

4

Abordagem probabilística de estabilidade de taludes

O objetivo deste capítulo é fornecer uma ideia geral dos mais importantes conceitos estatísticos e probabilísticos das variáveis aleatórias, que são fundamentais para esta dissertação. A seguir serão apresentados conceitos relacionados com as principais fontes e tipos de incerteza na engenharia geotécnica, variabilidade espacial do solo, principais métodos probabilísticos, além de uma breve descrição da análise de sensibilidade, e finalmente será feito um breve resumo destacando a importância da utilização dos métodos probabilísticos como uma alternativa para a análise determinística.

4.1.

Incertezas na engenharia geotécnica

Fontes de incertezas existentes no campo da engenharia geotécnica que vão desde a variabilidade das propriedades do solo para a amostragem e técnica de ensaios, estas fontes de incertezas foram estudadas há quase 40 anos, assim tão cedo quanto em 1982, Einstein e Baecher expressaram as seguintes palavras de sabedoria:

"Ao pensar sobre fontes de incerteza na geologia da engenharia, fica-se com o fato de que a incerteza é inevitável. Procura-se reduzir tanto quanto for possível, mas deve finalmente ser enfrentado... A questão não é se lidar com a incerteza, a questão é como?"

Engenheiros tentam lidar com esses problemas usando análises deterministas, que são baseados na noção clássica do *FS*. No entanto a experiência prática mostra que a abordagem determinística é considerada inadequada para lidar racionalmente com incertezas no solo, assim a confiabilidade do sistema não pode ser devidamente avaliada.

A este respeito, uma rigorosa avaliação da incerteza envolvida em problemas geotécnicos, necessariamente, requer a aplicação da teoria probabilística como um complemento para análises deterministas. Na verdade os

conceitos e métodos probabilísticos associados à teoria estatística oferecem uma base teórica para quantificar as incertezas de forma consistente, tornando os termos matemáticos precisos. Desta forma, um marco teórico é fornecido para a confiabilidade do sistema.

4.1.1.

Variabilidade do solo

É claro que com a tendência crescente para a aplicação de análises de confiabilidade na engenharia geotécnica, a compreensão e quantificação das incertezas são necessárias. Embora se tenham obtido grandes avanços nessa direção, ainda há muitas fontes de incerteza que não podem ser facilmente quantificadas (Lacasse e Nadim, 1996), na Tabela 4.1 é apresentado um resumo das principais fontes de incertezas consideradas por diferentes autores.

É bem conhecido que as propriedades dos solos naturais são inerentemente variáveis de um lugar para outro, mesmo dentro de um depósito relativamente homogêneo, isso ocorre devido principalmente à natureza complexa do processo de deposição geológica e da história de carregamento. Vanmarcke (1977a) identificou a *variabilidade inerente do solo* como uma das três principais fontes de incerteza na modelagem do perfil do solo. As outras duas fontes de incerteza são as *incertezas estatísticas* devido aos dados de amostragem limitada e os *erros de medição* que surgem a partir de equipamentos de ensaios e procedimentos. Phoon e Kulhawy (1999) complementaram esta identificação incluindo a *transformação de incertezas* como uma das principais fontes de incerteza em relação à caracterização das propriedades do solo.

As fontes de incertezas afetam as estimativas das propriedades do solo nas análises geotécnicas como mostrado na Figura 4.1, como resultado, a análise é sempre associada com certo nível de incerteza e risco regido pelas premissas adotadas em relação aos parâmetros de entrada do solo.

4.1.1.1.

Variabilidade espacial das propriedades do solo

As variações inerentes nas propriedades de um local para outro não é por completo um processo aleatório, pelo contrário, é espacialmente correlacionado e

é controlada pela localização no espaço, assim tem-se que as magnitudes de uma propriedade do solo em dois locais adjacentes tendem a ser fortemente correlacionadas. De acordo com o aumento da distância entre dois locais, a correlação diminui até desaparecer. Vanmarcke (1977a) apontou que tal correlação espacial deve ser considerada na modelagem das propriedades do solo.

Tabela 4.1 Fontes principais de incertezas na caracterização do solo

Autores	Fontes de incertezas
Vanmarcke, 1977 a.	Variabilidade inerente do solo
	Incertezas estatísticas
	Erros de medição
Christian e Baecher, 1994.	Dispersão de dados
	Erro sistemático
Phoon e Kulhawy, 1999 a, 1999 b.	Variabilidade inerente do solo
	Erros de medição
	Transformação de incertezas

A variação espacial das propriedades do solo (x_i), em qualquer localização i , pode ser dividida em uma componente de tendência determinística (t_i), e uma componente residual (ε_i), (Vanmarcke, 1977a; DeGroot e Baecher, 1993; Baecher e Christian, 2003), como mostrado na Figura 4.2, e descrito por:

$$x_i = t_i + \varepsilon_i \quad (4.1)$$

A componente de tendência representa a variação média das propriedades do solo em função da localização. Na prática, a função de tendência é muitas vezes estimada usando as análises de regressão. O método dos mínimos quadrados ordinários é o método mais utilizado para a estimativa da tendência na literatura geotécnica (Lumb 1974; DeGroot 1996; Baecher e Christian, 2003).

A componente residual é a variação aleatória da tendência, pode ser estimada a partir da dispersão das observações em relação à tendência. Esta componente residual é comumente modelada como um campo estacionário aleatório com uma *função densidade de probabilidade* (FDP) de média igual a zero e variância constante (Vanmarcke, 1977a; DeGroot e Baecher, 1993; Baecher e Christian, 2003).

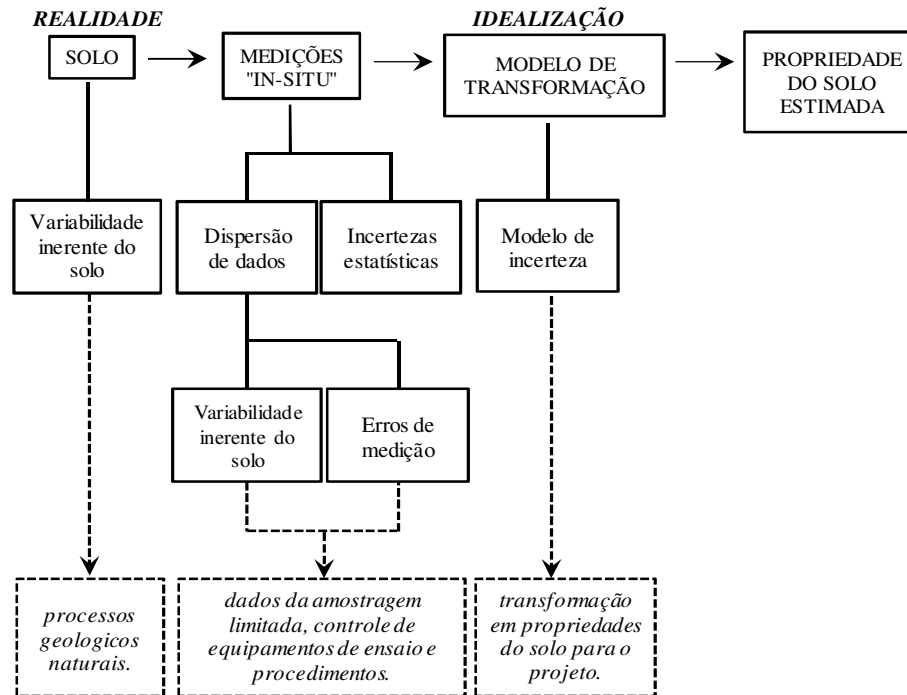


Figura 4.1 Incertezas nas estimativas das propriedades do solo (Adaptado de Phoon e Kulhawy, 1999a).

Uma vez que a tendência é considerada determinística, a variabilidade espacial está preocupada com a correlação entre as componentes residuais. Em geral a variabilidade espacial dos parâmetros é representada pela estrutura de correlação da componente residual e não pela tendência ou média. A teoria do campo aleatório (Vanmarcke 1977a) é a técnica mais comumente utilizada para a modelagem matemática e a variabilidade espacial das propriedades do solo, sendo este um campo aleatório estacionário, ou seja, um perfil do solo com tendência média constante e cujas propriedades variam, a propriedade do solo pode ser descrita estocasticamente usando três parâmetros (Vanmarcke 1977a): (i) a média, (ii) o desvio-padrão (ou o variância), e (iii) a escala de flutuação. A média e o desvio-padrão são as medidas do ponto estatístico com nenhuma consideração de correlação espacial na sua estrutura. A escala de flutuação (SOF) foi introduzida como um parâmetro adicional estatístico para descrever a correlação espacial das propriedades do solo (ver Figura 4.3). A SOF é definida como a distância dentro da qual as propriedades do solo mostram forte correlação de ponto a ponto (Vanmarcke 1977a). Assim, um grande valor de SOF implica um campo sem problemas variados, o que sugere uma massa de solo mais contínua, enquanto um valor pequeno de SOF implica que varia de forma mais aleatória.

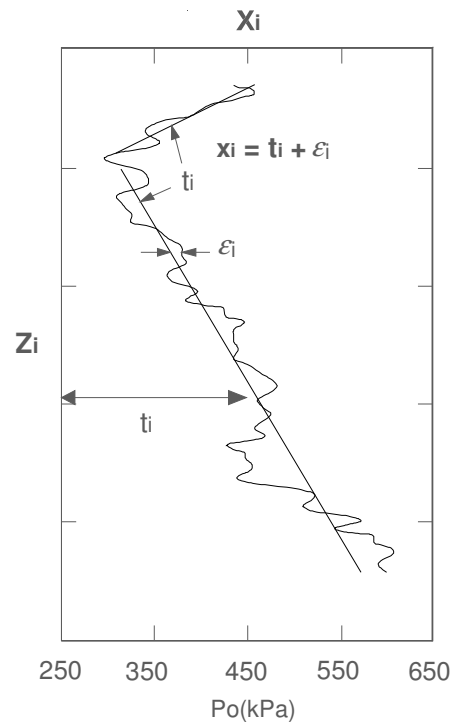


Figura 4.2 Modelo de variabilidade espacial, aplicados a medidas de pressão de um dilatômetro (Adaptado de DeGroot, 1996).

4.1.1.2.

Considerações sobre a correlação espacial

A maioria das análises probabilística de estabilidade de taludes que têm sido relatados na literatura, têm geralmente ignorado a correlação espacial das propriedades do solo, exceto os estudos realizados por Vanmarcke (1977b); Li e Lumb (1987); Mostyn e Soo (1992) e El-Ramly *et al.* (2002). Nestes estudos, a correlação espacial das propriedades do solo ao longo da superfície de deslizamento crítica foi modelada usando um modelo de campo aleatório e o conceito de média espacial (Vanmarcke, 1977a). A redução na variação das propriedades do solo foi considerada, com base na SOF assumida do solo. Outros estudos, no entanto, assumiram que a propriedade do solo foi representada por uma única variável aleatória, o que implica que a propriedade do solo é perfeitamente correlacionada sobre a geometria do talude. Tem sido demonstrado que ignorar a correlação espacial das propriedades do solo em análise probabilística de estabilidade de taludes poderia superestimar significativamente a probabilidade de ruptura (Li e Lumb, 1987; Mostyn e Soo, 1992; El-Ramly *et al.*, 2002).

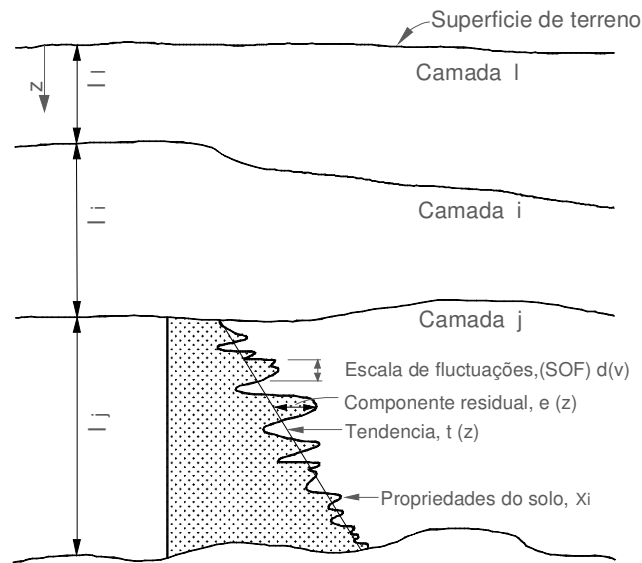


Figura 4.3 Variabilidade espacial inerente do solo, (Adaptado de Phoon e Kulhawy, 1999a).

