

4 Método Numérico

O método de volumes finitos (Patankar 1980) foi selecionado neste trabalho para resolver as equações de conservação de massa e quantidade de movimento do Modelo de Dois Fluidos apresentadas no Capítulo 3 (Eqs. 3.9 a 3.12). Este modelo é baseado em dividir o domínio computacional em pequenos volumes de controles, e integrar temporalmente e espacialmente cada equação de transporte em cada volume de controle, estabelecendo uma equação discreta que expresse a mesma lei de conservação em cada um deles.

A metodologia desenvolvida neste trabalho para prever escoamentos em tubulações verticais foi implementada no algoritmo originalmente desenvolvido por Ortega (2004) e aperfeiçoado e validado com sucesso por Carneiro (2006) para escoamento bifásico, isotérmico, em tubulações horizontais e levemente inclinadas.

Conforme sugerido por Patankar (1980), utilizou-se uma malha deslocada para as velocidades, ou seja, as velocidades são armazenadas nas faces do volume de controle, enquanto que as grandezas escalares (frações volumétricas, pressão, massas específicas) são armazenadas nos pontos nodais, como mostrado na Fig. 4.1.

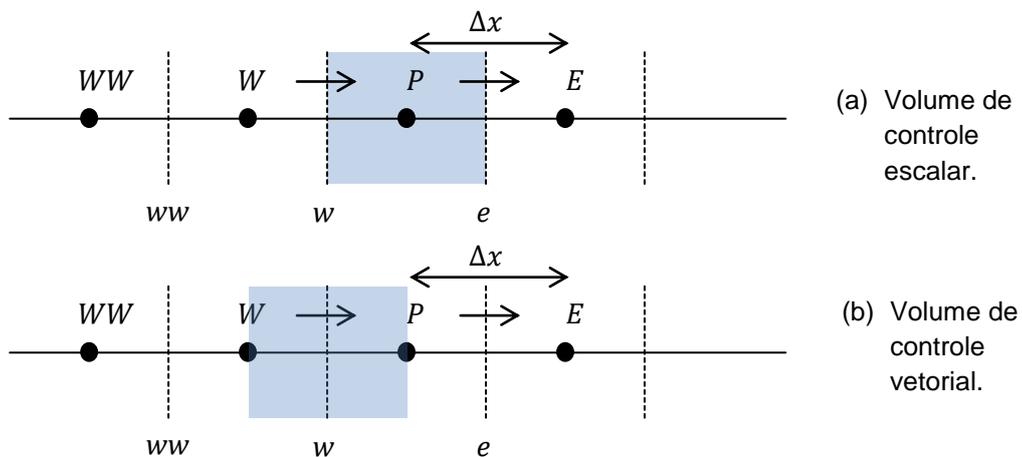


Figura 4.1 – Volumes de controle (a) escalar e (b) vetorial.

Os símbolos P , W e E referem-se aos pontos nodais do volume de controle escalar principal (P), oeste (W , "west") e leste (E , "east"), respectivamente, e às faces dos volumes de controle vetoriais. Já os símbolos w , ww e e , referem-se às faces do volume de controle escalar e seus vizinhos da esquerda e direita, respectivamente, sendo também os centros dos volumes de controle vetoriais (Fig. 4.1b). Neste trabalho o espaçamento do volume de controle foi definido como Δx , tendo sido mantido uniforme.

4.1 Fração Volumétrica

A fração volumétrica do gás é obtida a partir da equação da conservação de massa da fase gasosa. A discretização da equação é obtida pela integração no tempo e no volume de controle da Eq. (3.9) para a fase gasosa. Utilizando o esquema de integração temporal totalmente implícito, e o esquema *upwind* de interpolação para obter a fração volumétrica do gás α_G nas faces do volume de controle, de forma a garantir coeficientes positivos, obtém-se

$$a_P \alpha_{G_P} = a_E \alpha_{G_E} + a_W \alpha_{G_W} + b \quad (4.1)$$

onde os coeficientes são dados por:

$$a_E = \llbracket -\bar{F}_e, 0 \rrbracket \quad ; \quad a_W = \llbracket \bar{F}_w, 0 \rrbracket \quad (4.2)$$

$$a_P^o = A \rho_{G_P}^o \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad ; \quad b = a_P^o \alpha_{G_P}^o \quad (4.3)$$

$$a_P = A \rho_{G_P} \alpha_{G_P} \frac{\Delta x}{\Delta t} + \llbracket \bar{F}_e, 0 \rrbracket + \llbracket -\bar{F}_w, 0 \rrbracket \quad (4.4)$$

Nas Equações (4.2) e (4.4) o símbolo $\llbracket a, b \rrbracket$ denota o máximo entre a e b . $\alpha_{G_P}^o$, $\rho_{G_P}^o$ são referentes a instantes de tempo anterior e \bar{F}_e e \bar{F}_w são definidos como pseudo fluxos convectivos, determinados utilizando aproximação *upwind* para avaliar a massa específica nas faces de acordo com

$$\bar{F}_e = \llbracket 0, A U_{G_e} \rrbracket \rho_{G_P} - \llbracket 0, -A U_{G_e} \rrbracket \rho_{G_E} \quad (4.5)$$

$$\bar{F}_w = \llbracket 0, A U_{G_w} \rrbracket \rho_{G_W} - \llbracket 0, -A U_{G_w} \rrbracket \rho_{G_P} \quad (4.6)$$

A fração volumétrica da fase líquida é determinada a partir da Eq. (3.10), $\alpha_L = 1 - \alpha_G$.

