

4 Análise numérica

Este capítulo apresenta a análise numérica e os resultados do comportamento da membrana no processo de endentação e posterior penetração. Considera-se que o final da endentação ocorre quando a geometria apresenta tangente vertical no topo da lateral do troco de cone. As análises são feitas para diferentes materiais, diferentes coeficientes de atrito no contato. Foi realizado um estudo paramétrico com distintos diâmetros de endentor e espessuras de membrana.

A análise numérica foi realizada com o software de elementos finitos Abaqus CAE v6.11. Este software foi o escolhido para realizar as simulações deste trabalho por já ter sido bastante utilizado no Laboratório de Membranas e Biomembranas (LabMemB) e ser um software notoriamente confiável.

As análises foram realizadas para o problema de endentação e penetração, ou seja, foi imposto um deslocamento vertical do endentor da altura inicial (no plano da membrana) até 90mm de deslocamento vertical. O deslocamento máximo de 90mm foi determinado experimentalmente para que possa ser estudada a penetração mas não haja perfuração da membrana em qualquer das configurações de atrito e geometria escolhida.

Foi utilizado um elemento do tipo SAX2, axissimétrico quadrático, de casca e de relação quadrática. A discretização da membrana em seus elementos não foi homogênea, isto é, os elementos de diferentes áreas possuem tamanhos distintos. Tal artifício foi usado para otimizar o tempo de execução da simulação sem prejudicar a precisão dos resultados. Como pode ser analisado por uma simples inspeção visual do problema, são esperadas tensões e deformações maiores na região central da membrana. Em razão da existência dessas tensões maiores e pela descontinuidade da geometria que ocorre na aresta superior do endentor, nesta parte foram atribuídos mais elementos de menor dimensão.

A membrana plana com raio de 60mm foi subdividida em quatro regiões anelares, isto é, se descrita em coordenadas polares no seu estado plano

indeformado, a membrana foi dividida em regiões cujos raios são 20%, 20%, 20% e 40% do raio total, a partir do centro.

Na região mais central foram determinados elementos de 0.001mm, na segunda região de 0.01mm, na terceira de 0,1mm e na quarta e mais externa região foram utilizados elementos com 1mm.

O modelo utilizado possui 722 nós e 361 elementos, número encontrado após a realização de uma análise de convergência.

Foi testada a utilização de elementos de membrana do tipo contínuo axissimétrico linear (CAX4H) e elementos de membrana de relação quadrática (MAX2). Na Figura 4.1 estão comparados os elementos de membrana CAX4H e de casca SAX2. Como observado, não há diferenças significativas no gráfico força VS. deslocamento.

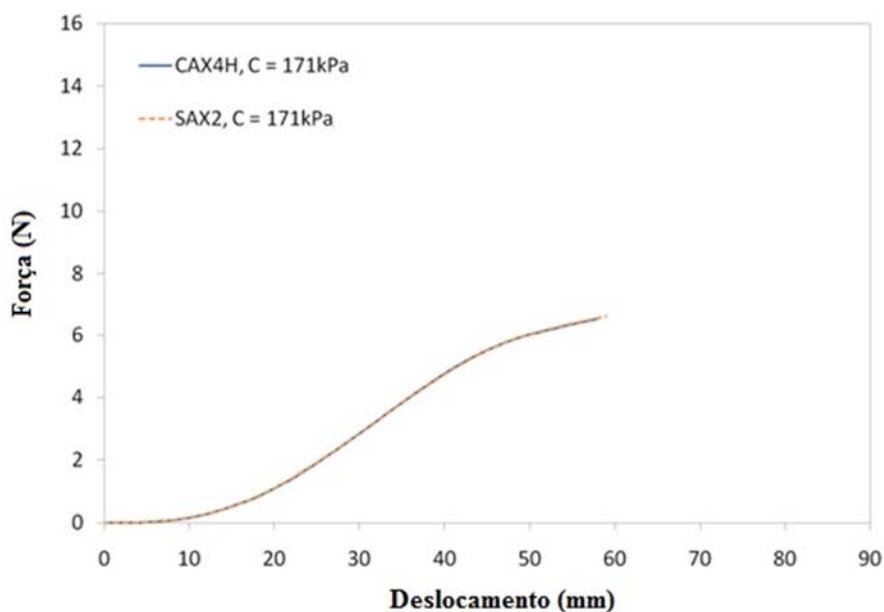


Figura 4.1 - Comparação de elementos

Na utilização do elemento de membrana faz-se necessário um estado inicial de tensões para que haja convergência. Contudo, a imposição de uma tensão como condição de contorno inicial do problema altera todos os dados do ensaio já que há sempre uma tensão residual. Por esta razão o elemento de membrana não foi posteriormente utilizado nas análises.

Segundo Pamplona *et al.*, 2006 e Selvadurai, 2006 comportamento dos elementos de casca e de membrana são similares, portanto, considerando a

dificuldade em obter convergência com os elementos de membrana, foi decidido o uso de elementos não lineares de casca SAX2 para as análises descritas neste trabalho.

4.1. Material Neo Hookeano

A função densidade de energia de deformação para este material neo-hookeano incompressível é:

$$W = C_1(I_1 - 3) \quad (4.1)$$

onde C_1 é a constante do material levantada experimentalmente e vale $112,32 * 10^3$ Pa.

4.1.1. Sem atrito, $\mu=0,00$

Na Figura 4.2 observa-se a geometria deformada e as tensões presentes para um teste com coeficiente de atrito nulo ($\mu=0,00$) entre a membrana e o endentor. As tensões principais encontram-se na faixa inferior a $5 * 10^6$ Pa. A endentação termina neste caso com 50mm de deslocamento vertical (ponto de início da penetração).

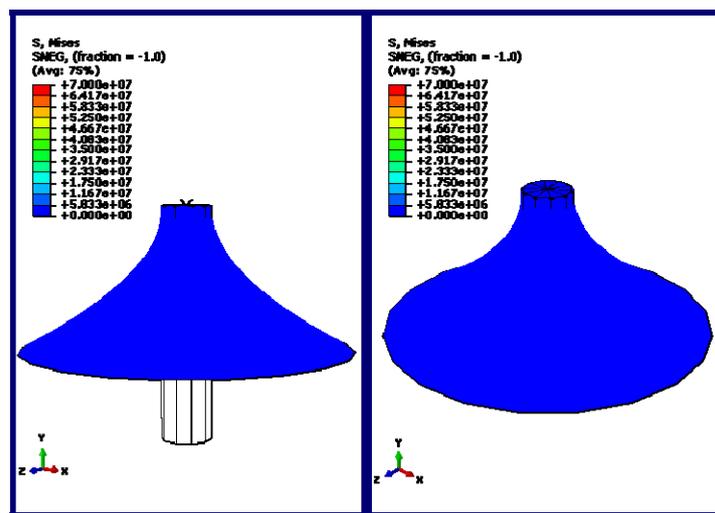


Figura 4.2 - $\mu=0,00$ Neo Hookeano

Na Figura 4.3 abaixo se observa a mesma situação limite do fim da endentação (50mm) mostrada acima, mas com uma legenda de cores adequada à variação de tensões desta condição.

4.1.2. Baixo atrito, $\mu=0,20$

Para o caso do coeficiente de atrito ser igual a 0,20 temos o comportamento da membrana da Figura 4.5. Em comparação com a Figura 4.2 que descrevia a endentação para um caso sem atrito, vemos que há pouca diferença nas tensões observadas e na geometria apresentada. Isto se dá porque para um deslocamento vertical do endentor é pequeno e portanto há pouca influência do atrito no comportamento deformado da membrana.

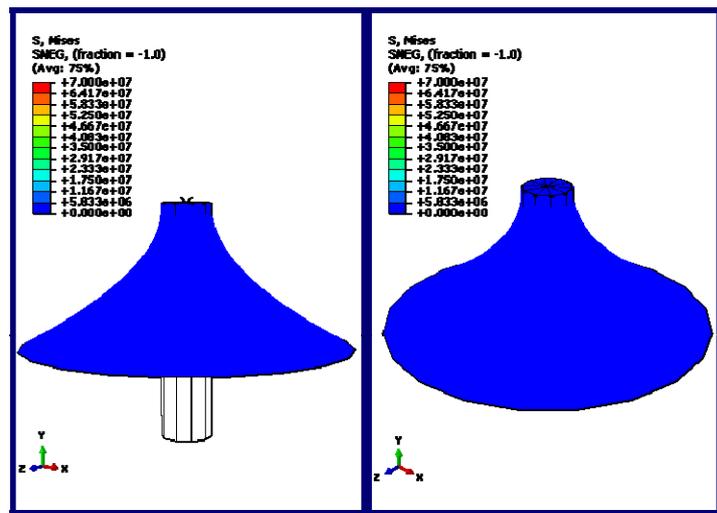


Figura 4.5 - $\mu=0,20$ Neo Hookeano no fim da endentação

Temos para este caso que o fim da endentação ocorre em 52mm e neste deslocamento registra-se uma força de reação vertical de 4,00N.

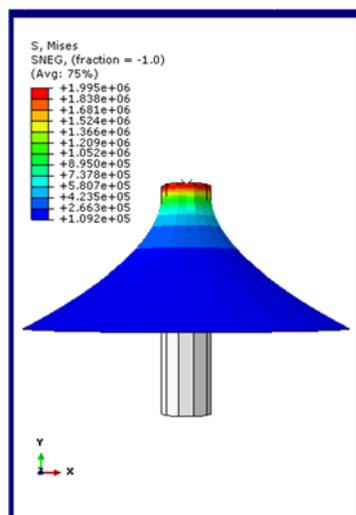


Figura 4.6 - $\mu=0,20$ Neo Hookeano com legenda de cores expandida no fim da endentação

Na Figura 4.6 observamos a geometria no instante do fim da endentação (52mm) com a legenda de cores representando as tensões em escala cheia. Observa-se a variação da tensão ao longo da membrana que é maior no topo do endentor, chegando a valores de aproximadamente 2.0×10^6 Pa para este caso.

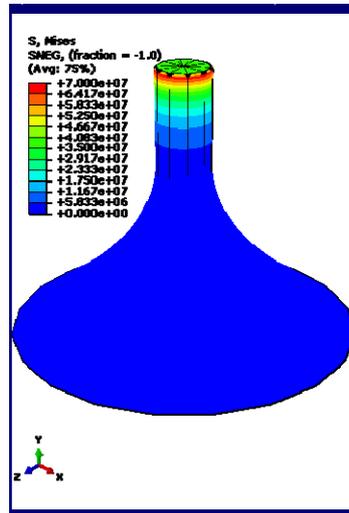


Figura 4.7 - $\mu=0,20$ Neo Hookeanoa 90mm

Com 90mm de deslocamento, já na etapa de penetração da membrana (Figura 4.7) obtêm-se uma força de reação vertical de 5,25N. Há uma pequena diferença de tensões (50%), presentes no topo da membrana (quando há a restrição por atrito) e no topo do cilindro formado pela membrana sobre a lateral do endentor. Esta diferença é pequena se comparada com os outros casos com o mesmo funcional devido ao baixo atrito. As tensões da membrana na região do topo do endentor, como podem ser vistas, são menores que no bordo logo abaixo. Isto se dá pela restrição à deformação que o atrito impõe à membrana. As tensões máximas no topo neste caso, encontram-se na faixa de 3.5×10^7 Pa a 4.0×10^7 Pa e ocorrem no topo do cilindro.