4.1.1.3.

Média espacial e função da variância

A variabilidade espacial das propriedades do solo foi incluída na análise geotécnica através do conceito da média espacial ou local (Vanmarcke, 1977a, 1983). Supõe-se que o desempenho geotécnico é controlado pelas propriedades médias do solo, em vez de propriedades do solo em locais discretos. Por exemplo, a estabilidade de um talude tende a ser controlada pela resistência média ao cisalhamento em vez da resistência ao cisalhamento em um determinado local ao longo da superfície de deslizamento (Li e Lumb, 1987). Como resultado, os valores médios locais em um domínio espacial são de maior interesse do que a variação ponto a ponto em um campo aleatório. O processo da média espacial resulta em uma redução de variância, porque as flutuações nas propriedades do solo tendem a cancelar-se dentro do domínio da média. Isto implica que a variação de uma propriedade média do solo é geralmente menor do que a variação de sua propriedade ponto a ponto.

4.1.1.4.

Estimação de parâmetros da variabilidade do solo

Informação limitada do solo “*in-situ*”, na maioria dos casos práticos, é o obstáculo para a incorporação da variabilidade espacial das propriedades do solo

na concepção e análise geotécnica. No entanto, na ausência de dados adequados, os parâmetros estatísticos dos dados de solo podem ser estimados a partir dos valores publicados na literatura. Grandes esforços têm sido feitos por vários pesquisadores para compilar os valores de coeficiente de variação (*Cov*) para diversas propriedades do solo. Por exemplo, Lee *et al.* (1983) compilaram os valores reportados de *Cov* para uma ampla variedade de propriedades do solo, e as propriedades do solo que são relevantes para análise de estabilidade de taludes estão resumidos na Tabela 4.2. Além disso, Lacasse e Nadim (1996) também publicaram uma tabela de sugestões FDP e *Cov* para várias propriedades do solo, como mostra a Tabela 4.3.

Tabela 4.2 Valores típicos para o coeficiente de variação (Adaptado de Lacasse e Nadim, 1996).

Parâmetro do solo [x]		<i>Cov</i> [x] %	Referência
Peso específico	γ	3 - 8	Harr (1984), Kulhawy (1992), Wolff (1994).
Peso específico submerso	γ_b	0 - 10	Lacasse e Nadim (1997), Duncan (2000).
Índice de vazios	e	7 - 30	Lacasse e Nadim (1997).
Ângulo de atrito efetivo	ϕ'	2 - 13	Harr (1984), Kulhawy (1992).
Limite de liquidez (argilas)	LL	3 - 20	Lacasse e Nadim (1997).
Limite de plasticidade (argilas)	LP	3 - 20	Lacasse e Nadim (1997).
Resistência drenada de areias	$s_{\phi'}$	3.7 - 12	Schultze (1972), Wolff (1994).
Resistência drenada de argilas	$s_{u'}$	7.5 - 10	Wolff (1985).
Resistência não drenada	s_u	13 - 40	Fredlund e Dahlman (1972), Kulhawy (1992), Lacasse e Nadim (1997), Duncan (2000).
Razão de resistência não drenada	s_u / σ'_{vo}	5 - 15	Lacasse e Nadim (1997), Duncan (2000).
Índice de compressão	c_c	10 - 37	Lacasse e Nadim (1997), Duncan (2000).
Tensão de pré-adensamento	σ_p	10 - 35	Harr (1984), Kulhawy (1992), Duncan (2000).
Coef. de permeabilidade de argilas saturadas	k	68 - 90	Harr (1984), Duncan (2000).
Coef. de permeabilidade de argilas não saturadas	k	130 - 240	Harr (1984), Benson et al (1999).

Coef. de adensamento vertical	c_v	33 - 68	Duncan (2000).
Número de golpes SPT	N	15 - 45	Harr (1984), Kulhawy (1992).
Resistência de ponta CPT elétrico	q_c	5 - 15	Kulhawy (1992).
Resistência de ponta CPT mecânico	q_c	15 - 37	Harr (1984), Kulhawy (1992).
Resistência do ensaio dilatométrico	q_{DMT}	5 - 15	Kulhawy (1992).
Resistência não drenada do ensaio de palheta	s_u	10 - 20	Kulhawy (1992).

Tabela 4.3 Valores típicos para o coeficiente de variação (Adaptado de Lacasse e Nadim, 1996)

Propriedade do solo	Tipo de solo	FDP	Media (kN/m ³)	Cov[x] %
Resistência de ponta	Areia, argila	LN, N/LN	*	*
Resistência não drenada, s_u **	Argila (triaxial)	LN	*	5 – 20
	Argila (s_u)	LN		10 – 35
	Limo argiloso	N		10 – 30
Razão s_u/σ'_{vo}	Argila	N/LN	*	5 – 15
Limite plástico	Argila	N	0.13 – 0.23	3 – 20
Limite de liquidez	Argila	N	0.30 – 0.80	3 – 20
Peso unitário submerso	Todos os solos	N	5.0 – 11.0	0 – 10
Ângulo de atrito	Areia	N	*	2 – 5
Índice de vazios	Todos os solos	N	*	7 – 30
Razão de pré-adensamento	Argila	N/LN	*	10 – 35

N/LN Distribuição normal e lognormal.

* Os valores são do site e tipo de solo dependente.

** A s_u é anisotrópica e dependente do tipo de tensões impostas. O coeficiente de variação para os ensaios de boa qualidade (triaxial consolidado de compressão/extensão, cisalhamento direto simples, triaxial verdadeiro, deformação plana) deverá ser 5-20%.

Além disso, Phoon e Kulhawy (1999a) elaboraram orientações sugeridas de Cov para a variabilidade inerente do solo, baseados em uma revisão abrangente sobre diversas medições de ensaios. Outros pesquisadores (e.g., Lumb, 1966; Asaoka e Grivas, 1982) também relataram valores de Cov com base nos ensaios “*in-situ*”.

A escala de flutuação (SOF) e a distância da autocorrelação são bem menos documentadas na literatura, em comparação com os valores de Cov , especialmente

na direção horizontal. Apesar disso, Phoon e Kulhawy (1999a) relataram valores de SOF, conforme resumido na Tabela 4.4. Pode ser visto que SOF verticais geralmente variam entre 0,1 e 12,7 m, enquanto a SOF horizontais geralmente variam entre 3 e 80 m. Também se observou que a SOF horizontal é muito maior do que a SOF vertical (i.e., pelo menos 10 vezes). Isto é devido principalmente à natureza do solo e processo de deposição geológica.

Tabela 4.4 Resumo da escala de flutuações de algumas propriedades geotécnicas (Adaptado de Phoon e Kulhawy, 1999a).

Propriedade ^a	Tipo do solo	No. de Estudos	Escala de flutuação (m)	
			Intervalo	Média
Flutuação Vertical				
s_u	Argila	5	0.8 – 6.1	2.5
q_c	Areia, argila	7	0.1 – 2.2	0.9
q_T	Argila	10	0.2 – 0.5	0.3
s_u (VST)	Argila	6	2.0 – 6.2	3.8
N	Areia	1	–	2.4
w_n	Argila, limo	3	1.6 – 12.7	5.7
w_L	Argila, limo	2	1.6 – 8.7	5.2
γ	Argila	1	–	1.6
γ'	Argila, limo	2	2.4 – 7.9	5.2
Flutuação Horizontal				
q_c	Areia, argila	11	3.0 – 80.0	47.9
q_T	Argila	2	23.0 – 66.0	44.5
s_u (VST)	Argila	3	46.0 – 60.0	50.7
w_n	Argila	1	–	170.0

^a s_u e s_u (VST), resistência não drenada de ensaios de laboratório e ensaios de palheta, respectivamente; γ' , peso específico efetivo.

4.1.2. Tipos de incerteza

No campo dos tipos de incertezas pode-se observar que vários autores têm proposto diferentes tipos de incertezas como visto na Tabela 4.5. Mas na presente dissertação foram adotados os conceitos propostos segundo Lacasse e Nadim (1996). Eles concluem que as incertezas associadas com problemas geotécnicos podem ser divididas em três categorias: a *incerteza aleatória*, a *incerteza epistêmica* e o *erro humano*.

A incerteza aleatória é atribuída à variabilidade natural ou à aleatoriedade de uma determinada propriedade, tal como a variação espacial das propriedades do

solo por camada (i.e., coesão, ângulo de atrito, entre outras). Poderia ser quantificada por medições e estimativas estatísticas ou pela opinião de especialistas. Este tipo de incerteza é imprevisível e, portanto, irreduzível por meio da coleta de dados mais experimental ou de modelos mais refinados. Para este tipo de incerteza o termo probabilidade significa a frequência de ocorrência de um evento aleatório, que é uma propriedade inata da natureza.

A incerteza epistêmica é gerada pela falta de conhecimento de um sistema e ela está relacionada com dados limitados ou ambíguos, erros de medição, conhecimento incompleto e julgamento subjetivo, que podem em princípio, ser quantificada por especialistas, mas não medidos. Este tipo de incerteza pode ser reduzido através da obtenção de dados experimentais, melhorando os métodos de medição, cálculo e usando modelos mais refinados. Para este tipo de incerteza o termo probabilidade significa o grau de confiança na ocorrência de um evento aleatório, que é uma interpretação subjetiva do indivíduo. No campo da engenharia geotécnica, incertezas aleatórias e epistêmicas coexistem na maioria das aplicações práticas.

Tabela 4.5 Tipos de incertezas na caracterização do solo

Autores	Tipo de incertezas
Morgenstern, 1995.	Incetezas do parâmetro
	Incetezas do modelo
	Inceteza humana
Moriwaki e Barneich, 1996.	Incetezas aleatórias
	Incetezas epistêmicas
Lacasse e Nadim, 1996.	Incetezas aleatórias
	Incetezas epistêmicas
	Erro humano

4.1.3. Variáveis aleatórias

Na análise probabilística os parâmetros geotécnicos que representam as principais fontes de incertezas, são tratados como variáveis aleatórias. Uma variável aleatória é uma função matemática definida em um espaço amostral que atribui uma probabilidade a cada evento possível gerado naquele espaço. Em termos práticos, é uma variável para a qual o valor exato (ou faixa de valores) não pode ser previsto com certeza, mas apenas com uma probabilidade associada, que

descreve o resultado possível de uma experiência particular em termos de números reais.

4.1.3.1.

Principais características das variáveis aleatórias

Os parâmetros estatísticos mais importantes relacionadas com a variabilidade da camada de solo são o valor médio, o desvio padrão, a assimetria e os coeficientes de correlação entre as propriedades do solo. Outra característica importante é o comprimento da autocorrelação, ou escala de flutuação, que descreve a variabilidade espacial de uma propriedade do solo na direção horizontal e vertical. No entanto a sua consideração pode contribuir para uma redução da incerteza do modelo. Para definir todos estes parâmetros, precisa-se coletar uma grande quantidade de dados experimentais sobre as propriedades do solo *in situ* e por meio de ensaios de laboratório.

4.1.3.2.

Estatística clássica das variáveis aleatórias

Variabilidade ou incerteza em propriedades do solo pode ser quantificada através do tratamento das propriedades do solo como variáveis aleatórias (e.g., denotada por X e Y). Em vez de ter um único valor determinístico, uma propriedade do solo terá agora um intervalo de valores, tal como definido pela sua função densidade de probabilidade (FDP). Medidas estatísticas clássicas usadas para descrever *variáveis aleatórias contínuas*, serão apresentadas nesta seção.