4.2 Velocidades

As equações da conservação de quantidade de movimento (Eq. 3.11 e 3.12) são utilizadas para a obtenção das velocidades das fases. A discretização da equação é feita utilizando o volume de controle vetorial (Fig. 4.1b), e é análoga à discretização realizada para a fração volumétrica de gás. Assim, a equação da velocidade da fase k , assume a seguinte forma:

$$\frac{a_{w,k}}{\gamma} U_{k_w} = a_{e,k} U_{k_e} + a_{ww,k} U_{k_{ww}} + b_k + (1 - \gamma) \frac{a_{w,k}}{\gamma} U_{k_w}^* - \alpha_{k_w} A (P_P - P_W) \quad (4.7)$$

Na Equação (4.7) γ é o fator de subrelaxação. A introdução deste fator provoca uma redução na taxa de variação entre iterações, e é apropriado para a solução de problemas não lineares (Patankar, 1980), como o presente caso. Para ambas as equações de conservação de quantidade de movimento, especificou-se um fator de sub-relaxação $\gamma = 0,7$. Adicionalmente, o termo $U_{k_w}^*$ representa o valor da velocidade da fase na face w na iteração anterior. Os coeficientes da equação de discretização da velocidade da fase k são:

$$a_{e,k} = \llbracket -F_{k,P}, 0 \rrbracket \quad ; \quad a_{ww,k} = \llbracket F_{k,W}, 0 \rrbracket \quad (4.8)$$

$$b = a_w^o U_{k_w}^o + S_{C,k} \Delta x \quad ; \quad a_{w,k}^o = A \tilde{\rho}_{k_w}^o \tilde{\alpha}_{k_w}^o \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (4.9)$$

$$a_{w,k} = a_{w,k}^o + a_{e,k} + a_{ww,k} + S_{P,k} \Delta x \quad (4.10)$$

Na Equação (4.8), F_P e F_W são os fluxos de massa nas faces do volume de controle vetorial (pontos P e W), respectivamente. Uma vez que a velocidade não está disponível nos pontos nodais, um esquema de interpolação se faz necessário. Visando conservar a massa no volume de controle principal e deslocado (vetorial), para a avaliação de F_P e F_W , utiliza-se uma média aritmética dos fluxos nas faces ww , w e e .

$$F_{k,P} = A \rho_{k_P} \alpha_{k_P} C_k U_{k_P} = \frac{F_{w,k} + F_{e,k}}{2} \quad (4.11)$$

$$F_{k,W} = A \rho_{k_W} \alpha_{k_W} C_k U_{k_W} = \frac{F_{ww,k} + F_{k,w}}{2} \quad (4.12)$$

onde

$$F_{k,w} = A \tilde{\rho}_{k_w} \tilde{\alpha}_{k_w} C_k U_{Gk_w} \quad (4.13)$$

$$F_{k,ww} = A\tilde{\rho}_{k,ww}\tilde{\alpha}_{k,ww}C_kU_{k,ww} \quad (4.14)$$

$$F_{k,e} = A\tilde{\rho}_{k,e}\tilde{\alpha}_{k,e}C_kU_{k,e} \quad (4.15)$$

A massa específica e fração volumétrica, $\tilde{\rho}$ e $\tilde{\alpha}$, também são obtidas por média aritmética.

$$\tilde{\rho}_{k,w} = \frac{\rho_{k,w} + \rho_{k,p}}{2} \quad ; \quad \tilde{\rho}_{k,ww} = \frac{\rho_{k,ww} + \rho_{k,w}}{2} \quad ; \quad \tilde{\rho}_{k,e} = \frac{\rho_{k,p} + \rho_{k,e}}{2} \quad (4.16)$$

$$\tilde{\alpha}_{k,w} = \frac{\alpha_{k,w} + \alpha_{k,p}}{2} \quad ; \quad \tilde{\alpha}_{k,ww} = \frac{\alpha_{k,ww} + \alpha_{k,w}}{2} \quad ; \quad \tilde{\alpha}_{k,e} = \frac{\alpha_{k,p} + \alpha_{k,e}}{2} \quad (4.17)$$

No presente trabalho o parâmetro de fluxo de quantidade de movimento C_k foi mantido constante.

Os termos $S_{P,k}$, e $S_{C,k}$ nas Eqs (4.9) e (4.10) representam os termos fontes da equação de conservação de quantidade de movimento correspondente à fase k .

