# Modelo Proposto para Transformador com *Tap* Variável e Impacto em Estudos de Estabilidade de Tensão

A representação de equipamentos elétricos através de simples combinações de resistências e reatâncias há muito tempo vem sendo utilizada [4]. Obviamente, porém, um equipamento elétrico não é um circuito elétrico. Este representa uma aproximação do comportamento elétrico, magnético e até mecânico (no caso de máquina girante) do equipamento.

Determinado modelo de equipamento elétrico não é necessariamente o único ou o mais conveniente modo de representá-lo em todas as situações, devendo ser escolhido o método que melhor atende ao problema analisado [7]. Entretanto, a maior ou menor familiaridade com um ou mais modelos é um fator determinante nessa escolha. Essa é uma explicação para a demora em se utilizar excelentes técnicas, como foi o caso do método das componentes simétricas no início do século passado [7].

Para os estudos de estabilidade de tensão realizados neste trabalho, o modelo proposto para transformador com *tap* variável, que será desenvolvido a seguir, apresenta resultados qualitativamente corretos, comparados ao modelo usual, não tendo a pretensão de ser o modelo mais indicado para todos os problemas de sistemas elétricos de potência.

#### 4.1

#### Modelo Proposto

Na Figura 4.1, apresenta-se o modelo físico de um transformador com *tap* variável, onde são representadas as impedâncias de cada enrolamento do transformador em ohms. Foi desprezada, ainda, a impedância *shunt*, devido ao seu elevado valor comparado às impedâncias série, conforme [21] a [32].



Figura 4.1: Modelo Físico de Transformador com Tap Variável

Conforme apresentado em [21] a [25], [27] a [29], [32] e detalhado no Apêndice III, as impedâncias  $\dot{Z}_k(\Omega)$  e  $\dot{Z}_m(\Omega)$  guardam relação quadrática de transformação. Porém, como as impedâncias base dos lados k e m também apresentam relação quadrática, as impedâncias em p.u. nos lados k e m são iguais, ou seja,  $\dot{Z}_k(p.u.) = \dot{Z}_m(p.u.)$ , como detalhado no Apêndice III. Assim, passando o circuito da Figura 4.1 para p.u., tem-se o modelo da Figura 4.2, onde as impedâncias de cada lado são iguais. Esse circuito e, consequentemente, o modelo que será proposto a seguir, também é válido para autotransformador, conforme apresentado no Apêndice IV.



Figura 4.2: Modelo Físico de Transformador com *Tap* Variável em p.u com  $\dot{Z}_k(p.u.) = \dot{Z}_m(p.u.)$ 

No modelo usual, apresentado da Figura 3.4, tem-se uma impedância constante  $\dot{Z}$ , referida ao lado *m*, relativa à situação de *tap* nominal. Comparando-se com a Figura 4.2, observa-se que no modelo usual é representada a impedância total do transformador, onde a impedância do lado *k* é refletida para o lado *m* (utilizando-se a relação de transformação nominal, com a=1). Assim:

$$\dot{Z} = 2\dot{Z}_k(p.u) = 2\dot{Z}_m(p.u) \tag{4.1}$$

Esse procedimento só é adequado quando, de fato, a relação de transformação é a nominal. Se a relação de transformação não é a nominal (a≠1),

a impedância do lado k deveria ser refletida para o lado m utilizando-se a relação 1:a. Assim, a impedância total, referente a determinado lado do transformador, deve variar quando o *tap* modifica, devido à reflexão da impedância de um dos lados.

No modelo proposto representa-se o transformador com *tap* variável por meio de seu modelo físico, conforme Figura 4.2, onde é sempre considerada a relação real de transformação. Considerando-se (4.1) e que o valor de  $\dot{Z}$  é o dado disponível (obtido por meio do teste de curto-circuito com *tap* nominal), tem-se o modelo apresentado na Figura 4.3. No Apêndice III, também é demonstrado o circuito da Figura 4.3, mostrando que o valor da impedância em cada lado do transformador é  $\frac{\dot{Z}}{2}$ , partindo-se do modelo usual de transformador com *tap* variável.