4.1.3. Atrito médio, $\mu=0,46$

Para o caso do coeficiente de atrito ser igual a 0,46 temos o comportamento da membrana mostrado na Figura 4.8. Neste caso já é possível observar um pequeno incremento nas tensões no bordo do endentor (3.3×10^6 Pa) em comparação com as

tensões baixas presentes no topo. Como esperado, com o aumento do atrito cresce a diferença entre as tensões do topo e no bordo superior do cilindro.

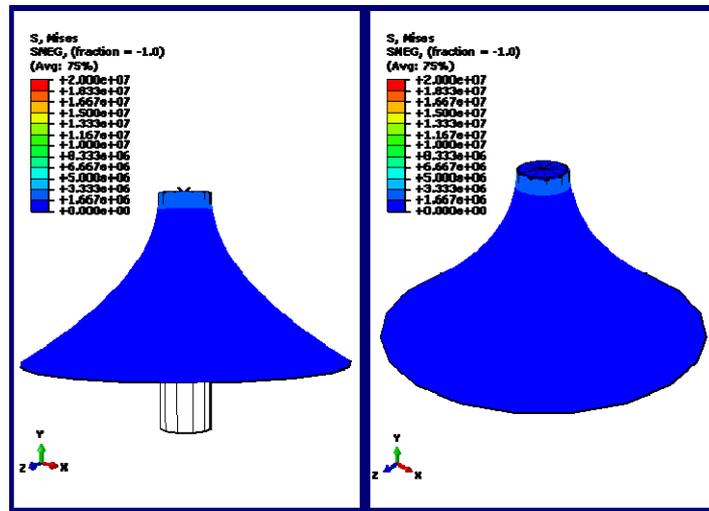


Figura 4.8 - $\mu=0,46$ Neo Hookeano

Temos para este caso que o fim da endentação ocorre em 70mm e neste deslocamento registra-se uma força de reação vertical de 5,85N.

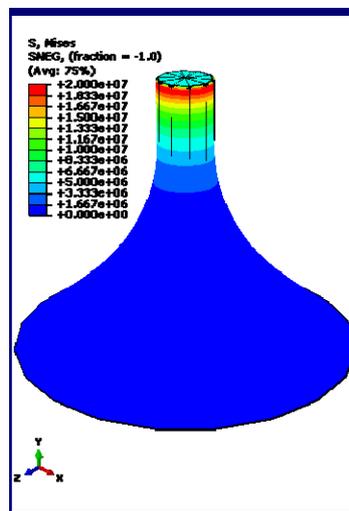


Figura 4.9 - $\mu=0,46$ Neo Hookeano a 90mm

Com 90mm de deslocamento, já na etapa de penetração da membrana obtém-se uma força de reação vertical de 6,65N, as tensões no bordo são de 2.0×10^7 Pa e as tensões no topo valem 5.0×10^6 Pa. É evidente a grande diferença de tensões

(Figura 4.9) presentes no topo da membrana (onde há a restrição por atrito) e no topo do cilindro formado pela membrana sobre a lateral do endentor.

4.1.4. Atrito elevado, $\mu=0,80$

Para o caso do coeficiente de atrito ser igual a 0,80, o maior coeficiente de atrito estudado, obtém-sea geometria e as distribuições de tensões na membrana mostradas na Figura 4.10 abaixo:

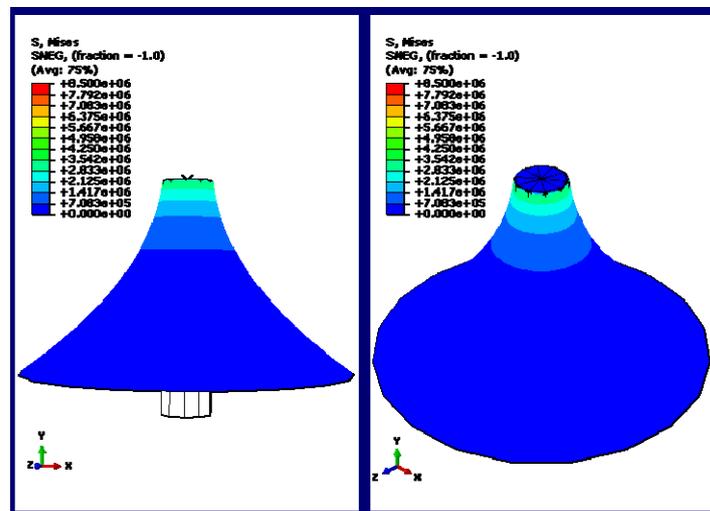


Figura 4.10 - $\mu=0,80$ Neo Hookeano

Temos para este caso que o fim da endentação ocorre em 70mm e neste deslocamento registra-se uma força de reação vertical de 7,62N.

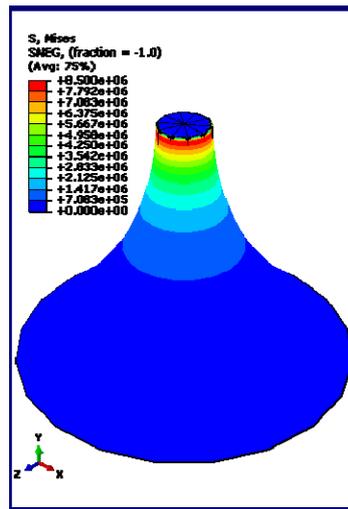


Figura 4.11 - $\mu=0,80$ Neo Hookeano a 90mm

Com 90mm de deslocamento (Figura 4.11), já na etapa de penetração da membrana obtêm-se uma força de reação vertical de 9,5N. É evidente a grande diferença de tensões presentes no topo da membrana, quando há a restrição por atrito, ($< 7.0 \times 10^5$ Pa) e no topo do cilindro formado pela membrana sobre a lateral do endentor (8.5×10^6 Pa).

4.2. Material Mooney-Rivlin

A função densidade de energia de deformação W para um material Mooney-Rivlin é descrita como uma combinação linear de dois invariantes, a saber:

$$W = C_1(I_1 - 3) + C_2(I_2 - 3) \quad (4.2)$$

Onde C_1 e C_2 são constantes do material determinadas experimentalmente e valem respectivamente 82,405 kPa e 99,241 kPa, segundo os dados levantados experimentalmente em ensaios de tração uniaxiais.

4.2.1. Sem atrito, $\mu=0,00$

Na Figura 4.12 observa-se a geometria deformada e as tensões presentes para um teste com coeficiente de atrito nulo ($\mu=0,00$) entre a membrana e o endentor no fim do processo de endentação, que neste caso ocorre com 46mm de deslocamento vertical do endentor. As tensões encontram-se na faixa inferior a 4.8×10^6 Pa.

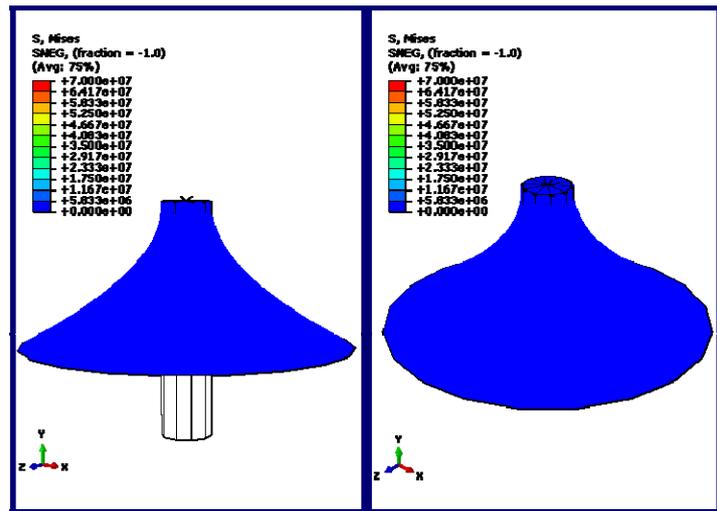


Figura 4.12 - $\mu=0,00$ Mooney-Rivlin

Na Figura 4.13 observa-se o mesmo caso da Figura 4.12, porém é possível visualizar a distribuição de tensões na membrana devido ao rearranjo da escala de cores. As tensões máximas ocorrem neste caso, na região próxima ao bordo superior e no topo do endentor e valem 1.0×10^6 Pa.

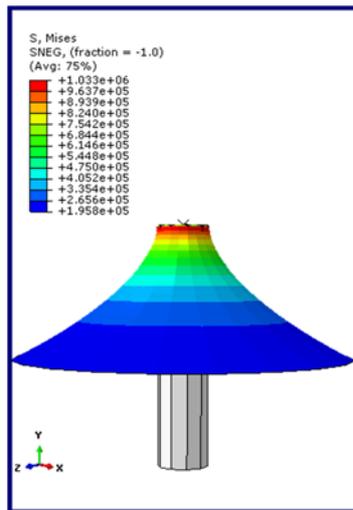


Figura 4.13 - $\mu=0,00$ Mooney-Rivlin com legenda de cores expandida

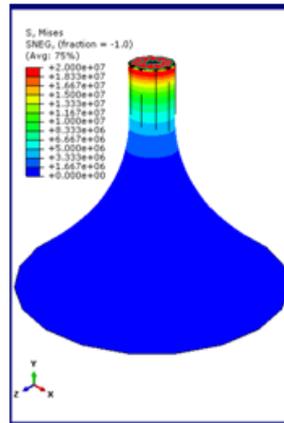


Figura 4.14 - $\mu=0,00$ Mooney-Rivlin a 90mm

Com 90mm de deslocamento (Figura 4.14), já na etapa de penetração da membrana obtêm-se na uma força de reação vertical de 4,28N. Assim como no caso do material neo-Hookeano, não há diferenças nas tensões presentes no topo da membrana e no topo do cilindro formado pela membrana sobre a lateral do endentor ($7.2 * 10^7$ Pa) devido à não existência do atrito entre as superfícies em contato.

