

5

Modelo Probabilístico do Receptor Radar

Neste capítulo, o modelo matemático do receptor radar descrito no Capítulo 3, Figura 3.7, analisado considerando-se uma forma de onda de transmissão determinística é discutido novamente, considerando-se a forma de onda proposta, caracterizada por um processo estocástico, apresentada no Capítulo 4. Primeiramente, se analisa as saídas dos filtros casados, para em seguida verificar a saída do integrador e finalmente concluir sobre a detecção e consequente desempenho do sistema.

Conforme descrito nos capítulos anteriores, o sistema considerado utiliza filtros correladores e integração de pulso para melhorar a detecção do alvo. Juntamente com esta, determina-se a posição exata do alvo através do cálculo do intervalo de tempo que o sinal transmitido levou para retornar ao radar. Em (3-11) são descritos os sinais de entrada dos n_p filtros correladores, quando um único alvo estático, localizado a uma distância $R_0 = \frac{cT_0}{2}$, onde c representa a velocidade da luz no vácuo e T_0 o tempo que o i -ésimo pulso de transmissão, $s_i(t)$, refletido no alvo leva para retornar ao receptor, está presente no cenário de observação.

Conforme exposto no Capítulo 3, neste trabalho não se considera as distorções sofridas pelo sinal provocadas pelas cadeias de radiofrequência de transmissão e recepção e pelo canal de propagação, ou seja, considera-se que $A_i(t) = A_i$, para um mesmo alvo. Em um sistema radar clássico, que emprega pulsos de transmissão, $s_i(t)$, determinísticos, tem-se que $\tilde{s}_i(t) = \tilde{s}_j(t) = \tilde{s}(t)$, $\forall i, j$. Em radares de ruído, que empregam pulsos de transmissão como o proposto neste trabalho, cada sinal $\tilde{s}_i(t)$ é uma função amostra do processo estocástico $\tilde{s}(t)$ que caracteriza a envoltória complexa do sinal de transmissão com respeito à frequência intermediária.

O sinal complexo de saída do i -ésimo filtro correlator, $\tilde{y}'_i(t)$ é dado por (3-29), que é uma função amostra de um processo estocástico $\tilde{y}'(t)$. Sendo assim, faz-se necessário, para uma melhor análise deste, que ferramentas estocásticas sejam utilizadas.

Primeiramente, deduz-se a função média do mesmo. O valor esperado do sinal de saída da compressão de pulsos é dado, de (3-29) por

$$E[\tilde{y}'_i(t)] = E[\tilde{x}'_i(t)] + E[\tilde{n}'_i(t)] \quad (5-1)$$

A expressão descrita em (5-1) é, dada, a partir de (3-41) e (3-42), por

$$E[\tilde{y}'_i(t)] = \int_0^{T_{int}} E[A_i \tilde{s}_i(\tau - T_0) \tilde{s}_i^*(\tau - t)] d\tau + \int_0^{T_{int}} E[\tilde{n}_i(\tau) \tilde{s}_i^*(\tau - t)] d\tau \quad (5-2)$$

Considerando o sinal de transmissão conforme proposto, ou seja, caracterizado por um processo estocástico e ainda, assumindo que ele e o ruído térmico são dois processos decorrelatados, nota-se que o segundo termo de (5-2) é nulo, pois tanto o valor esperado do ruído $\tilde{n}_i(\tau)$ quanto do sinal de transmissão $\tilde{s}_i(\tau)$ são nulos. Portanto, tem-se que (5-2) pode ser reescrita, de maneira análoga à (4-49), por

$$E[\tilde{y}'_i(t)] = E[\tilde{x}'_i(t)] = T_{int} A_i R_{\tilde{s}_i}(t - T_0) \quad (5-3)$$

onde $R_{\tilde{s}_i}(t)$ é a função autocorrelação do sinal de transmissão, dada por (4-47).

Note que o valor esperado da saída do filtro correlator no instante $t = T_0$, é máximo, dado, a partir de (4-41), por

$$E[\tilde{y}'_i(T_0)] = T_{int} A_i 2P \quad (5-4)$$

onde T_{int} é o tempo de integração e $2P$ é a potência média da envoltória complexa do sinal de transmissão.

O valor esperado do sinal de saída do integrador é dado por

$$E[\tilde{y}'_{int}(t)] = E[\tilde{x}'_{int}(t)] = n_p T_{int} A_i R_{\tilde{s}_i}(t - T_0) \quad (5-5)$$

Note que o valor esperado da saída do integrador no instante $t = T_0$ também é máximo, dado, a partir de (4-41), por

$$E[\tilde{y}'_{int}(T_0)] = n_p T_{int} A_i 2P \quad (5-6)$$

onde T_{int} é o tempo de integração e $2P$ é a potência média da envoltória complexa do sinal de transmissão.

Conforme descrito no Capítulo 3, o desempenho do detector é medido

através das probabilidades de detecção e de falso alarme associadas a este. Uma vez que ambas são função da razão sinal ruído, no instante T_0 , associada à entrada deste detector, faz-se necessário estimar tal parâmetro.

Em (3-43), é descrita a razão que se deseja derivar, a qual é escrita em função da potência da componente do sinal, $\tilde{x}'_{int}(T_0)$, e do ruído $\tilde{n}'_{int}(T_0)$, associadas à saída do bloco integrador.

A potência do sinal na saída do módulo Integrador, no instante T_0 , é dada por

$$P_{\tilde{x}'_{int}}(T_0) = E [|\tilde{x}'_{int}(T_0)|^2] \quad (5-7)$$

Para se determinar este valor, primeiramente, faz-se necessário determinar a função autocorrelação do processo estocástico que caracteriza o sinal de saída do filtro casado, $\tilde{x}'_i(T_0)$. Esta, é dada por

$$R_{\tilde{x}'_i(t)}(\tau) = E[\tilde{x}'_i(t + \tau)\tilde{x}'_i^*(t)] \quad (5-8)$$

É demonstrado, no Apêndice G, que (5-8) pode ser escrita como

$$R_{\tilde{x}'_i(t)}(\tau) = 4A_i^2 P^2 \int_0^{T_{int}} \int_0^{T_{int}} e^{-\frac{\sigma^2}{2}} d\alpha d\beta \quad (5-9)$$

onde

$$\begin{aligned} \sigma^2 = & 4R_\theta(0) + 2 \left[-R_\theta(t + \tau - T_0) - R_\theta(\alpha - \beta) + R_\theta(\alpha - \beta - T_0 + t) \right. \\ & \left. + R_\theta(\alpha - \beta + T_0 - t - \tau) - R_\theta(\alpha - \beta - \tau) - R_\theta(t - T_0) \right] \end{aligned} \quad (5-10)$$

e $R_\theta(t)$ é a função autocorrelação da variável $\theta(t)$, definida em (4-62).

Se $t = T_0$, (5-9) é, então, escrita como

$$R_{\tilde{x}'_i(T_0)}(\tau) = 4A_i^2 P^2 T_{int}^2 e^{-[R_\theta(0) - R_\theta(\tau)]} \quad (5-11)$$

A potência média do sinal na saída do filtro casado, no instante T_0 é, então, obtida a partir de (5-11), como

$$P_{\tilde{x}'_i}(T_0) = E [|\tilde{x}'_i(T_0)|^2] = R_{\tilde{x}'_i(T_0)}(0) = 4A_i^2 P^2 T_{int}^2 \quad (5-12)$$

onde T_{int} é o tempo de integração e $2P$ é a potência média da envoltória complexa do sinal de transmissão.