Figura 4.3: Modelo Proposto para Transformador com Tap Variável

Na Figura 4.4, observa-se que se a impedância do lado k for refletida para o lado m, considerando-se a relação 1:a, a impedância total variará quando o *tap* é modificado, ao contrário do que ocorre com o modelo usual, apresentado na Figura 3.4. Observa-se, ainda, que a impedância total no lado m será igual à  $\dot{Z}$  somente quando a relação de transformação for a nominal (a=1) e, nesse caso, o modelo proposto coincide com o modelo usual. Na Figura 4.5 apresenta-se a variação da impedância do transformador com o *tap*, que varia de 0,85 até 1,15, sendo essa a faixa de variação normalmente permitida, de acordo com [33]. Percebe-se que, quanto maior a variação do *tap* do transformador em relação ao valor nominal (a=1), maior a diferença entre os modelos usual e proposto no que tange ao valor da impedância.



Figura 4.4: Modelo Proposto para Transformador com Tap Variável com Reflexão de Impedância



Figura 4.5: Variação da Impedância com o *Tap* do Transformador para os Modelos Usual e Proposto

# 4.2 Exemplo

Na Figura 4.6 apresenta-se o sistema de 3 barras apresentado na Seção 3.1.3.3, considerando-se o modelo físico do transformador, sem reflexão de impedâncias.



Figura 4.6: Sistema de 3 Barras com Modelo Físico do Transformador

Na Figura 4.7 apresenta-se este sistema em p.u., através do qual o transformador é representado através do modelo proposto, apresentado na seção anterior. Os valores de tensão-base no primário e no secundário e de potência-base são 13,8kV; 138kV e 100MVA, respectivamente.



Figura 4.7: Sistema de 3 Barras em p.u. com Modelo Proposto de Transformador com Tap Variável

Observa-se que a impedância total referida ao secundário vale j0,2 p.u. somente se a relação de transformação for a nominal (a=1). Se o *tap* do transformador opera na condição 13,8:124,2 kV, tem-se a=0,9, com valor total da impedância valendo j0,181 p.u.. Neste caso, tem-se o seguinte resultado para as correntes e tensões:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j10, 81kA \\ -j1, 20kA \\ 9, 68kV \\ 45, 75kV \end{bmatrix}$$

Os mesmos resultados podem ser obtidos eliminando-se o transformador ideal da Figura 4.7. Neste caso, entretanto, é necessário alterar a tensão-base secundária para 124,2 kV. Consequentemente, será modificada a impedância-base secundária para 154,25  $\Omega$ . Logo, a impedância secundária do transformador e da carga também serão alteradas para j0,12 p.u. e j0,25 p.u., respectivamente. Conforme já mencionado na Seção 3.1.3.2, entretanto, esse procedimento seria inviável.

Os resultados apresentados para correntes e tensões são diferentes em relação aos que foram obtidos usando o modelo usual, apresentados na Seção 3.1.3.3, que considera a impedância total referida ao secundário igual a j0,2 p.u., mesmo quando o *tap* varia, conforme Figura 3.8.

## 4.3

#### Circuito $\pi$ Equivalente ao Modelo Proposto

Na Figura 4.8 apresenta-se o circuito  $\pi$  equivalente ao modelo proposto. No Apêndice I, apresenta-se como foram obtidas as impedâncias deste circuito  $\pi$ , mostrando que esse circuito também é delta ressonante, como denominado em [11], assim como o  $\pi$  equivalente ao modelo usual.