4.2.2. Baixo atrito, $\mu=0,20$

Para o caso do coeficiente de atrito ser igual a 0,20, em um material de Mooney-Rivlin (Figura 4.15) temos o seguinte comportamento da membrana:

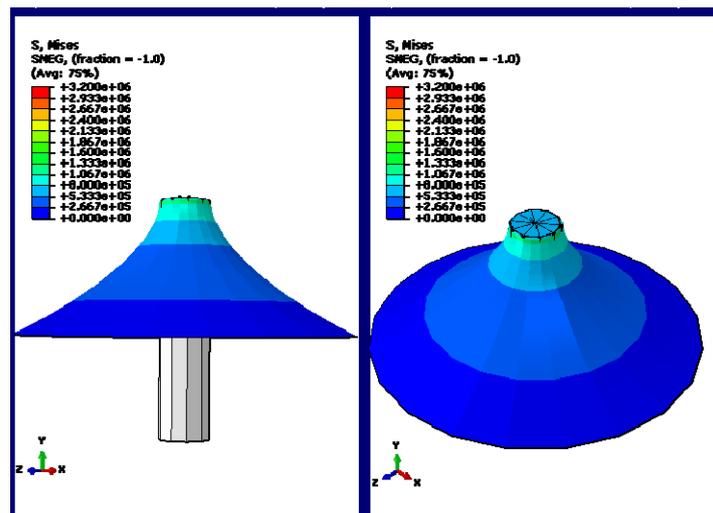


Figura 4.15 - $\mu=0,20$ Mooney-Rivlin

Para este caso o fim da endentação ocorre em 48mm e neste deslocamento registra-se uma força de reação vertical de 7,2N. As tensões no topo do endentor valem $5.3 * 10^5$ Pa e no segmento logo abaixo do bordo $1.0 * 10^6$ Pa

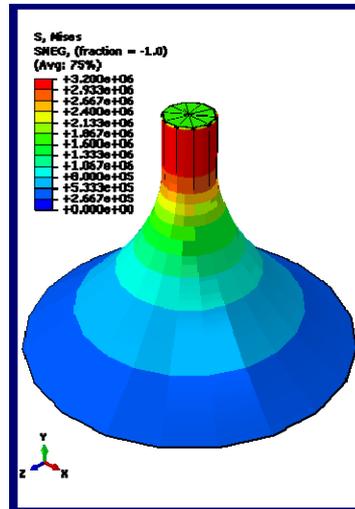


Figura 4.16 - $\mu=0,20$ Mooney-Rivlin a 90mm

Com 90mm de deslocamento, Figura 4.16, já na etapa de penetração da membrana observa-se uma força de reação vertical de 15,30N. É evidente a diferença de tensões presentes no topo da membrana, aonde há a restrição por atrito, ($1.6 * 10^6$ Pa) e no (cone) topo do cilindro formado pela membrana sobre a lateral do endentor($3.2 * 10^6$ Pa).

4.2.3. Atrito médio, $\mu=0,46$

No caso do coeficiente de atrito ser igual a 0,46 para um material Mooney-Rivlin temos o comportamento da membrana mostrado na Figura 4.17 nos aspectos geométricos e de distribuição de tensões.

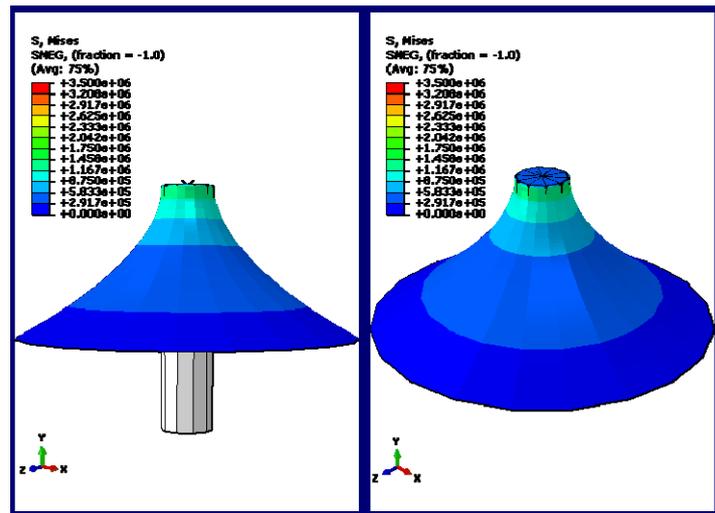


Figura 4.17 - $\mu=0,46$ Mooney-Rivlin

Neste caso o fim da endentação ocorre em 52mm e para este deslocamento registra-se uma força de reação vertical de 8,4N. As tensões no topo da membrana são inferiores a 2.9×10^5 Pa, enquanto no bordo logo abaixo do topo do endentor são de 1.5×10^6 Pa.

Para este deslocamento de 52mm a Figura 4.18 mostra a variação da espessura da membrana ao longo do raio da membrana.

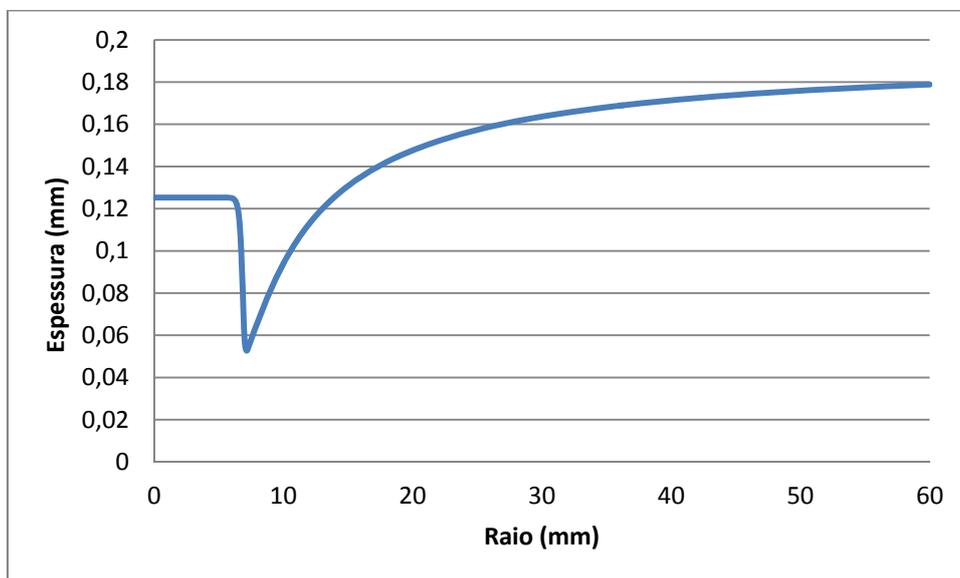


Figura 4.18 - Gráfico Espessura vs. Raio

Vemos para valores do raio entre 0 e 5 que há uma região de espessura constante que indica a parte da membrana que está em contato com o topo do endentor. Aumentando-se o raio observa-se uma abrupta queda na espessura para aproximadamente 50% da espessura no topo. Isto é compatível com a imagem da

malha deformada de elementos finitos que indica um aumento das tensões logo abaixo do topo do endentor. Este aumento de tensões se deve ao fato que após descolar do endentor, no tronco de cone formado, não há mais região de contato que limite as deformações.

Já na região do tronco de cone, vemos uma espessura que cresce logaritmicamente até 90% da espessura indeformada no bordo externo da membrana ($R=60\text{mm}$).

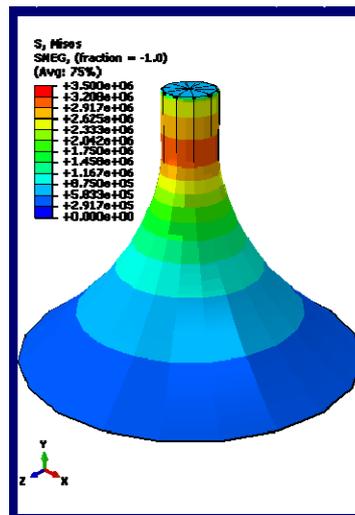


Figura 4.19 - $\mu=0,46$ Mooney-Rivlin a 90mm

Com 90mm de deslocamento, já na etapa de penetração da membrana (Figura 4.19), obtêm-se uma força de reação vertical de 16,20N. Há uma diferença de tensões presentes no topo da membrana (quando há a restrição por atrito) e no topo do cilindro formado pela membrana sobre a lateral do endentor. Neste caso específico observou-se que as tensões máximas ($3.0 \times 10^6\text{Pa}$) não ocorrem logo abaixo do bordo superior do endentor, mas em uma faixa distante do bordo, devido às características desta simulação com modelo de Mooney-Rivlin.

4.2.4. Atrito elevado, $\mu=0,80$

Para o caso do coeficiente de atrito ser igual a 0,80 (Figura 4.20) temos o seguinte comportamento da membrana:

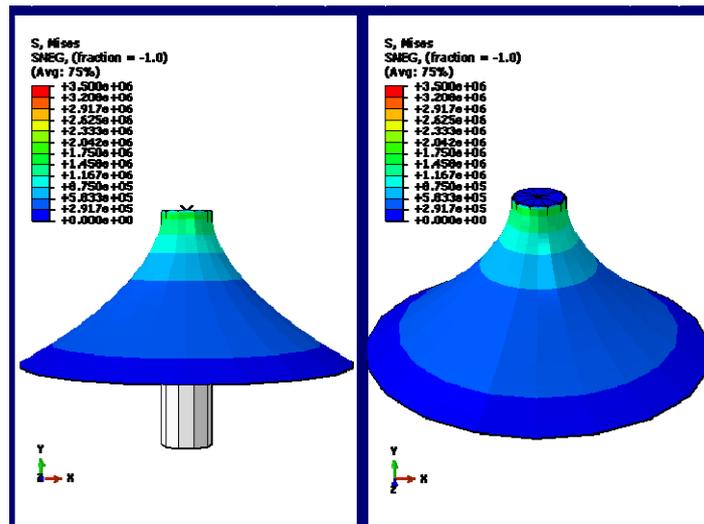


Figura 4.20 - $\mu=0,80$ Mooney-Rivlin

Neste caso que o fim da endentação ocorre em 55mm e neste deslocamento registra-se uma força de reação vertical de 9,3N. As tensões registradas no topo do endentor são menores que 2.9×10^5 Pa, enquanto logo abaixo do bordo do endentor são 2.0×10^6 Pa.

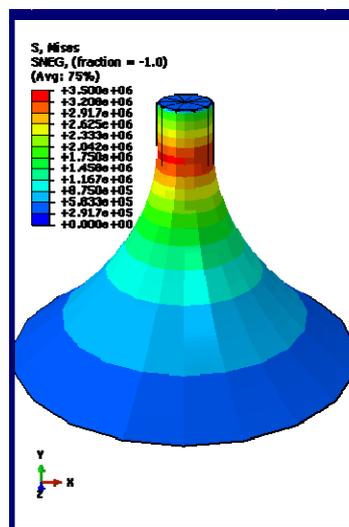


Figura 4.21 - $\mu=0,80$ Mooney-Rivlin a 90mm

Com 90mm de deslocamento, já na etapa de penetração da membrana (Figura 4.21) observa-se uma força de reação vertical de 17,00N. É evidente a diferença de tensões presentes no topo da membrana, quando há a restrição à deformação da membrana por atrito, ($< 2.9 \times 10^5$ Pa) e no topo do cilindro formado pela membrana sobre a lateral do endentor (3.5×10^6 Pa). Assim como no item 4.2.3, é notável que

a região que localiza as tensões máximas em vermelho, encontra-se em uma região anelar distante o comprimento de um diâmetro do endentor, do bordo superior deste.