Note, de (5-12) e (5-4) que a variável aleatória $\tilde{x}'_i(T_0)$ apresenta variância $\sigma_{\tilde{x}'_i(T_0)}^2$ nula, uma vez que esta é dada por

$$\sigma_{\tilde{x}'_i(T_0)}^2 = E [|\tilde{x}'_i(T_0)|^2] - (E[\tilde{x}'_i(T_0)])^2 = 0 \quad (5-13)$$

Conclui-se, então, de (5-13), que o valor de pico do sinal de saída da compressão, $\tilde{x}'_i(T_0)$, de pulsos não se altera de pulso para pulso, ou seja,

$$\tilde{x}'_i(T_0) = 2PA_iT_{int} \quad , \forall i. \quad (5-14)$$

A potência do sinal na saída do integrador (5-7) pode ser reescrita, a partir de (3-34), como

$$\begin{aligned} E [|\tilde{x}'_{int}(T_0)|^2] &= E \left[\sum_{i=1}^{n_p} \sum_{j=1}^{n_p} \tilde{x}'_i(T_0) \tilde{x}'_j{}^*(T_0) \right] \\ &= \sum_{i=1}^{n_p} E [|\tilde{x}'_i(T_0)|^2] + \sum_{i=1}^{n_p} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_p} E [\tilde{x}'_i(T_0) \tilde{x}'_j{}^*(T_0)] \end{aligned} \quad (5-15)$$

Considerando-se que os sinais de saída da compressão de pulsos em instantes de tempo distintos são estatisticamente independentes, então, utilizando-se (5-12) e (5-3) tem-se que a potência do sinal na saída do integrador é dada por

$$\begin{aligned} P_{\tilde{x}'_{int}}(T_0) &= n_p(4A_i^2P^2T_{int}^2) + (n_p^2 - n_p)E[\tilde{x}'_i(T_0)]E[\tilde{x}'_j{}^*(T_0)] \\ &= n_p(4A_i^2P^2T_{int}^2) + (n_p^2 - n_p)(2A_iT_{int}P)^2 \\ &= n_p^24A_i^2P^2T_{int}^2 \end{aligned} \quad (5-16)$$

A potência do ruído na saída do integrador é calculada de forma análoga. A partir de (3-43) observa-se que esta é dada por

$$P_{\tilde{n}'_{int}}(t) = E [|\tilde{n}'_{int}(t)|^2] \quad (5-17)$$

Reescrevendo (5-17), a partir de (3-35), tem-se que

$$P_{\tilde{n}'_{int}}(t) = E \left[\sum_{i=1}^{n_p} \sum_{j=1}^{n_p} \tilde{n}'_i(T_0) \tilde{n}'_j{}^*(T_0) \right] \quad (5-18)$$

Assim como feito no cálculo de (A-5), se considera que os ruídos na

saída da compressão de pulsos em instantes de tempo i e j , distintos, são estatisticamente independentes e, mais ainda, que estes possuem média nula, uma vez que o ruído na entrada do filtro casado é gaussiano e possui média nula e o referido filtro é linear e invariante no tempo. Assim, (5-18) é dada por

$$\begin{aligned} P_{\tilde{n}'_{int}}(t) &= \sum_{i=1}^{n_p} \sum_{j=1}^{n_p} E [|\tilde{n}'_i(T_0)|^2] + \sum_{i=1}^{n_p} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n_p} E [\tilde{n}'_i(T_0) \tilde{n}'_j^*(T_0)] \\ &= n_p P_{\tilde{n}'_i}(t) + (n_p^2 - n_p) E [\tilde{n}'_i(T_0)] E [\tilde{n}'_j^*(T_0)] \\ &= n_p P_{\tilde{n}'_i}(t) \end{aligned} \quad (5-19)$$

onde $P_{\tilde{n}'_i}(t)$ é o valor esperado da potência média do ruído na saída de i -ésimo filtro, dado, a partir de (3-37) e (B-9) por

$$P_{\tilde{n}'_i}(t) = N_0 E \left[\int_{-\frac{B_{\tilde{s}_i}}{2}}^{\frac{B_{\tilde{s}_i}}{2}} |\tilde{S}_i^*(f)|^2 df \right] \quad (5-20)$$

onde N_0 é o nível espectral da envoltória complexa do ruído na entrada do i -ésimo filtro casado e $B_{\tilde{s}_i}$ e $\tilde{S}_i^*(f)$ são, respectivamente, a largura de banda e o complexo conjugado da transformada de Fourier da envoltória complexa do i -ésimo pulso de transmissão.

É demonstrado no Apêndice H que a potência média do ruído na saída de i -ésimo filtro é dada, para sinais caracterizados por portadoras moduladas em frequência faixa larga, por

$$P_{\tilde{n}'_i}(t) = N_0 T_{int} 2P \left[1 - 2Q \left(\frac{B_{\tilde{s}_i}}{2\pi} \right) \right] \quad (5-21)$$

onde T_{int} é o tempo de integração e $2P$ é a potência média da envoltória complexa do sinal de transmissão.

Note que o fator $\left[1 - 2Q \left(\frac{B_{\tilde{s}_i}}{2\pi} \right) \right]$ é idêntico ao derivado no cálculo da largura de banda de portadoras moduladas em frequência faixa larga (4-71) e representa a porcentagem de energia do sinal concentrada na faixa de frequências dada pela largura de banda deste.

Frente ao exposto, conclui-se, a partir de (3-36), (5-12) e (5-21) que a razão sinal ruído associada à saída do i -ésimo filtro correlator, quando sinais de transmissão caracterizados por portadoras moduladas em frequência faixa

larga por sinais aleatórios são utilizados, é dada por

$$SNR'_i(T_0) = \frac{A^2 4P^2 T_{int}^2}{N_0 T_{int} 2P \left[1 - 2Q \left(\frac{B_{\tilde{s}_i}}{2\pi} \right) \right]} \quad (5-22)$$

Analogamente, tem-se que, a partir de (3-43), (5-16), (5-21) e (5-19), a razão sinal ruído associada à saída do bloco integrador, quando sinais de transmissão caracterizados por portadoras moduladas em frequência faixa larga por sinais aleatórios, é dada por

$$SNR'_{int}(T_0) = \frac{n_p^2 A^2 4P^2 T_{int}^2}{n_p N_0 T_{int} 2P \left[1 - 2Q \left(\frac{B_{\tilde{s}_i}}{2\pi} \right) \right]} \quad (5-23)$$

Note que, a partir de (3-13), (3-14), (3-15) e (4-41), a razão sinal ruído associada à entrada do filtro casado e, conseqüentemente, a partir de (3-18), a razão sinal ruído associada à saída da cadeia de radio frequência do receptor podem ser escritas como

$$SNR_{in}(T_0) = \frac{A^2 2P}{N_0 B_{\tilde{s}_i}} \quad (5-24)$$

Desta forma, reescreve-se (5-22) e (5-23), respectivamente como

$$SNR'_i(T_0) = \frac{T_{int} B_{\tilde{s}_i}}{\left[1 - 2Q \left(\frac{B_{\tilde{s}_i}}{2\pi} \right) \right]} SNR_{in}(T_0) \quad (5-25)$$

e

$$SNR'_{int}(T_0) = n_p \frac{T_{int} B_{\tilde{s}_i}}{\left[1 - 2Q \left(\frac{B_{\tilde{s}_i}}{2\pi} \right) \right]} SNR_{in}(T_0) \quad (5-26)$$