Figura 4.8: Circuito  $\pi$  (com Impedâncias) Equivalente ao Modelo Proposto

A montagem da matriz de admitância nodal é facilitada com o circuito  $\pi$ , uma vez que foi eliminado o transformador ideal. Na Figura 4.9 é apresentado o circuito  $\pi$ , com admitâncias. Quando da troca de *tap*, verifica-se que todos elementos da matriz adtmitância de barras variam:

- O elemento (k,k) varia, uma vez que a soma das admitâncias ligadas à barra k vale  $\frac{2a^2\dot{Y}}{a^2+1}$ ;
- Os elementos (k,m) e (m,k) variam, uma vez que a admitância entre as barras k e m vale <sup>2aÝ</sup>/<sub>a<sup>2</sup>+1</sub>;
- O elemento (m,m) varia, uma vez que a soma das admitâncias ligadas à barra *m* vale  $\frac{2\dot{Y}}{a^2+1}$ .

Nota-se, então, uma diferença em relação ao modelo usual uma vez que o elemento (m, m) de tal modelo permanece constante com a alteração do *tap*, conforme apresentado na Seção 3.1.3.4.



Figura 4.9: Circuito  $\pi$  (com Admitâncias) Equivalente ao Modelo Proposto

A partir das admitâncias indicadas na Figura 4.9 é possível analisar o efeito da variação da relação de transformação sobre as magnitudes das tensões  $V_k$  e  $V_m$ . Se o *tap* opera em sua condição nominal (a=1), as admitâncias *shunt* ligadas as barra  $k \, e \, m$  são nulas e o circuito  $\Pi$  equivalente se resume a admitância serie  $\dot{Y}$ . Se o valor do *tap* for alterado para um valor a < 1, a admitância *shunt* ligada à barra k terá sinal contrário a  $\dot{Y}$ , sendo capacitiva, ao passo que a admitância *shunt* ligada à barra m será indutiva. Consequentemente, haverá uma tendência de aumentar  $V_k$  e diminuir  $V_m$ . Por outro lado, se o valor do *tap* for alterado para um valor a > 1, a admitância *shunt* ligada a barra k terá o mesmo sinal de  $\dot{Y}$ , sendo

indutiva, ao passo que a admitância *shunt* ligada a barra *m* será capacitiva. Consequentemente, haverá uma tendência de aumentar  $V_m$  e de diminuir  $V_k$ .

Qualitativamente, esses resultados são análogos aos apresentados no modelo usual (Seção 3.1.3.4), uma vez que o sinal das admitâncias dos dois modelos permanece o mesmo quando o *tap* é variado. As únicas modificações são nos módulos das admitâncias que, de acordo com o modelo proposto, devem ser multiplicadas por  $\frac{2}{a^2+1}$  em relação ao modelo usual. Nota-se que esse valor é unitário quando a=1.

#### 4.4

## Modelo Proposto em Estudos de Estabilidade de Tensão

Considerando-se o modelo proposto de transformador com *tap* variável, conforme mostrado nas Figuras 4.3, 4.4 e 4.8, observa-se que se gerador está conectado à barra k e carga na barra m, a máxima transferência de potência ocorre quando  $Z_m = Z_{th} = Z(a^2 + 1)/2$ , onde  $Z_m$  é a impedância equivalente da carga e  $Z(a^2+1)/2$  é a impedância do transformador do lado m mais a impedância do lado k refletida para o lado m. Nesse caso, observa-se que a impedância no ponto de máximo carregamento é modificada quando o *tap* é alterado, ao contrário do que ocorria com o modelo usual.

Invertendo-se o sentido do fluxo de potência, ou seja, com o gerador na barra *m* e carga na barra *k*, a máxima transferência de potência ocorre quando  $Z_k = Z_{th} = Z(a^2 + 1)/(2a^2)$ , onde  $Z_k$ é a impedância equivalente da carga e  $Z(a^2+1)/(2a^2)$  é a impedância do transformador do lado *k* mais a impedância do lado *m* refletida para o lado *k*. Nessa situação, observa-se que a impedância no ponto de máximo carregamento também é modificada quando o *tap* é alterado.