4.3. Material Ogden primeira ordem

A função densidade de energia abaixo descreve um material de Ogden de 1ª ordem.

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{p=1}^N \frac{\mu_p}{\alpha_p} (\lambda_1^{\alpha_p} + \lambda_2^{\alpha_p} + \lambda_3^{\alpha_p} - 3) \tag{5.3}$$

Onde N, μ_p e α_p são constantes do material

Para um material de primeira ordem temos $N=1$ e, portanto a equação 5.3 pode ser reescrita como:

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \frac{\mu_1}{\alpha_1} (\lambda_1^{\alpha_1} + \lambda_2^{\alpha_1} + \lambda_3^{\alpha_1} - 3) \tag{5.4}$$

Onde $\mu_1=306,972$ kPa e $\alpha_1= 1.608$ Pa pelos dados levantados experimentalmente.

4.3.1. Sem atrito, $\mu=0,00$

Para o caso do coeficiente de atrito ser nulo, ou seja, não haver atrito, em um material Ogden de 1ª ordem, obtém-se o seguinte comportamento da membrana (Figura 4.22):

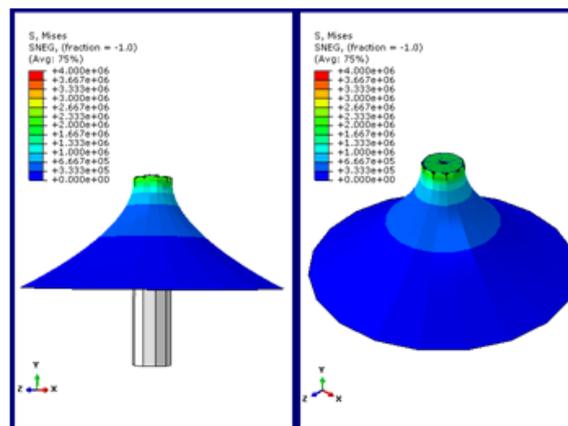


Figura 4.22 - $\mu=0,00$ Ogden 1ª ordem

Neste caso, o fim da endentação ocorre em 44mm de deslocamento vertical do endentor e nesta altura registra-se uma força de reação vertical de 4,88N. As tensões no topo e no bordo do endentor são praticamente iguais, o que é previsível devido à inexistência do atrito e são de $2.8 * 10^6$ Pa.

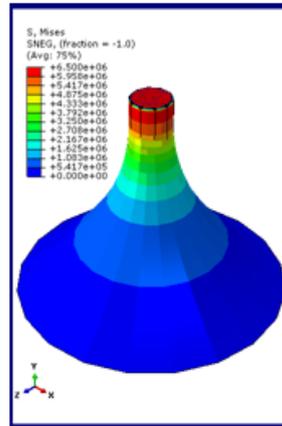


Figura 4.23 - $\mu=0,00$ Ogden 1ª ordem a 90mm

Com 90mm de deslocamento (Figura 4.23), já na etapa de penetração da membrana obtêm-se uma força de reação vertical de 6,20N. Não há diferenças perceptíveis entre as tensões presentes no topo da membrana e no topo do cilindro formado pela membrana sobre a lateral do endentor. Isto se deve ao fato do atrito ser o responsável por esta diferença de tensões e conseqüentemente as deformações na região de contato. As tensões máximas são de $6.8 * 10^7$ Pa.

4.3.2. Baixo atrito, $\mu=0,20$

Para o caso do coeficiente de atrito ser igual a 0,20 em um material Ogden de 1ª ordem temos o comportamento da membrana quanto à geometria e distribuição de tensões mostrado na Figura 4.24:

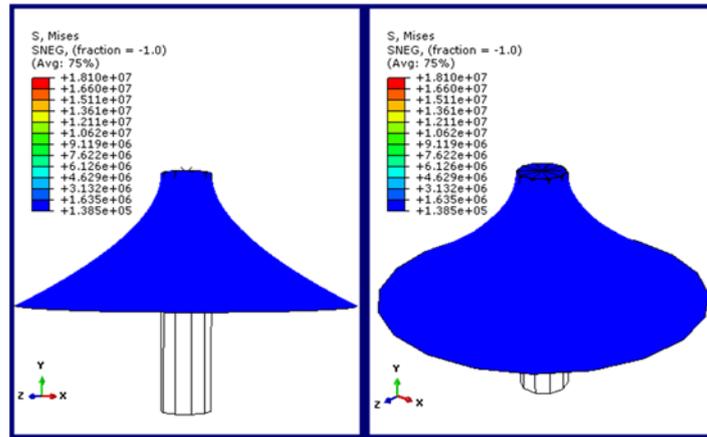


Figura 4.24 - $\mu=0,20$ Ogden 1ª ordem

Neste caso o fim da entadação ocorre em 47mm de deslocamento vertical do endentor e neste ponto registra-se uma força de reação vertical de 5,00N. Devido à pouca influência do atrito não se observa diferença nas tensões da membrana no topo do endentor e no bordo, que estão abaixo de 1.4×10^6 Pa, sendo esta tensão máxima localizada no topo do endentor (Figura 4.25).

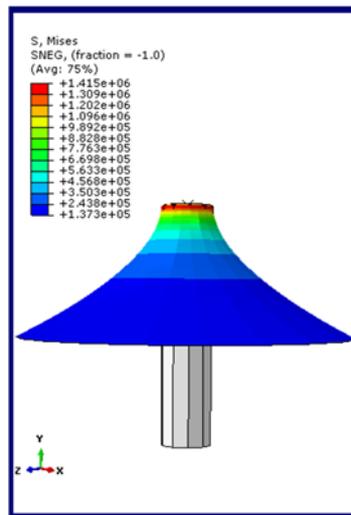


Figura 4.25 - $\mu=0,20$ Ogden 1ª ordem com legenda de cores expandida

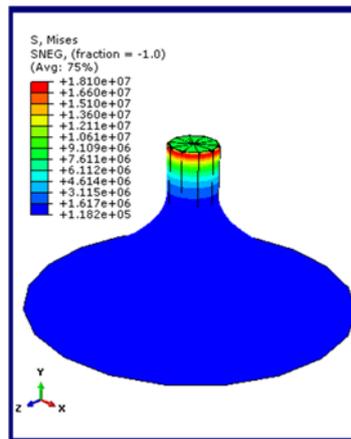


Figura 4.26 - $\mu=0,20$ Ogden 1ª ordem a 90mm

Após a endentação cessar, já no processo de penetração (Figura 4.26) observa-se que há diferenças entre as tensões no topo (1.0×10^7 Pa) e no bordo (1.8×10^7 Pa). A diferença entre as tensões no topo e no bordo da membrana é menor que nos ensaios estudados com atrito maior.

4.3.3. Atrito médio, $\mu=0,46$

Para o caso do coeficiente de atrito ser igual a 0,46 temos o comportamento de distribuição de tensões da membrana descrito na Figura 4.27:

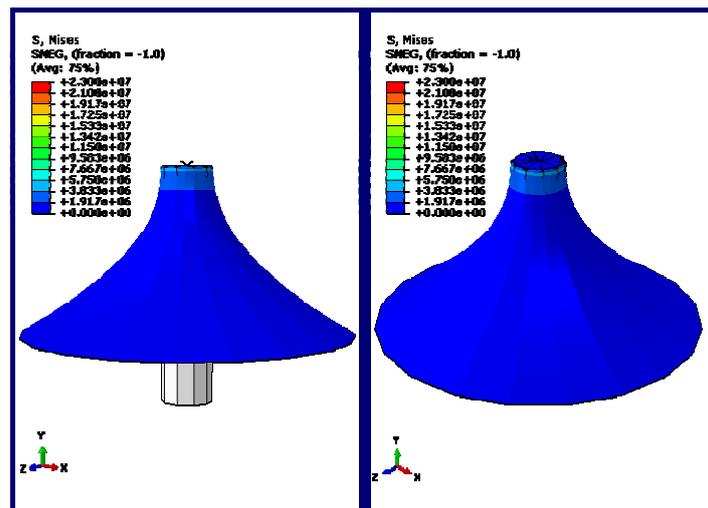


Figura 4.27 - $\mu=0,46$ Ogden 1ª ordem

Temos com esse conjunto de parâmetros que o fim da endentação ocorre em 60mm e neste deslocamento registra-se uma força de reação vertical de 6,9N. As

tensões no topo do endentor são $< 1.9 * 10^6$ Pa enquanto que as tensões no bordo logo abaixo do topo são de $5.8 * 10^6$ Pa.

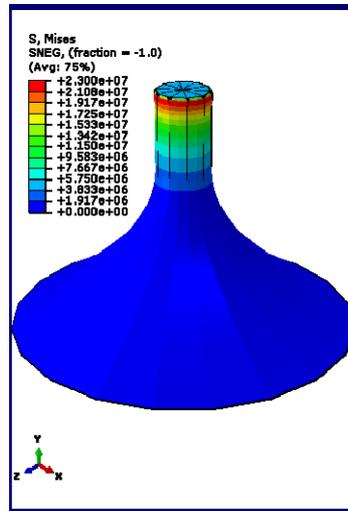


Figura 4.28 - $\mu=0,46$ Ogden 1ª ordem a 90mm

Com 90mm de deslocamento, já na etapa de penetração da membrana (Figura 4.28) observa-se uma força de reação vertical de 11,60N. Há uma diferença de tensões presentes no topo da membrana, aonde há a restrição por atrito, ($6.0 * 10^6$ Pa) e no topo do cilindro formado pela membrana sobre a lateral do endentor, onde registram-se tensões de $2.3 * 10^7$ Pa.

4.3.4. Atrito elevado, $\mu=0,80$

Temos o seguinte comportamento da membrana para o caso do coeficiente de atrito ser igual a 0,80 em uma membrana de um material descrito como Ogden de 1ª ordem:

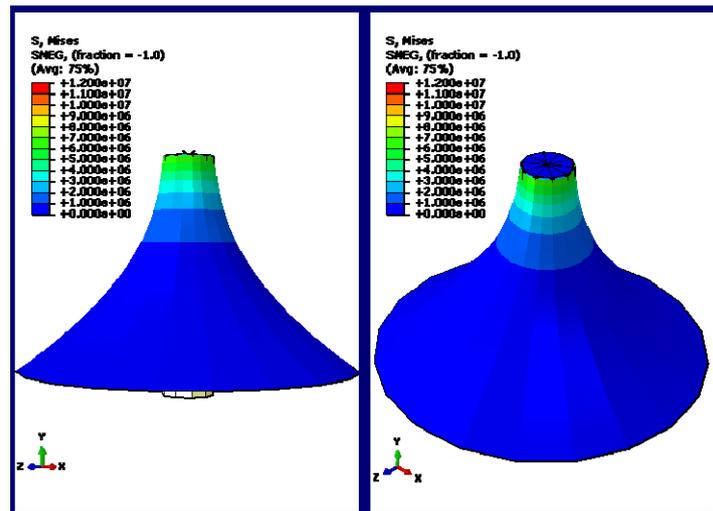


Figura 4.29 - $\mu=0,80$ Ogden 1ª ordem

Neste caso, o fim da endentação ocorre com 76mm de deslocamento vertical do endentor (Figura 4.29) e neste deslocamento registra-se uma força de reação vertical de 10,1N. As tensões no topo do endentor são $< 1.0 \times 10^6$ Pa enquanto no bordo superior da membrana são de 7.0×10^6 Pa. Observa-se ainda que o fim da endentação ocorre com um deslocamento vertical maior do que nos casos de atritos menores, fato que é explicado pela maior restrição ao deslocamento da membrana no topo do endentor.

