

2. Um pouco de História

2.1 Os primeiros matemáticos que estudaram o assunto

Encontramos em toda escrita da antiga matemática grega e árabe, exemplos e vestígios de frações contínuas.

Desde a formulação do algoritmo de Euclides(325aC – 265aC), que teve grande influência para o estudo de frações contínuas, passando por estudos realizados por matemáticos dos séculos XVII e XVIII, tais como, Leonhard Euler, Hermite, John Wallis, Lambert e Lagrange, até os dias atuais, as frações contínuas são de grande interesse em várias áreas no campo da matemática, como em teoria dos números, na resolução de equações diofantinas, na ciência da computação, na confecção de algoritmos para o cálculo de aproximações racionais de números reais e problemas na física.

Merece destaque o cientista italiano Pietro Antonio Cataldi (1548-1626), considerado o descobridor das frações contínuas. Obteve a aproximação de

$$\sqrt{18} \approx 4 + \frac{2}{8 + \frac{2}{8 + \dots}}$$

O matemático britânico John Wallis (1616 – 1703) foi o primeiro a tratar frações contínuas como objeto de estudo. Seu livro “Arithmetica Infinitorum”(1655), desenvolveu e apresentou a surpreendente identidade $\frac{4}{\pi} = \frac{3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 9 \times \dots}{2 \times 4 \times 4 \times 6 \times 6 \times 8 \times 8 \times \dots}$. Em seu livro “Opera Mathematica”(1695) utilizou o termo Fração Contínua pela primeira vez e colocou alguns de seus fundamentos básicos, como por exemplo, o cálculo do n-ésimo convergente, descobrindo algumas de suas propriedades.



Foto 1 –John Wallis

Parte da teoria moderna foi desenvolvida por Leonhard Euler (1707 – 1783), grande matemático e físico suíço de língua alemã que passou a maior parte de sua vida na Rússia e na Alemanha. Em seu trabalho “De Fraction lous Continous”, mostrou que cada racional pode ser expresso como uma fração contínua simples finita, além de uma expressão para o número $e = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \dots}}}$, tendo a utilizado para mostrar que e e e^2 são irracionais. Demonstrou também, a representação de uma série a partir de frações contínuas e vice-versa.



Foto 2 –Leonhard Euler

Joseph-Louis Lagrange (1736-1813), matemático italiano, demonstrou que as raízes irracionais de equações quadráticas têm expansão periódica na forma de fração contínua.

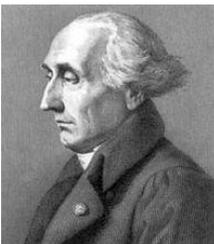


Foto 3 -Lagrange

Estudaremos o teorema de Hurwitz-Markov que apresenta conclusões importantes sobre as aproximações de números reais por racionais, além de estabelecer limites para as aproximações do número da razão áurea, o número de ouro.

Na seção a seguir, apresentaremos, resumidamente, os principais trabalhos desenvolvidos pelos ilustres matemáticos Adolf Hurwitz e Andrei Andreyevich Markov cujo teorema sobre frações contínuas motivou este trabalho..

2.2 Adolf Hurwitz e Andrei Andreyevich Markov

Adolf Hurwitz (1859-1919), matemático alemão, iniciou seus estudos universitários de matemática em 1877, na atual Universidade de Munique e posteriormente, por dois anos, na Universidade Humboldt de Berlim. Trabalhou principalmente com a teoria dos números, mas também com análise complexa, investigando o gênero de superfícies de Riemann. Seu nome é perpetuado nos polinômios de Hurwitz, que determina a estabilidade de sistemas dinâmicos.



Foto 4-Adolf Hurwitz

Andrei Andreyevich Markov (1856-1922), matemático russo, formou-se na Universidade Estatal de São Petesburgo em 1878, onde foi professor em 1886. Seus primeiros trabalhos foram limite de integrais e teoria da aproximação. Depois de 1900 aplicou métodos de frações contínuas, que haviam sido iniciados por Pafnuti Tchebychev na teoria da probabilidade. Provou o teorema do limite central. É lembrado pelo seu estudo de cadeias de Markov.



Foto 5 – Andrei Markov