Para a fase gasosa temos:

$$S_{P,G} = b_{parede,G} + b_{interface} \quad (4.18)$$

$$S_{C,G} = b_{grav,G} + b_{h,G} + b_{interface}U_{L,w} \quad (4.19)$$

onde:

$$b_{parede,G} = \frac{1}{2}f_{G,w}\tilde{\rho}_{G,w}|U_{G,w}|S_{G,w} \quad (4.20)$$

$$b_{interface} = \frac{1}{2}f_{i,w}\tilde{\rho}_{G,w}|U_{G,w} - U_{L,w}|S_{i,w} \quad (4.21)$$

$$b_{h,G} = -A\tilde{\rho}_{G,w}\tilde{\alpha}_{G,w}g(h_{L,p} - h_{L,w})\cos\beta \quad (4.22)$$

$$b_{grav,G} = -A\tilde{\rho}_{k,w}\tilde{\alpha}_{k,w}g\sin\beta \quad (4.23)$$

Os termos fontes para a fase líquida são análogos

$$S_{P,L} = b_{parede,L} + b_{interface} \quad (4.24)$$

$$S_{C,L} = b_{salto} + b_{grav,L} + b_{h,L} + b_{interface}U_{G,w} \quad (4.25)$$

onde:

$$b_{parede,L} = \frac{1}{2}f_{L,w}\tilde{\rho}_{L,w}|U_{L,w}|S_{L,w} \quad (4.26)$$

$$b_{h,G} = -A\tilde{\rho}_{G_w}\tilde{\alpha}_{G_w}g(h_{L,P} - h_{L,W})\cos\beta \quad (4.27)$$

$$b_{grav,G} = -A\tilde{\rho}_{k_w}\tilde{\alpha}_{k_w}g\sin\beta \quad (4.28)$$

Note, no entanto, que a parcela $S_{C,L}$ possui um termo de salto de pressão b_{salto} . Como apresentado no Capítulo 3, se o escoamento for horizontal, considera-se que a curvatura relevante encontra-se na direção axial do escoamento. Integrando o termo associado ao salto de pressão, Eq. (3.40), no volume de controle deslocado (volume de controle vetorial Fig. 4.1b),

$$\begin{aligned} \int_W^P -\sigma\alpha_L \frac{\partial^3 h_L}{\partial x^3} Adx &= -\sigma\alpha_{L,W}A \left(\frac{\partial^2 h_L}{\partial x^2} \Big|_P - \frac{\partial^2 h_L}{\partial x^2} \Big|_W \right) = \\ &= -\sigma\alpha_{L,W}A \left[\frac{h_{L,E} + h_{L,W} - 2h_{L,P}}{\Delta x^2} - \frac{h_{L,P} + h_{L,W} - 2h_{L,W}}{\Delta x^2} \right] \end{aligned} \quad (4.29)$$

tem-se

$$b_{salto} = \frac{-\sigma A \alpha_{L,W}}{\Delta x^2} (h_{L,E} + 3h_{L,W} - h_{L,W} - 3h_{L,P}) \quad (4.30)$$

Para escoamento vertical, consideram-se duas curvaturas relevantes, uma na direção axial, análoga à do escoamento horizontal e uma na direção radial do escoamento. Integrando o termo associado ao salto de pressão, Eq. (3.34), no volume de controle tem-se

$$b_{salto} = \int_W^P -\sigma\alpha_L \left[\frac{\partial^3 h_L}{\partial x^3} + \frac{4}{D^2} \frac{\partial h_L}{\alpha_G} \right] Adx \quad (4.31)$$

$$b_{salto} = -\frac{\sigma A \alpha_{L,W}}{\Delta x^2} (h_{L,E} + 3h_{L,W} - h_{L,W} - 3h_{L,P}) - \frac{\sigma \pi \alpha_{L,W}}{\alpha_{G,W} \Delta x} (h_{L,P} - h_{L,W}) \quad (4.32)$$

Os parâmetros geométricos como perímetro molhado e área transversal do escoamento da fase k , devem ser avaliados utilizando as equações geométricas apresentadas no Capítulo 3, correspondentes a cada tipo de escoamento, isto é, para escoamento horizontal, padrão estratificado e para escoamento vertical, padrão anular.

No caso de escoamento estratificado, a altura de líquido h_L é obtida pela Eq. (3.37) utilizando o método das secantes (Press, 1992) Para escoamento anular, a altura de líquido h_L pode ser determinada diretamente da Eq. (3.42).

Os fatores de atrito também devem ser especificados conforme indicado no Capítulo 3, para cada tipo de escoamento.

4.3 Pressão

A equação da pressão é obtida a partir da equação de conservação de massa total, a qual é determinada com a soma das equações de conservação das fases gasosa e líquida, normalizadas pelas massas específicas de referência de cada fase, como mostrado a seguir.

$$\frac{\partial(\alpha_L)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_L U_L)}{\partial x} + \frac{1}{\rho_{Gref}} \left(\frac{\partial(\alpha_G \rho_G)}{\partial t} + \frac{\partial(\alpha_G \rho_G U_G)}{\partial x} \right) = 0 \quad (4.33)$$

A normalização é necessária para evitar que a fase líquida domine a equação, podendo resultar em problemas de convergência (Issa e Kempf, 2003; Bonizzi, 2003; Carneiro, 2006).

