

# 1

## Introdução

O uso de *scanners* 3D, ultra-sons 3D e geradores de imagens médicas possibilitam o mapeamento de objetos reais em estruturas geométricas manipuláveis por computador (7). Eles capturam formas a serem digitalizadas e retornam superfícies sob a forma de malhas, em muitos casos triangulares. A Figura 1.1 (36) apresenta um objeto real e um modelo computacional obtido a partir dele através da digitalização usando *scanner* 3D (11).

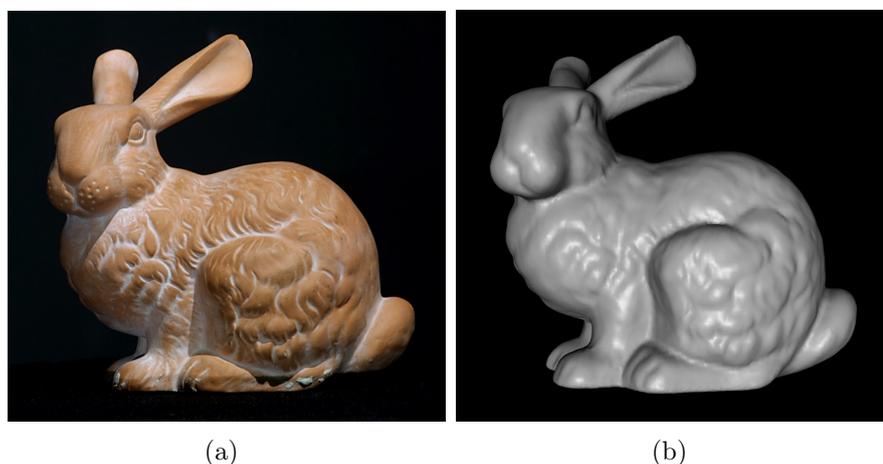


Figura 1.1: Exemplo de modelo obtido pela digitalização de um objeto real. Em (a) o objeto original e em (b) o modelo computacional obtido com o uso de *scanner*.

Malhas obtidas em alta resolução são descritas por uma grande quantidade de dados. Com um número muito grande de dados tornam-se ineficientes os algoritmos que manipulam as malhas. A situação fica mais crítica em sistemas que possuem visualização, podendo perder a capacidade de renderização em tempo real (11).

Os algoritmos de simplificação de malhas têm como objetivo diminuir a quantidade dos dados que descrevem malhas, preservando suas estruturas geométricas e viabilizando seu uso em sistemas computacionais de baixo desempenho ou de tempo real.

Difusão Geométrica, em sua versão contínua, é uma combinação de técnicas de equações diferenciais parciais de evolução e geometria diferencial. Em sua versão discreta, além da utilização dessas duas áreas de pesquisa, são associadas técnicas de álgebra linear computacional. É possível utilizá-la para interpretar as malhas como sinais e decompô-las em frequências fundamentais. Com esta decomposição pode-se interpretar níveis de importância para regiões da malha, assim como é feito em um sinal digital trabalhado por métodos espectrais (40, 38).

A Difusão Geométrica Markoviana utiliza-se de uma matriz de transição de probabilidades que corresponde a uma cadeia de Markov geométrica e que associada a um método de simplificação de malhas ressalta feições das malhas enquanto elas são simplificadas.

Utilizando métricas para atribuição de representatividade às primitivas da malha é possível escolher regiões que podem ser eliminadas sem que o modelo perca sua forma característica. Este trabalho propõe um método, baseado em difusão geométrica markoviana, aplicados à malhas para o mapeamento de representatividade que existem nas regiões que as compõem. Regiões consideradas pouco importantes são simplificadas (38, 41).

## 1.1

### Trabalhos Correlatos

Schroeder et al. (33) propõem um método de decimação de vértices. O critério de avaliação deste método é baseado na distância que existe entre as coordenadas do vértice trabalhado e o plano médio que se aproxima dos triângulos que o contêm. Quanto menor esta distância, mais parecida com um plano é a sua vizinhança, e menor é o erro associado. Um limite é especificado para a escolha dos vértices que serão removidos, que utiliza a distância para o respectivo plano médio.

Uma variação da decimação também é proposta por Ciampalini et al. (5). Nela é calculada a distância entre um vértice candidato a remoção e a malha obtida, caso ele seja removido. Essa distância é utilizada como critério de avaliação para importância dos pontos. Ao longo do processo, os erros dos vértices são acumulados, disponibilizando uma medida de erro global.

