

6 Análise da Estabilidade

Neste capítulo, apresenta-se a análise do comportamento da casca conoidal, quando submetida a um carregamento uniformemente distribuído de magnitude variável. Para cada incremento no carregamento, são calculadas as frequências naturais de vibração da casca conoidal. O objetivo é analisar a influência do carregamento nas frequências naturais e calcular a carga crítica da estrutura e o efeito das condições de contorno, curvatura da casca e dimensões sobre estas grandezas. As tabelas de valores usados para gerar as figuras apresentadas a seguir estão no Apêndice 1.

Considera-se como referência a casca conoidal submetida apenas a seu peso próprio para obtenção da frequência fundamental de vibração.

Adota-se, como anteriormente, uma casca de concreto com 6,0 cm de espessura, módulo de elasticidade $E=14.000$ Mpa, coeficiente de Poisson $\nu= 0,30$ e peso específico $\rho= 25$ kN/m³. As dimensões da casca (projeção no plano XY) são $a= 6$ m e $2b= 8$ m e. A altura do arco de parábola maior é $H_h= 1,50$ m, enquanto a altura do arco de parábola menor é $H_l= 0,75$ m.

6.1. Modelos com Diferentes Condições de Contorno

Consideram-se aqui os casos extremos de condições de contorno da estrutura. O caso mais rígido é o de engaste nos quatro bordos da casca. O caso mais flexível, dentre os aqui analisados, é o que possui os dois bordos curvos livres e os bordos retos simplesmente apoiados.

6.1.1. Modelo mais flexível da casca conoidal – Caso SASALL

A Figura 6.1 mostra a variação da frequência natural mínima em rad/s em função da sobrecarga em kPa. Verifica-se que há um decréscimo significativo na frequência angular da casca conoidal à medida que a magnitude do carregamento aumenta. Isto se deve ao aumento das tensões compressivas que diminui a rigidez efetiva da casca. Sabe-se que estruturas abatidas simétricas sob um carregamento simétrico apresentam um caminho não linear com perda de rigidez e que a estrutura perde a estabilidade em um ponto limite (Bažant e Cedolin, 2010). Segundo o critério dinâmico da estabilidade (Croll e Walker, 1972), quando a frequência angular se torna zero, tem-se o valor da carga limite para a casca, neste caso, q_{lim} é aproximadamente 17 kPa. Verifica-se, como ilustra a Figura 6.2, que o quadrado da frequência natural varia de forma praticamente linear com a carga. Isto indica que, neste caso, a não linearidade dominante na estrutura é a não linearidade quadrática que influencia a matriz de rigidez geométrica no problema de autovalor. Este fato permite, na análise experimental de estruturas, determinar o valor da carga crítica através de ensaios não destrutivos, obtendo-se a frequência fundamental para alguns níveis de carregamento inferior ao crítico.