A discretização da Eq. (4.33) é análoga à discretização da fração volumétrica de gás, utilizando aproximação *upwind* para a interpolação das frações volumétricas e da massa específica das fases nas faces. A sua integração no volume de controle resulta em:

$$A(\alpha_{Lp} - \alpha_{Lp}^o) \frac{\Delta x}{\Delta t} + A\hat{\alpha}_{Le} U_{Le} - A\hat{\alpha}_{Lw} U_{Lw} + \frac{1}{\rho_{Gref}} \left[A(\rho_{Gp} \alpha_{Gp} - \rho_{Gp}^o \alpha_{Gp}^o) \frac{\Delta x}{\Delta t} + A\hat{\rho}_{Ge} \hat{\alpha}_{Ge} U_{Ge} - A\hat{\rho}_{Gw} \hat{\alpha}_{Gw} U_{Gw} \right] = 0 \quad (4.34)$$

onde a massa específica do gás e as frações volumétricas devem ser avaliadas com a aproximação *upwind*, de acordo com

$$\hat{\rho}_{Gw} = \llbracket \text{Sinal}(U_{Gw}), 0 \rrbracket \rho_{Gw} + \llbracket -\text{Sinal}(U_{Gw}), 0 \rrbracket \rho_{Gp} \quad (4.35)$$

$$\hat{\rho}_{Ge} = \llbracket \text{Sinal}(U_{Ge}), 0 \rrbracket \rho_{Gp} + \llbracket -\text{Sinal}(U_{Ge}), 0 \rrbracket \rho_{Ge} \quad (4.36)$$

$$\hat{\alpha}_{Gw} = \llbracket \text{Sinal}(U_{Gw}), 0 \rrbracket \alpha_{Gw} + \llbracket -\text{Sinal}(U_{Gw}), 0 \rrbracket \alpha_{Gp} \quad (4.37)$$

$$\hat{\alpha}_{Ge} = \llbracket \text{Sinal}(U_{Ge}), 0 \rrbracket \alpha_{Gp} + \llbracket -\text{Sinal}(U_{Ge}), 0 \rrbracket \alpha_{Ge} \quad (4.38)$$

A dependência com a pressão é incorporada ao avaliar as velocidades das fases nas faces a partir das equações de quantidade de movimento discretizadas, as quais podem ser reescritas da seguinte maneira:

$$U_{kw} = \bar{U}_{kw} - \frac{\tilde{\alpha}_{kw} A}{\alpha_{k,w} + \gamma} (P_p - P_w) \quad ; \quad U_{ke} = \bar{U}_{ke} - \frac{\tilde{\alpha}_{ke} A}{\alpha_{k,w} + \gamma} (P_e - P_p) \quad (4.39)$$

onde, as pseudo velocidades \bar{U}_k são:

$$\bar{U}_{k_w} = \frac{a_{k,e}U_{ke} + a_{k,ww}U_{kww} + b_k + (1-\gamma)(a_{k,w}/\gamma)U_{k_w}^*}{a_{k,w}/\gamma} \quad (4.40)$$

$$\bar{U}_{k_e} = \frac{a_{k,e^+}U_{ke^+} + a_{k,ww^+}U_{kww^+} + b_k + (1-\gamma)(a_{k,w^+}/\gamma)U_{k_e}^*}{a_{k,w^+}/\gamma} \quad (4.41)$$

Nas Eqs. (4.39) e (4.41) o sobrescrito “+” indica que a equação de discretização de quantidade de movimento linear para a fase k deve ser avaliada no volume de controle adjacente ao volume vetorial de interesse correspondente à velocidade w , isto é, a equação para o componente localizado na face e .

A massa específica do gás, no ponto nodal depende da pressão através da equação de gases ideais.

$$\rho_G = \frac{P_P}{RT} = \rho_{G_{ref}} \frac{P_P}{P_{ref}} \quad (4.42)$$

Sendo assim, a equação de discretização da pressão assume a seguinte forma:

$$a_P P_P = a_E P_E + a_W P_W + b \quad (4.43)$$

Os coeficientes são determinados pelas expressões abaixo.