Média da variável aleatória

Para uma variável aleatória X , com uma FDP definida pela função $f(x)$, a média (μ_x), ou valor esperado ($E[X]$) é definido por:

$$E[X] = \mu_x = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (4.2)$$

Variância da variável aleatória

A variância mede a dispersão ou a incerteza dos dados sobre o valor médio e é calculado por:

$$Var[X] = \sigma_X^2 = E[(X - \mu_X)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu_X)^2 f(x) dx \quad (4.3)$$

Desvio padrão da variável aleatória

O desvio padrão (σ_x) é relacionado à variância ($Var[X]$) por:

$$\sigma_x = \sqrt{Var[X]} \quad (4.4)$$

Coefficiente de variação da variável aleatória

As propriedades da variabilidade do solo são geralmente expressadas pelos parâmetros conhecidos como o coeficiente de variação (Cov), o qual é a taxa do desvio padrão com o valor médio, como descrito por:

$$Cov[X] = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \quad (4.5)$$

Correlação de duas variáveis aleatórias

Caso um par de variáveis aleatórias (e.g., X e Y) são dependentes entre si, as variáveis X e Y são consideradas como correlatas e sua correlação é medida pela covariância ($C[X, Y]$), como descrito por:

$$C[X, Y] = E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)] \quad (4.6)$$

O coeficiente de correlação (ρ_{xy}) é obtido através da normalização da covariância pelo desvio padrão das variáveis X e Y , como dado por:

$$\rho_{xy} = \frac{C[X, Y]}{\sigma_x \sigma_y} \quad (4.7)$$

O coeficiente de correlação é delimitado por -1 e +1 (i.e., $-1 \leq \rho_{xy} \leq +1$), onde um $\rho_{xy} = \pm 1$ indica uma perfeita correlação entre as variáveis X e Y (positivo ou negativo), enquanto $\rho_{xy} = 0$, indica que as duas variáveis aleatórias são linearmente independentes.

Assimetria da variável aleatória

É uma medida do grau de assimetria da FDP de uma variável aleatória X , conhecido também como o terceiro momento central. Ele é definido como

$$\gamma_1[x] = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x - \mu_x)}{\sigma_x^3} f_X(x) dx \quad (4.8)$$

Quando o coeficiente de assimetria é nulo, em seguida, uma função é simétrica, como no caso de uma distribuição normal. Caso contrário, pode ser positivo ou negativo.

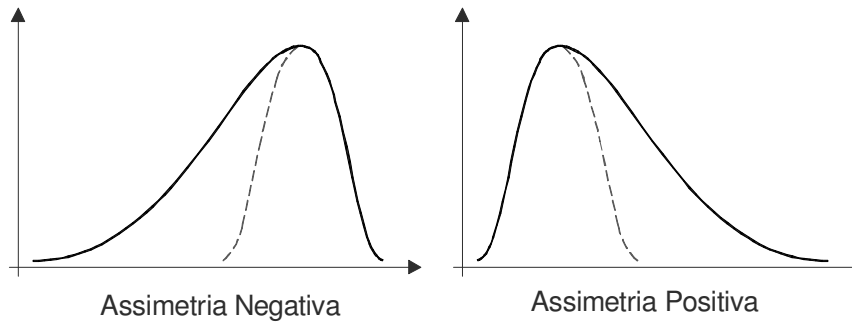


Figura 4.4 Exemplo de distribuições de: (a) assimetria positiva e (b) assimetria negativa.

A Figura 4.4 (a) mostra o caso de uma distribuição assimétrica positiva, que é íngreme para valores baixos da variável aleatória e plana para grandes valores, sendo o inverso para a distribuição assimétrica negativa. No entanto, os coeficientes de assimetria negativos parecem ser imaginários para a distribuição dos parâmetros do solo.

A distribuição de probabilidade e a função densidade de probabilidade

A função distribuição de probabilidade $F(x)$, também denominada de função de distribuição cumulativa (CDF), descreve as medidas de probabilidade que uma variável aleatória X assume como um valor menor ou igual a um número x . Para cada valor x , esta função é definida como:

$$F(x) \equiv P(X \leq x) \quad \text{Considerando } -\infty < x < +\infty \quad (4.9)$$

Se a variável aleatória é discreta, o CDF é determinado somando-se todas as medidas de probabilidade sobre um espaço amostral. Contudo, se a variável aleatória é contínua, as medidas de probabilidade também podem ser descritas em termos de uma função densidade de probabilidade (FDP), $f(x)$. Formalmente, a FDP é a derivada da CDF, como se mostra a seguir.

$$f(x) = \frac{dF(x)}{dx} \quad (4.10)$$

Considerando as Eqs. 4.9 e 4.10, a probabilidade de uma variável aleatória X esta no intervalo $[x_1, x_2]$ pode ser avaliada da seguinte forma.

$$\int_{x_1}^{x_2} f(x)dx = F(x_2) - F(x_1) = P(x_1 \leq x \leq x_2) \quad (4.11)$$

A CDF deve ser uma função contínua não decrescente, com valores no intervalo $[0,1]$. Consequentemente, a FDP é uma função não negativa para todos os valores de x e a área total sob essa função é sempre a unidade. Ambas as funções são representadas na Figura 4.5.

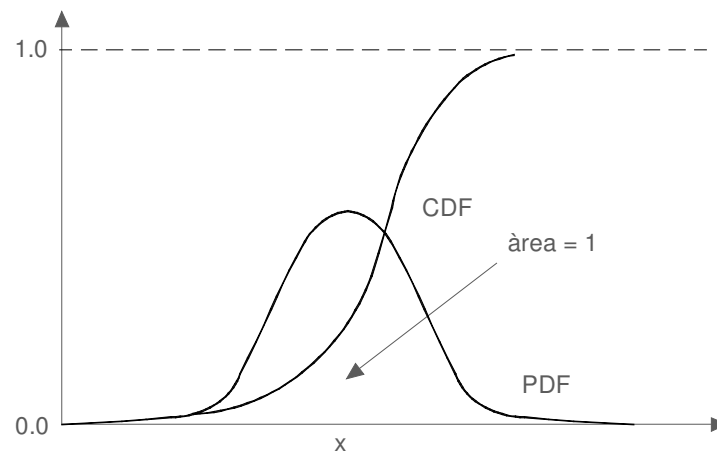


Figura 4.5 Função distribuição cumulativa CDF e função densidade de probabilidade FDP, de uma variável aleatória contínua.

Função densidade de probabilidade

A função densidade de probabilidade (FDP) define a distribuição de uma variável aleatória e as FDPs mais comumente usadas em aplicações geotécnicas são a distribuição normal e log-normal. Por exemplo, Lumb (1966) usou o método do Chi Quadrado (χ^2) e dados de ensaios de cisalhamento palhetas e ensaios de compressão não confinada, para mostrar que a resistência ao cisalhamento não drenada (s_u), segue uma distribuição normal. Lumb (1966) também demonstrou que as distribuições normais foram adequadas para outras propriedades do solo (e.g., coesão efetiva e ângulo de atrito). A aplicabilidade da distribuição normal para as propriedades do solo também foi apoiado por Lee *et al.* (1983). Em contraste, Brejda *et al.* (2000) encontraram dificuldades para atender a uma distribuição normal para as propriedades do solo amostradas, mas uma distribuição log-normal mostrou um melhor ajuste de dados. Fenton (1999)

também apontou que a maioria das propriedades do solo é estritamente não negativa, nesse caso, a distribuição log-normal é mais adequada. Além disso, existem dados de campo disponíveis, indicando que algumas propriedades do solo são bem representadas por uma distribuição log-normal (e.g., Wu e Kraft, 1967; Fredlund e Dahlman, 1972; Cherubini e Orr, 2000). Outras distribuições, como distribuições beta, triangular e gama também estão ganhando popularidade (Abramson *et al.*, 2002; Baecher e Christian, 2003).

A FDP para a distribuição normal de média (μ), e desvio padrão (σ), é definida por:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad (4.12)$$

A distribuição normal é simétrica em relação ao valor médio, e a variável aleatória pode assumir valores entre $-\infty$ e $+\infty$. Apesar desta grande variedade 99,7 % dos valores serão encontrados dentro $\pm 3\sigma$ da média (Duncan, 2000; Abramson *et al.*, 2002).

Assim 99,7 % dos valores serão positivos se o valor médio é positivo, e é pelo menos maior do que 3σ .

Para uma variável aleatória distribuída log-normal X , com uma média (μ_x) e um desvio padrão (σ_x), seu logaritmo natural $\ln(X)$, serão distribuídos normalmente. A média e o desvio-padrão do $\ln(X)$ normalmente distribuído são dados por

$$\mu_{\ln x} = \ln \mu_x - 1/2 \cdot \sigma_{\ln x}^2 \quad (4.13)$$

$$\sigma_{\ln x} = \sqrt{\ln(1 + \text{Cov}_x^2)} \quad (4.14)$$

A FDP de uma distribuição log-normal é dada pela seguinte equação:

$$f(x) = \frac{1}{x \cdot \sigma_{\ln x} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(x) - \mu_{\ln x}}{\sigma_{\ln x}}\right)^2\right] \quad (4.15)$$

As faixas da distribuição log-normal encontram-se entre zero e infinito, portanto, não inclui valores negativos. O rearranjo das Eqs. 4.16 e 4.17 dará à média e desvio padrão do campo log-normal:

$$\mu_x = \exp(\mu_{\ln x} + 1/2 \cdot \sigma_{\ln x}^2) \quad (4.16)$$

$$\sigma_x = \mu_x \sqrt{\exp(\sigma_{\ln x}^2) - 1} \quad (4.17)$$

A mediana e moda de uma distribuição log-normal estão relacionadas a uma distribuição normal por:

$$\text{Mediana}_x = \exp(\mu_{\ln x}) \quad (4.18)$$

$$\text{Moda}_x = \exp(\mu_{\ln x} - \sigma_{\ln x}^2) \quad (4.19)$$

4.2. Análises de confiabilidade

Anteriormente foi introduzido o tema das incertezas. Caso fossem negligenciadas as incertezas na análise de estabilidade de taludes, isto seria uma limitação importante da abordagem determinista tradicional. Em consequência, o fator de segurança (*FS*) convencional muitas vezes não é um indicador fiável do desempenho do talude. A abordagem probabilística, por outro lado, permite a análise sistemática de incertezas.

Importantes parâmetros geotécnicos podem ser considerados como variáveis aleatórias, cada um com uma distribuição de probabilidade, ao invés de valores determinísticos ou constantes. Assim o *FS* de um talude sob condições específicas deve ser considerado como uma variável aleatória com uma distribuição de probabilidade consequentemente de acordo com a estrutura probabilística adicionar indicadores de desempenho como a *probabilidade de ruptura* (P_f) e o *índice de confiabilidade* (β). Avaliando esses indicadores complementares a análise de confiabilidade de taludes torna-se mais próximo a realidade do que a análise determinística.

4.2.1. Margem de segurança e fator de segurança

Muitas vezes uma distribuição normal padrão é assumida por variáveis aleatórias. Por exemplo, na análise de um talude os momentos (ou forças) atuantes e os resistentes, podem ser tratados como variáveis aleatórias utilizando as distribuições de capacidade (*C*) e demanda (*D*), como mostrado na Figura 4.6

(Harr, 1977). Em uma única abordagem determinística valores estimados $\hat{C}$ e $\hat{D}$ seriam usados em cada uma dessas variáveis aleatórias para calcular o FS convencional. A margem de segurança (MS) pode ser definida como a diferença entre capacidade e demanda. O fator central de segurança CFS é definido como uma proporção da capacidade esperada para a demanda esperada. Muitas vezes, os valores esperados são considerados como valores médios, e dizer $\bar{C}$ e $\bar{D}$ que são únicos para as distribuições dadas. Assim, tem-se:

$$FS = \frac{\hat{C}}{\hat{D}} \quad (4.20)$$

$$SM = C - D \quad (4.21)$$

$$CFS = \frac{\bar{C}}{\bar{D}} \quad (4.22)$$

Quando a margem de segurança é menor que zero, a ruptura pode ser esperada. Isto é aplicável à área sombreada da função densidade de probabilidade (FDP) para o MS mostrado na Figura 4.6.

4.2.2.