Assim, conclui-se, a partir de (5-25), que, analogamente ao ganho de compressão, derivado em (3-46), para sinais determinísticos, tem-se que o ganho de compressão de pulsos, G_c , obtido em sistemas que empregam formas de onda de transmissão caracterizadas por portadoras moduladas em frequência faixa larga por sinais aleatórios, aqui propostas, é dado por

$$G_c = T_{int} B_{\tilde{s}_i} \frac{1}{\left[1 - 2Q \left(\frac{B_{\tilde{s}_i}}{2\pi} \right) \right]} \quad (5-27)$$

Note que a segunda parcela de (5-27) representa o inverso da porcentagem k de energia concentrada na faixa de frequências dada pela largura de banda

do sinal, $B_{\tilde{s}_i}$, conforme (F-5). Desta forma, (5-27) pode ser reescrita como

$$G_c = T_{int} B_{\tilde{s}_i} \frac{1}{k} \quad (5-28)$$

Da mesma forma, conclui-se de (5-26) que, assim como em radares clássicos (3-27), pode-se definir o ganho de integração, G_i , obtido em sistemas que empregam formas de onda de transmissão caracterizadas por portadoras moduladas em frequência faixa larga por sinais aleatórios, aqui propostas, como

$$G_i = n_p \quad (5-29)$$

O ganho total do sistema, G_T , obtido em sistemas que empregam formas de onda de transmissão caracterizadas por portadoras moduladas em frequência faixa larga por sinais aleatórios, aqui propostas, é dado, utilizando (5-28) e (5-29), por

$$G_t = G_i + G_c \quad (5-30)$$

De modo a verificar como a envoltória complexa da saída do integrador, $\tilde{y}'_{int}(t)$, definida em (3-33), se comporta em função do número de amostras utilizadas na integração e do produto tempo-banda (3-46), foi avaliado o ganho total fornecido pela cadeia de processamento de sinais obtido em sistemas que empregam as formas de onda de transmissão aqui propostas, caracterizadas por portadoras moduladas em frequência faixa larga, quando o sinal modulador é aleatório.

Na figura 5.1 são apresentadas curvas obtidas através dos valores teóricos derivados e dos valores obtidos através de simulações com o uso do *software* desenvolvido em IDL [26], previamente apresentado no Capítulo 4.

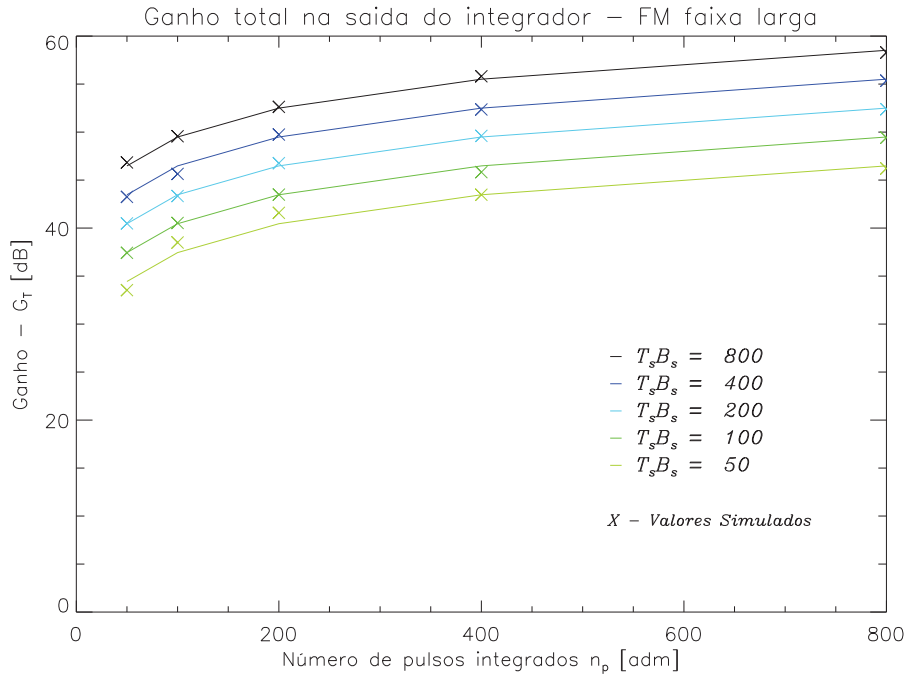


Figura 5.1: Comportamento do ganho total, G_t , da razão sinal ruído na saída do integrador, parametrizado pelo produto tempo-banda, $B_s \tau_s$ - FM faixa larga.

Observa-se que, após o bloco Integrador, a razão sinal-ruído associada à envoltória complexa dos sinais simulados, $\tilde{y}'_{int}(t)$, na saída do mesmo apresentam um ganho exatamente igual ao derivado em (5-30).

5.1

Relação Pico-Lóbulo Lateral

A razão entre a potência do pico da saída do filtro correlator e a potência dos lóbulos laterais da mesma, $PSLR$, é um fator de suma importância em sistemas radar. Uma vez que grande parte das aplicações de sistemas radar tem por objetivo detectar todos os alvos existentes no cenário mapeado, nota-se que tais lóbulos laterais podem deteriorar significativamente o desempenho dos mesmos, pois diminuem a probabilidade de detecção e aumentam a probabilidade de falso alarme do sistema. Isto ocorre porque os lóbulos laterais da saída do filtro correlator podem ou ser confundidos com alvos, ocasionando um falso alarme, ou, caso se utilize alguma técnica ineficiente para sua redução, esta pode também mascarar um alvo que se encontra próximo à um lóbulo lateral, evitando a detecção deste.

Observando-se (4-16) e (4-17), conclui-se que o sistema que emprega uma forma de onda determinística linearmente modulada em frequência como sinal de transmissão apresenta uma grande quantidade de lóbulos laterais com níveis

consideráveis no sinal de saída do filtro correlator. Os lóbulos laterais desta saída estão separados de uma distância $\tau = \frac{1}{B_s}$ e o valor mínimo da relação entre o pico e o lóbulo lateral mais acentuado é dada por $PSLR_{min} = 13,2\text{dB}$ [09].

Entre as diversas técnicas de minimização dos lóbulos laterais dos sistemas que empregam formas de onda determinísticas moduladas linearmente em frequência na transmissão e compressão de pulsos na recepção, pode-se citar o uso janelamento, bastante difundida no meio científico. A janela mais utilizada nos sistemas modernos é a janela de Hamming [09], cujo equacionamento é dado por

$$w(t) = 0,54 - 0,46 \cos\left(\frac{2\pi t}{N-1}\right) \quad (5-31)$$

onde N representa o tamanho da janela em número de amostras.

O janelamento é aplicado à réplica do sinal de transmissão previamente à compressão de pulso. Desta forma, a função de transferência do filtro correlator passa a ser dada, a partir de (B-9), por

$$H(f) = W(f)\tilde{S}^*(f) \quad (5-32)$$

onde $\tilde{S}^*(f)$ é o complexo conjugado da transformada de Fourier do sinal de transmissão, $\tilde{s}(t)$, e $W(f)$ é a transformada de Fourier da janela de Hamming, $w(t)$.

As figuras 5.2, 5.3 e 5.4 apresentam um comparativo entre as saídas do integrador de um sistema que emprega uma forma de onda determinística modulada linearmente em frequência com janelamento de Hamming e outro que não emprega janelamento.

