seria de 13,01 dBi, considerando iluminação uniforme da abertura. Para $\theta_E = 49^\circ$ e $D_S = 40\lambda$ este ganho foi de 12,14 dBi, caracterizando uma eficiência total próxima a 81,86%. Entretanto, para $\theta_E = 49^\circ$ e $D_S > 40\lambda$ o ganho continua crescendo, porém, este aumento de ganho é mínimo comparado com o aumento em volume ocupado pela antena duplo-refletora, sendo discutido nas análises que seguem.

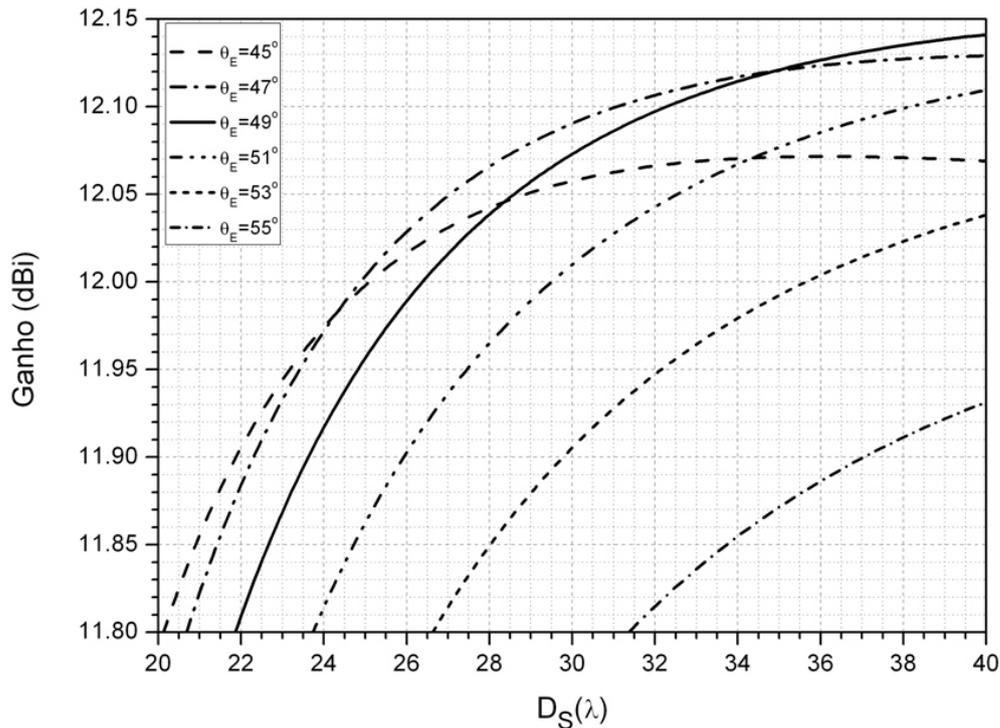


Figura 5.41 – Estudo paramétrico do ganho, para a configuração ODRC – região de ganho máximo.

Como mencionado na introdução deste capítulo, o objetivo desta análise exploratória é identificar configurações compactas e eficientes. As Figuras de 5.42 a 5.44 ilustram a variação de volume e das dimensões D_M e V_S , respectivamente, em função de D_S e para diferentes valores de θ_E , onde, novamente, pode ser visualizada a fronteira imposta pela superfície cáustica inerente ao formato circular da geratriz do refletor principal. Observa-se que o volume, D_M e V_S decrescem com o aumento de θ_E , enquanto que o volume cresce exponencialmente com o aumento de D_S . Este comportamento pode ser explicado com o auxílio das Figuras 5.43 e 5.44, onde observa-se que o crescimento de D_S e de V_S são dominantes na definição de volume.