Probabilidade de ruptura e o índice de confiabilidade

A área sob a FDP entre os limites dados representa a função de densidade cumulativa. A proporção da área total sob a curva à esquerda de um determinado valor representa a probabilidade da variável aleatória terá um valor igual ou inferior ao mesmo. Portanto, a função densidade cumulativa tem valores entre 0 e 1. Note que é habitual considerar a área total sob a curva como a unidade. Portanto, a área sob a curva entre as duas ordenadas diretamente dá a proporção da área total.

A probabilidade de ruptura P_f é denotado como; a probabilidade de que $(C - D)$ seja menor ou igual a zero:

$$P_f = P[(C - D) \leq 0] = P(MS \leq 0) \quad (4.23)$$

$$0 \leq P_f \leq 1 \quad (4.24)$$

Portanto, o índice de confiabilidade (β) é dado por:

$$\beta = 1 - P_f \quad (4.25)$$

O índice de confiabilidade corresponde a diferença entre o valor médio calculado do FS ($E[FS]$) e o valor do FS que representa a ruptura iminente (i.e., FS igual a 1), dividido por o número de desvio padrão do FS ($\sigma[FS]$), como indicado por Cornell (1969).

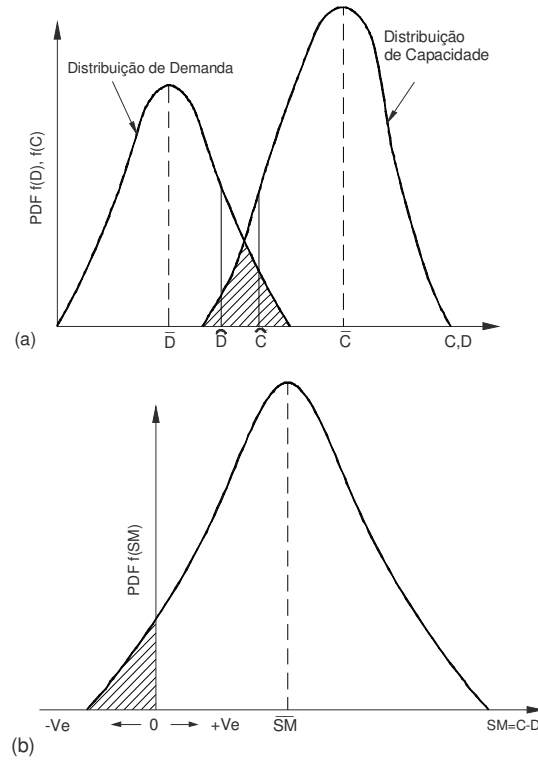


Figura 4.6. a) Distribuição de capacidade C e demanda D , ambos considerados como variáveis aleatórias. (b) Distribuição da margem de segurança MS considerada como variável aleatória.

$$\beta = \frac{E[FS] - 1}{\sigma[FS]} \quad (4.26)$$

A probabilidade de ruptura P_f , é uma medida mais completa, com base nos primeiros momentos estatísticos do FS (ou em toda FDP do FS quando disponível).

$$P_f = P(FS < 1) \quad (4.27)$$

O índice de confiabilidade requer o cálculo do valor esperado e desvio padrão do FS . Ao usar um método aproximado a probabilidade de ruptura requer duas medidas e uma suposição da forma de FDP do FS .

A Figura 4.7 mostra a relação entre a P_f e o β para uma função de desempenho com uma distribuição normal. É claro como o β é relacionado à P_f , de modo que os valores mais elevados de β implica menores valores de P_f . Outras distribuições fornecem curvas semelhantes para $\beta < 2,5$, mas as curvas variam para valores mais elevados do β .

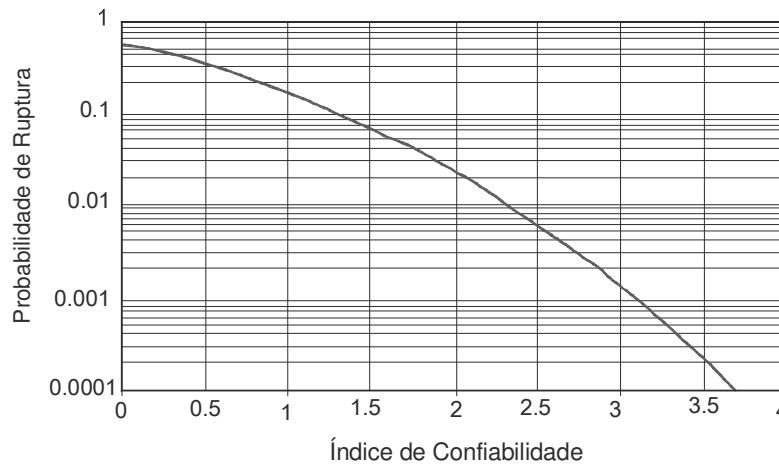


Figura 4.7 Probabilidade de ruptura P_f versus o índice de confiabilidade β , para uma distribuição normal. (Adaptado de Christian et al., 1994)

4.2.3.

Probabilidade aceitável de ruptura na análise de confiabilidade

Santamarina *et al.* (1992) desenvolveram um critério para avaliar as consequências de ruptura do talude em relação a uma série de condições que influem na análise real do projeto dentro do conceito de níveis aceitáveis de probabilidade de ruptura ou níveis de risco aceitáveis dentro de uma análise de confiabilidade, e assim tentar compatibilizar os resultados teóricos com a realidade, estas condições são: (i) perda da vida humana; (ii) perda econômica, (iii) custo para reduzir a P_f com relação ao custo das reparações após ruptura; (iv) estruturas únicas ou grupais; (v) construções existentes ou novas, (vi) duração temporária ou permanente; (vii) tipo e importância do serviço.

Este critério foi determinado através de uma análise de lógica “fuzzy” em resposta de uma série de pesquisas de engenheiros geotécnicos, Santamarina *et al.* (1992) estabeleceu estes critérios associados aos níveis aceitáveis de risco em condições do projeto variáveis apresentados na Tabela 4.6.

4.2.4.

Probabilidade de ruptura considerando a distribuição normal

De acordo com a suposição de que tanto o C e D tem uma distribuição normal, suas FDP são expressas em termos dos valores médios ($\bar{C}$, $\bar{D}$) e desvios-padrão (σ_C , σ_D) como segue:

$$f_C(C) = \frac{1}{\sigma_C \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{C - \bar{C}}{\sigma_C} \right)^2 \right\} \quad (4.28)$$

$$f_D(D) = \frac{1}{\sigma_D \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{D - \bar{D}}{\sigma_D} \right)^2 \right\} \quad (4.29)$$

Tabela 4.6 Probabilidade de ruptura aceitável na análise de estabilidade de taludes (Adaptado de Santamarina *et al.*, 1992)

Condições	Probabilidade de ruptura P_f
Estruturas temporárias com baixos custos em reparações.	10^{-1}
Nenhuma consequência de ruptura, alto custo para manter baixa a P_f (i.e., minas a céu aberto).	1 ou 2 (10^{-1})
Baixas consequências de ruptura.	10^{-2}
Cortes existentes em rodovias interestaduais.	1 ou 2 (10^{-2})
Aceitável na maioria dos casos, exceto se vidas fossem perdidas.	10^{-3}
Aceitável para a maioria dos taludes.	10^{-4}
Desnecessariamente baixos.	10^{-5}

Sabe-se matematicamente que a diferença entre as variáveis que tem uma distribuição normal também é normalmente distribuído. Portanto, a FDP da MS tem a mesma forma como descrito acima. A média e o desvio padrão da MS são:

$$\bar{MS} = \bar{C} - \bar{D} \quad (4.30)$$

$$\sigma_{MS} = \sqrt{\sigma_C^2 + \sigma_D^2} \quad (4.31)$$

Portanto, a FDP para a MS é:

$$f_{MS}(MS) = \frac{1}{\sigma_{MS} \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{MS - \bar{MS}}{\sigma_{MS}} \right)^2 \right\} \quad (4.32)$$

A fim de calcular a P_f precisa-se da função de probabilidade cumulativa da distribuição normal padrão associada com a $MS \leq 0$. Tabelas estão amplamente disponíveis a partir do qual a função de probabilidade cumulativa para o padrão normal de variáveis pode ser lido por limites estabelecidos. A P_f pode ser expressa na seguinte forma:

$$P_f = \frac{1}{2} - \psi \left(\frac{\bar{C} - \bar{D}}{\sqrt{\sigma_C^2 + \sigma_D^2}} \right) \quad (4.33)$$

Considerando que ψ deve ser lido a partir das tabelas do valor especial entre parênteses e da área sob a FDP ou curva de frequência entre a linha de simetria e de quaisquer outras ordenadas ($MS = 0$ neste caso).

4.3.

Modelos probabilísticos utilizados na análise de confiabilidade

4.3.1.

Método de Monte Carlo

De acordo com Harr (1987), o método de Monte Carlo (MMC) foi desenvolvido por Hammersley e Handscomb (1964). A Figura 4.8 apresenta um fluxograma para o método de Monte Carlo utilizado na análise de estabilidade de taludes, o método é baseado na geração de n conjuntos de amostras aleatórias de entrada $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$. Os conjuntos de variáveis aleatórias de entrada X são obtidos utilizando geradores de números aleatórios que produzem a FDP selecionada, sendo utilizado cada conjunto gerado aleatoriamente para calcular uma realização do $FS(X)$, e assim definir a FDP do $FS(X)$. Para cada conjunto de amostras aleatórias, os MEL são utilizados e a superfície de deslizamento crítica é procurada para a obtenção do mínimo $FS(X)$, resultando em um total de n conjuntos de mínimo $FS(X)$. Então, uma análise estatística é realizada para estimar P_f ou β , com a ruptura do talude definida como o FS mínimo < 1 .

É importante notar que geradores de números aleatórios “*unbiased*” são necessários a fim de realizar uma simulação de Monte Carlo. Hahn e Shapiro (1967) apresentam um resumo dos geradores de números aleatórios para uma série de funções densidade de probabilidade. Uma discussão detalhada sobre equações para a geração de números aleatórios pode ser encontrada em Rubinstein (1981).

O método de simulação Monte Carlo requer um grande número de tentativas (i.e., avaliações do *FS*). Teoricamente, quanto maior o número de ensaios na simulação, mais precisa será a resposta final. Harr (1987) apresenta a seguinte equação para o número de simulações de Monte Carlo necessário para alcançar uma precisão de dados:

$$N = \left[\frac{d^2}{4(1 - \varepsilon)^2} \right]^m \quad (4.34)$$

Onde:

- N = número de tentativas requeridas pelo MCM;
- d = desvio padrão normal correspondente ao nível de confiança;
- ε = nível de confiança desejado (0-100%);
- m = número de variáveis aleatórias de entrada.

Hahn e Shapiro (1967) mencionam que o método de Monte Carlo tem um recurso que o faz mais intuitivo que outros métodos disponíveis. Além disso, o método de Monte Carlo é flexível e pode acomodar diferentes funções de probabilidade de densidade e variáveis correlacionadas. Infelizmente, o grande número de ensaios requeridos limita a aplicabilidade do método de Monte Carlo. O método de Monte Carlo é de difícil aplicação nas análises que envolvem modelos de elementos finitos, devido ao grande tempo computacional de cada ensaio. Por exemplo, uma simulação de Monte Carlo com 99% de confiança exige 16.641 ensaios se o problema tem uma variável (Harr, 1987). Se o problema tem m variáveis, o número de ensaios aumenta geometricamente com a potência m .

4.3.2. Método do Hipercubo Latino

O método do Hipercubo Latino (MHL) proposto inicialmente por McKay *et al.* (1979), foi desenvolvido para gerar uma distribuição amostral plausível de valores dos parâmetros de uma distribuição multidimensional, baseado na técnica da amostragem estratificada com a seleção aleatória dentro de cada estrato. O método fornece uma amostragem suavizada da distribuição de probabilidade e oferece resultados comparáveis com o método de Monte Carlo com uma quantidade consideravelmente menor de amostras. Tipicamente a análise usa 1/3

das iterações utilizadas no método de Monte Carlo para obter resultados iguais ou melhores.