Sendo assim, independentemente do sentido do fluxo de potência, a impedância equivalente da carga no ponto de máximo carregamento varia quando o *tap* é alterado. Essa independência com o sentido do fluxo de potência também ocorre com a margem de estabilidade de tensão, como será mostrado.

Considerando-se ainda, os circuitos das Figuras 4.3, 4.4 e 4.8, pode-se traçar as curvas para  $\phi$  (ângulo do fator de potência) constante no plano *SV* para

dois valores diferentes de *taps* do transformador com *tap* variável, assim como a curva da impedância equivalente da carga que passa pelos pontos de máximo carregamento. Verifica-se na Figura 4.10 que, se o fluxo de potência flui da barra k para a barra m, ao alterar o *tap* do transformador, tanto a impedância equivalente da carga no ponto de máximo carregamento, quanto o próprio ponto de máximo carregamento, variam quanto o *tap* é alterado, como esperado. Utilizando-se o modelo usual, a impedância equivalente da carga permanece constante quando o *tap* é alterado, como observou-se na Figura 3.11.

Conforme mostrado na Figura 4.11, se o fluxo de potência flui da barra m para a barra k, novamente, tanto o ponto de máximo carregamento, quanto a impedância equivalente da carga neste ponto variam quando o *tap* é alterado, como esperado. Utilizando-se o modelo usual, o ponto de máximo carregamento permanece constante quando o *tap* é alterado, como observou-se na Figura 3.12. Destaca-se que a variação do ponto de máximo carregamento com o *tap* está qualitativamente coerente com a teoria apresentada na Seção 2.1.3.



Figura 4.10: Curvas  $\phi$  e Z Constante para Dois Valores de *Tap* com o Modelo Proposto e com Fluxo da Barra *k* para a Barra *m* 



Figura 4.11: Curvas  $\phi$  e Z Constantes para dois Valores de *Tap* com o Modelo Proposto e com Fluxo da Barra *m* para a Barra *k* 

Assim, verifica-se que, utilizando-se o modelo proposto, tanto o ponto de máximo carregamento, quanto a impedância equivalente da carga neste ponto, variam quando o *tap* é alterado, independente do sentido do fluxo de potência, conforme intuição, comprovada através de ensaios em laboratório [13], apresentados na Seção 6.1.

### 4.5

# Comparação entre os Modelos Usual e Proposto em Estudos de Estabilidade de Tensão

Nas Figuras 4.12 e 4.13são apresentadas comparações entre os modelos usual e proposto, para fluxo de potência da barra k para a barra m e da barra m para a barra k, respectivamente. Os valores das tensões de geração em p.u. e do fator de potência da carga são os mesmos para ambos sentidos dos fluxos. Nessas figuras, são apresentados pontos de operação A e B. Os pontos de operação A, que estão na região normal e se referem ao caso-base (com a<sub>1</sub>=1), são a interseção da parte superior da curva  $\phi$  constante com a curva P ou Z constante, dependendo do

modelo de carga analisado. Os pontos de operação B, na região anormal, são a interseção das mesmas curvas na parte inferior, também referentes ao caso-base.



Figura 4.12: Comparação entre os Modelos Usual e Proposto com Fluxo da Barra *k* para barra *m* 



Figura 4.13: Comparação entre os Modelos Usual e Proposto para Fluxo da Barra *m* para barra *k* 

Considera-se uma troca de tap, de  $a_1$  para  $a_2$  com o objetivo de aumentar a tensão no lado da carga. Essa troca corresponde a um incremento no valor do tap, que está do lado m, quando a carga está nesse mesmo lado, e a um decremento quando a carga está do lado k. Essa é a lógica empregada, tanto por operadores no controle manual, quanto nos circuitos de controle automático.