$$a_E = \frac{A^2 \hat{\rho}_{G_e} \hat{\alpha}_{G_e} \tilde{\alpha}_{L_e}}{(a_{G,e}/\gamma) \rho_{G_{ref}}} + \frac{A^2 \hat{\alpha}_{L_e} \tilde{\alpha}_{L_e}}{(a_{L,e}/\gamma)} \quad (4.44)$$

$$a_W = \frac{A^2 \hat{\rho}_{G_w} \hat{\alpha}_{G_w} \tilde{\alpha}_{L_w}}{(a_{G,w}/\gamma) \rho_{G_{ref}}} + \frac{A^2 \hat{\alpha}_{L_w} \tilde{\alpha}_{L_w}}{(a_{L,w}/\gamma)} \quad (4.45)$$

$$a_P = \frac{\alpha_{G_P} A \Delta x}{P_{ref} \Delta t} + a_E + a_W \quad (4.46)$$

$$b_P = \left[\alpha_{G_P} - \alpha_{G_P}^o + \left(\frac{\rho_{G_P}^o}{\rho_{G_{ref}}} \alpha_{G_P}^o \right) \right] \frac{A \Delta x}{\Delta t} + \left(A \frac{\hat{\rho}_{G_w}}{\rho_{G_{ref}}} \hat{\alpha}_{G_w} \bar{U}_{G_w} - A \frac{\hat{\rho}_{G_e}}{\rho_{G_{ref}}} \hat{\alpha}_{G_e} \bar{U}_{G_e} \right) + (A \hat{\alpha}_{L_w} \bar{U}_{L_w} - A \hat{\alpha}_{L_e} \bar{U}_{L_e}) \quad (4.47)$$

4.4 Volumes de Controle das Fronteiras

Na entrada (Fig. 4.2a), assim como na saída do domínio computacional (Fig.4.2b), utiliza-se meio volume de controle. Nestes casos, equações adicionais para a fração volumétrica e para ambas as velocidades devem ser derivadas. Para determinar estas variáveis, é feita uma extrapolação linear

utilizando-se os dois primeiros vizinhos internos. Por exemplo, para a fronteira de saída.

$$\frac{U_{N+1}-U_N}{\Delta x/2} = \frac{U_N-U_{N-1}}{\Delta x} \quad \therefore \quad U_{N+1} = \frac{3U_N-U_{N-1}}{2} \quad (4.48)$$

$$\frac{\alpha_N-\alpha_{N-1}}{\Delta x} = \frac{\alpha_{N-1}-\alpha_{N-2}}{\Delta x} \quad \therefore \quad \alpha_N = 2\alpha_{N-1} - \alpha_{N-2} \quad (4.49)$$

Quando necessário, a pressão é obtida a partir da equação de conservação (Eq. 4.43) aplicada ao meio volume de controle.

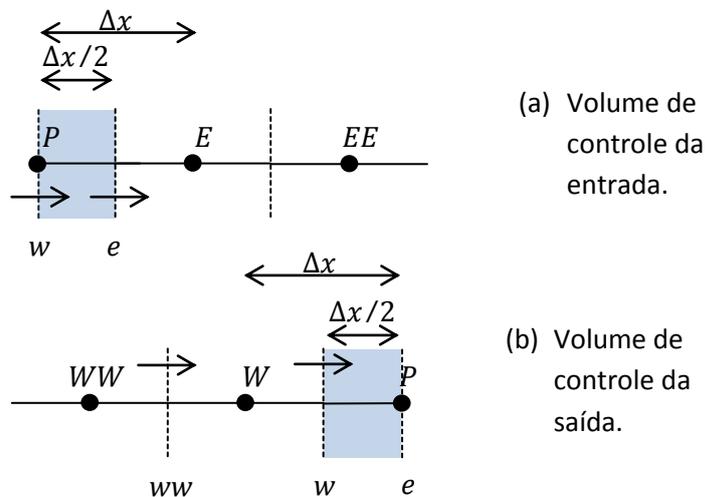


Figura 4.2 – Volumes de controle (a) entrada e (b) saída.

4.5 Malha computacional e Critérios para o Passo de Tempo

A definição do espaçamento de malha Δx utilizado no processo de discretização deve ser realizada de forma a fornecer resultados com a precisão desejada. O esquema *upwind* de interpolação utilizado aqui pode introduzir uma alta difusão numérica ao sistema, sendo necessárias, portanto, malhas consideravelmente refinadas para atingir a acurácia desejada. Testes de malha devem ser realizados de forma a garantir independência da solução na malha, o que só é conseguido se o sistema de equações for bem posto.

O passo de tempo Δt é um parâmetro importante na solução do escoamento bifásico. Este parâmetro deve ser pequeno o suficiente para capturar as ondas e instabilidades que geram a golfada. O passo de tempo Δt está ligado ao espaçamento da malha pela condição de Courant-Friedrichs-Levy

(ou simplesmente número de Courant), sendo o número de Courant (C) definido como

$$C = \max(|U|) \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (4.50)$$

onde $\max(|U|)$ representa a velocidade máxima em todo o domínio considerando as duas fases.

O número de Courant pode ser interpretado como uma medida de quantos volumes de controle uma partícula de fluido consegue avançar em um passo de tempo. Sendo assim, o valor unitário de C implica no ajuste do Δt para que uma partícula avance, no máximo, um volume de controle por passo de tempo. Deve-se também observar que a definição do passo de tempo depende do valor de Δx , e será tão menor quanto mais densa for a malha. Deste modo, a densidade da malha e o número de Courant requerido devem ser definidos em conjunto, levando em conta as características físicas do problema e as limitações computacionais (tempo de execução, capacidade de memória disponível, entre outros aspectos).