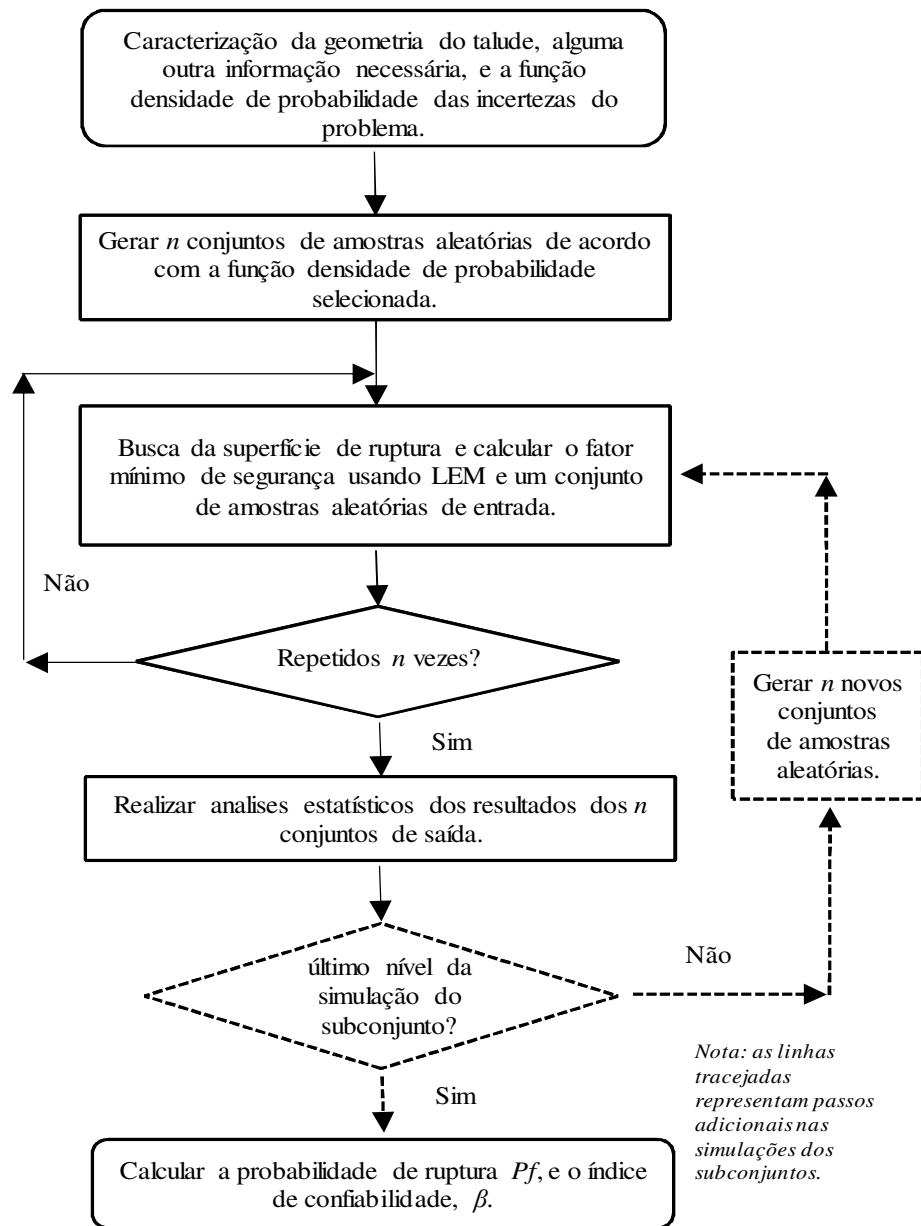


Figura 4.8 Fluxograma do método de Monte Carlo (Adaptado de Wang et al., 2011).

Amostragem

A amostragem do Hipercubo Latino (LHS) utiliza a forma de amostragem estratificada que poderia ser aplicada em variáveis múltiplas. O método comumente é usado para reduzir o número de rodadas necessárias para a

simulação de Monte Carlo e atingir uma razoável precisão na distribuição aleatória. O LHS pode trabalhar com variáveis seguindo qualquer distribuição de probabilidade.

Para o desenvolvimento da amostragem estratificada, a probabilidade acumulada (100%) é dividida em segmentos, um para cada iteração da simulação de Monte Carlo. A probabilidade é aleatoriamente escolhida dentro de cada segmento usando uma distribuição uniforme, e então mapeada ao valor representativo na distribuição atual da variável.

$P(X \leq x) = n$, onde n é o ponto aleatório no segmento. Como isto é feito é diferente para cada distribuição, mas é geralmente apenas um assunto de inverter o processo da função de probabilidade.

Agrupamento

Uma vez que cada variável tenha sido amostrada usando este método, um agrupamento das variáveis aleatórias é selecionado para cada cálculo de Monte Carlo. A seleção independente uniforme é feita em cada um dos valores das variáveis geradas. Cada valor deve ser usado somente uma vez. Uma das grandes vantagens é que as amostras randômicas são obtidas uma por vez, impossibilitando que haja repetições durante a amostragem.

4.3.3. Método das estimativas pontuais

O método das estimativas pontuais (PEM) refere-se à categoria de métodos probabilísticos para o cálculo dos momentos de uma função de variáveis aleatórias que são baseadas no cálculo do $FS(X)$ de valores pré-determinados de X . Estes valores pré-determinados de X são combinados com os correspondentes "pesos" ou probabilidades discretas. A maioria das abordagens PEM são baseadas em duas estimativas pontuais (ou seja, dois valores para cada x_i), mas na literatura podem ser encontradas referências com estimativas pontuais de terceiro ordem ou superior (Harr, 1987).

A primeira abordagem popular do PEM é geralmente creditada ao Rosenblueth (1975, 1981). Ele propôs um PEM de dois pontos para variáveis correlacionadas em que a FDP conjunta de X foi assumida a ser concentrada em

pontos do hiperquadrantes 2^n do espaço definido por X . Os momentos dos dois pontos estimados foram pareados aos três primeiros momentos centrais das variáveis de entrada, resolvendo o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} p_1 + p_2 = 1 \\ x_1 p_1 + x_2 p_2 = 0 \\ x_1 p_1^2 + x_2 p_2^2 = Var[x] \\ x_1 p_1^3 + x_2 p_2^3 = \gamma_1[x] \{Var[x]\}^{3/2} \end{cases} \quad (4.35)$$

Onde:

$$\gamma_1(x) = \mu_3(x) / \{Var[x]\}^{3/2} \text{ é a assimetria de } x;$$

$$\mu_3(x) = \text{é o terceiro momento central de } x.$$

As incógnitas do sistema de equações (Eq. 4.35) são os pontos centrais de estimativa e probabilidades (x_1 , x_2 , p_1 e p_2). Rosenblueth (1975, 1981) apresentou a seguinte solução para o sistema do apropriado de equações de momentos:

$$x_{1,2} = E[x] + \sqrt{Var[x]} [\gamma_1[x] / 2 \mp \sqrt{1 + (\gamma_1[x]/2)^2}] \quad (4.36)$$

$$p_{1,2} = 1/2 [1 \mp \sqrt{1 - 1/[\gamma_1[x]/2]^2}] \quad (4.37)$$

Os primeiros momentos da função uni-variada do $FS(x)$ foram obtidos diretamente da definição dos momentos estatísticos centrais do $FS(x)$. As seguintes equações são obtidas para os três primeiros momentos do $FS(x)$, considerando que as estimativas pontuais são equivalentes à FDP contínua do FS . (ver Figura 4.8).

$$E[FS(x)] \doteq p_1 FS(x_1) + p_2 FS(x_2) \quad (4.38)$$

$$Var[FS(x)] \doteq p_1 p_2 [FS(x_1) - FS(x_2)]^2 \quad (4.39)$$

$$\gamma_1[x] \sqrt{Var[FS(x)]} \doteq (p_2 - p_1) [FS(x_1) - FS(x_2)] \quad (4.40)$$

Onde:

$$\square = \text{igual, com exceção de termos de ordem superior.}$$

Rosenblueth (1975) introduziu também a estimativa de n -pontos para as funções uni-variadas. Equações analíticas para uma estimativa de três pontos de uma função simétrica de $FS(x)$ foram fornecidas. Assinalou-se que quanto maior o número de estimativas pontuais existe mais precisão no procedimento.

Rosenblueth (1981) propôs o uso de um número superabundante de pontos de estimativa e do procedimento utilizado na hipótese de simétrica da FDP, a Figura 4.9 apresenta a estimativa de pontos e pesos para uma função de duas variáveis aleatórias. O termo σ_i corresponde a $\{Var[x_i]\}^{1/2}$ e ρ é o coeficiente de correlação entre x_1 e x_2 .

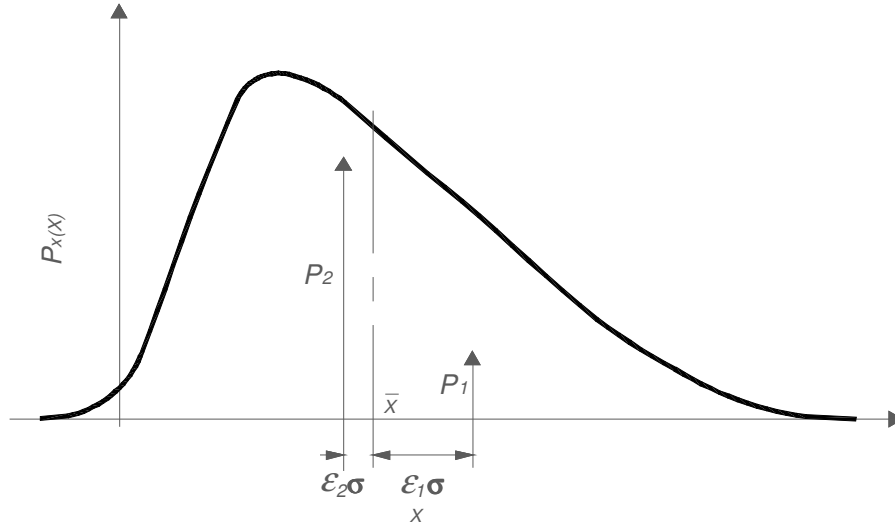


Figura 4.9 Concentrações da função de densidade de probabilidade (adaptado de Rosenblueth, 1981).

Onde $\gamma_1[x] = 0$, as expressões para x_1 , x_2 , p_1 e p_2 são mais simples

$$x_{1,2} = E[x] \mp \sqrt{Var[x]} \quad (4.41)$$

$$p_1 = p_2 = 1/2 \quad (4.42)$$

$$E[FS(x)] \doteq (1/2)[FS(x_1) + FS(x_2)] \quad (4.43)$$

$$Var[FS(x)] \doteq (1/4)[FS(x_1) - FS(x_2)] \quad (4.44)$$

Quando as variáveis estão correlacionadas ou não correlacionadas, os momentos são combinados até os momentos de segunda e terceira ordem, respectivamente. As equações propostas tomam a seguinte forma para uma função de três variáveis aleatórias:

$$E[FS(X)] = p_{+++}FS(X)_{+++} + p_{++-}FS(X)_{++-} + \dots + p_{---}FS(X)_{---} \quad (4.45)$$

$$Var[FS(X)] = E[\{FS(X)\}^2] - \{E[FS(X)]\}^2 \quad (4.46)$$

$$FS(X)_{+++} = FS(E[x_1] \pm \sqrt{Var[x_1]}, E[x_2] \pm \sqrt{Var[x_2]}, E[x_3] \pm \sqrt{Var[x_3]}) \quad (4.47)$$

$$p_{+++} = p_{---} = (1/2^3)(1 + \rho_{12} + \rho_{23} + \rho_{31}) \quad (4.48)$$

$$p_{++-} = p_{--+} = (1/2^3)(1 + \rho_{12} - \rho_{23} - \rho_{31}) \quad (4.49)$$

$$p_{++} = p_{--} = (1/2^3)(1 - \rho_{12} - \rho_{23} + \rho_{31}) \quad (4.50)$$

$$p_{+-} = p_{-+} = (1/2^3)(1 - \rho_{12} + \rho_{23} - \rho_{31}) \quad (4.51)$$

As Equações 4.45 até 4.51 têm elementos de permutação que podem ser estendidos facilmente para qualquer número de n variáveis. O número de avaliações do $FS(X)$ é 2^n . Este número pode se tornar excessivo se são considerados grandes números de variáveis aleatórias e se cada avaliação do $FS(X)$ envolve cálculos demorados (e.g., quando as análises de elementos finitos estão envolvidas). No entanto, o número de avaliações do $FS(X)$ pode ser significativamente inferior ao número exigido por uma simulação Monte Carlo.