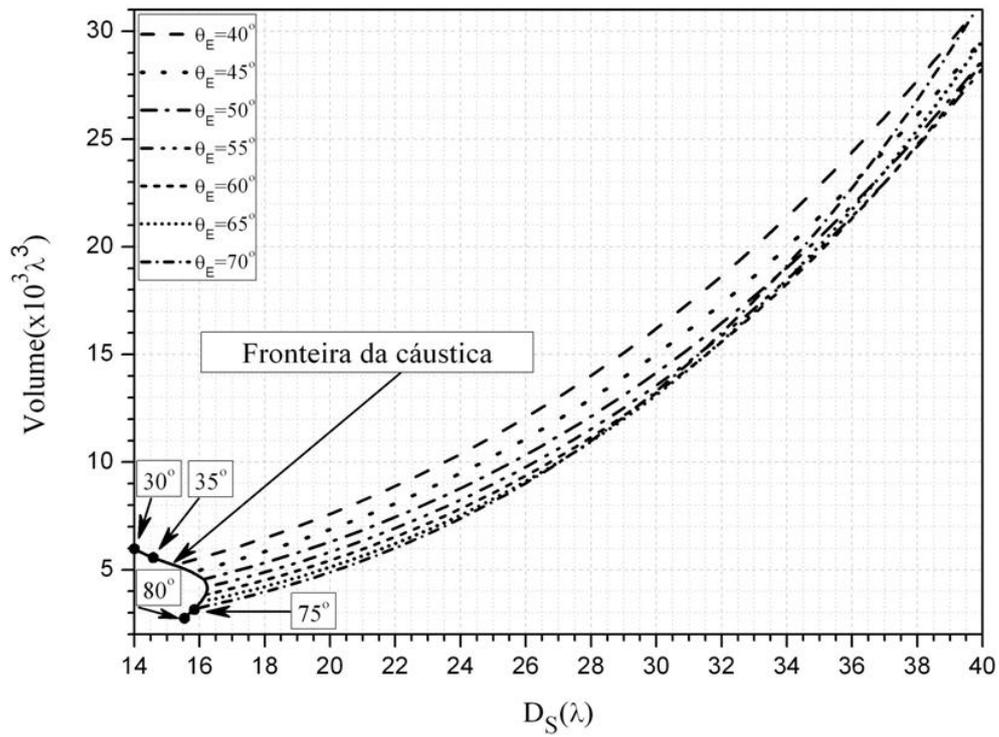


Figura 5.42 – Estudo paramétrico do volume, para a configuração ODRC.

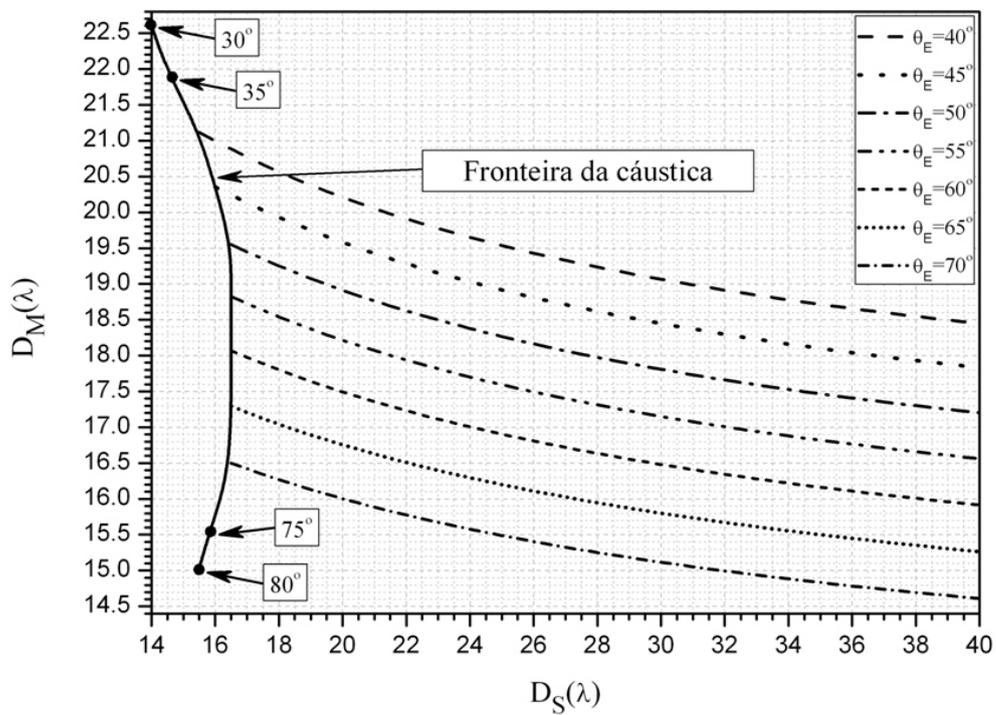


Figura 5.43 – Estudo paramétrico de D_M , para a configuração ODRC.