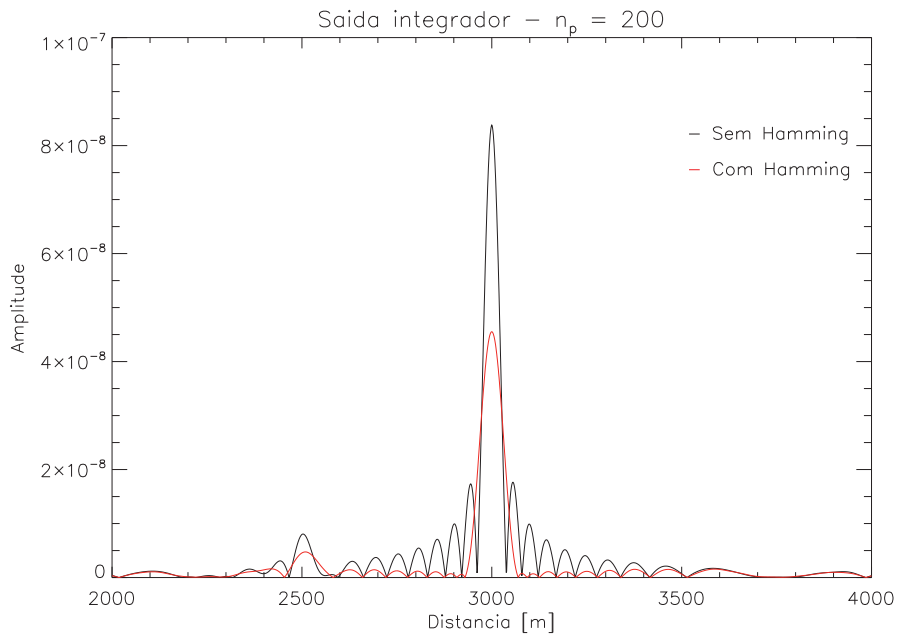


Figura 5.2: Sinal Linearmente Modulado em Frequência Comprimido.

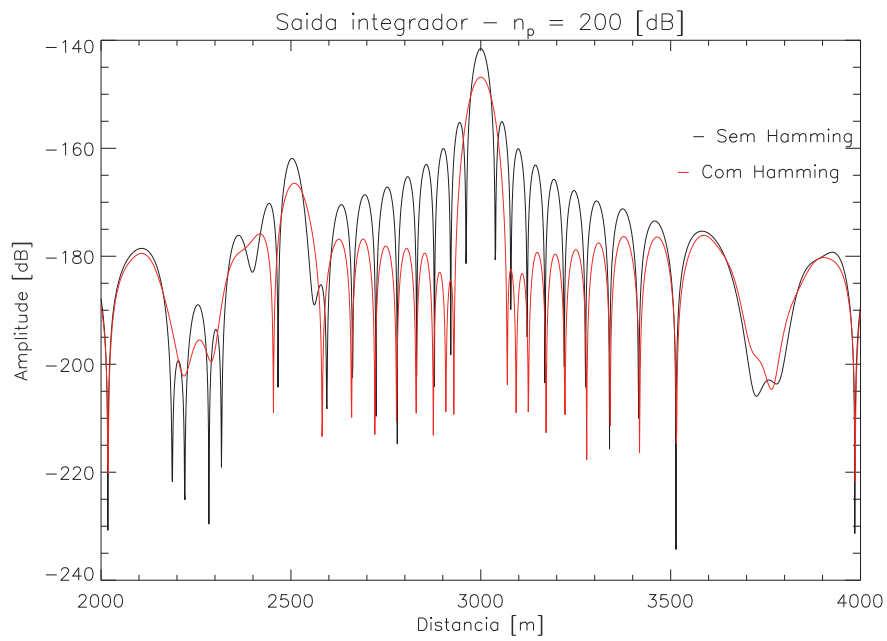


Figura 5.3: Sinal Linearmente Modulado em Frequência Comprimido [dB].

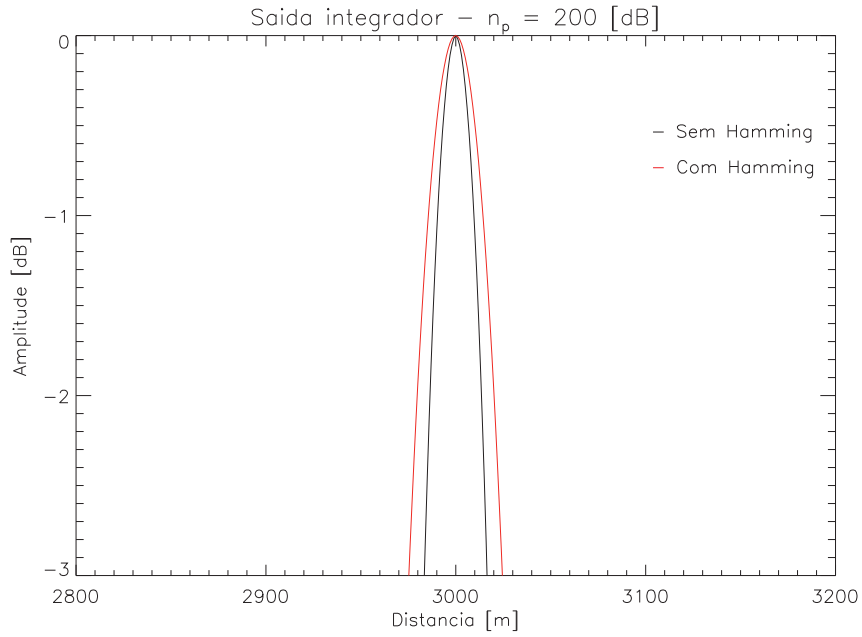


Figura 5.4: Sinal Linearmente Modulado em Frequência Comprimido [dB].

Note que, apesar de reduzir os lóbulos laterais, esta técnica reduz a detectabilidade e a resolução em distância do sistema, uma vez que a saída do filtro tem um valor de pico menor que a obtida com o filtro casado e uma largura de 3dB maior.

Analisando os resultados obtidos em (5-3) e (4-65), observa-se que o valor esperado da saída do filtro correlator não apresenta lóbulos laterais, o que faria com que a $PSLR$ do sistema que emprega a forma de onda proposta na transmissão, caracterizada por uma portadora modulada em frequência faixa larga fosse infinita. Todavia, uma vez que o sinal de saída do filtro correlator é uma função amostra de um processo estocástico, então, o seu valor, em cada instante de tempo t , é uma variável aleatória com uma variância associada. Se as variâncias associadas não forem nulas, como é o caso para $t = T_0$ (5-13), então lóbulos laterais surgem na saída da compressão de pulsos. Faz-se necessário, então, derivar este parâmetro do sistema que emprega a forma de onda proposta.