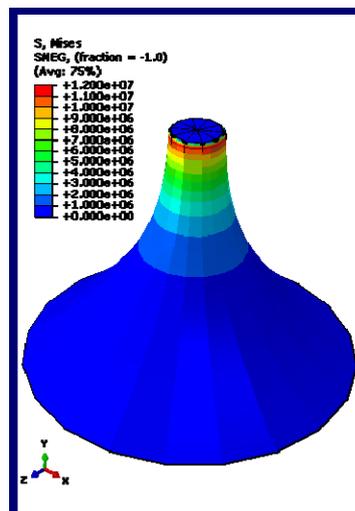


Figura 4.30 - $\mu=0,80$ Ogden 1ª ordem a 90mm

Com 90mm de deslocamento, já na etapa de penetração da membrana (Figura 4.30) obtêm-se uma força de reação vertical de 11,60N. É evidente a grande diferença de tensões presentes no topo da membrana, quando há a restrição por

atrito, ($< 1.0 * 10^6 \text{Pa}$) e no topo do cone formado pela membrana sobre a lateral do endentor ($1.2 * 10^7 \text{Pa}$).

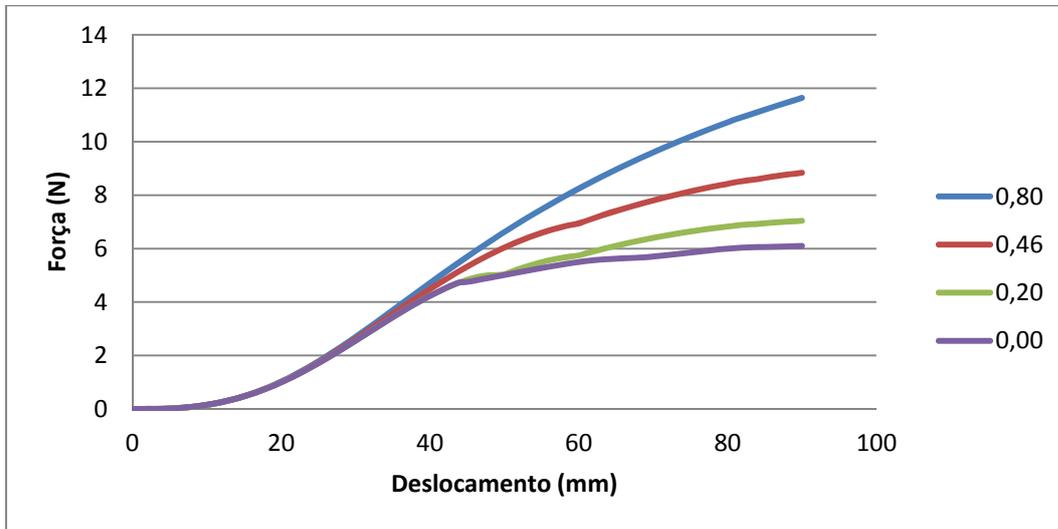


Figura 4.31 - Gráfico comparativo de atritos

A Figura 4.31 - Gráfico comparativo de atritos mostra como o comportamento do gráfico força vs. deslocamento varia conforme a mudança do coeficiente de atrito na região de contato entre a membrana e o endentor para uma membrana com material descrito como Ogden de 1ª ordem. Vemos que para pequenos deslocamentos, até aproximadamente 30mm de endentação, o comportamento é muito similar, isso se deve ao fato de que nesta fase inicial do ensaio há pouco deslocamento relativo entre a membrana e o endentor, e portanto o atrito tem baixa influência no comportamento. Com o aumento do deslocamento vertical há mais escorregamento da membrana sobre o endentor e por essa razão o atrito passa a ter um papel cada vez mais importante na análise do problema.

4.4. Material Ogden segunda ordem

Para um material de Ogden de 2ª ordem temos o mesmo equacionamento geral de Ogden apresentado na seção 4.3, ou seja:

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{p=1}^N \frac{\mu_p}{\alpha_p} (\lambda_1^{\alpha_p} + \lambda_2^{\alpha_p} + \lambda_3^{\alpha_p} - 3) \quad (5.5)$$

Onde N, μ_p e α_p são constantes do material

Neste caso de um material de segunda ordem, $N=2$ podemos reescrever a equação 5.5 acima como:

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{p=1}^2 \frac{\mu_p}{\alpha_p} (\lambda_1^{\alpha_p} + \lambda_2^{\alpha_p} + \lambda_3^{\alpha_p} - 3) \quad (5.6)$$

Onde $\mu_1=64,881$ kPa, $\mu_2= 294,097$ kPa, $\alpha_1= 2.619$ Pa e $\alpha_2= 0,385$ Pa, igualmente pelos dados levantados experimentalmente.

4.4.1.

Sem atrito, $\mu=0,00$

Para o caso do coeficiente de atrito nulo, ou seja, não haver atrito, obtém-se o seguinte comportamento da membrana (Figura 4.32):

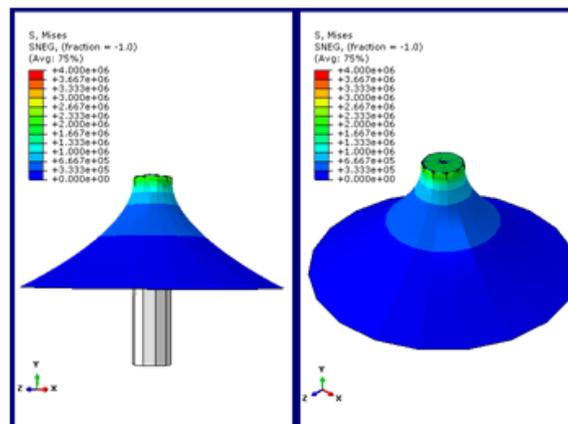


Figura 4.32 - $\mu=0,00$ Ogden 2ª ordem

Neste caso, o fim da endentação ocorre em 45mm de deslocamento vertical do endentor e nesta altura registra-se uma força de reação vertical de 4,82N. As tensões no topo e no bordo do endentor são praticamente iguais, o que é previsível devido à não existência do atrito e valem $2.6 * 10^6$ Pa.

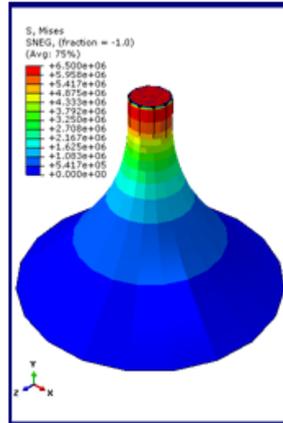


Figura 4.33 - $\mu=0,00$ Ogden 2ª ordem a 90mm

Com 90mm de deslocamento (Figura 4.33), já na etapa de penetração da membrana observa-se uma força de reação vertical de 6,20N. Não há diferença nas tensões presentes no topo da membrana e no cilindro formado pela membrana sobre a lateral do endentor. Isto se deve ao fato de que é o atrito o responsável por esta diferença de tensões e deformações na região de contato. As tensões são $6.5 * 10^7$ Pa.

4.4.2. Baixo atrito, $\mu=0,20$

Para o caso do coeficiente de atrito ser igual a 0,20 temos o seguinte comportamento da membrana:

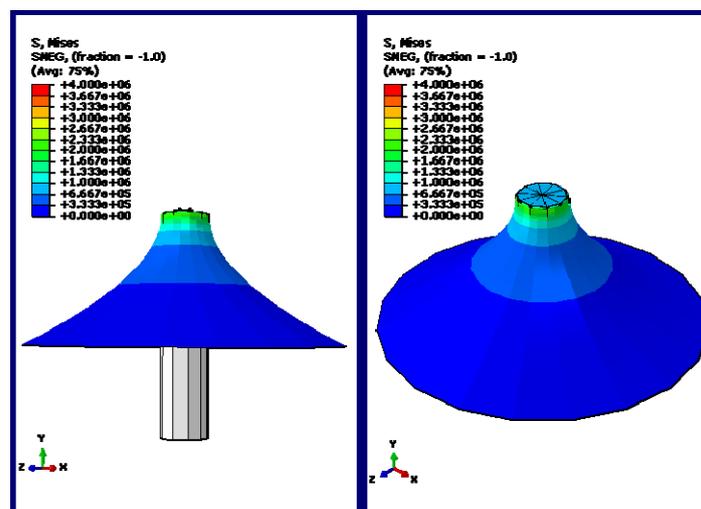


Figura 4.34 - $\mu=0,20$ Ogden 2ª ordem

Neste caso o fim da endentação ocorre em 50mm de deslocamento vertical do endentor (Figura 4.34) e nesta altura registra-se uma força de reação vertical de 6,45N.

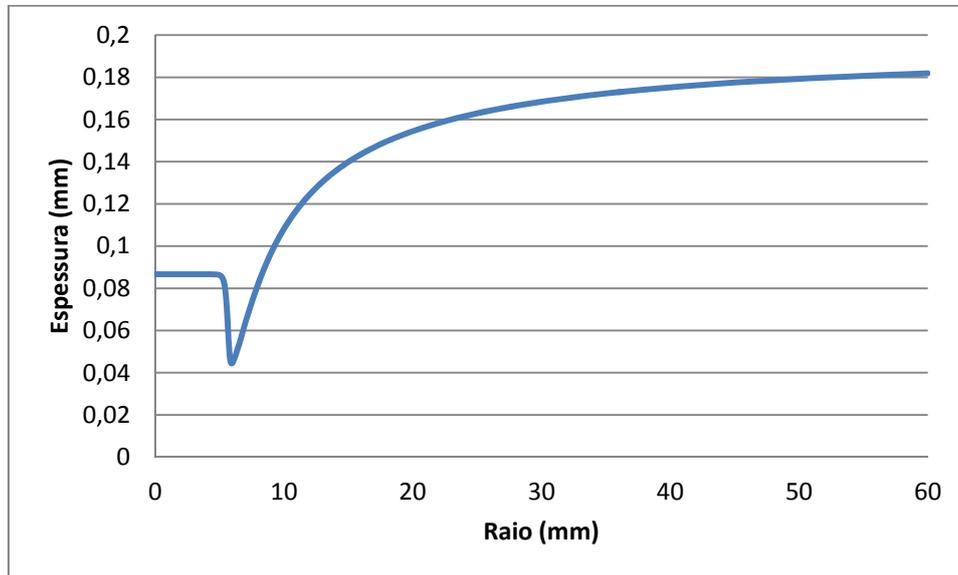


Figura 4.35 - Gráfico Espessura vs Raio para $\mu=0,20$

Na Figura 4.35 observa-se a variação da espessura da membrana para um caso de $\mu=0,20$ ao fim da endentação. A membrana no topo do endentor possui neste caso aproximadamente metade da espessura inicial, o afinamento da membrana se deve às maiores tensões presentes na região central.