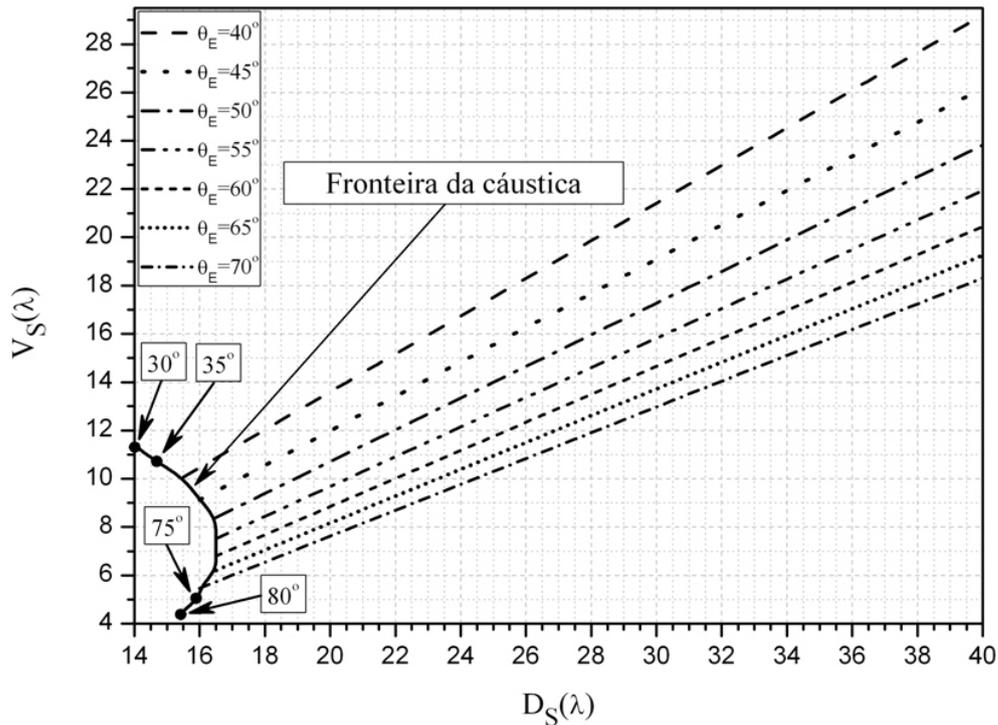


Figura 5.44 – Estudo paramétrico de V_S , para a configuração ODRC.

A Figura 5.45 ilustra o volume ocupado pelas antenas duplo-refletoras da família ilustrada na Figura 5.41, onde o ganho é próximo do máximo. Nota-se que, o volume cresce de forma linear, aproximadamente, à medida que D_S aumenta. Porém, D_S foi truncado em 27λ , pois, apesar do ganho ser maior para valores maiores de D_S , este aumento reflete num volume muito grande, comparado com a configuração ODVC.

A Figura 5.46 ilustra o comportamento para raio do arco de circunferência, R_0 , utilizado como geratriz para o refletor principal, em função de D_S para diferentes valores de θ_E . Observa-se que, R_0 é diretamente e inversamente proporcional à D_S e θ_E , respectivamente. Observa-se, também, que, ao contrário da configuração ODVC, os valores para R_0 , em geral, são bem menores e o refletor principal é sempre côncavo. Isto ocorre, visto que, devido ao tipo de mapeamento, os raios referentes às bordas dos refletores se cruzam sempre entre estes refletores, e, também, devido ao fato de que a superfície cáustica, inerente ao formato circular da geratriz do refletor principal, se formar sempre pelo lado de dentro desta circunferência, logo, não há a possibilidade do refletor principal ser convexo para a configuração ODRC.