Pode ser observado que, ao se efetuar troca de *tap* no ponto de operação A (de  $a_1$  para  $a_2$ ) com fluxo de potência da barra *k* para a barra *m*, as margens de estabilidade de tensão informadas pelos modelos usual e proposto são diferentes, conforme Figura 4.12, para carga modelada como potência e impedância constante. Com a inversão do fluxo de potência, observa-se que as margens também são diferentes, conforme Figura 4.13. Nota-se, para esse último caso, que a troca de *tap* não proporcionou aumento do ponto de máximo carregamento no modelo usual (conforme [36], [37], [38] e Apêndice II), ao contrário do que ocorreu com o modelo proposto. E ainda, é importante observar que as diferenças entre os valores de tensão obtidos com os dois modelos aumentam com a carga.

A partir das Figuras 4.12 e 4.13, também pode ser observado que margens de estabilidade de tensão diferentes também são informadas se o ponto de operação do caso-base está na região anormal (pontos B) para os dois sentidos do fluxo de potência. É importante perceber, ainda, nestas figuras que, quando o *tap* é nominal, as curvas obtidas pelos modelos usual e proposto são as mesmas, uma vez que quando a=1 os valores das impedâncias dos circuitos apresentados nas Figuras 3.4 e 4.4 são iguais, conforme Figura 4.5. Observa-se, também, que em p.u. as curvas para *tap* nominal são as mesmas, independente do sentido do fluxo de potência uma vez que os circuitos elétricos são os mesmos.

Para *tap* diferente do nominal, observa-se dessas figuras, que as tensões obtidas pelos modelos usual e proposto nos pontos de máximo carregamento são idênticas para cada sentido do fluxo de potência. E, ainda, se os valores dos *taps* são inversos para cada sentido do fluxo  $(a_{2km}=1/a_{2mk})$ , as tensões serão idênticas para ambos modelos, independente do sentido do fluxo de potência. No Apêndice V são detalhadas estas questões.

Ainda para *tap* diferente do nominal, no que diz respeito à potência no ponto de máximo carregamento, para sentidos diferentes do fluxo de potência, valores diferentes são obtidos pelo modelo usual, o que pode ser observado comparando-se a Figura 4.12 com a Figura 4.13. Para o modelo proposto, todavia,

se  $a_{2km}=1/a_{2mk}$ , os mesmos valores seriam obtidos para fluxos com sentidos diferentes, uma vez que os circuitos são simétricos para cada caminho da corrente elétrica, segundo observa-se na Figura 4.3.

Na Tabela 4.1, apresenta-se um resumo com a comparação entre os modelos usual e proposto, relativa à margem de estabilidade de tensão, para pontos nas regiões normal e anormal, para os dois sentidos do fluxo de potência.

Sentido do Fluxo de Operação	k - m	m - k	
Normal	<ul> <li>Pontos de máximo carregamento variam com o tap em ambos modelos;</li> <li>Margens diferentes para carga P ou Z constante;</li> <li>Diferenças entre os valores das tensões aumentam com a carga.</li> </ul>	<ul> <li>Ponto de máximo carregamento não varia com o <i>tap</i> no modelo usual;</li> <li>Margens diferentes para carga P ou Z constante;</li> <li>Diferenças entre os valores das tensões aumentam com a carga.</li> </ul>	
Anormal	<ul> <li>Pontos de máximo carregamento variam com o tap em ambos modelos;</li> <li>Margens diferentes para carga P ou Z constante;</li> <li>Diferenças entre os valores das tensões aumentam com a carga.</li> </ul>	<ul> <li>Ponto de máximo carregamento não varia com o <i>tap</i> no modelo usual;</li> <li>Margens diferentes para carga P ou Z constante;</li> <li>Diferenças entre os valores das tensões aumentam com a carga.</li> </ul>	

Tabela 4.1: Comparação entre os Modelos Usual e Proposto Relativa à Margem de Estabilidade de Tensão

No que diz respeito ao controle de tensão, para pontos de operação A, na região normal, a alteração do *tap*, com o objetivo de elevar a tensão, tem efeito esperado (aumento da tensão), para os dois modelos de transformador, tanto para carga modelada como potência constante quanto impedância constante, independentemente do sentido do fluxo de potência, conforme Figuras 4.12 e 4.13. Esse resultado é demonstrável em laboratório. Entretanto, após a troca de *tap*, os pontos de operação resultantes são diferentes para o modelo usual e o proposto.