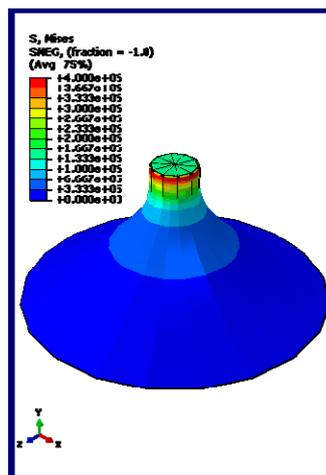


Figura 4.36 - $\mu=0,20$ Ogden 2ª ordem a 90mm

Com 90mm de deslocamento (Figura 4.36), já na etapa de penetração da membrana obtêm-se uma força de reação vertical de 7,10N. Há uma diferença de aproximadamente 2 para 1 nas tensões presentes no topo da membrana, onde há a

restrição por atrito ($2.0 * 10^6 \text{Pa}$), e no bordo da membrana logo abaixo do topo do endentor ($4.0 * 10^6 \text{Pa}$).

4.4.3. Atrito médio, $\mu=0,46$

Sendo o atrito imposto na região de contato da membrana com o endentor igual a 0,46 (Figura 4.37) temos o seguinte comportamento geométrico e de tensões da membrana:

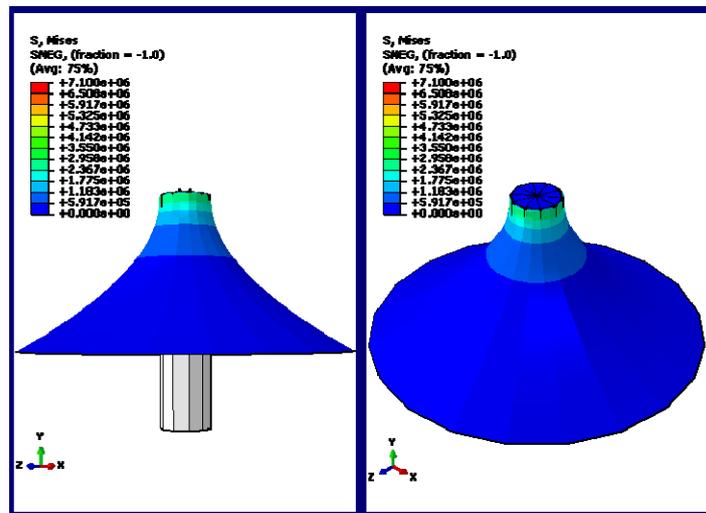


Figura 4.37 - $\mu=0,46$ Ogden 2ª ordem

Neste caso, o fim da endentação ocorre com 57mm de deslocamento vertical e neste deslocamento registra-se uma força de reação vertical de 9,12N. As tensões no topo do endentor são $< 5.9 * 10^5 \text{Pa}$ enquanto que o bordo do endentor apresenta tensões de $3.0 * 10^6 \text{Pa}$.

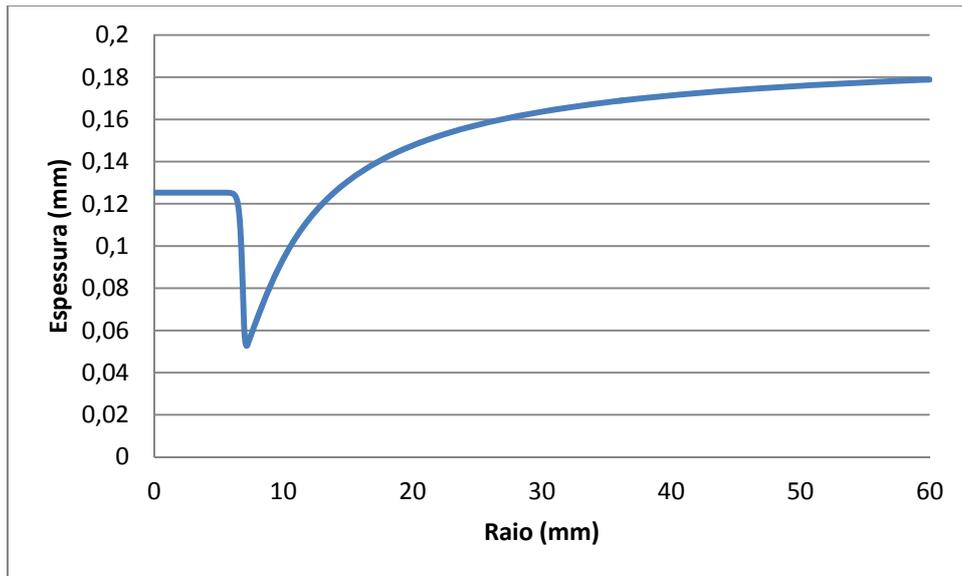


Figura 4.38 - Gráfico Espessura vs. Raio

Para este deslocamento de 57mm (fim da endentação) a Figura 4.38 identifica a variação da espessura da membrana ao longo do raio da membrana. Assim como nos outros casos com atrito, vemos uma abrupta queda nas tensões assim que termina o endentor (Raio = 9mm) devido ao descolamento da membrana do topo do endentor.

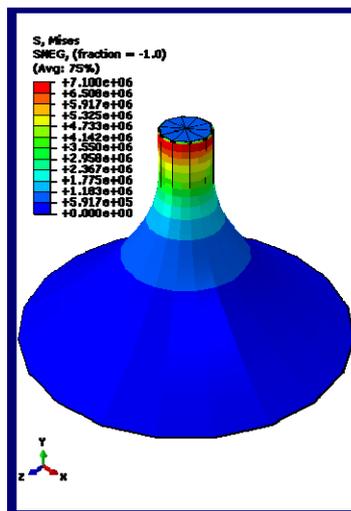


Figura 4.39 - $\mu=0,46$ Ogden 2ª ordem a 90mm

Com 90mm de deslocamento, já na etapa de penetração da membrana (Figura 4.39) obtêm-se uma força de reação vertical de 11,80N. Há diferença nas tensões

presentes no topo da membrana (aonde há a restrição por atrito) e no cilindro formado pela membrana sobre a lateral do endentor.

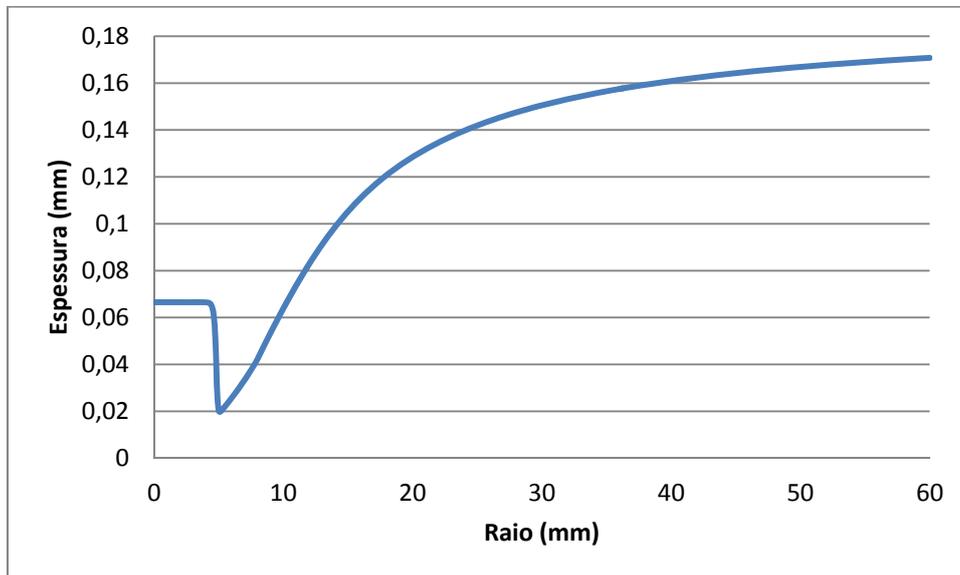


Figura 4.40 - Gráfico Espessura vs. Raio

A Figura 4.40 explicita um gráfico da variação da espessura da membrana ao longo do seu raio. Pode-se observar um ponto de espessura mínima na quina do endentor onde se registra uma espessura dez vezes menor que a inicial.

4.4.4. Atrito elevado, $\mu=0,80$

Para o caso do coeficiente de atrito ser igual a 0,80 temos o seguinte comportamento da membrana:

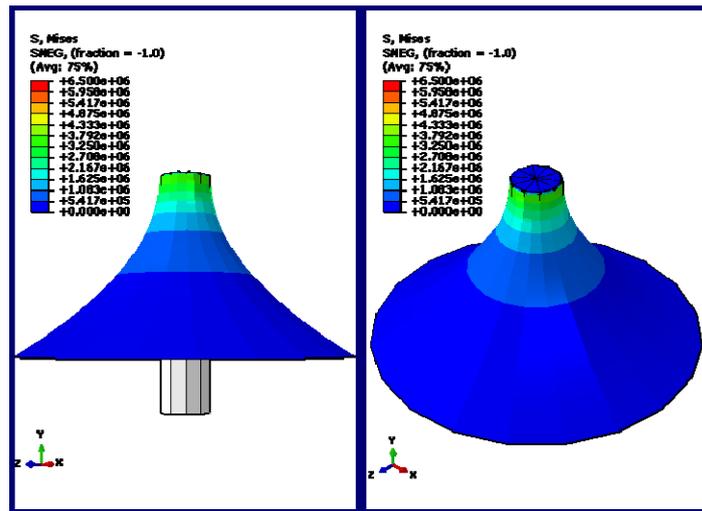


Figura 4.41 - $\mu=0,80$ Ogden 2ª ordem

Neste caso o fim da endentação ocorre em 65mm de deslocamento, caso mostrado na Figura 4.41, e nesta altura registra-se uma força de reação vertical de 10,09N.