Primeiramente, deriva-se a potência do sinal de saída da compressão de pulsos, quando os sinais de transmissão propostos, caracterizados por portadoras moduladas em frequência por sinais aleatórios, são utilizados, para qualquer instante de tempo t . Esta é dada por

$$P_{\tilde{x}'_i}(t) = E [|\tilde{x}'_i(t)|^2] \quad (5-33)$$

É demonstrado, no Apêndice K, que, quando sinais de transmissão caracterizados por portadoras moduladas em frequência faixa larga são utilizados, a potência do sinal de saída do filtro correlator no instante $\lambda = t - T_0$ é dada por

$$P_{\tilde{x}'_i}(t) = C_i e^{-\frac{K_p^2}{\pi^2 B_a^2} f(\pi \lambda B_a)} \frac{2}{T_{int}^2} \int_0^{T_{int}} T_{int} \left(1 - \frac{\gamma}{T_{int}}\right) e^{-\frac{K_p^2}{2\pi^2 B_a^2} [2f(\pi \gamma B_a) - f(\pi(\gamma + \lambda) B_a) + f(\pi(\gamma - \lambda) B_a)]} d\gamma \quad (5-34)$$

onde $\lambda = t - T_0$ é um instante de tempo qualquer, $C_i = A_i^2 4P^2 T_{int}^2$ e

$$f(x) = x \int_0^x \frac{\sin^2(\alpha)}{\alpha^2} d\alpha \quad (5-35)$$

A variância $\sigma_{\tilde{x}'_i(t)}$ da variável $\tilde{x}'_i(t)$ é obtida de (4-65), (5-3) e (5-34) como

$$\sigma_{\tilde{x}'_i(t)} = C_i e^{-\frac{K_p^2}{\pi^2 B_a^2} f(\pi \lambda B_a)} \left(\frac{2}{T_{int}^2} \int_0^{T_{int}} T_{int} \left(1 - \frac{\gamma}{T_{int}}\right) g(\gamma, \lambda) d\gamma - 1 \right) \quad (5-36)$$

onde

$$g(\gamma, \lambda) = e^{-\frac{K_p^2}{2\pi^2 B_a^2} [2f(\pi \gamma B_a) - f(\pi(\gamma + \lambda) B_a) + f(\pi(\gamma - \lambda) B_a)]} \quad (5-37)$$

A razão entre a potência do sinal em um instante t e a potência do pico associada à saída da compressão de pulsos, quando sinais de transmissão caracterizados por portadoras moduladas em frequência faixa larga são utilizados, também é derivada no Apêndice K, sendo dada por

$$\frac{P_{\tilde{x}'_i}(t)}{P_{\tilde{x}'_i}(T_0)} = e^{-\frac{K_p^2}{\pi^2 B_a^2} f(\pi \lambda B_a)} \frac{2}{T_{int}^2} \int_0^{T_{int}} T_{int} \left(1 - \frac{\gamma}{T_{int}}\right) g(\gamma, \lambda) d\gamma \quad (5-38)$$

A potência do sinal de saída do bloco integrador em um determinado instante de tempo t , quando sinais de transmissão caracterizados por portadoras moduladas em frequência faixa larga são utilizados, é dada por

$$P_{\tilde{x}'_{int}}(t) = E [|\tilde{x}'_{int}(t)|^2] \quad (5-39)$$

É demonstrado, também no Apêndice K, que, quando sinais de transmissão caracterizados por portadoras moduladas em frequência faixa larga são utilizados, a relação entre a potência do sinal em um determinado instante de tempo

t e a potência do pico na saída do bloco integrador, é escrita como

$$\frac{P_{\tilde{x}'_{int}}(t)}{P_{\tilde{x}'_{int}}(T_0)} = \frac{1}{n_p} e^{-\frac{K_p^2}{\pi^2 B_a^2} f(\pi \lambda B_a)} \left(\frac{2}{T_{int}^2} \int_0^{T_{int}} T_{int} \left(1 - \frac{\gamma}{T_{int}} \right) g(\gamma, \lambda) d\gamma + (n_p - 1) \right) \quad (5-40)$$

A variância $\sigma_{\tilde{x}'_{int}(t)}$ da variável $\tilde{x}'_{int}(t)$ é obtida de (4-65), (5-5) e (K-14) como

$$\sigma_{\tilde{x}'_{int}(t)} = n_p C_i e^{-\frac{K_p^2}{\pi^2 B_a^2} f(\pi \lambda B_a)} \left(\frac{2}{T_{int}^2} \int_0^{T_{int}} T_{int} \left(1 - \frac{\gamma}{T_{int}} \right) g(\gamma, \lambda) d\gamma - 1 \right) \quad (5-41)$$

Observa-se que, ao contrário do realizado no cálculo da função autocorrelação do sinal de transmissão, nenhuma aproximação trivial pode ser executada nas expressões derivadas nesta seção. Sendo assim, foi utilizado o simulador desenvolvido, previamente apresentado no Capítulo 4, com o intuito de verificar como as razões entre a potência do pico e a potência do sinal em um determinado instante de tempo t associada à saída da compressão de pulsos e à saída do integrador, quando sinais de transmissão caracterizados por portadoras moduladas em frequência faixa larga são utilizados, se comportam, respectivamente, em função do produto tempo-banda (5-38) e do número de amostras utilizadas na integração, (5-40). As curvas obtidas são apresentadas nas figuras 5.5 e 5.6. Destaca-se que as curvas apresentadas são pares e para efeito visual, elas serão apresentadas para valores de $\lambda > 0$.

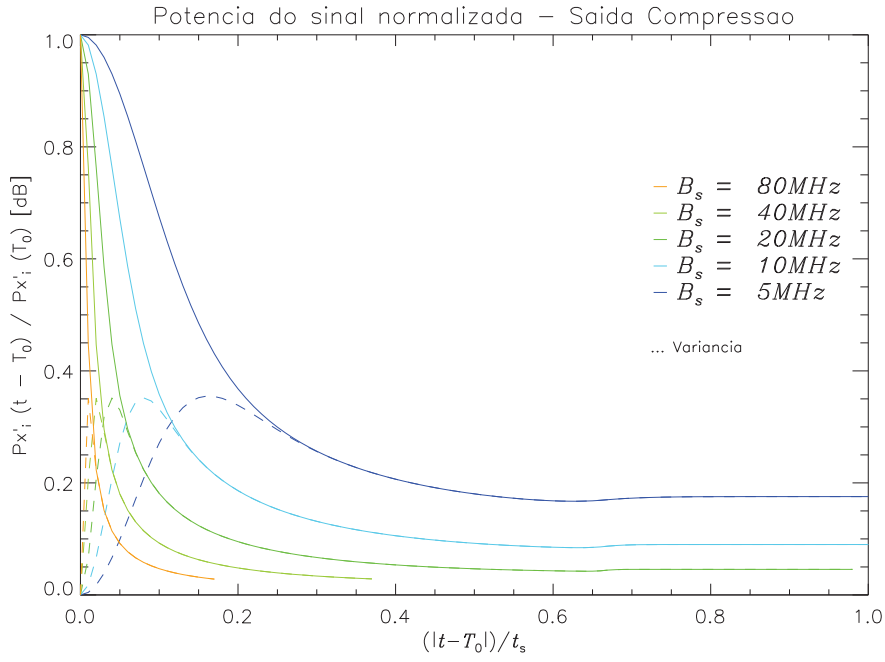


Figura 5.5: Comportamento da potência do sinal com o intervalo de tempo $\lambda = t - T_0$ na saída do filtro correlator, parametrizado pela largura de banda do sinal, B_s - FM faixa larga, $B_a = 1\text{MHz}$, $\tau_s = 1\mu s$.