Sendo o escoamento de interesse neste trabalho, intermitente, visando a obtenção de alta precisão temporal, limitou-se o número do Courant (C) entre 0,01 e 0,5.

4.6 Critério de Convergência

A convergência do sistema de equações algébricas resultante da discretização é procurada a cada passo de tempo, onde a solução é considerada convergida quando o critério do resíduo máximo de todas as equações for inferior a uma tolerância (tol) especificada.

$$Res_{max} \leq tol \quad (4.51)$$

O resíduo de máximo de cada equação é obtido de acordo com a seguinte expressão.

$$Res_{max} = \max(|a_P \varphi_P - a_E \varphi_E - a_W \varphi_W - b|) \quad (4.52)$$

Na equação acima, Res_{max} é o resíduo máximo obtido em todo o domínio, φ é a grandeza dependente de interesse e a_P , a_E , a_W e b são os coeficientes da

equação de discretização de φ , sendo φ as velocidades U_L e U_G , fração de vazio α_G e pressão P . No presente trabalho foi utilizada uma tolerância de 10^{-4} .

4.7 Procedimento de Execução

Nas equações governantes discretizadas, o nó principal depende apenas dos nós adjacentes, formando matrizes tri-diagonais de solução para cada equação. Estas matrizes são resolvidas diretamente pelo algoritmo TDMA (Patankar, 1980).

Como as equações governantes do presente modelo são não lineares e acopladas, é necessário o uso de um processo iterativo de solução para o sistema de equações. Uma adaptação do algoritmo PRIME (Maliska, 1981) foi adotada neste trabalho, e sua escolha se deve a recomendação de Ortega e Niecele (2005). O fluxograma deste algoritmo se encontra na Fig. 4.3 e sua sequência pode ser descrita com os seguintes itens:

1. Definição das condições iniciais do problema (inicialização das velocidades, pressão e frações volumétricas).
2. Utilização da solução do passo de tempo anterior como estimativa inicial para o passo de tempo atual.
3. Determinação das velocidades das fases, através da solução das equações de quantidade de movimento para o líquido e gás, utilizando o campo de pressões estimado, Eq. (4.7).
4. Determinação da pressão através da solução da equação de conservação de massa global (Eq. 4.43).
5. As velocidades são corrigidas explicitamente mediante a Eq. (4.39).
6. Solução da equação de conservação de massa da fase gasosa para obter a fração volumétrica de gás.
7. Verificar os resíduos de todas as equações. Se todos estes forem inferiores ao critério de tolerância pré-determinado, voltar ao passo 2. Caso contrário, retornar ao passo 3 e repetir o procedimento até obter convergência.