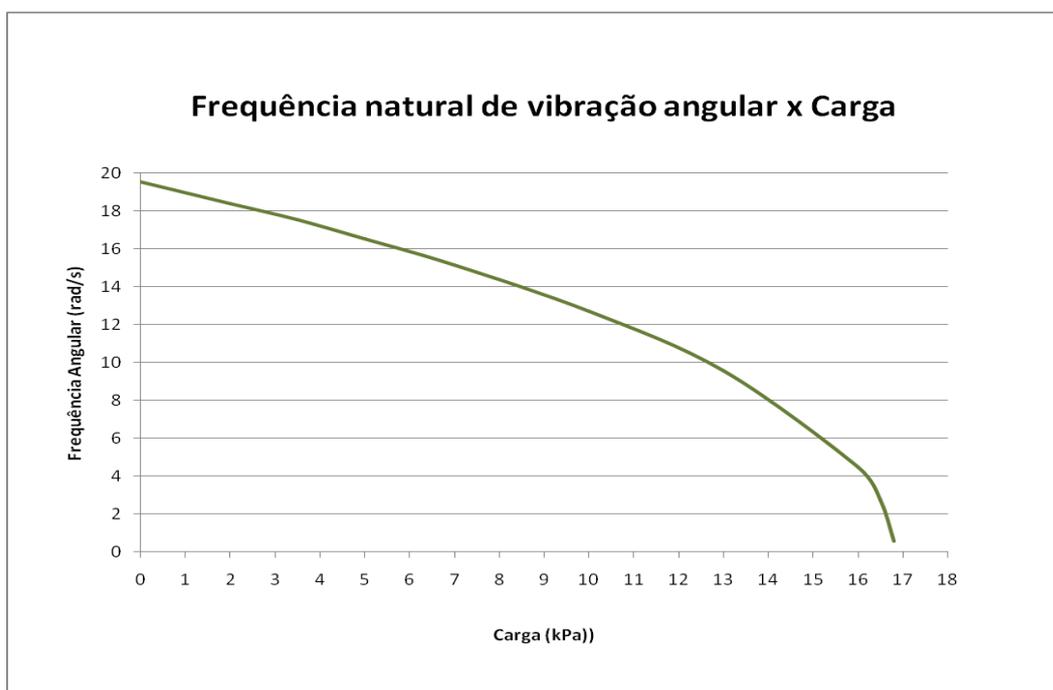


Figura 6.1 – Variação da frequência natural mínima em função da magnitude do carregamento. Caso SASALL.

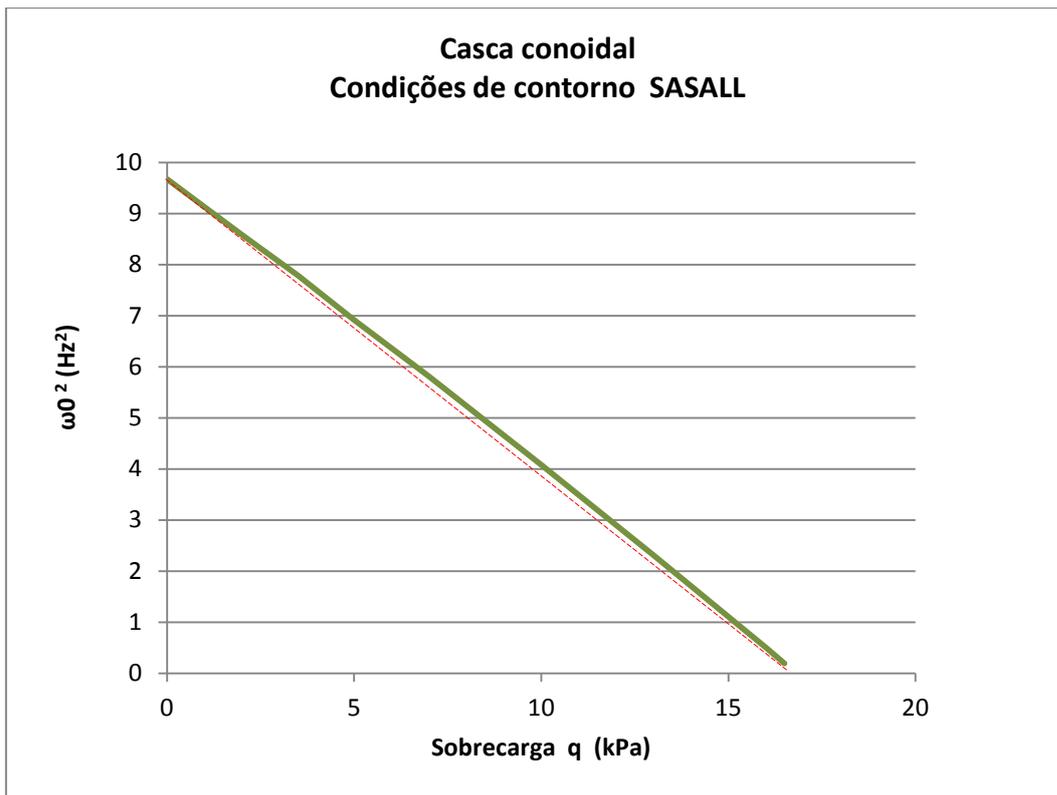


Figura 6.2 – Variação do quadrado da frequência natural mínima, ω_0^2 com a sobrecarga, q. Caso SASALL.