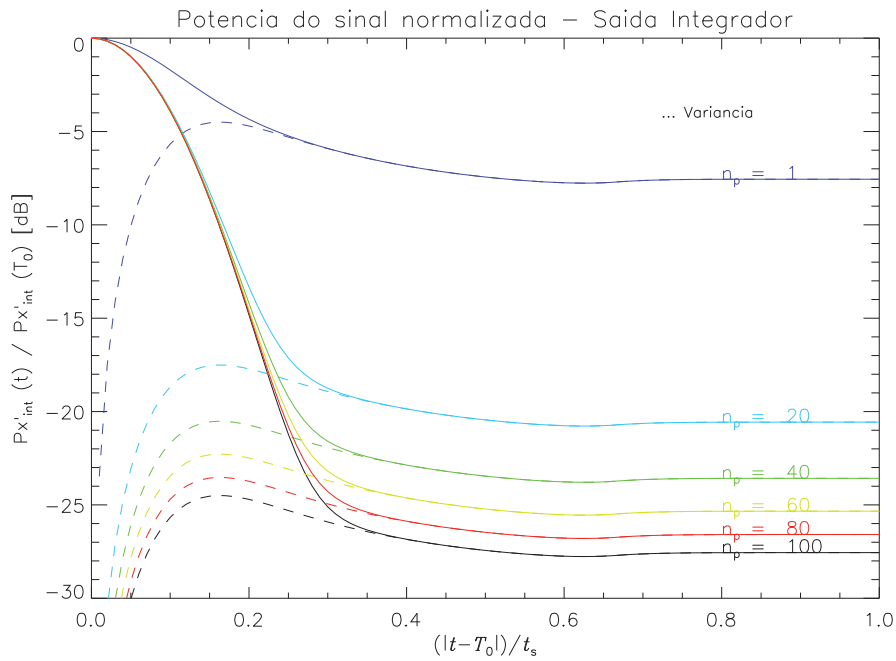


Figura 5.6: Comportamento da potência do sinal com o intervalo de tempo $\lambda = t - T_0$ na saída do integrador, parametrizado pelo número de pulsos integrados, n_p - FM faixa larga, $B_a = 1\text{MHz}$, $B_s = 5\text{MHz}$, $\tau_s = 1\mu s$.

Observa-se da Figura 5.5 que a potência do sinal na saída da compressão de pulsos, em função de $\lambda = t - T_0$, apresenta um formato semelhante ao do valor

esperado deste mesmo sinal (4-65) para valores de λ pequenos, caracterizando um lóbulo principal. Note que esta apresenta um formato de distribuição gaussiana no entorno do pico, lóbulo principal, e uma região de convergência para valores de λ maiores, onde a variação da potência e, conseqüentemente, da variância destas variáveis aleatórias não se alteram consideravelmente. A variância das variáveis aleatórias relativas ao lóbulo principal do sinal na saída do filtro atinge valores semelhantes para os diferentes valores de largura de banda do sinal B_s , porém estas, assim como as potências dos sinais, convergem para valores distintos, seguindo uma relação praticamente linear com B_s . Sendo assim, observa-se que sistemas com largura de banda do sinal mais elevadas apresentam uma melhor resposta com respeito à lóbulos secundários.

Da Figura 5.6 é possível observar que a potência do sinal de saída do integrador nos instantes de tempo relativos ao lóbulo principal é a mesma independente do valor de n_p , porém, a variância do sinal de saída do integrador nesses pontos diminui de forma praticamente linear com o aumento de n_p . Observa-se, ainda, que nos instantes de tempo t dentro da zona de convergência tanto a variância das variáveis aleatórias quanto a potência do sinal nestes instantes, diminuem com o aumento do número de pulsos integrados, n_p , também tecendo com este uma relação praticamente linear. Sendo assim, conclui-se que o integrador melhora o desempenho do sistema no tocante à lóbulos secundários.

Ainda utilizando-se o *software* desenvolvido em IDL, foram geradas curvas referentes à valores medidos de simulações de sinais de transmissões de modo a se verificar como a potência do sinal na saída do integrador, nos instantes dentro da zona de convergência se comporta em função do número de pulsos integrados e da largura de banda do sinal de transmissão. Os resultados são apresentados na Figura 5.7.

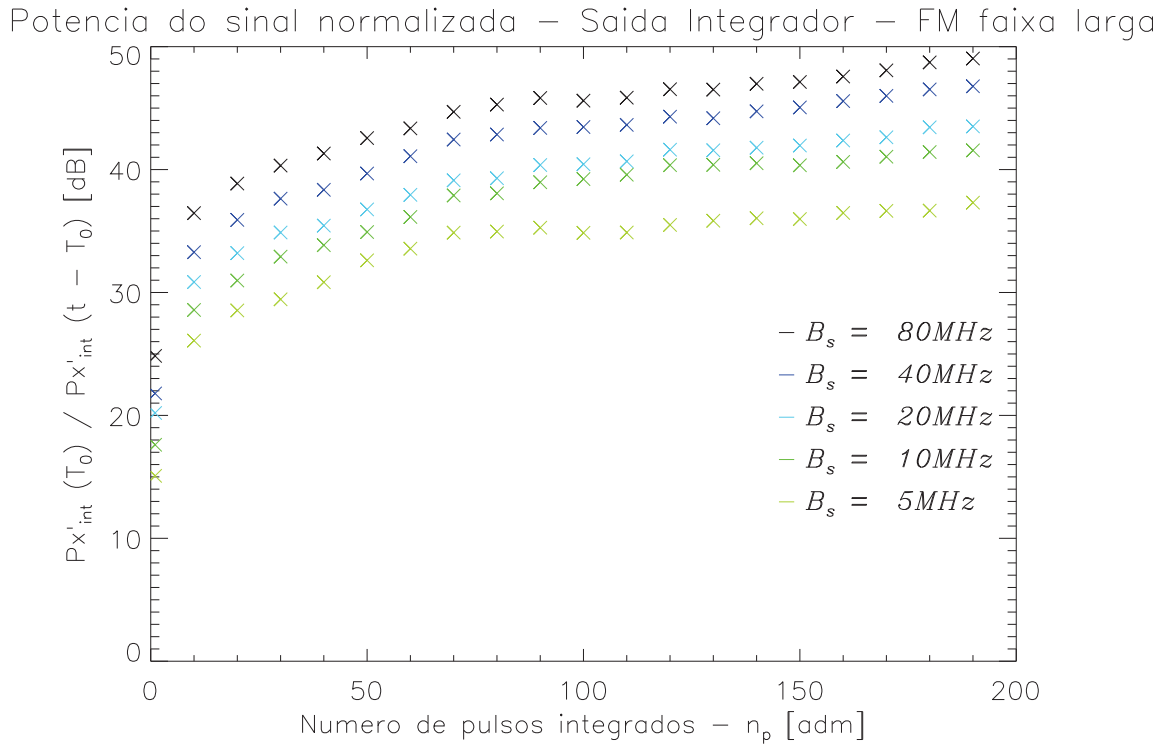


Figura 5.7: Comportamento da razão potência do pico e potência do sinal referente à instantes de tempo dentro da zona de convergência na saída do integrador em função do número de pulsos integrados, parametrizado pela largura de banda do sinal de transmissão - FM faixa larga, $\tau_s = 10\mu s$, $B_a = 1\text{MHz}$.

Observa-se da Figura 5.7 que, assim como descrito anteriormente, a potência do sinal de saída do integrador, na zona de convergência, ou seja, caracterizando possíveis lóbulos laterais, segue uma relação praticamente linear com o número de pulsos integrador e a largura de banda do sinal de transmissão.