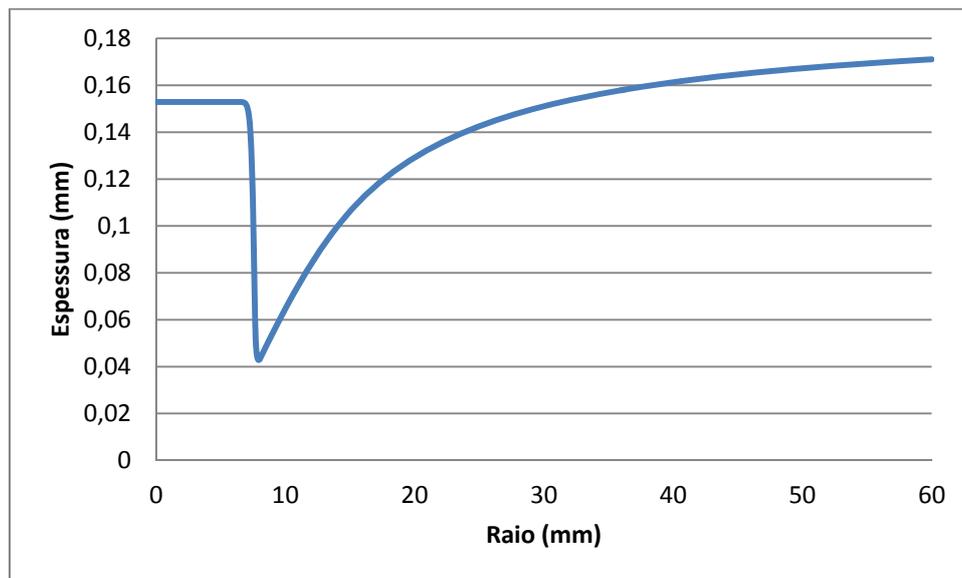


Figura 4.42 - Gráfico Espessura vs raio

Para o deslocamento de 57mm a Figura 4.42 aponta a variação da espessura da membrana ao longo do raio da membrana. Observa-se uma grande diferença entre a espessura no topo do endentor e a espessura mínima registrada no bordo do endentor, em função do alto atrito presente.

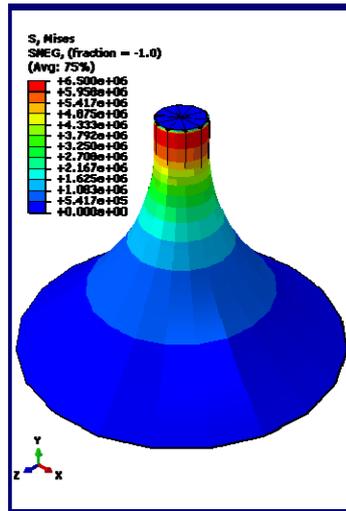


Figura 4.43 - $\mu=0,80$ Ogden 2ª ordem a 90mm

Na Figura 4.43 acima, vemos a membrana com 90mm de deslocamento, já na etapa de penetração. Obtêm-se uma força de reação vertical de 13,60N. É evidente a diferença das tensões presentes no topo da membrana (onde há a restrição por atrito) e no cilindro formado pela membrana sobre a lateral do endentor. Vê-se com o deslocamento de 90mm que a membrana deforma-se na região central, pouco mais do que aos 57mm. Isto se deve ao fato de o atrito restringir a deformação da membrana apesar da imposição de um deslocamento maior do endentor.

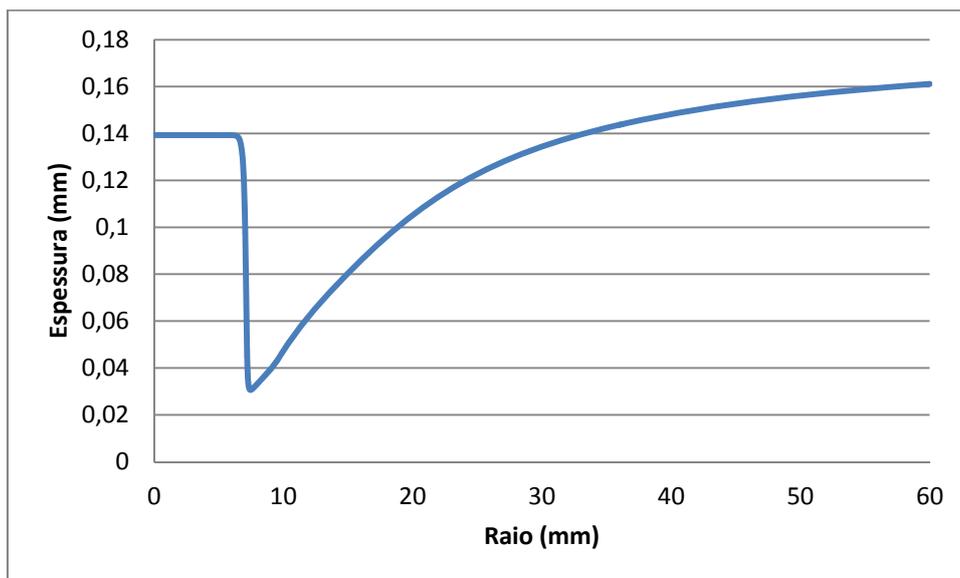


Figura 4.44 - Gráfico Espessura vs raio

A Figura 4.44 apresenta um gráfico da espessura da membrana deformada, em milímetros, em função do raio da membrana indeformada. Observa-se a partir da esquerda (centro da membrana) uma abrupta queda na espessura devido ao descolamento da membrana do topo do endentor e o consequente grande aumento nas tensões que causam um afinamento.

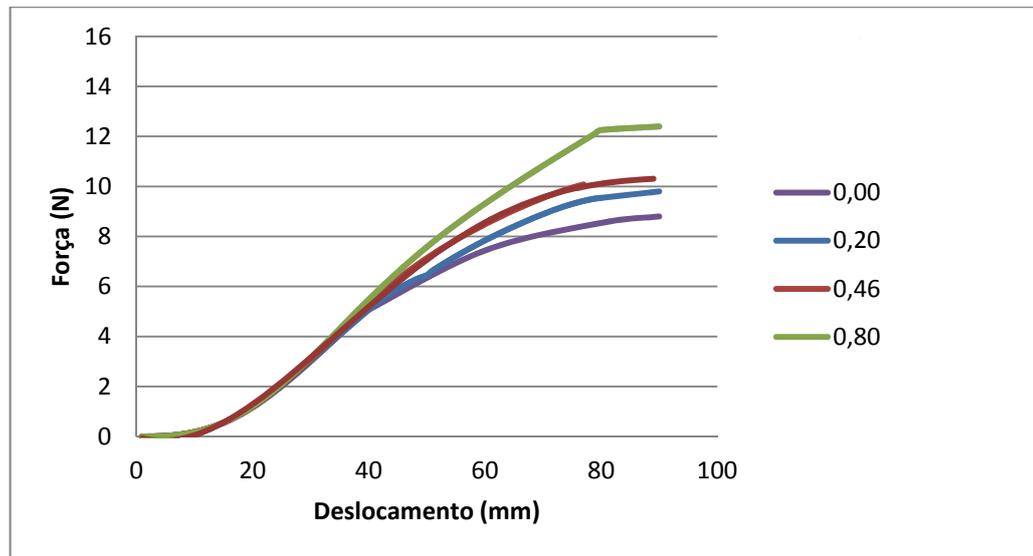


Figura 4.45 - Gráfico comparativo de atritos resultado verde estranho conferir

Na Figura 4.45 - Gráfico comparativo de atritos há um gráfico comparativo do comportamento força vs. deslocamento das simulações para os atritos utilizados nessa análise de um material Ogden de 2ª ordem. Como é esperado, com a diminuição do atrito há uma diminuição da força de reação vertical, contudo, esta diferença na força com a variação no atrito é menor que no caso para um material de Ogden de 1ª ordem descrito na seção 4.3.

4.5.

Estudo paramétrico das formulações de energia relativas ao atrito

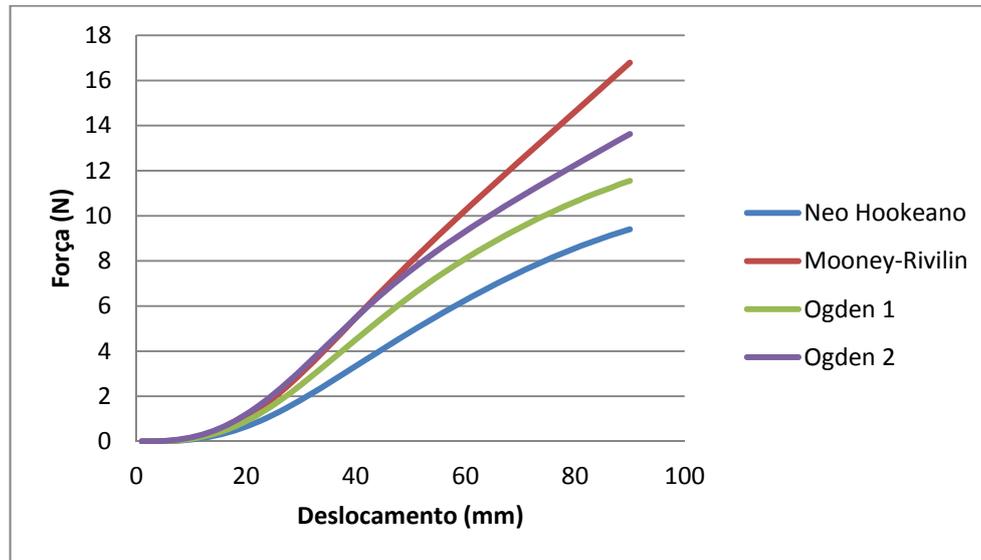


Figura 4.46 - Gráfico comparativo dos funcionais de energia para $\mu=0,80$

Na Figura 4.46 - Gráfico comparativo dos funcionais de energia foi realizada uma comparação dos resultados dos gráficos de força vs. deslocamento para as quatro funções densidade de energia estudadas. Estas, foram comparadas para um mesmo caso de atrito $\mu=0,80$. Vemos que para pequenos deslocamentos todos os funcionais apresentam divergências pequenas. Com o aumento do deslocamento, estes começam a divergir, sendo os funcionais de Ogden de ordem 2 e Mooney-Rivlin os que apresentam as maiores forças para grandes deslocamentos. Estes resultados serão comparados com os resultados de Força vs. deslocamento experimentais para definir qual destes melhor descreve o material estudado no capítulo 6 deste trabalho.

4.6.

Estudo paramétrico variando a espessura

Variando-se a espessura da membrana inicialmente de 0,2mm para 0,4mm buscou-se comparar os resultados a fim de aferir a importância que a espessura da membrana tem sobre o resultado final do processo de endentação. Foi escolhido o funcional de energia de Ogden de 2ª ordem para esta análise.