6.1.2.

Modelo mais rígido da casca conoidal – Caso EEEE

Considera-se agora o modelo mais rígido, com a casca engastada nos quatro bordos. Os resultados são sumarizados na Figura 6.3. Da mesma forma que para o modelo mais flexível, observa-se um decréscimo na frequência de vibração da casca conforme se aumenta a magnitude do carregamento. Observa-se na Figura 6.3 que a carga limite, q_{lim} , para este modelo, é de aproximadamente 170 kPa. Verifica-se um aumento considerável na carga crítica e, conseqüentemente, na capacidade de carga da estrutura. Neste caso a variação do quadrado da frequência se afasta um pouco do comportamento linear, mas ainda permite, por extrapolação, determinar um valor aproximado da carga crítica experimentalmente.

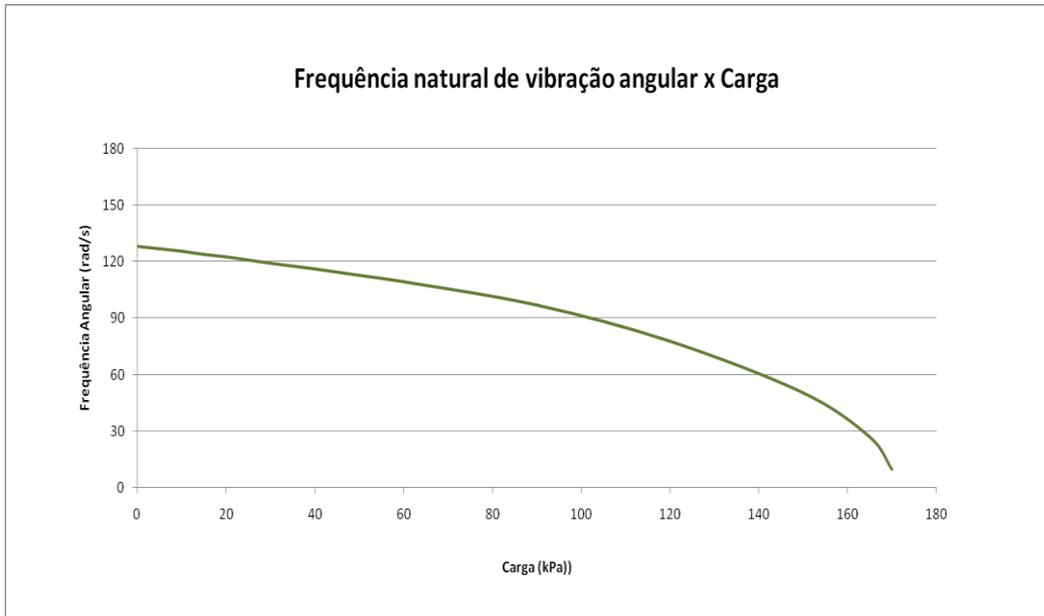


Figura 6.3 - Variação da frequência natural mínima em função da magnitude do carregamento. Caso EEEE.