5.2

Alvos com ambiguidade

Conforme descrito no Capítulo 2, cenários com ambiguidade em distância adicionam uma dificuldade a mais ao projetista do sistema radar. Em tais cenários, se um alvo encontra-se à uma distância R_i maior que a distância máxima não ambígua, dada conforme (2-2), então o sinal refletido no mesmo, relativo ao sinal transmitido no instante i , $r_i(t)$, chega ao receptor após um tempo $i + PRT < T_i < i + nPRT$, onde PRT é o período de repetição de pulsos e n é qualquer valor inteiro positivo.

Na análise realizada nesta seção, considera-se que, a partir da transmissão do i -ésimo pulso de transmissão e até a transmissão do pulso seguinte, $s_{i+1}(t)$, todo sinal

recebido nos instantes T_j , relativo à reflexão de um pulso $s_j(t)$, $j \neq i$ em um alvo, é considerado uma interferência. Sendo assim, o sinal que representa esta interferência é escrito como

$$\tilde{u}_i(t) = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N A_j \tilde{s}_j(t - T_j) \quad (5-42)$$

onde N é o número de alvos ambíguos existentes.

Note que o sinal na entrada do filtro casado, descrito em (3-11), passa a ser escrito como

$$\tilde{y}_i(t) = \tilde{x}_i(t) + \tilde{n}_i(t) + \tilde{u}_i(t) \quad (5-43)$$

Utilizando-se (5-43), em presença de interferência provocada por ambiguidade em distância, 3-29 é reescrita como

$$\tilde{y}'_i(t) = \tilde{x}'_i(t) + \tilde{n}'_i(t) + \tilde{u}'_i(t) \quad (5-44)$$

onde $\tilde{u}'_i(t)$ é o sinal de interferência na saída do filtro casado, dado, a partir de (3-28) e (5-43), por

$$\tilde{u}'_i(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{u}_i(t) \tilde{s}_i^*(\alpha - t) d\alpha = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \tilde{x}'_{ij}(t) \quad (5-45)$$

onde

$$\tilde{x}'_{ij}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} A_j \tilde{s}_j(t - T_j) \tilde{s}_i^*(\alpha - t) d\alpha \quad (5-46)$$

O valor esperado da interferência, descrita em (5-45), na saída da compressão de pulsos é dado por

$$E[\tilde{u}'_i(t)] = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N E[\tilde{x}'_{ij}(t)] \quad (5-47)$$

Note que, quando o sinal de transmissão é determinístico, ou seja, $s_i(t) = s_j(t) = s(t)$, $\forall i, t$, em presença de interferência, o sinal de saída do filtro correlator (5-44) passa a ser dado, a partir de (5-44), (5-47) e (4-16) por

$$E[\tilde{y}'_i(t)] = \sum_{j=1}^N A_j T_{int} R_{\tilde{s}\tilde{s}}(t - T_j) \quad (5-48)$$

Observa-se que o sinal descrito em (5-48) apresenta N picos, cada um com um atraso T_j , $1 < j < N$, em relação ao início da transmissão do i -ésimo pulso. Sendo assim, neste cenário, $N - 1$ alvos serão erroneamente detectados.

Considerando o sinal transmitido conforme proposto, ou seja, caracterizado por um processo estocástico tem-se que o valor esperado associada à saída do filtro correlator, em cenário com interferência provocada por ambiguidade em distância, é dado por

$$\begin{aligned} E[\tilde{y}'_i(t)] &= \sum_{j=1}^N A_j T_{int} R_{\tilde{s}_i \tilde{s}_j}(t - T_j) \\ &= A_i T_{int} R_{\tilde{s}_i}(t - T_i) + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N A_j T_{int} R_{\tilde{s}_i \tilde{s}_j}(t - T_j) \end{aligned} \quad (5-49)$$

onde $R_{\tilde{s}_i}(\tau)$ e $R_{\tilde{s}_i \tilde{s}_j}(\tau)$ são respectivamente a função autocorrelação e função correlação cruzada da envoltória complexa do sinal de transmissão com respeito à frequência intermediária. Uma vez que a função correlação cruzada é nula, conforme deduzido em (4-52), então, tem-se que o valor esperado da saída do filtro correlator é dada por

$$E[\tilde{y}'_i(t)] = T_{int} A R_{\tilde{s}_i}(\tau - T_i) \quad (5-50)$$

Desta forma, observa-se em (5-50) que, quando o sinal proposto, caracterizado por um processo estocástico, é utilizado, então não há ambiguidade em distância, ou seja, nenhum alvo falso é detectado devido à presença de alvos acima da distância máxima não ambígua.

Assim como feito na análise da razão sinal-ruído ao longo da cadeia de recepção, realizada na primeira seção deste capítulo, deriva-se, a seguir, expressões fechadas que dimensionem a razão sinal-interferência também ao longo da cadeia de recepção. Este dimensionamento permite avaliar o desempenho do sistema em presença de interferências provocadas por ambiguidade em distância, avaliando como o filtro correlator e o integrador atuam para melhorar ou deteriorar este último.

A razão sinal-interferência, $(\frac{C}{I})_i$, associada à saída do filtro correlator, para um único pulso de transmissão, $s_i(t)$, é definida como a relação entre a potência do sinal e a potência da interferência no instante T_i .

$$\left(\frac{C}{I}\right)_i = \frac{P_{\tilde{x}'_i}(T_i)}{P_{\tilde{u}'_i}(T_i)} = \frac{E[|\tilde{x}'_i(T_i)|^2]}{E[|\tilde{u}'_i(T_i)|^2]} \quad (5-51)$$

onde $E[|\tilde{x}'_i(T_i)|^2]$ é dado por (5-12).

A potência da interferência $\tilde{u}'_i(t)$, na saída do filtro correlator, no instante t , é

dada, a partir de (5-45) por

$$P_{\tilde{u}'_i}(T_i) = E [|\tilde{u}'_i(t)|^2] = E [\tilde{u}'_i(t)\tilde{u}'_i^*(t)] = \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ j,k \neq i}}^N \tilde{x}'_{ij}(t)\tilde{x}'_{ik}^*(t) \quad (5-52)$$

De acordo com (5-46), tem-se, então, que (5-52) é dada por

$$E [|\tilde{u}'_i(t)|^2] = \sum_{j=1}^N \sum_{\substack{k=1 \\ j,k \neq i}}^N \int_0^{T_{int}} \int_0^{T_{int}} E [\tilde{s}_j(\alpha - T_j)\tilde{s}_k^*(\beta - T_k)\tilde{s}_i^*(\alpha - t)\tilde{s}_i(\beta - t)] d\alpha d\beta \quad (5-53)$$

É demonstrado no Apêndice I que (5-53) é dada, quando sinais de transmissão caracterizados por portadoras moduladas em frequência faixa larga, aqui propostos, são utilizados, por

$$E [|\tilde{u}'_i(t)|^2] = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N A_j^2 4P^2 T_{int}^2 \left[\frac{a\sqrt{\pi}}{B_s T_{int}} \left(1 - 2Q \left(\sqrt{2} \frac{B_s T_{int}}{a} \right) \right) - \frac{a^2}{B_s^2 T_{int}^2} \left(1 - e^{-\frac{B_s^2 T_{int}^2}{a^2}} \right) \right] \quad (5-54)$$

Observa-se que, assim como a potência do ruído na saída da compressão de pulsos, a potência da interferência na saída deste módulo não depende do instante de tempo t . A razão interferência-sinal, é dada, a partir de (5-51), (5-12) e (5-54) por

$$\left(\frac{C}{I} \right)_i^{-1} = (N-1) \left[\frac{a\sqrt{\pi}}{B_s T_{int}} \left(1 - 2Q \left(\sqrt{2} \frac{B_s T_{int}}{a} \right) \right) - \frac{a^2}{B_s^2 T_{int}^2} \left(1 - e^{-\frac{B_s^2 T_{int}^2}{a^2}} \right) \right] \quad (5-55)$$

É demonstrado, ainda no Apêndice I, que a potência da interferência causada por ambiguidade em distância na saída do bloco integrador, no instante t , é dada por

$$E [|\tilde{u}'_{int}(t)|^2] = n_p E [|\tilde{u}'_i(t)|^2] \quad (5-56)$$

onde n_p é o número de pulsos integrados.

