1 Introdução

1.1. Considerações gerais

Considerando que o meio poroso é composto basicamente de um esqueleto sólido e fluidos (no caso reservatórios de petróleo os fluidos são: água, gás, óleo, ou então a combinação destes), os problemas de fluxo de fluidos de subsuperfície são de importância em muitas disciplinas, incluindo hidrologia e engenharia de reservatórios de petróleo.

Segundo Buckley et al (1941), o petróleo bruto não tem capacidade inerente para expelir-se dos poros das rochas de reservatório em que é encontrado, de modo que se deve ejetá-lo à força ou deslocá-lo pela acumulação de outros fluidos. A quantidade de óleo recuperada nesse processo é limitada pelo grau em que o fluido deslocante se acumula. O deslocamento do fluido, a partir de uma região de saturação elevada para uma de saturação mais baixa, remove o óleo e converte a região invadida a uma região com elevada saturação de fluido deslocante. Por conseguinte, o conhecimento do mecanismo por meio do qual um fluido é deslocado por outro é essencial para a compreensão do processo fundamental através do qual o óleo é recuperado.

O primeiro passo para se iniciar simulações de um reservatório consiste no desenvolvimento de um bom modelo físico, que descreva adequadamente e de forma significativa o fenômeno de escoamento de um fluido, de forma que é a natureza do modelo físico que indicará quais os modelos matemáticos e numéricos que são mais convenientes.

Nos fluxos, o processo de deslocamento é principalmente afetado pelas propriedades do meio permeável e do fluido em fase única, tanto em meios homogêneos quanto em meios heterogêneos. Em fluxos de duas fases imiscíveis, as interações entre o meio permeável e os fluidos também afetam o caminho dos fluidos que fluem. Tais interações são definidas pela permeabilidade relativa e pela pressão capilar.

Em meios porosos heterogêneos, a saturação torna-se descontínua na interface entre dois meios porosos levando a complicações na modelagem numérica.

Há também outros desafios para a modelagem numérica precisa, devido à existência de estruturas geológicas com geometrias complexas, tais como falhas estratificações e heterogeneidades, que influenciam decisivamente o escoamento dos fluidos através destas formações. De acordo com Coutinho et al (2003) apud Mendonça (2003), métodos de discretização espacial voltados para malhas distorcidas não estruturadas são extremamente atraentes para a simulação de escoamentos na presença de cenários complexos.

Conforme mencionado anteriormente, o meio poroso pode estar preenchido por um ou mais fluidos. O presente trabalho aborda a condição em que o meio poroso é constituído pela fase sólida e outras duas fases fluidas, caracterizando fluxo bifásico em meios geológicos.

1.2. Revisão bibliográfica

Deve-se considerar que os meios geológicos são heterogêneos em menor ou maior grau, e que possuem geometrias variadas e complexas. Assim métodos eficientes devem ser estudados para analisar o fluxo bifásico.

Um grande número de métodos numéricos foi desenvolvido para o modelo de fluxo bifásico em meios heterogêneos. Nos simuladores comerciais para fluxo multifásico, os métodos das diferenças finitas (FD) e dos volumes finitos (FV) são geralmente usados para a simulação numérica para o estudo de fluxo de fluidos em problemas com geometrias de grande extensão. No entanto, o método FD convencional, é fortemente influenciado pela qualidade e orientação da malha, o que torna o método pouco atraente para malhas desestruturadas.

Os métodos baseados em elementos finitos de Galerkin podem não ser suficientemente robustos em meios heterogêneos. Segundo Helmig et al (1998) apud Hoteit e Firoozabadi (2008), os métodos de discretização de Galerkin (padrão e de Petrov-Galerkin) podem produzir soluções não físicas em meios heterogêneos e restrições severas na malha são necessárias para a estabilidade do método Galerkin totalmente *upwind* no espaço multidimensional. Esses mesmos

autores destacam que EF clássico possui dificuldades na captura de ondas de choque e não é localmente conservativo, e que FV, apesar de ser localmente conservativo, exige esquemas adequados de interpolação *upwind* para a captura de ondas de choque.