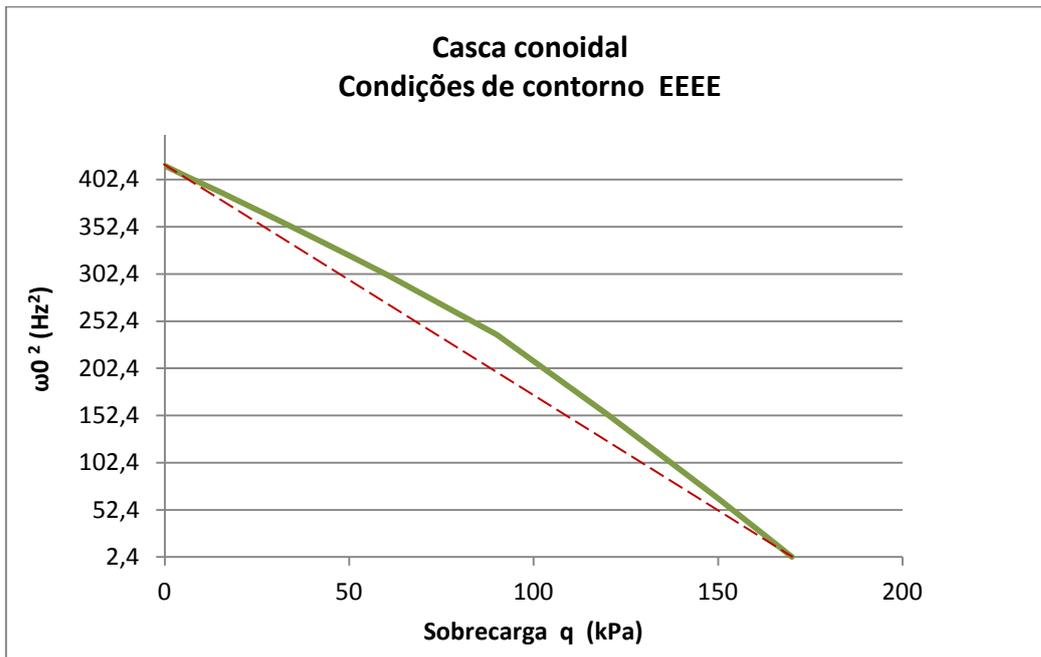


Figura 6.4 - Variação do quadrado da frequência natural mínima, ω_0^2 , com a sobrecarga, q. Caso EEEE.

6.1.3.

Comparação entre os modelos – Casos SASALL e EEEE

Podemos concluir, na comparação dos dois modelos (mais flexível e menos flexível), que a relação entre as cargas limite ($q_{limE-E-E-E}/q_{limSA-SA-L-L}$) é aproximadamente igual a 10. Isto demonstra a influência significativa das condições de contorno no comportamento estrutural da casca conoidal e sua importância no cálculo e dimensionamento da mesma. Para os casos de apoio analisados nos capítulos anteriores conclui-se que a carga crítica da casca varia entre 17kPa e 170kPa.

Observa-se nos projetos de cascas conoidais que os apoios são usualmente constituídos por vigas ao longo dos bordos retos e arcos ao longo dos bordos curvos. A rigidez do apoio depende, portanto, da rigidez destes elementos estruturais (Kelkar e Sewell, 1987), que deve ser avaliada com o devido cuidado.

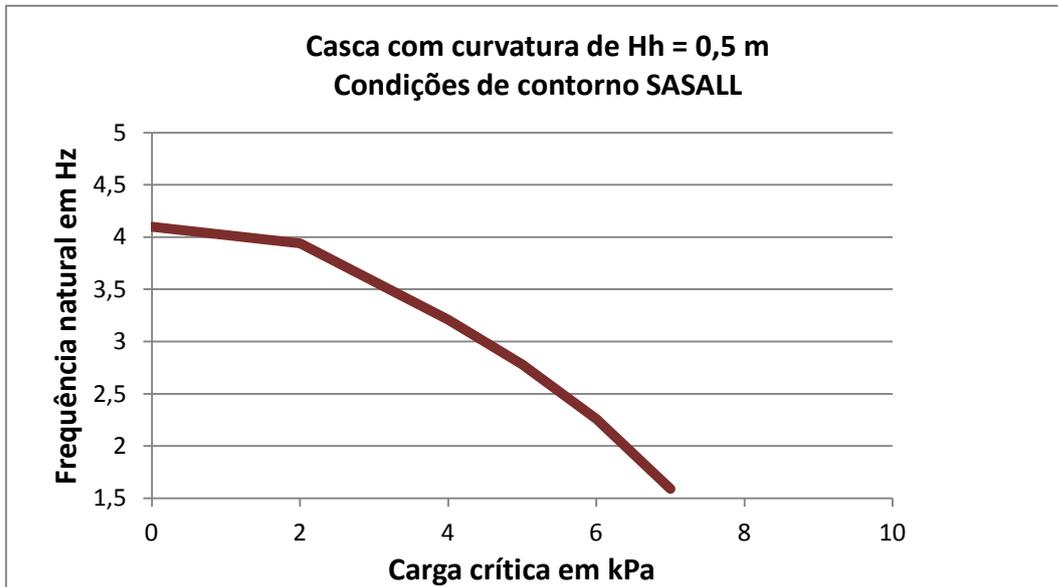
6.2.