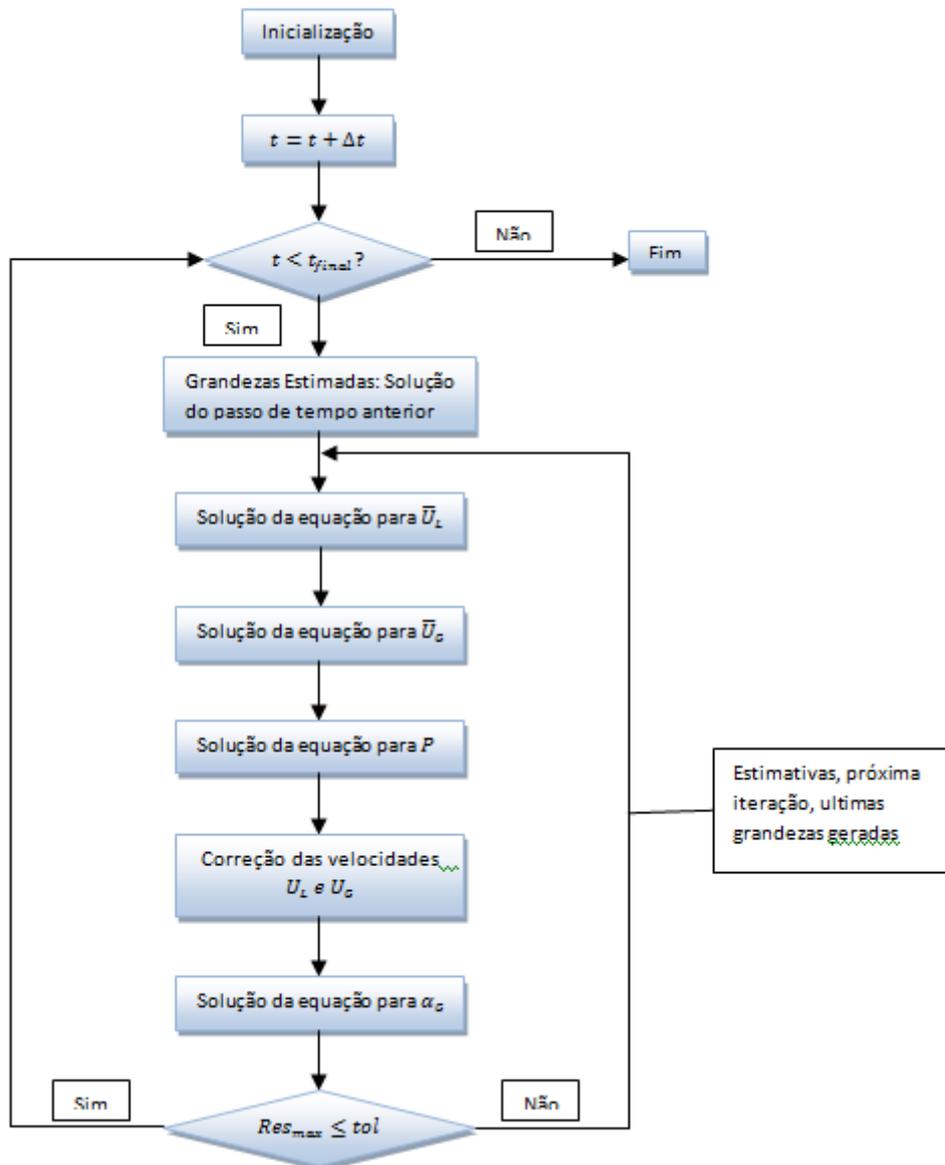


Figura 4.3 – Fluxograma esquemático da execução.

4.8 Formação da Golfada

A formação de golfadas é caracterizada pela presença de somente a fase líquida (ausência da fase gasosa). Porém, na ausência de uma das fases, a equação de conservação de quantidade de movimento da fase ausente se torna singular, uma vez que este parâmetro multiplica ambos os lados da equação. Deste modo, é necessário ter meios de suprimir estas equações quando suas respectivas frações volumétricas estiverem próximas a um limite pré-estabelecido.

Ao suprimir as equações na condição de golfada, o tratamento dado à

velocidade é atribuir à fase ausente velocidade nula. Para a determinação da condição limítrofe de formação de golfada, utilizou-se a média harmônica da fração volumétrica de gás na face, conforme utilizado no trabalho de Carneiro (2006).

$$\bar{\alpha}_{G_w} = \frac{2\alpha_{G_w}\alpha_{G_p}}{(\alpha_{G_w} + \alpha_{G_p})} \quad (4.53)$$

Deste modo, quando $\bar{\alpha}_{G_w}$ for menor que $\alpha_{G_{critico}}$, que é o valor da fração de gás considerado como limítrofe para surgimento da golfada, as equações são suprimidas e os procedimentos acima descritos são realizados. O valor de $\alpha_{G_{critico}}$ utilizado neste trabalho é 0,02, que foi recomendado por Ortega (2004) e Carneiro (2006). Em complemento, devem ser suprimidos os termos da velocidade da fase gasosa na equação da pressão (Eq. 4.43) quando $U_G = 0$.

4.9 Cálculos dos Parâmetros Médios das Golfadas

Os cálculos médios dos parâmetros das golfadas foram feitos depois de atingir o regime estatisticamente permanente. Para determinar se este regime foi alcançado, a fração volumétrica bem como os parâmetros das golfadas são monitorados ao longo do tempo em diferentes coordenadas axiais. Somente após a observação de que este regime foi obtido, as grandezas de interesse são armazenadas para a determinação das médias de interesses.

Os parâmetros das golfadas como comprimento, velocidade da frente e da cauda e a frequência são medidas numericamente em algumas posições fixas ao longo da tubulação. Para cada posição foram calculadas médias dos resultados obtidos para estes parâmetros.

A velocidade da frente da golfada é medida monitorando-se o intervalo de tempo levado pela frente para percorrer uma determinada distância entre dois pontos pré-definidos (x_1 e x_2). O espaçamento entre os pontos foi tomado como três vezes o diâmetro (3D). Fez-se também uma análise de sensibilidade, variando esta distância para 6D e 9D, e não se observou nenhuma diferença. Assim quando a variável $\bar{\alpha}_{G_w}(x_1) < 0,02$, considera-se que a frente da golfada atingiu a posição x_1 , e um contador de intervalos de tempo é acionado. A contagem continua até que na segunda coordenada, $\bar{\alpha}_{G_w}(x_2) < 0,02$, isto é, quando a frente da golfada atinge x_2 , como mostrado na Figura 4.4. Assim, a velocidade de translação da frente da golfada, pode ser estimada como:

$$U_{s,n} = \frac{x_2 - x_1}{\sum_{1 \rightarrow 2} \Delta t_t} \quad (4.54)$$

A velocidade da cauda de golfada é medida de forma análoga, medindo-se o intervalo de tempo levado pela cauda para percorrer a mesma distância (x_1 e x_2). Assim, quando a variável $\bar{\alpha}_{G_w}(x_1) > 0,02$, a cauda atinge a posição x_1 , e outro contador de intervalos de tempo é acionado, a contagem continua até $\bar{\alpha}_{G_w}(x_2) > 0,02$, quando a cauda da golfada atinge a posição x_2 , como mostrado na Fig.4.4b. Assim a velocidade da cauda (ou velocidade de translação da bolha) pode ser determinada da seguinte maneira:

