

3 Metodologia

3.1. Modelagem

Hedge já foi tratado em muitos artigos como operações que tinham o objetivo apenas de reduzir a variância de um fluxo de caixa, conforme mencionado anteriormente. Segundo o modelo Copeland&Copeland (1999), uma operação de *hedge* visa minimizar a probabilidade de ocorrência de uma dificuldade financeira da empresa (*business disruption*), por meio de uma razão ótima de cobertura. No entanto, uma dificuldade financeira não necessariamente é causada apenas por alta volatilidade de uma moeda. Uma redução na volatilidade por si só não impede a ocorrência de uma dificuldade financeira. Há outros fatores tão e até mais importantes que a volatilidade do câmbio influenciando o fluxo de caixa.

A dificuldade financeira ocorre quando há um cruzamento entre as curvas de entrada e saída de caixa – declínio das entradas numa apreciação da moeda doméstica (caso de uma empresa exportadora); ou alta das saídas, numa depreciação frente à moeda internacional (caso de empresas com passivo em moeda estrangeira). É este cruzamento das curvas, materialização do risco cambial, que o modelo Copeland&Copeland (1999) busca medir por meio da probabilidade de ocorrência. Uma operação de *hedge* portanto, busca diminuir essa probabilidade.

Como premissa, partimos de um fluxo de caixa de entradas do tipo Gauss-Wiener, seguindo uma tendência μ (*drift*) e tendo um desvio-padrão instantâneo σ , conforme abaixo.

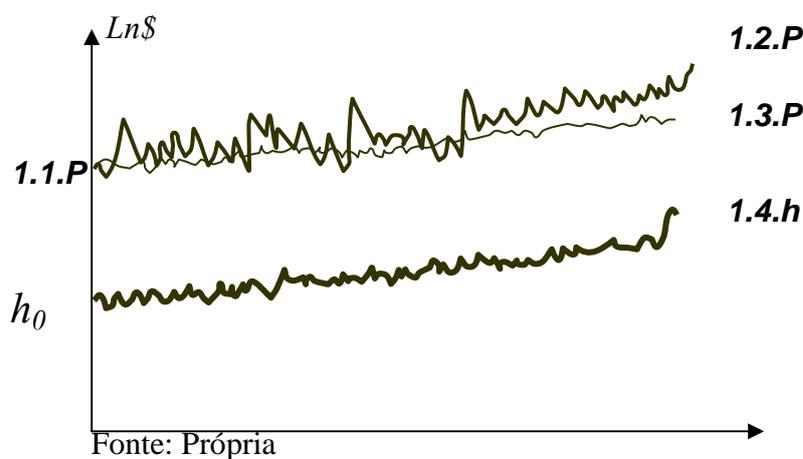
$$P_t = P_0 e^{(\mu - \sigma^2/2)t} + \sigma z t$$

As obrigações, por simplificação, não teriam a componente aleatória do câmbio e são representadas pela variável h_t , tendo tendência de crescimento r , conforme segue.

$$h_t = h_0 e^{rt}$$

Graficamente, o fluxo de caixa de entrada é representado pela linha P_0-P_t , antes da contratação do *hedge*, e pela linha $P_0-P'_t$ com a proteção cambial, suavizando sua curva. A dificuldade financeira mencionada por Copeland&Copeland (1999) ocorre quando h_t for igual a P'_t , quando houver a contratação de *hedge*, ou igual a P_t , quando não for feita proteção. O modelo busca calcular a probabilidade de ocorrência do cruzamento das curvas de entrada e saída de caixa.

Gráfico 2 – Modelo Copeland&Copeland (1999)



O tempo esperado para esta condição é dado por:

$$E(T) = -\frac{\ln(P_0/h_0)}{\mu - r - \frac{\sigma^2}{2}}$$

Pela equação acima, podemos desmembrá-la em três componentes: $-\ln(P_0/h_0)$, representando o quão maior são as entradas do fluxo de caixa frente às saídas; $\mu - r$ como o diferencial de crescimento das entradas frente o crescimento das saídas; e $\frac{\sigma^2}{2}$ como a volatilidade do fluxo. Dela se conclui que: (i) redução na volatilidade do fluxo de caixa não é condição necessária nem suficiente para não haver dificuldade financeira ($P_t = h_t$); (ii) quanto maior for o fluxo de entrada comparado ao fluxo de saída, maior será o tempo esperado para a ocorrência de *business disruption*; (iii) se o segundo termo ($\mu - r$) for maior que o terceiro ($\frac{\sigma^2}{2}$), tornando o denominador positivo, a equação será, por consequência, negativa, ou seja, não se espera que as duas curvas se toquem e o tempo esperado é infinito; (iv) quanto menor for a variância do fluxo, maior será o tempo esperado para uma dificuldade financeira. Em algumas situações, portanto, a contratação de um *hedge*, o que reduziria a volatilidade, pode ser inócua, não sendo assim recomendada, dada a influência dos demais fatores. Além disso, uma operação com derivativos encerra em custos que impactariam o *drift* das curvas, podendo não elevar o tempo esperado para um cruzamento das curvas, e assim reduzir a probabilidade de dificuldade financeira.