Modelos com Diferentes Curvaturas

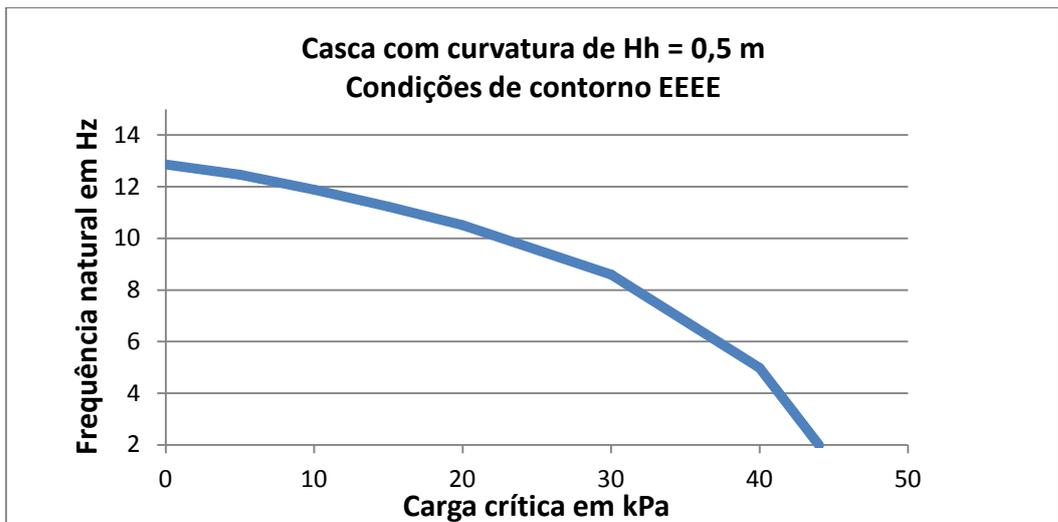
Analisa-se neste item modelos com diferentes curvaturas, ou seja, cascas mais ou menos abatidas. São gerados modelos com a variação da curvatura (parâmetros H_h e H_l) da casca conoidal. De posse do modelo inicial da casca conoidal em EF, são variados os parâmetros das alturas dos arcos de parábola, H_h (altura do arco da parábola maior) e H_l (altura do arco da parábola menor), para mais e para menos, e verificada a influência desta variação no comportamento da casca conoidal, quando submetida a um carregamento uniformemente distribuído de forma progressiva. Para cada incremento de carregamento, são calculadas as frequências naturais de vibração da casca conoidal. O objetivo é a determinação da carga crítica para cada caso.