Outro método empregado na solução de problemas de fluxo bifásico é o método dos elementos finitos descontínuos (MEFD). O MEFD, ou método de Galerkin descontínuo (GD), possui a vantagem de utilizar a mesma malha de elementos dos EF sem a necessidade de passos de construção de FV, ou de empregar esquemas de interpolação para a captura de frente de saturação utilizados no FV, de modo a manter o balanço de massa ao nível do elemento.

Para o nosso problema, o método de Galerkin descontínuo (GD) é atraente por causa de sua flexibilidade na descrição de domínios não estruturados usando funções de ordem superior de aproximação. Sua implementação está em linha com a descontinuidade de saturação. Também conserva a massa localmente no nível do elemento.

Segundo Hoteit e Firoozabadi, o método de GD também tem sido aplicado para equações elípticas e parabólicas, e para fluxo bifásico incompressível em meios porosos, em que o método é utilizado para aproximar tanto a equação de pressão quanto a de saturação.

De acordo com Ribeiro (2011), entre as formulações para a representação de fluxo bifásico, duas formas de equacionamento podem ser encontradas: a formulação parabólica, cujas equações são postas em termos de duas incógnitas sem avaliação intermediária da velocidade de fluxo, e a formulação hiperbólica, em que as equações são postas em esquema sequencial na definição de uma equação da pressão, pós-processamento da velocidade e solução da equação da saturação.

Vale ressaltar que, quanto melhor avaliada a velocidade de fluxo no passo intermediário, melhor a avaliação da equação da saturação e conseqüentemente de todo o sistema. Alcoforado (2007) propõe um pós-processamento da velocidade, colocado como um problema de ponderação da lei de Darcy com o equilíbrio de massa, utilizando para isso elementos finitos de Raviart-Thomas de ordem RT_0 .

Segundo Chavent et al (1986) apud Galdino (2009), há duas razões básicas para que o método dos elementos finitos tradicionais não seja adequado para a simulação de reservatórios. Primeiramente, porque os elementos finitos foram

projetados para problemas com soluções suaves (processos difusivos, mecânica estrutural), enquanto que na simulação de reservatórios, a solução pode apresentar frentes íngremes quando as equações são dominadas por efeitos convectivos. A segunda razão é que a velocidade dos fluidos, que é um importante fator de acoplamento nas equações no reservatório, é pobremente aproximada pelas funções lineares por partes, normalmente utilizadas nas formulações de elementos finitos aplicadas em problemas elípticos e parabólicos suaves.

Segundo Hoteit e Firoozabadi (2008), a aproximação precisa das linhas de fluxo e de fluxo, e a baixa dependência da malha são características desejáveis para o sucesso de esquemas de modelagem numérica de fluxo bifásico em meios heterogêneos. Essa aproximação precisa pode ser conseguida pelo método dos elementos finitos mistos (MEFM), o qual é superior ao método dos elementos finitos de volume de controle e ao método dos elementos finitos de Galerkin na aproximação do campo de velocidades em meios heterogêneos.

Segundo Galdino (2009), as formulações mistas de elementos finitos são uma forma de se obter velocidades realmente conservativas por meio da aproximação em separado da pressão (variável principal) e do seu gradiente, ou da própria velocidade, o que é equivalente.

A razão para que as formulações mistas (e híbrida) serem mais adequadas para problemas de fluxo é que elas trabalham com funções vetoriais, e com isso conseguem representar com mais liberdade o real comportamento do fenômeno físico.

No método convencional MEFM para equações elípticas e parabólicas, calcula-se, simultaneamente, as pressões nas células e os fluxos através das interfaces de blocos numéricos. O sistema linear resultante é relativamente grande e indeterminado. A principal desvantagem da formulação mista é que ela constrói um sistema linear que não é definido-positivo. Esses sistemas são mais difíceis de resolver, o que exige métodos numéricos muito elaborados e computacionalmente caros para a resolução dos mesmos. Para contornar este problema pode-se seguir a técnica sugerida por Chavent et al (1991), a qual conduz para um sistema linear cuja matriz é simétrica e definida positiva, cuja solução é equivalente à solução da formulação mista. Esta técnica é chamada de formulação híbrida ou técnica de hibridização.