Vários pesquisadores como: Lind (1983), Harr (1987, 1989), Li (1991, 1992), Tsai e Franceschini (2003), propuseram uma série de variações no método alternativo de estimativas pontuais. A precisão dos numerosos métodos de estimativas pontuais apresentados mostram características adicionais como o aumento do número dos momentos nos dados de entrada. Por outro lado, a precisão de cada abordagem não é proporcional ao número de avaliações do $FS(X)$. Por exemplo, as equações propostas por Li (1991, 1992) fornecem resultados mais precisos com uma menor quantidade de avaliações do que o proposto por Rosenblueth (1975 e 1981). A quantidade de informações necessárias e eficiência devem ser consideradas para a seleção do PEM mais adequado.

4.3.3.1.

Desenvolvimento teórico do Método de Estimativas Pontuais Alternativas (MEPA)

Segundo Gitirana Jr. (2005) todos os modelos probabilísticos são baseados nas análises determinísticas do FS para um número de cenários, a primeira abordagem apresentada foi o método de Monte Carlo, sendo também apresentadas as abordagens do método de estimativas pontuais. Os métodos de estimativas pontuais disponíveis requerem um número menor de cálculos e apresentam resultados relativamente precisos. No entanto, o número de cálculos exigido por métodos convencionais de estimativas pontuais aumenta drasticamente à medida que aumentam o número de variáveis aleatórias de entrada.

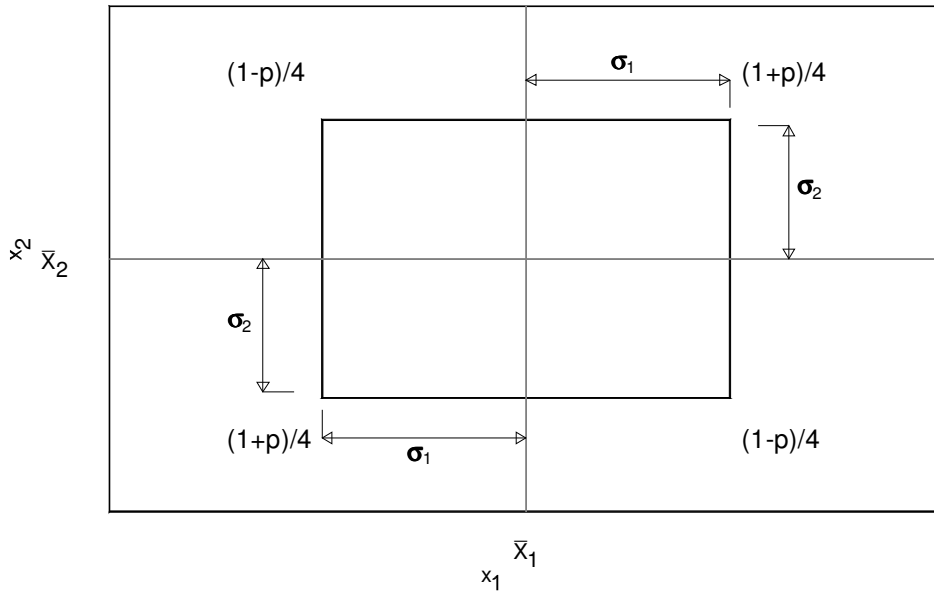


Figura 4.10 Concentrações para uma função de duas variáveis aleatórias considerando $y_1[x] = 0$ (adaptado de Rosenblueth, 1981).

Um método probabilístico para o *FS* precisa ser capaz de acomodar uma função multivariada de numerosas variáveis aleatórias não simétricas correlacionadas. O método apresentado aqui tem esses recursos sendo baseados na combinação da abordagem das séries de Taylor e do PEM univariada proposto por Rosenblueth (1975, 1981). A fim de combinar a aproximação das séries de Taylor e o método de estimativas de dois pontos, o *FS* deve primeiro ser expandido usando a série de Taylor sobre os valores médios das variáveis aleatórias de entrada. A equação a seguir usa termos até segunda ordem:

$$\begin{aligned}
 FS(X) = FS(E[X]) &+ \sum_{i=1}^n \frac{\partial FS}{\partial x_i} \bigg|_{E[X]} (x_i - E[x_i]) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 FS}{\partial x_i^2} \bigg|_{E[X]} (x_i - E[x_i])^2 \\
 &+ \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial^2 FS}{\partial x_i \partial x_j} \bigg|_{E[X]} (x_i - E[x_i])(x_j - E[x_j])
 \end{aligned} \quad (4.52)$$

Onde:

X = conjunto de n variáveis aleatórias, $x_1, x_2, \dots, x_n$;

$E[]$ = valor esperado;

$FS(E[X]) = FS(E[x_1], E[x_2], \dots, E[x_3])$.

As derivadas que aparecem na Eq. 4.52 deverão ser obtidas em valores médios, $E[X]$, como se indica. O valor esperado do *FS*, $E[FS(X)]$, pode ser obtido tomando o valor esperado de ambos lados da Eq. 4.52, como seguem:

$$E[FS(X)] = FS(E[X]) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 FS}{\partial x_i^2} \Big|_{E[X]} Var[x_i] + \sum_{i < j} \sum_j \frac{\partial^2 FS}{\partial x_i \partial x_j} \Big|_{E[X]} Cov[x_i, x_j] \quad (4.53)$$

Onde:

$$\begin{aligned} Var[x_i] &= E[(x_i - E[x_i])^2], \text{ é a variância de } x_i; \\ Cov[x_i, x_j] &= E[(x_i - E[x_i])(x_j - E[x_j])], \text{ é o coeficiente de variação} \\ &\quad \text{entre } x_i \text{ e } x_j. \end{aligned}$$

A Eq. 4.53 corresponde ao método das séries de Taylor para o cálculo do valor médio de uma função de muitas variáveis aleatórias. Momentos do FS de ordem m , $\mu_m[FS]$, podem ser obtidas com base na definição: $\mu_m[FS] = E[(FS - E[FS])^m]$. Por exemplo, a variância do FS pode ser calculada usando a equação de $Var[FS] = E[(FS - E[FS])^2]$. Qualquer outro momento do FS de maior ordem estatístico pode ser obtido usando a Eq. 4.53 e substituindo o FS por $(FS - E[FS])^m$.

As derivadas requeridas pela Eq. 4.53 não são facilmente determinadas, deixando-a quase sem uso. O método de estimativas univariadas de dois pontos proposto por Rosenblueth (1975, 1981) pode ser empregado para obter os termos da Eq. 4.53. A fim de fazê-lo, primeiro se define o $FS[(E[x_1], \dots, E[x_{i-1}], x_i, E[x_{i+1}], \dots, E[x_n])]$. De acordo com o método proposto por Rosenblueth (1981), a seguinte estimativa univariada de dois pontos de $E[FS(x_i)]$, pode ser escrito:

$$E[FS(x_i)] = p_i^+ FS(x_i^+) + p_i^- FS(x_i^-) \quad (4.54)$$

Onde:

$$\begin{aligned} FS(x_i) &= FS(E[x_1], \dots, E[x_{i-1}], x_i, E[x_{i+1}], \dots, E[x_n]); \\ FS(x_i^\pm) &= FS(E[x_1], \dots, E[x_{i-1}], x_i^\pm, E[x_{i+1}], \dots, E[x_n]); \\ x_i^\pm &= E[x_i] + \xi^\pm[x_i] \sigma[x_i]; \\ \xi^\pm[x_i] &= \gamma_1[x_i]/2 \pm \sqrt{1 + (\gamma_1[x_i]/2)^2}; \gamma_1[x_i]/2 \pm \sqrt{1 + (\gamma_1[x_i]/2)^2}; \\ \gamma_1[x_i] &= \mu_3[x_i] / \{\sigma[x_i]\}, \text{ é a assimetria de } x_i; \\ \mu_3[x_i] &= \text{o terceiro momento estatístico de } x_i; \\ \sigma[x_i] &= \sqrt{Var[x_i]}, \text{ é o desvio padrão de } x_i; \end{aligned}$$

$$p_i^{\pm} = \frac{1}{2} \left[1 \mp \sqrt{1 - \frac{1}{1 + [\gamma_1[x_i]/2]^2}} \right]$$

A estimativa univariada de dois pontos apresentados na Eq. 4.54 é baseada nas equações de momento até o terceiro momento estatístico. Nota-se que $x_i^{\pm} = E[x_i] \pm \sigma[x_i]$ e $p_i^{\pm} = 1/2$, quando x_i se assume como simetricamente distribuídas (i.e., $\gamma_1[x_i] = 0$).

Uma equação alternativa para $E[FS(x_i)]$ pode ser obtida usando uma expansão das séries univariadas de Taylor do $FS(x_i)$ sobre os valores médios das variáveis de entrada. A seguinte equação é obtida, mantendo os termos até segunda ordem e aplicando o operador da esperança:

$$E[FS(x_i)] = FS(E[X]) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 FS}{\partial x_i^2} \Big|_{E[X]} Var[x_i] \quad (4.55)$$

A seguinte equação pode ser obtida depois de igualar as Eqs. 4.54 e 4.55, resumindo as equações obtidas para todas as n variáveis de entrada, e reorganizando tem-se.

$$FS(E[x_i]) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 FS}{\partial x_i^2} \Big|_{E[X]} Var[x_i] = FS(E[X]) + \sum_{i=1}^n [p_i^+ FS(x_i^+) + p_i^- FS(x_i^-)] - FS(E[X]) \quad (4.56)$$

Todos os termos da Eq. 4.56 foram previamente definidos. A Equação 4.56 fornece os dois primeiros termos do lado direito da Eq. 4.53. O último termo do lado direito da Eq. 4.53 pode ser determinado se a derivada da segunda ordem $\partial^2 FS / \partial x_i \partial x_j$ é obtida. A fim de fazê-lo, primeiro se define o $FS(x_i^+, x_j^+) = FS(E[x_1], \dots, E[x_{i-1}], x_i^+, E[x_{i+1}], \dots, E[x_{j-1}], x_j^+, E[x_{j+1}], \dots, E[x_n])$, uma forma para a obtenção de $\partial^2 FS / \partial x_i \partial x_j$ é usar a expansão da série de Taylor de $FS(x_i^+, x_j^+)$ sobre os valores médios das variáveis de entrada. A expansão da série de Taylor pode ser escrita como segue:

$$FS(x_i^+, x_j^+) = FS(E[X]) + \frac{\partial FS}{\partial x_i} \Big|_{E[X]} (x_i^+ - E[x_i]) + \frac{\partial FS}{\partial x_j} \Big|_{E[X]} (x_j^+ - E[x_j]) \quad (4.57)$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 FS}{\partial x_i^2} \bigg|_{E[X]} (x_i^+ - E[x_i])^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 FS}{\partial x_j^2} \bigg|_{E[X]} (x_j^+ - E[x_j])^2 \\
& + \frac{\partial^2 FS}{\partial x_i \partial x_j} \bigg|_{E[X]} (x_i^+ - E[x_i])(x_j^+ - E[x_j])
\end{aligned}$$

Onde:

$$FS(x_i^+, x_j^+) = FS(E[x_1], \dots, E[x_{i-1}], x_i^+, E[x_{i+1}], \dots, E[x_{j-1}], x_j^+, E[x_{j+1}], \dots, E[x_n])$$