Garland et al. (13) propõem o uso de métrica de quádras para realizar a contração de pares de vértices. Erros associados a estas contrações são calculados em função de matrizes construídas a partir dos vértices abordados.

Estas matrizes são responsáveis por definir uma nova posição que será assumida pelos dois vértices (a contração leva dois vértices em um).

Já Luiz Velho (42) propôs um método de troca de arestas para facilitar a simplificação de regiões. Ele usa a métrica das quádras na avaliação do custo da remoção de cada um dos vértices e no controle de erro. Iterativamente, trocas de arestas são feitas para gerar pontos contidos por quatro triângulos. Nesta etapa, o vértice central é removido e dois novos triângulos são obtidos.

Gabriel Taubin (40), em um trabalho pioneiro para métodos espectrais, utiliza o laplaciano discreto aplicado em malhas, processando-as como um sinal. Aplicando a transformada de *Fourier*, ele propõe a suavização através de filtros que manipulam espectros de sinais. Destaca o uso desta suavização em algoritmos que subdividem malhas, os quais adicionam novos elementos a elas. O método tenta melhorar a distribuição dos novos pontos criados em função das curvaturas existentes nas regiões da malha.

Olga Sorkine (35) construiu, a partir da definição do laplaciano, uma maneira de usar espectros para comprimir e aplicar filtros em malhas. Seu trabalho se torna relevante por propor a associação de autovalores com malhas, dando-lhes um tratamento de sinal. O destaque pode ser dado às operações aplicadas nas malhas através dos espectros do laplaciano construído.

Jiam Sun et al. (38) definem o HKS - *Heat Kernel Signature* - que usa o espectro para criar assinaturas para conjuntos de pontos da malha. Utiliza a diagonal da matriz de transição de probabilidades gerada como termo descritor de regiões. Cada valor da diagonal contém toda a informação do respectivo ponto associado.

Amir Vaxman et al. (41) utilizam o espectro de malhas para estudar multiescala. Usa-se aqui uma estratégia baseada na exponencial de matrizes juntamente com o método de *multigrid*. O método apresentado tem enormes dificuldades computacionais em virtude da complexidade computacional exigida para o cálculo do exponencial de matrizes grandes.

## 1.2 Contribuição

Neste trabalho é proposta uma perspectiva markoviana para a simplificação de malhas. Com o que chamamos Difusão Geométrica Markoviana, é possível tratar os vértices da malha como estados de transição de uma cadeia de Markov (20, 30). Essa representação permite escolher elementos usando comparações com relação à representatividade global que os vértices possuem, que são dadas pelas probabilidades adquiridas pelo modelo de Markov.

O método proposto é inovador pois oferece, explicitamente, os valores das probabilidades associadas aos vértices. Além disso, é utilizada uma heurística para a escolha dos vértices a serem removidos, que depende de um modelo global de escolha, que relaciona todas as probabilidades envolvidas, atribuindo a cada uma delas uma classe de representatividade.

### 1.3

#### **Organização do Trabalho**

O desenvolvimento dos capítulos presentes nesta dissertação envolve o agrupamento de conteúdos comuns entre si e que são relevantes para o entendimento do método proposto. A divisão foi feita da seguinte forma:

- **Capítulo 1:** Apresentação do trabalho, dando uma visão geral sobre simplificação de malhas e da importância da perspectiva markoviana proposta.
- **Capítulo 2:** Nesse capítulo são apresentados os conceitos básicos de topologia simplicial como aplicados às malhas. Aqui são também introduzidas várias definições necessárias ao controle da qualidade de malhas.
- **Capítulo 3:** Aborda o embasamento teórico para o uso cadeias de Markov geométricas e sua característica probabilística para aplicação em malhas.
- **Capítulo 4:** Neste capítulo damos uma interpretação geométrica local para difusão geométrica markoviana e propomos um novo método de simplificação de malhas que preserva suas feições.
- **Capítulo 5:** Exibe os resultados obtidos pela execução do método. Mostra também o desempenho, em termos de tempo, para diversas malhas de tamanhos variados.
- **Capítulo 6:** Conclui os resultados obtidos e sugere possíveis melhorias e evoluções para o método.