Para ponto de operação B, na região anormal, com fluxo da barra k para barra m, ao elevar o tap, a tensão aumenta se o modelo da carga é impedância constante, porém diminui se for potência constante. Esse resultado ocorre para ambos os modelos, conforme Figuras 4.12. Esse resultado é demonstrável em laboratório. Novamente, os pontos de operação resultantes são diferentes para o modelo usual e o proposto.

Na Figura 4.13, verifica-se que, para ponto de operação B, na região anormal, com fluxo de potência da barra *m* para a barra *k*, a simulação com o modelo usual informa que, ao reduzir o *tap* (ação usual do operador, uma vez que o *tap* está no lado *m*), o valor da tensão aumenta, caso o modelo da carga seja potência constante. Por outro lado, se o modelo da carga é impedância constante, a tensão diminui (conforme [36], [37], [38] e Apêndice II). Resultados opostos ocorrem com o modelo proposto. Ou seja, ao reduzir o *tap*, o valor da tensão diminui, caso o modelo da carga seja potência constante, a tensão aumenta. Os resultados obtidos com o modelo proposto são aqueles comprováveis em laboratório, enquanto que aqueles com o modelo usual, não são.

Novamente pode ser observado que os resultados obtidos com o modelo proposto independem do sentido do fluxo de potência e estão de acordo com a teoria apresentada na Seção 2.1.3. Na Tabela 4.2, apresenta-se resumo com comparação entre os modelos usual e proposto, relativa às ações de controle de tensão, para pontos nas regiões normal e anormal, para os dois sentidos do fluxo de potência.

Tabela 4.2: Comparação	entre os Modelos	Usual e Proposto	Relativa às	Ações

de Controle de Tensão

Sentido do Fluxo de Operação	k - m	m - k
Normal	<ul> <li>Modelos usual e proposto com ação de controle de tensão tendo efeito esperado, tanto para carga P constante como Z constante;</li> <li>Pontos de operação obtidos com troca de <i>tap</i> diferentes.</li> </ul>	<ul> <li>Modelos usual e proposto com ação de controle de tensão tendo efeito esperado, tanto para carga P constante como Z constante;</li> <li>Pontos de operação obtidos com troca de <i>tap</i> diferentes.</li> </ul>
Anormal	<ul> <li>•Modelos usual e proposto com ação de controle de tensão tendo efeito esperado, para carga Z constante;</li> <li>•Modelos usual e proposto com ação de controle tendo efeito oposto ao esperado, para carga P constante;</li> <li>•Pontos de operação obtidos com troca de <i>tap</i> diferentes.</li> </ul>	<ul> <li>Modelo usual com ação de controle de tensão tendo efeito esperado para carga P constante;</li> <li>Modelo proposto com ação de controle tendo efeito esperado para carga Z constante;</li> <li>Modelo usual com ação de controle tendo efeito oposto ao esperado para carga Z constante;</li> <li>Modelo proposto com ação de controle tendo efeito oposto ao esperado para carga P constante.</li> </ul>

Verifica-se que, informações diferentes sobre duas questões importantes em estudos de estabilidade de tensão são fornecidas, quando se compara o modelo usual de transformador com *tap* variável com o modelo proposto, ou seja, informações sobre margens de estabilidade de tensão e informações sobre conseqüências de ações de controle, de acordo com modelo da carga, para pontos na região anormal, dependendo do sentido do fluxo de potência.