$$U_{b,n} = \frac{x_2 - x_1}{\sum_{1 \rightarrow 2} \Delta t_b} \quad (4.55)$$

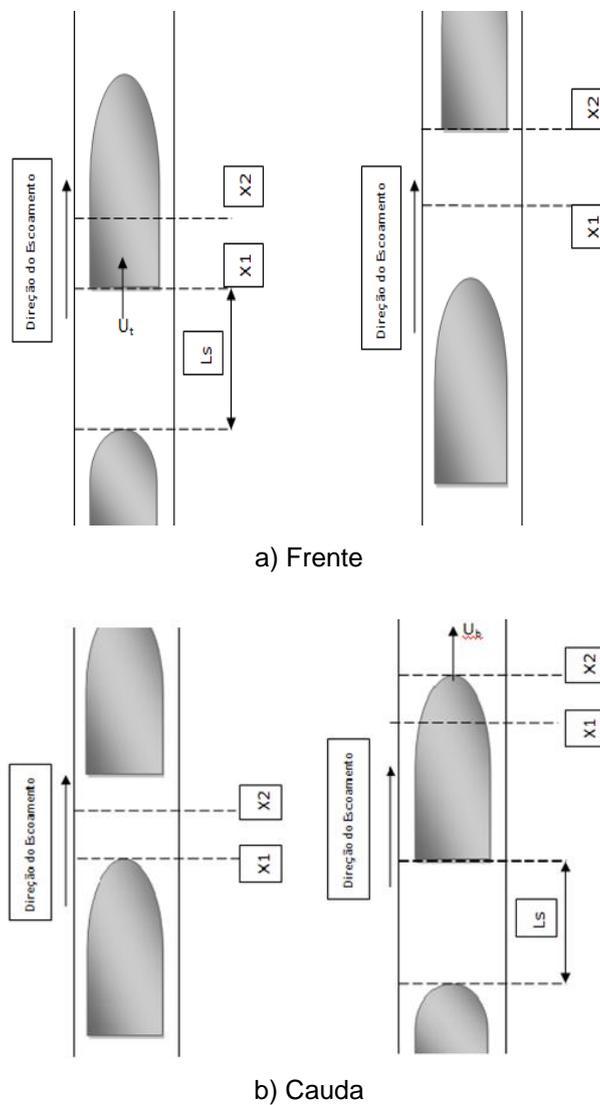


Figura 4.4 – Ilustrações das medições das velocidades e comprimento.

a) Frente da golfada e b) Cauda da golfada (ou bolha)

Para calcular o comprimento de cada golfada passando pela posição x_2 , a variável $\bar{\alpha}_{G_w}$ é continuamente monitorada, de forma a identificar os instantes em que a frente e a cauda da golfada atingem esta posição. $\bar{\alpha}_{G_w}(x_2) < 0,02$, detecta-se a chegada da frente da golfada. Um novo contador de intervalos de tempo é iniciado, até que $\bar{\alpha}_{G_w}(x_2)$ atinja novamente valores maiores do que 0,02, marcando o momento de chegada da cauda da golfada a x_2 . Com a velocidade de translação anteriormente determinada, Eq. (4.54) e assumindo que a mesma é constante, pode-se calcular o comprimento da golfada passando por x_2 através de:

$$L_{S,n} = U_{S,n} \sum_{f \rightarrow c} \Delta t_t \quad (4.56)$$

onde f e c significam “frente”, e “cauda” da golfada, respectivamente.

A frequência das golfadas (v_S) é definida como o número de golfadas que passam numa determinada posição (x_0) por intervalo de tempo. Este parâmetro é calculado a partir dos valores de *hold-up* de líquido medidos em função do tempo durante todo o intervalo de simulação. Desta forma, cada valor discreto de frequência pode ser definido como o inverso do intervalo que decorre entre a passagem de duas frentes consecutivas de golfadas por x_0 . Portanto, pode-se escrever:

$$v_{S,n} = \frac{1}{\Delta t_n} \quad (4.57)$$

Para calcular os valores médios de cada um dos parâmetros da golfadas (velocidades da frente e cauda, comprimento e frequência), uma média aritmética é realizada de acordo com as seguintes expressões:

$$\langle U_S \rangle = \frac{\sum_{n=1}^N U_{S,n}}{N}, \quad \langle U_b \rangle = \frac{\sum_{n=1}^N U_{b,n}}{N} \quad (4.58)$$

$$\langle L_S \rangle = \frac{\sum_{n=1}^N L_{S,n}}{N}, \quad \langle v_S \rangle = \frac{\sum_{n=1}^N v_{S,n}}{N} \quad (4.59)$$

onde N é o número de medidas realizadas.