O fluxo de caixa protegido terá uma tendência de valor μ , equivalente à tendência do fluxo de caixa não protegido, μ_c , menos (ou mais) o valor da moeda estrangeira vendida (ou comprada) por reais do fluxo de caixa não protegido, w_x , multiplicado pela tendência do valor dos contratos futuros μ_x .

$$\mu = \mu_c - w_x \cdot \mu_x$$

O termo μ_x possui tanto a componente do custo de transação quanto o prêmio (ou desconto) da moeda estrangeira em relação à doméstica. A variância do fluxo de caixa protegido, σ^2 , é função da variância do fluxo de caixa não-protegido, σ_c^2 , da razão ótima do *hedge*, w_x , da correlação entre o fluxo de caixa sem proteção e os contratos futuros na moeda estrangeira, ρ_{cx} , e a variância da posição nos contratos da moeda estrangeira σ_x^2 , ou seja:

$$\sigma^2 = \sigma_c^2 - 2w_x \rho_{cx} \sigma_c \sigma_x + w_x^2 \sigma_x^2$$

A razão ótima do *hedge*, como a proporção de moeda estrangeira comprada ou vendida em mercados futuros, é dada pela equação:

$$W_x = \frac{\rho_{cx} \sigma_c \sigma_x - \mu_x}{\sigma_x^2}$$

A probabilidade de ocorrência de dificuldades financeiras ($P_t = h_t$) é dada pela equação abaixo, sendo as variáveis $N(d_1)$ e $N(d_3)$ probabilidades cumulativas normais:

$$\text{Prob} \left[\text{Min}_{0 < t < T} \{ P_t / h_t \} \leq 1 \right] = N(d_1) + \exp(d_2) \times N(d_3)$$

onde:

$$d_1 = \frac{\ln(h_0/P_0) - AT}{\sqrt{\sigma T}}$$

$$d_2 = \frac{2 \ln(h_0/P_0) A}{\sigma^2}$$

$$d_3 = \frac{\ln(h_0/P_0) + AT}{\sqrt{\sigma T}}$$

$$A = \frac{2(\mu - r) - \sigma^2}{2}$$

Esta fórmula que será utilizada nas simulações para quantificar o risco cambial.

3.2. Aplicação

Visando testar o comportamento da probabilidade de ocorrência de dificuldade financeira ($\Pr ob\left[\min_{0 < t < T}\{P_t/H_t\} \leq 1\right]$) em diversas situações hipotéticas, foi aplicado o modelo para um caso de uma empresa exportadora (entradas no fluxo de caixa sujeitas à variação da moeda estrangeira) situada em economia desenvolvida e mais estável. A partir deste caso, avaliou-se a exposição dela ao risco cambial no prazo de um ano ($t = 4$ trimestres), de acordo com o modelo apresentado no item anterior, considerando uma situação antes e após a contratação de *hedge* numa razão ótima. Para uma situação sem proteção cambial, foi utilizada a razão de *hedge* ótimo igual a zero. Os parâmetros são considerados realistas o suficiente para gerar informações úteis sobre o tema. Abaixo, seguem os parâmetros utilizados neste caso particular:

Parâmetros do Fluxo de Caixa

$$P_0 = \text{R\$}18 \text{ Milhões}$$

$$\mu_c = 10\% \text{ ao trimestre}$$

$$\sigma_c = 30\% \text{ ao trimestre}$$

$$h_0 = \text{R\$}9,3 \text{ Milhões}$$

$$r = 1,5\% \text{ ao trimestre}$$

Parâmetros da posição no *Hedge*

$$\mu_x = 0,14\% \text{ ao trimestre}$$

$$\sigma_x = 5,3\% \text{ ao trimestre}$$

$$\rho_{cx} = 0,45$$

Em seguida, foram feitos os estudos de casos, fazendo flutuar os valores dos três principais determinantes do risco cambial, de acordo com o modelo Copeland&Copeland (1999) – relação h_0/P_0 , volatilidade e o diferencial entre μ e r –, e dos *drifts* de crescimento do fluxo de caixa, μ_c , dos contrato futuros de moeda estrangeira, μ_x , e do percentual de correlação entre o fluxo de caixa e os contratos futuros, ρ_{cx} , a fim de verificar a sensibilidade da probabilidade de ocorrência de uma dificuldade financeira. Em cada um destes estudos, calculamos o reflexo no risco para uma situação antes e após a contratação de um *hedge*, avaliando

também a eficácia deste, medido pela redução na probabilidade de dificuldade financeira. Foram estudados 600 casos para este exercício, 100 para cada determinante.