Note-se que a Eq. 4.57 pode ser reorganizada, considerando;

$$\frac{\partial FS}{\partial x_i} \bigg|_{E[X]} (x_i^+ - E[x_i]) + (1/2) \left(\frac{\partial^2 FS}{\partial x_i^2} \bigg|_{E[X]} \right) (x_i^+ - E[x_i])^2 = FS(x_i^+) - FS(E[X]):$$

$$\frac{\partial^2 FS}{\partial x_i \partial x_j} \bigg|_{E[X]} = \frac{FS(x_i^+, x_j^+) - FS(x_i^+) - FS(x_j^+) + FS(E[X])}{\xi^+[x_i] \sigma[x_i] \xi^+[x_j] \sigma[x_j]} \quad (4.58)$$

A seguinte equação é obtida após a combinação das Eqs. 4.53, 4.56 e 4.58:

$$\begin{aligned}
E[FS(X)] &= FS(E[X]) + \sum_{i=1}^n \left[p_i^+ FS(x_i^+) + p_i^- FS(x_i^-) - FS(E[X]) \right] \\
&+ \sum_{i < j} \left[FS(x_i^+, x_j^+) - FS(x_i^+) - FS(x_j^+) + FS(E[X]) \right] \frac{\rho[x_i, x_j]}{\xi^+[x_i] \xi^+[x_j]}
\end{aligned} \quad (4.59)$$

Onde:

$$FS(E[X]) = FS(E[x_1], E[x_2], \dots, E[x_n]);$$

$$FS(x_i^\pm) = FS(E[x_1], E[x_2], \dots, E[x_{i-1}], x_i^\pm, E[x_{i+1}], \dots, E[x_n]);$$

$$x_i^\pm = E[x_i] + \xi^\pm[x_i] \sigma[x_i];$$

$$\xi^\pm[x_i] = \gamma_1[x_i] / 2 \pm \sqrt{1 + (\gamma_1[x_i] / 2)^2};$$

$$p_i^\pm = \frac{1}{2} \left[1 \mp \sqrt{1 - \frac{1}{1 + [\gamma_1[x_i] / 2]^2}} \right];$$

$$FS(x_i^+, x_j^+) = FS(E[x_1], \dots, E[x_{i-1}], x_i^+, E[x_{i+1}], \dots, E[x_{j-1}], x_j^+, E[x_{j+1}], \dots, E[x_n]);$$

$$\rho[x_i, x_j] = \text{Coeficiente de correlação entre } x_i \text{ e } x_j;$$

$$\rho[x_i, x_j] = \frac{Cov[x_i, x_j]}{\sigma[x_i] \sigma[x_j]}.$$

A Eq. 4.59 é a equação final para o cálculo do valor esperado do FS .

Qualquer momento do FS de ordem m pode ser obtido com base na definição,

$\mu_m[FS] = E[(FS - E[FS])^m]$ como mencionado anteriormente. Em outras palavras, os momentos de ordem superior estatístico do FS podem ser obtidos usando a Eq. 4.59 e substituindo o FS por $\{FS(X) - E[FS(X)]\}^m$.

$$\begin{aligned} \mu_m[FS(X)] &= E[\{FS(X) - E[FS(X)]\}^m] = \{FS(E(X) - E[FS(X)])\}^m \\ &+ \sum_{i=1}^n \left[p_i^+ \{FS(x_i^+) - E[FS(X)]\}^m + p_i^- \{FS(x_i^-) - E[FS(X)]\}^m \right. \\ &\quad \left. - \{FS(E[X]) - E[FS(X)]\}^m \right] \\ &+ \sum_{i \neq j} \sum_j \left[\{FS(x_i^+, x_j^+) - E[FS(X)]\}^m - \{FS(x_i^+) - E[FS(X)]\}^m \right. \\ &\quad \left. - \{FS(x_j^+) - E[FS(X)]\}^m + \{FS(E[X]) - E[FS(X)]\}^m \right] \\ &\times \frac{\rho[x_i, x_j]}{\xi^+[x_i] \xi^+[x_j]} \end{aligned} \quad (4.60)$$

Onde:

$\mu_m[FS(X)]$ = momento estatístico do FS de ordem m ;

$E[FS(X)]$ = o valor calculado utilizando a Eq. 4.59.

As Eqs. 4.59 e 4.60 podem ser utilizadas no cálculo dos primeiros momentos estatísticos do FS . Os momentos do FS podem ser utilizados no cálculo do índice de confiabilidade e a probabilidade de ruptura. Sendo os requerimentos de entrada das equações. 4.59 e 4.60, a média, o desvio padrão (ou coeficiente de variação), a assimetria e a matriz de correlação das variáveis aleatórias de entrada. O número necessário de avaliações do FS é $(n^2+3n+2)/2$ se todas as variáveis são correlacionadas e $(2n+1)$ se todas as variáveis são independentes, sendo n o número de variáveis de entrada.

O PEM proposto por Rosenblueth (1975) requer 2^n avaliações do FS para a aproximação de 2 pontos e 3^n avaliações do FS para a aproximação de 3 pontos. Torna-se aparente que o Rosenblueth (1975) é impraticável por causa dos cálculos numéricos exigentes requeridos pelo problema de estabilidade de taludes. A Figura 4.11 mostra que para $n \geq 5$ as equações aqui apresentadas exigem avaliações significativamente menores do que aproximações para 2 e 3 pontos utilizando as equações propostas por Rosenblueth (1975). Para $n \leq 4$ o número de avaliações necessárias pelas equações aqui mostradas para variáveis

correlacionadas não apresenta variações significantes com relação à aproximação de 2 pontos proposto por Rosenblueth (1975). Pode ser observado na Figura 4.11 que a aproximação em séries de Taylor com base no procedimento numérico proposto por Sandroni e Sayão (1993) é o método mais eficiente. No entanto, é importante ressaltar que o procedimento numérico proposto por Sandroni e Sayão (1993) não se baseia em uma sólida base teórica e também não há critérios bem estabelecidos para o tamanho do incremento usado na avaliação das derivadas do $FS(X)$.

A Figura 4.11 mostra também que as equações aqui apresentadas exigem uma série de avaliações relativamente próximas do número de avaliações requeridas pela aproximação das séries de Taylor (FOSM), quando as variáveis são consideradas independentes. No entanto, a taxa de aumento do número de avaliações é bastante constante e significativamente menor do que os outros métodos de estimativas pontuais.

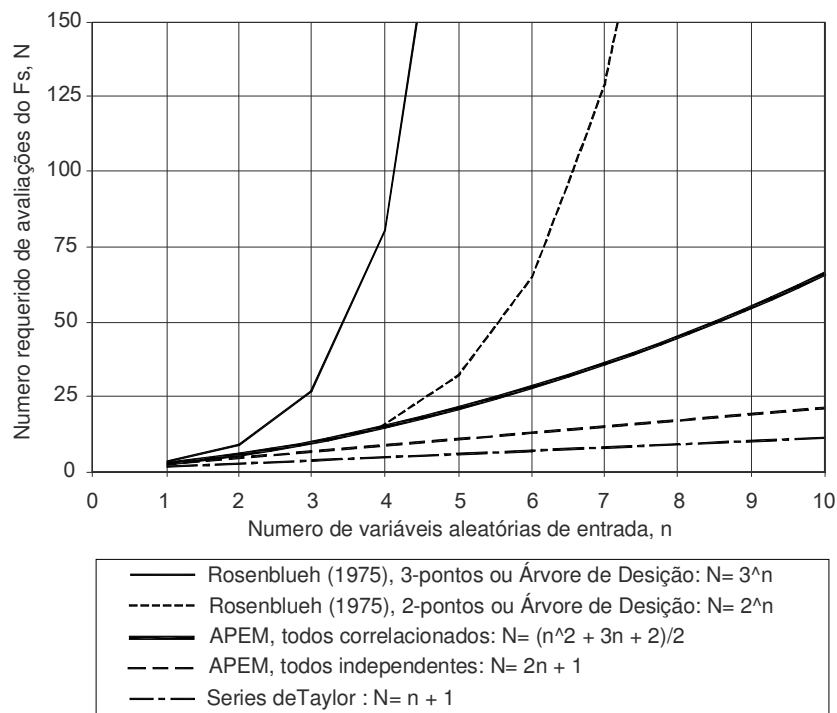


Figura 4.11 Número de avaliações de FS , exigido por vários métodos probabilísticos (Adaptado de Fredlund e Fredlund, 2011).

4.4. Análise de sensibilidade

Esta seção apresenta o marco teórico formal da análise de sensibilidade, baseada nos conceitos fundamentais da *Análise de Decisão*. O objetivo fundamental da análise de sensibilidade é ajudar na decisão e determinar que as variáveis de entrada tenham influência significativa na decisão disponível (Clemen, 1996). No contexto do problema de estabilidade de talude, o objetivo principal da análise de sensibilidade é auxiliar na decisão de agir ou não agir.

Análise de decisão

Teoria da análise de decisão fornece não apenas uma ferramenta de modelagem para tomada de decisão, mas também um "processo da análise de decisão" (Clemen, 1996). O processo da análise de decisão é baseado em quatro etapas principais, a saber, (i) *agrupamento da informação*, (ii) *coleta de dados e modelagem*, (iii) *avaliação do modelo* e (iv) *decisão*. Estas quatro etapas principais formam um ciclo que deve ser seguido e repetido várias vezes, para obter o refinamento das noções de modelagem, variáveis, etc.

O diagrama de influência é uma representação gráfica dos elementos em um problema de decisão e as relações entre eles. Árvores de decisão mostram o tempo em que acontecem os eventos no modelo e uma representação discreta das incertezas. (Figura 4.12)

No entanto, a quantificação dos riscos nos taludes envolvem fenômenos complexos e numerosos que não podem ser avaliados com base nas informações de simples especialistas. Um modelo rigoroso quantitativo para avaliação de risco requer um esforço computacional grande e inclusive análises numéricas.

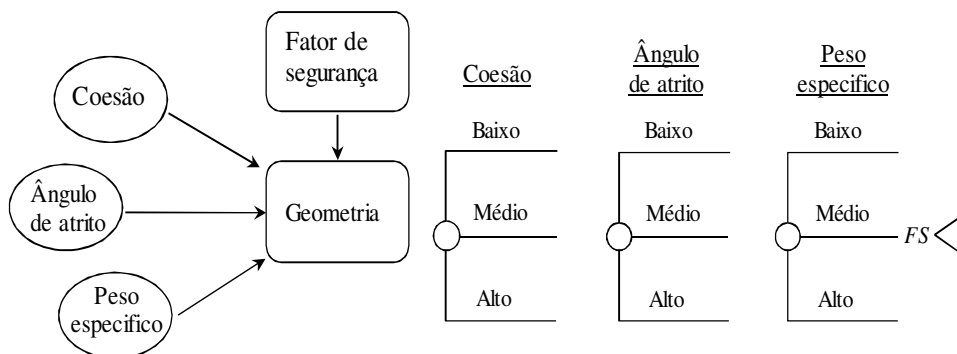


Figura 4.12 Um modelos simples de análise de decisão para estabilidade de taludes (a) Diagrama de influência, (b) Árvore de decisão (Adaptado de Gitirana Jr., 2005).

A análise de sensibilidade de um e dois sentidos e diagramas tornado são algumas das abordagens mais simples para estudar a sensibilidade das variáveis de entrada em um problema de decisão (Eschenbach, 1992; Clemen, 1996). Este tipo de análise é realizado para uma e duas variáveis de entrada de cada vez, respectivamente. As variáveis de entrada são variadas ao longo de uma faixa de valores possíveis, e as variáveis de entrada restantes devem ser mantidas ao valor base. A análise de sensibilidade de um sentido considerando várias variáveis de entrada pode ser comparada usando diagramas tornado. Esses diagramas indicam que variáveis necessitam de uma maior atenção em relação às outras variáveis.

Diagramas Tornado foram selecionados para serem usados na componente probabilística das análises realizadas para mostrar e comparar o quanto a incerteza de cada variável de entrada é transformada em incerteza no *FS*. Dois tipos de diagramas do tipo tornado podem ser usados para a mesma finalidade: diagrama tornado tipo caso base e diagrama tornado tipo evento.

Diagramas tornado caso base

Este diagrama é uma forma simples de estudar a sensibilidade das variáveis de entrada, uma vez que não são baseadas em regras de construção rigorosa. Por exemplo, a gama de variações adotadas podem ser definidas como "rango de valores esperados". Estes diagramas podem ser recomendados quando a informação estatística detalhada não está disponível.