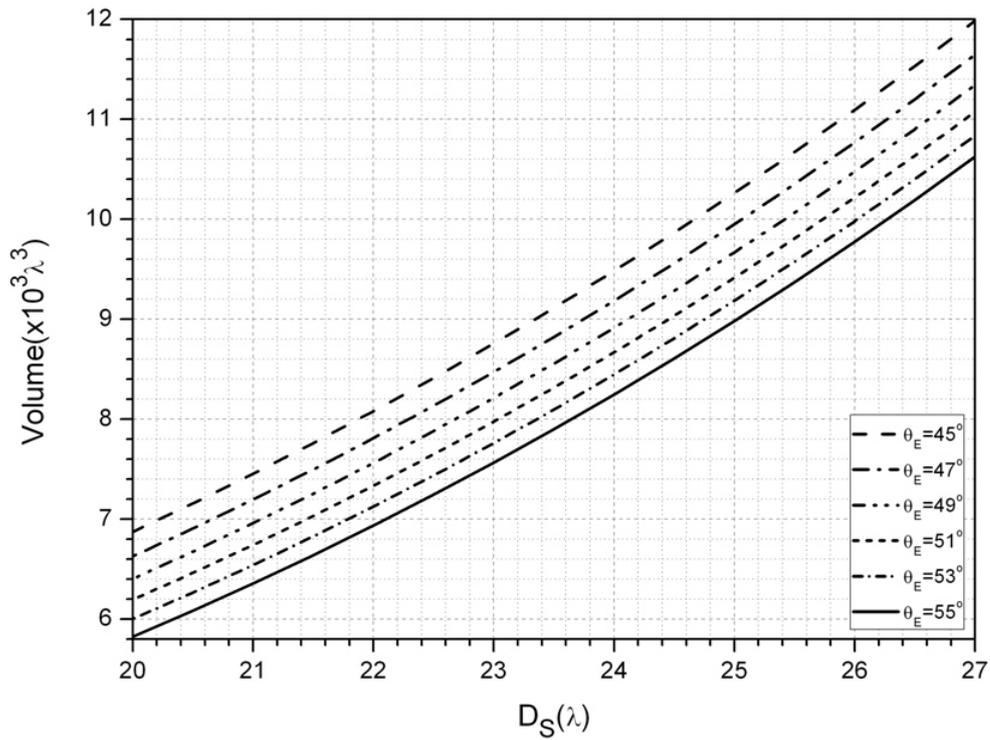


Figura 5.45 – Estudo paramétrico do volume, para a configuração ODRC – Região de ganho máximo.

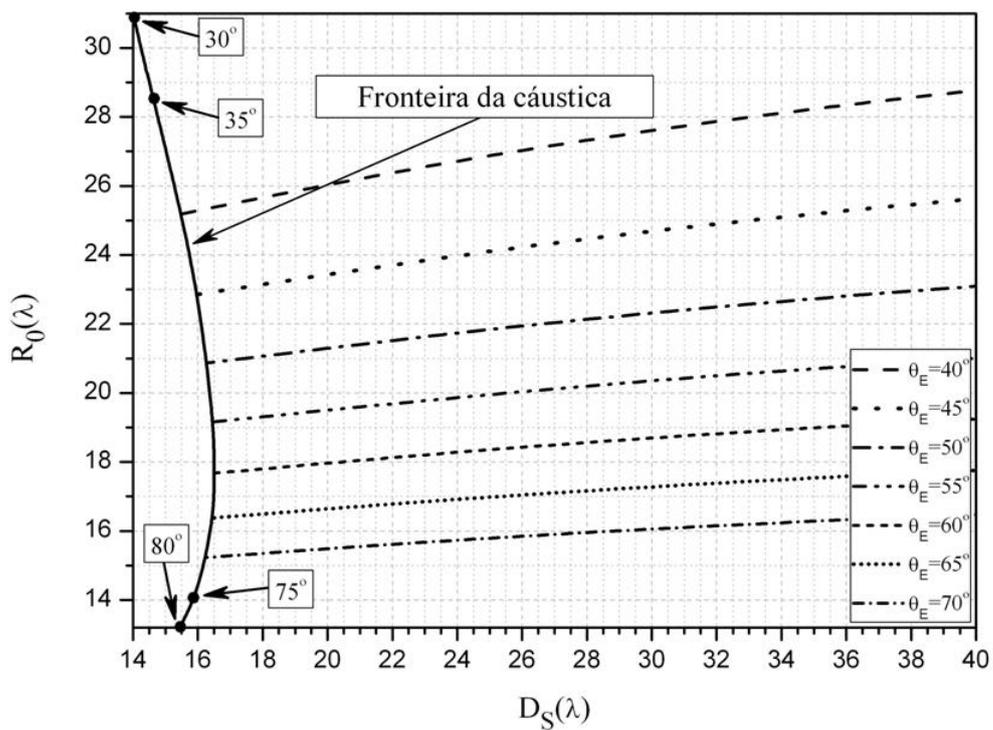


Figura 5.46 – Estudo paramétrico do raio da geratriz do refletor principal, R_0 , para a configuração ODRC.