No modelo de referência tem-se $H_h = 1,50$ m e $H_l = 0,75$ m, tendo-se, portanto, $H_h / H_l = 2$. Na análise paramétrica consideram-se mais quatro modelos, dois com alturas menores e dois com alturas maiores, utilizando um incremento de 0,5 m, para mais e para menos no parâmetro H_h , mantendo constante a relação $H_h / H_l = 2$. Tem-se assim: $H_h = 2,50$ m; $H_h = 2,00$ m; $H_h = 1,50$ m; $H_h = 1,00$ m; e $H_h = 0,50$ m. São analisados, para cada curvatura, os dois casos extremos de

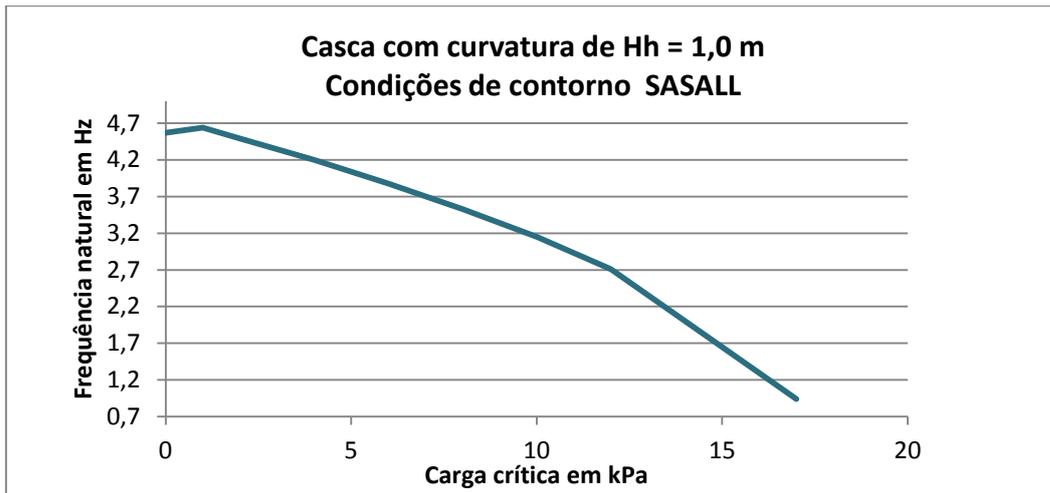
condição de contorno: caso SASALL e caso EEEE. Os resultados da presente análise são apresentados na Figura 6.5 e um resumo das cargas críticas é apresentado na Tabela 6.1.



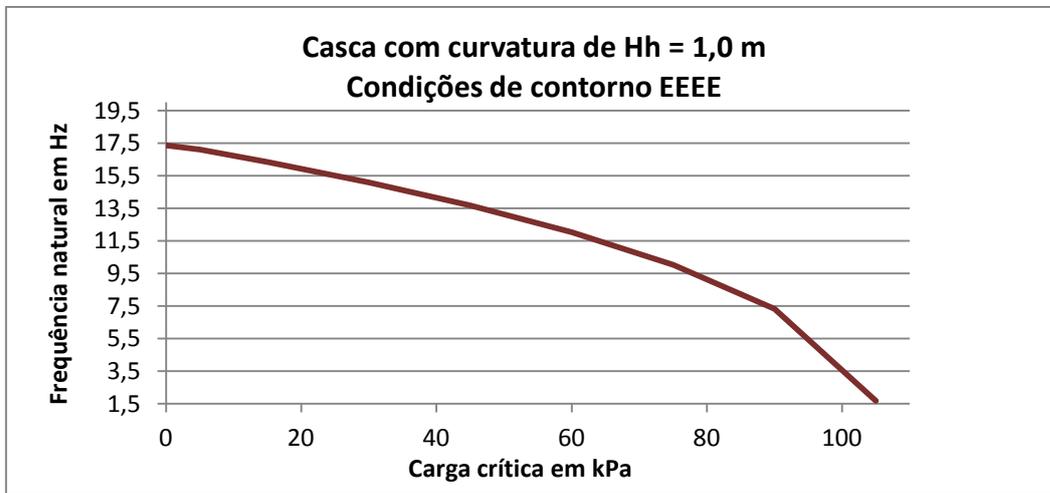
(a)