Diagramas tornado de tipo evento

Os diagramas tornado de tipo evento podem ser divididos em eventos determinísticos e probabilísticos respectivamente baseados em regras de construção rigorosa e podem se beneficiar de informações estatísticas detalhadas das variáveis aleatórias de entrada. Assim as correlações não são consideradas. Em um *diagrama tornado evento probabilístico*, uma fonte de incerteza no modelo é removida de cada vez e todas as informações restantes probabilísticas são mantidas, incluindo quaisquer correlações existentes. O procedimento para a construção do diagrama tornado evento probabilístico é apresentado a seguir.

- ***Diagrama tornado probabilístico***

A variável principal da análise de sensibilidade é o *FS*. Como resultado, o problema de estabilidade torna-se semelhante com um problema de análise de

confiabilidade e apenas uma lei é considerada na análise de sensibilidade e diagramas tornado. A Figura 4.13 apresenta uma ilustração do diagrama tornado evento probabilístico. O diagrama tornado mostra o quanto a incerteza de cada variável de entrada contribui para a incerteza no FS . Os diagramas tornado evento probabilístico recebem este nome devido à capacidade para reter a maior incerteza em um modelo. Os seguintes passos são seguidos nesta dissertação para a construção de diagramas tornado tipo evento probabilístico:

1) A incerteza de uma variável de entrada é removida e o primeiro e segundo momentos do FS são calculados usando equações com base no método alternativo de estimativas pontuais apresentadas nas seções anteriores. A fim de remover a incerteza de uma variável (variável k^{th}) as Eqs. 4.59 e 4.60 devem ser modificadas como se segue:

$$E[FS(X)]_k = FS([X]) + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n [p_i^+ FS(x_i^+) + p_i^- FS(x_i^-) - FS(E[X])] \\ + \sum_i \sum_j [FS(x_i^+, x_j^+) - FS(x_i^+) - FS(x_j^+) + FS(E[x])] \quad (4.61) \\ \times \frac{\rho[x_i, x_j]}{\xi^+[x_i] \xi^+[x_j]}$$

$$Var[FS(X)]_k = \{FS(E[X]) - E[FS(X)]_k\}^2 \\ + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \left[p_i^+ \{FS(x_i^+) - E[FS(X)]_k\}^2 + p_i^- \{FS(x_i^-) - E[FS(X)]_k\}^2 \right. \\ \left. - \{FS(E[X]) - E[FS(X)]_k\}^2 \right] \\ + \sum_i \sum_j \left[\{FS(x_i^+, x_j^+) - E[FS(X)]_k\}^2 - \{FS(x_i^+) - E[FS(X)]_k\}^2 \right. \\ \left. - \{FS(x_j^+) - E[FS(X)]_k\}^2 + \{FS(E[X]) - E[FS(X)]_k\}^2 \right] \quad (4.62) \\ \times \frac{\rho[x_i, x_j]}{\xi^+[x_i] \xi^+[x_j]}$$

Onde:

$E[FS(X)]_k$ = o primeiro momento estatístico do FS calculado quando a incerteza de uma variável de entrada k é removida.

$Var[FS(X)]_k$ = o segundo momento estatístico do FS calculado quando a incerteza de uma variável de entrada k é removida.

2) O primeiro e segundo momento estatístico obtido para o *FS* (Eqs. 4.61 e 4.62) são usados para calcular os percentis 10^{mo} , 50^{mo} e 90^{mo} . A distribuição log-normal é assumida para o *FS*, a fim de calcular os percentis;

3) O procedimento descrito nos passos "1" e "2" é repetido para todas as variáveis de entrada aleatória;

4) Uma barra é criada no diagrama tornado para cada cálculo realizado seguindo os passos "1" ao "3". Cada barra corresponde à variável de entrada aleatória cuja incerteza foi removida do modelo. As extremidades das barras correspondem aos percentis 10^{mo} e 90^{mo} do *FS* e uma linha localizada próxima ao meio da barra indica o percentil 50^{mo} ;

5) O procedimento descrito nos passos "1" ao "4" é repetido para o "modelo integral" (i.e., sem remover alguma variável de entrada correspondente a alguma incerteza) e uma barra para o "modelo integral" é gerada;

6) Finalmente, as barras são ordenadas do mais amplo ao mais estreito, resultando na forma do tornado. Classificando as barras de ajuda identificando as variáveis de entrada com maior influência.

O tamanho de cada barra mostrada na Figura 4.13 é diretamente proporcional à forma como foi espalhada a FDP do *FS*. Portanto, o tamanho de cada barra pode estar relacionado com a incerteza que foi considerada a partir das variáveis de entrada para o *FS*, assim quanto mais próximo ao tamanho da barra do "modelo integral", a sensibilidade do *FS* é menos correspondente à variável de entrada. Por exemplo, a Figura 4.13 mostra que as variáveis 4, 5 e 6 tenham impactos consideravelmente maiores do que as variáveis 1 e 2. Variáveis 1 e 2 poderiam ser consideradas como variáveis de certeza, e esta simplificação não afetaria os resultados da análise consideravelmente. Variável 3 parece ter um impacto intermediário no *FS*.

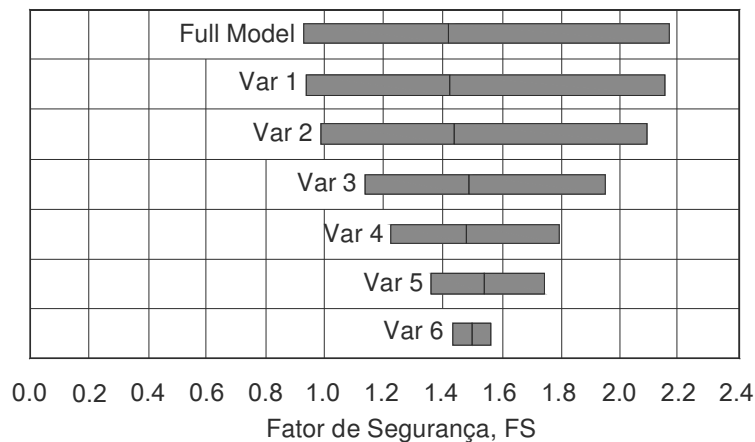


Figura 4.13 Diagrama do evento probabilístico do tipo tornado para o modelo W-GHA (Adaptado de Fredlund e Fredlund, 2011).

4.5.

Diferenças entre as abordagens probabilísticas e determinísticas

Nesta seção mostraremos uma breve troca de ideias sobre o uso das abordagens probabilística e determinística. Os conceitos da modelagem determinística e probabilística são significativamente diferentes. Na modelagem determinística, os dados disponíveis são estimados usualmente por julgamento, para encontrar a melhor estimativa simples para cada parâmetro de entrada. Então essas estimativas são usadas nos modelos analíticos (ou numéricos) de previsão de desempenho. A análise fornece um resultado único, sendo considerada uma representação razoável da realidade. A principal suposição envolvida na abordagem determinística é que o erro estimado (i.e., diferença entre o valor real desconhecido dos parâmetros de entrada e as nossas estimativas) seja igual a zero. Quando se trata com ciências da Terra se encontra que as informações das propriedades do material tendem a serem variáveis e os dados disponíveis normalmente são esparsos, não haveria justificativa para fazer suposições. Além disto, a suposição que os modelos usados para a previsão de desempenho não tenham falhas e representem perfeitamente a realidade é pouco provável.

Em contrapartida a modelagem probabilística reconhece as incertezas nos parâmetros de entrada e nos modelos de previsão. Os parâmetros de entrada são tratados como variáveis aleatórias. Cada parâmetro pode assumir qualquer valor dentro de um intervalo admitido, com uma dada probabilidade de ocorrência deduzida a partir dos dados disponíveis. Desde que os parâmetros de entrada

sejam variáveis, o desempenho previsto também será variável. Assim, será obtido um intervalo de resultados possíveis com as suas respectivas probabilidades. A incerteza nos modelos de previsão de desempenho também pode ser incorporada na análise. Consequentemente, a modelagem probabilística reflete nosso conhecimento imperfeito da realidade.

Nas últimas cinco décadas, modelos determinísticos como os de Bishop, Spencer, Morgenstern Price e Janbu, entre outros, tiveram ampla aceitação, tomando-se parte da prática comum na análise de estabilidade de taludes. Baseado na experiência, um *FS* admissível é selecionado. Se o *FS* calculado for maior ou igual que o admissível, o talude será considerado seguro. Caso contrário, o projeto terá que ser modificado para se atingir um *FS* maior. Portanto, a prática convencional atribui uma considerável importância ao *FS*. Obviamente, o *FS* calculado depende dos parâmetros de entrada selecionados, do modo de ruptura estimado, da confiabilidade das suposições e da acurácia dos métodos de análise escolhidos. Contudo, não existe um valor único do *FS* para um dado problema de taludes. Possivelmente serão adotados parâmetros, suposições e métodos de análise diferentes por diferentes engenheiros, dependendo do seu julgamento e experiência. Os *FS* calculados possivelmente não serão iguais, e por isso o significado real do *FS* não é claro.

Assim, apresenta-se a seguir o seguinte caso do aterro de rodovia experimental conhecido como Muar localizado em Malásia, que foi construído em 1989 e rompeu com uma altura de 4,7 metros acima do terreno (El-Ramly, 2001). Onde inicialmente quatro renomados consultores geotécnicos foram convidados a prever o desempenho do aterro da rodovia, considerando os mesmos dados obtidos durante toda a campanha de investigação para cada consultor, incluindo a altura de ruptura. Mais adiante, o exercício seria estendido a trinta consultores com as mesmas características.

Morgenstern (2000) executou um estudo sobre a acurácia da previsão de desempenho na engenharia geotécnica. Ele classificou as previsões em *excelente*, *boa*, *aceitável*, *pobre* e *ruim*, dependendo da sua proximidade com o desempenho real observado em campo. Previsões entre 25% e 50% da resposta correta são classificadas como pobre e previsões além de mais ou menos 50% de erro são classificadas como ruins. Ele examinou algumas competições interacionais de previsão: o aterro de rodovia experimental no MIT, o aterro de rodovia

experimental de Muar, uma sapata assentada sobre areia e uma estaca de aço simples cravada. Assim, El-Ramly (2001) notou que as previsões *pobres* ou *ruins* chegam a 70%, 55%, 90% e 87% do número total de previsões para os quatro casos, isto em condições de grande quantidade de dados e do grande cuidado na análise associado a tais competidores. Embora estas conclusões possam ser chocantes, elas realmente refletem o impacto significativo da incerteza sobre a confiabilidade das previsões geotécnicas.

A prática convencional de taludes considera a incerteza como superficialmente, através de parâmetros e projetos conservadores. Normalmente o processo é altamente subjetivo e leva para um grau de conservadorismo desconhecido dentro do *FS* global do projeto. A consideração da incerteza quantificada não é explícita. Como resultado disso, El-Ramly (2001) menciona que não são raros os casos de ruptura de taludes considerados seguros, entre eles, casos como: Bjerrum (1974); Janbu, *et al.* (1977); Skempton (1977 e 1985); Seed *et al.* (1990). Destacando que apesar do conservadorismo presumido na prática convencional de projetos relatados com taludes é inevitável a presença de um elemento de risco. Mas deve-se mencionar que a prática convencional tem a vantagem de estar apoiada sobre uma ampla gama de experiências baseadas em décadas de prática. Porém, esta experiência deveria beneficiar a procura de uma prática mais racional.

A análise probabilística de taludes normalmente é executada com o uso do MEL e considerando a variação dos parâmetros de projeto. Assim, os métodos de análise probabilística de estabilidade de taludes são baseados nos mesmos princípios dos métodos determinísticos (i.e., modos de ruptura e equilíbrio limite). Contudo, eles apresentam a vantagem de serem capazes de considerar quantitativamente as diversas origens de incerteza. As técnicas probabilísticas auxiliam no entendimento das principais origens de risco, melhoram o julgamento de engenharia e permitem uma comparação racional entre a confiabilidade de projetos alternativos, melhorando o processo de tomada de decisão.