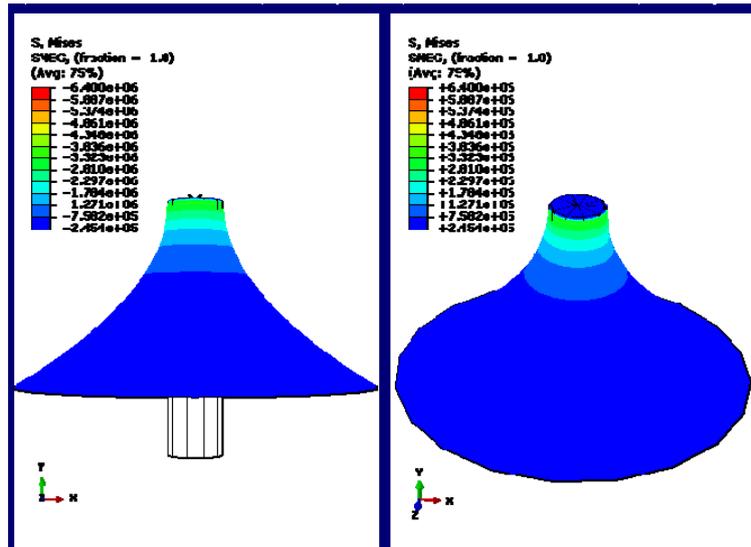


Figura 4.47 - Membrana com espessura 0,4mm

Na Figura 4.47 pode ser visto o processo de endentação para uma membrana com 0,4mm de espessura, com atrito na região de contato $\mu = 0,8$. O fim da endentação ocorre em 62mm de deslocamento vertical do endentor, ponto mostrado nas duas figuras a esquerda da série.

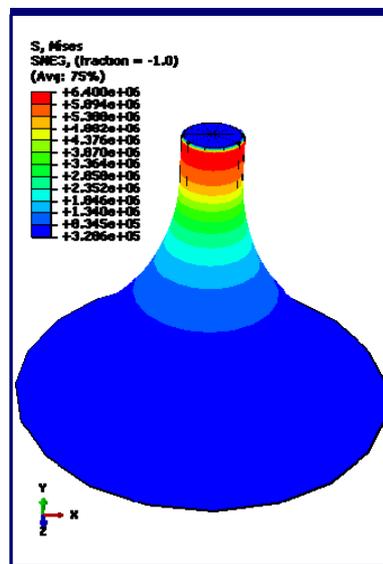


Figura 4.48 - Membrana com 0,4mm de espessura a 90mm

Na Figura 4.48 está uma visualização da membrana deformada com 90mm de deslocamento. Observa-se uma tensão máxima de aproximadamente 6.4×10^6 Pa, que pouco diferente da tensão de 6.5×10^6 Pa observada no caso calculado na seção 4.4.4 para as mesmas condições de simulação em um membrana de espessura

0,2mm. Vê-se que esta variação na espessura da membrana possui pouca influência nos resultados finais de geometria da membrana deformada. Neste caso observa-se ainda uma força de reação vertical de 18,12N no fim da endentação com 62mm de deslocamento e 25,40N com 90mm de deslocamento.

No caso da seção 4.4.4, com a membrana de 0,2mm de espessura havia sido registrada uma força de reação vertical 10,09N aos 65mm(fim da endentação) e uma força de reação vertical de 13,60N aos 90mm de deslocamento. Conclui-se que como esperado, a espessura influencia significativamente as forças de reação verticais no endentor.

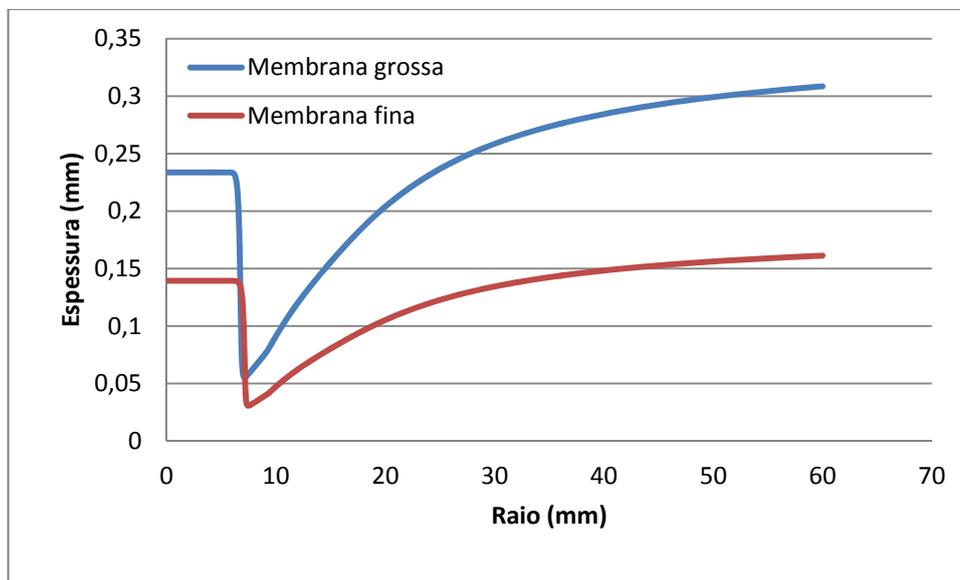


Figura 4.49 - Gráfico espessura vs. raio

Na Figura 4.49 observa-se o gráfico da espessura da membrana deformada em função do seu raio para um deslocamento de 90mm. Pode-se notar com a comparação das linhas em azul (membrana grossa) e a linha vermelha (membrana fina), que apesar da espessura inicial da membrana ter sido dobrada para esta análise, a sua espessura quando deformada aumentou numa razão menor do que dois.

4.7. Estudo paramétrico variando o diâmetro do endentor

A seguir, variou-se a espessura do endentor para um diâmetro de 9mm (metade do valor do endentor usado na análise experimental). Na Figura 4.50

observam-se os resultados para um mesmo atrito $\mu = 0,8$ e a membrana com 0,2mm de espessura.

Assim como no caso descrito na seção 4.6, foi utilizada a formulação de Ogden de 2ª ordem para esta análise.

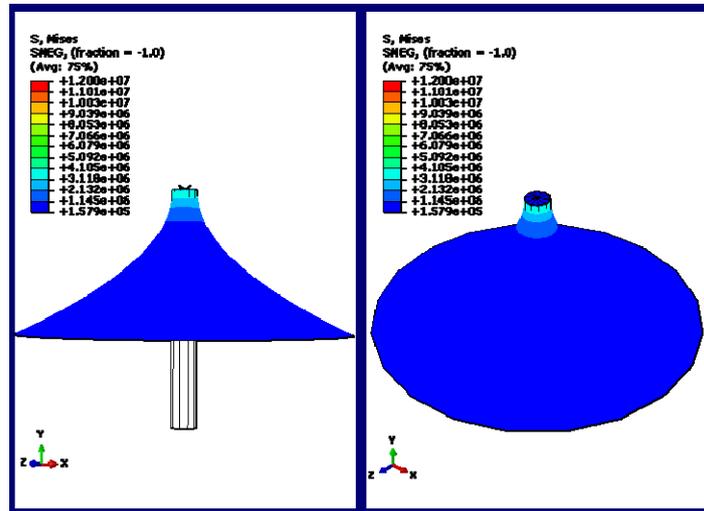


Figura 4.50 - Endentor com 9mm de diâmetro a 52mm

O fim da etapa de endentação ocorre com 52mm de deslocamento vertical, um deslocamento significativamente menor em comparação com os 65mm do caso com o endentor de 18mm de diâmetro mostrado na seção 4.4.4.

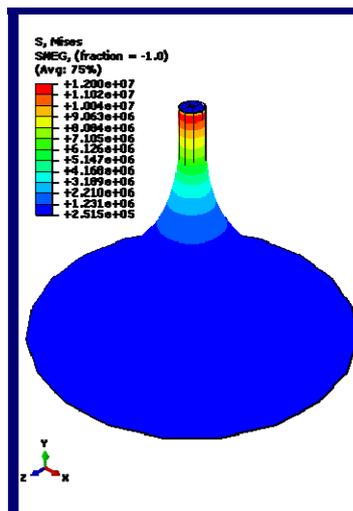


Figura 4.51 - Endentor com 9mm de diâmetro a 90mm

Houve ainda, uma grande mudança na tensão máxima presente na membrana. Neste caso, Figura 4.51, a tensão máxima registrada aos 90mm de deslocamento foi

de $1.2 * 10^7$ Pa, enquanto que com o endentor com o dobro do diâmetro havia sido, de $6.5 * 10^6$ Pa.

A força de reação vertical registrada foi de 5,13N no início da penetração (52mm de deslocamento) e de 9,22N com 90mm de deslocamento. No caso da seção 4.4.4, com o endentor tendo 18mm de diâmetro havia sido registrada uma força de reação vertical 10,09N aos 65mm(fim da endentação), e uma força de reação vertical de 13,60N aos 90mm de deslocamento. Este resultado já era esperado uma vez que como há mais membrana livre de contato para ser deformada, as tensões médias ao longo da membrana são menores apesar de uma região de pico registrado maior, e, portanto uma força de reação vertical no endentor menor.

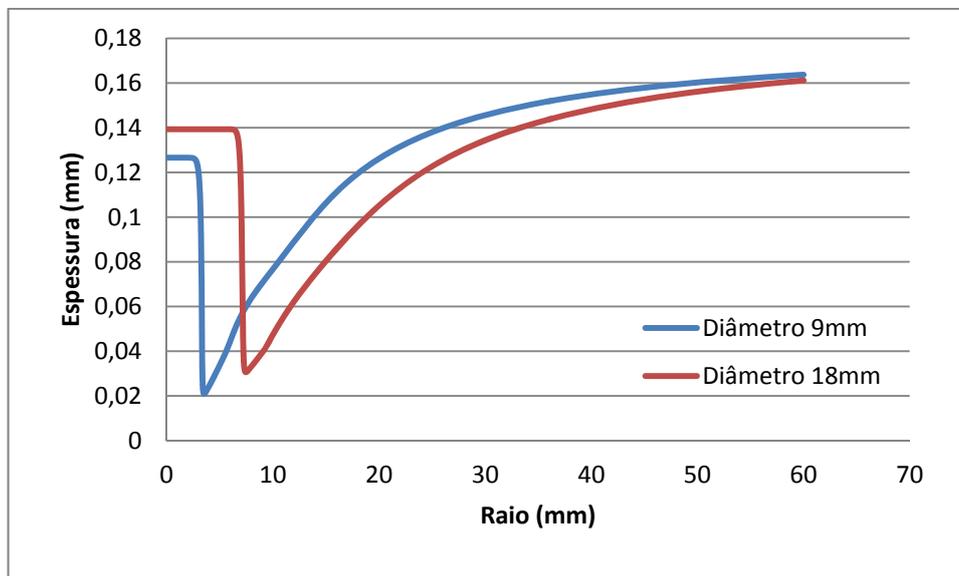


Figura 4.52 - Gráfico espessura vs. raio

Na Figura 4.52 - Gráfico espessura vs. raio, observamos o gráfico espessura vs. raio para o caso do endentor de 9mm de diâmetro (em azul) e com 18mm de diâmetro (em vermelho). Observa-se na comparação dos casos, que apesar da grande mudança na geometria do endentor, houve relativamente pouca mudança na espessura da membrana no topo. Isso se deve ao fato que devido ao alto atrito ($\mu = 0,8$) ocorre pouco deslocamento da membrana sobre o topo do endentor e conseqüentemente há pouca tensão e pouca redução na espessura (afinamento).