Sendo assim, a partir de (5-56), (5-16) e (5-55) tem-se que a razão Interferência-Sinal na saída do integrador é dada por

$$\left(\frac{C}{I} \right)_{int}^{-1} = \frac{N-1}{n_p} \left[\frac{a\sqrt{\pi}}{B_s T_{int}} \left(1 - 2Q \left(\sqrt{2} \frac{B_s T_{int}}{a} \right) \right) - \frac{a^2}{B_s^2 T_{int}^2} \left(1 - e^{-\frac{B_s^2 T_{int}^2}{a^2}} \right) \right] \quad (5-57)$$

Observa-se de (5-57) que, quando sinais de transmissão caracterizados por

portadoras moduladas em frequência faixa larga são utilizados, a potência da interferência causada pela ambiguidade em distância e, conseqüentemente, a razão sinal-interferência associada à saída do bloco integrador são funções do produto tempo-banda, $B_s\tau_s$, uma vez que, como este trabalho foca apenas em radares pulsados, então $T_{int} = \tau_s$, onde τ_s é a duração do pulso de transmissão.

De modo a ilustrar o efeito do produto entre a largura de banda e a duração do sinal, bem como do número de pulsos integrados no cálculo da razão sinal-interferência quando sinais de transmissão caracterizados por portadoras moduladas em frequência faixa larga são utilizados, apresenta-se na Figura 5.8 curvas teóricas e simuladas desta grandeza, considerando-se apenas uma ambiguidade, ou seja, $N = 1$. Ressalta-se que para as simulações, foi utilizado o *software* escrito em IDL [26], previamente apresentado no Capítulo 4.

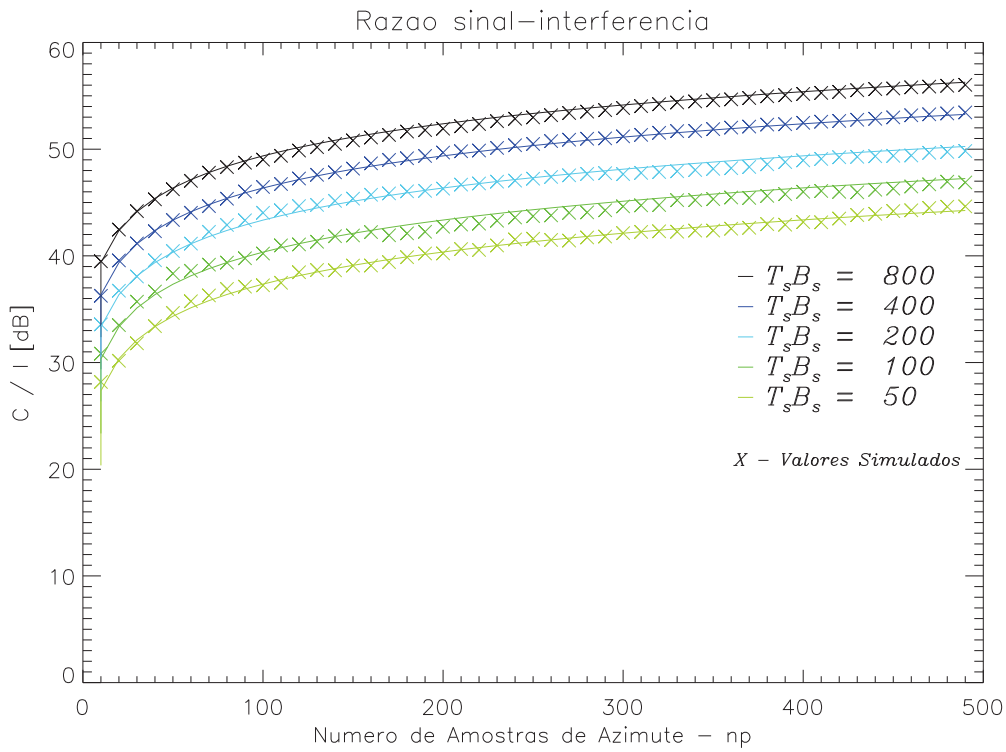


Figura 5.8: Comportamento da razão Sinal-Interferência com o número de pulsos integrados, parametrizado pelo produto tempo-banda do sinal, $B_s\tau_s$ - FM faixa larga.

Observa-se que quanto maior o produto entre a largura de banda e a duração do sinal transmitido, maior é a razão sinal-interferência, seguindo uma relação praticamente linear com o primeiro. Da mesma forma, quanto maior o número de pulsos integrados, também maior é a razão sinal-interferência, seguindo uma relação linear com o primeiro. Destaca-se que os valores obtidos através de simulação são exatamente os resultantes da curva analítica derivada em (5-57).

5.3

Resolução em Distância do Radar de Ruído

Nesta seção, investiga-se a resolução em distância de sistemas radar que empregam as formas de onda de transmissão propostas, caracterizadas por portadoras moduladas em frequência por sinais aleatórios.

É demonstrado, no Apêndice J, que o valor esperado da largura de 3dB do sinal de saída da compressão de pulsos do sistema que emprega o sinal proposto, caracterizado por uma portadora modulada em frequência faixa larga é dado por

$$\Delta\tau_{3dB} \approx \frac{1,665}{K_p} \quad (5-58)$$

A resolução em distância deste sistema é dada, de (3-44), por

$$\Delta R_{\tau_{3dB}} \approx \frac{c \, 1,665}{2K_p} \quad (5-59)$$

onde c denota a velocidade da luz no vácuo.

Observa-se de (5-59) que o sistema radar que emprega um sinal de transmissão caracterizado por uma portadora modulada em frequência faixa larga apresenta uma resolução em distância relativamente estreita, que não depende da largura de banda do sinal modulador. Com o intuito de traçar um comparativo com sistemas radar clássicos, obtém-se, a partir de (5-59) e (4-74), que a relação entre a resolução em distância de um sistema que emprega o sinal proposto modulado em frequência faixa larga e a largura de banda do sinal de transmissão resultante é dada conforme (5-60).

$$\Delta R_{\tau_{3dB}} = \frac{c \, 0,869}{2B} \quad (5-60)$$

De (5-60), conclui-se que a resolução em distância de sistemas radar que empregam a forma de onda proposta, caracterizada por uma portadora modulada em frequência faixa larga, onde o sinal modulador é caracterizado por um processo estocástico, é ligeiramente melhor que a resolução obtida em radares clássicos, que empregam formas de onda determinísticas moduladas linearmente em frequência. Estes últimos apresentam $\Delta R_{\tau_{3dB}} \approx \frac{c \, 0,9}{2B}$ [09], ou seja, o lóbulo principal da saída do módulo filtro correlator de tais sistemas é ligeiramente mais largo.