Neste trabalho, segue-se a formulação utilizada em Hoteit e Firoozabadi (2008), cuja formulação MEFM, em 2D, para meios heterogêneos, supera os inconvenientes da formulação de fluxo fracionário. Invés da variável de pressão global, que pode ser descontínua em meios heterogêneos, utiliza-se a pressão de fase molhante como variável primária, que é sempre contínua desde que nenhuma das fases seja imóvel. Assim, usa-se o método MEFM hibridizado, nesse texto denominado EFH, que fornece um sistema linear simétrico definido positivo com as pressões de fase como incógnitas primárias, ou seja, a equação da pressão é aproximada pelo método EFH, como mencionado anteriormente. O EFH é algebricamente equivalente à MEFM convencional, mas é mais eficiente, segundo Hoteit e Firoozabadi (2008). A seguir, utiliza-se o método MEFD com esquema temporal de Runge-Kutta de segunda ordem para aproximar somente a equação de saturação. Uma simplificação da inclinação limitadora multidimensional proposta por Chavent et al (1986) é utilizada para evitar o desenvolvimento de oscilações espúrias no esquema de MEFD da saturação. Esse método nesse texto é denominado EFH-GD.

Neste trabalho, também, apresentamos uma formulação numérica, denominada nesse texto de EF-GD, que emprega um processo iterativo em três blocos: o EF para a solução da equação da pressão, a obtenção da velocidade pelo pós-processamento da velocidade utilizando Raviart-Thomas de ordem RT_0 e MEFD para a solução da equação da saturação. Isso com o objetivo de mostrar que essa última formulação, que emprega o pós-processamento das velocidades utilizando as funções de Raviart-Thomas, pode se mostrar eficiente e prover resultados equivalentes aos fornecidos com EFH-GD.

1.3. Objetivos

Esta dissertação tem por objetivo analisar procedimentos de análise numérica de fluxo bifásico, que levem em conta a complexidade do meio, tais como heterogeneidades, estratificações e fraturas.

Inicialmente, no método EF-GD, emprega-se o método dos elementos finitos, EF, para resolver a equação de pressão. Numa segunda fase, com as pressões já calculadas, as velocidades são corrigidas utilizando elementos de

Raviart-Thomas de baixa ordem. Finalmente, é empregado o método dos elementos finitos descontínuos, MEFD, para resolver a equação de saturação.

Neste trabalho, no método EFH-GD, utiliza-se o método EFH para o cálculo das pressões e o método MEFD com esquema temporal de Runge-Kutta de segunda ordem para aproximar somente a equação de saturação.

Efetiva-se o desenvolvimento desses procedimentos através da implementação de um programa de computador, em Matlab 2010®, e da comparação dos resultados obtidos por ambas as formulações.

1.4.

Escopo do trabalho

Os próximos capítulos deste trabalho encontram-se abaixo organizados.

No segundo capítulo são apresentadas as considerações gerais e algumas definições importantes ao entendimento do problema estudado.

O terceiro capítulo deste trabalho descreve as equações governantes dos problemas de fluxo trifásico, e a seguir particularizado para o fluxo bifásico, de fluidos incompressíveis e imiscíveis em meios porosos.

No quarto capítulo, descrevem-se as equações governantes do fluxo bifásico incompressível e imiscível em meios porosos, sob a formulação do método dos elementos finitos (EF), do método dos elementos finitos descontínuos (MEFD) e do método dos elementos finitos mistos e híbridos (EFH). Nesse item, alguns tópicos como discretização no tempo e suas propriedades, como aproximações da velocidade e equações de balanços volumétricos, são apresentados.

O capítulo cinco apresenta os detalhes computacionais dos modelos utilizados.

No capítulo seis, encontram-se alguns resultados de exemplos numéricos em um espaço bidimensional e em meios heterogêneos, implementados em conjunto com o Laboratório de Geonálises, e que demonstram a potencialidade e a aplicabilidade das formulações estudadas, de forma a validá-los pela comparação com resultados propostos na literatura.

Finalmente no capítulo sete, são apresentadas as conclusões referentes ao trabalho desenvolvido bem como algumas sugestões e perspectivas para trabalhos futuros.