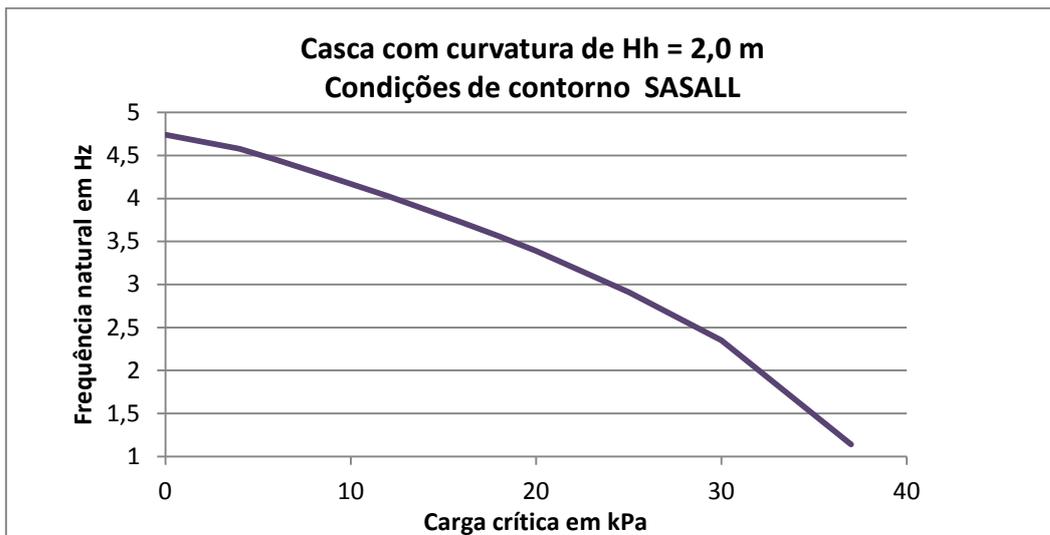
(b)



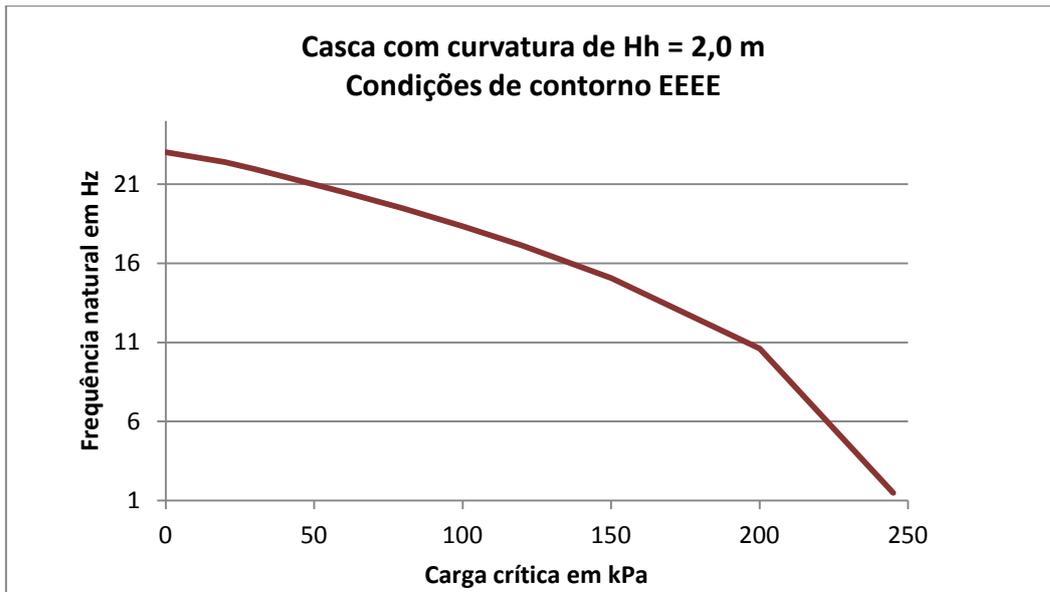
(c)



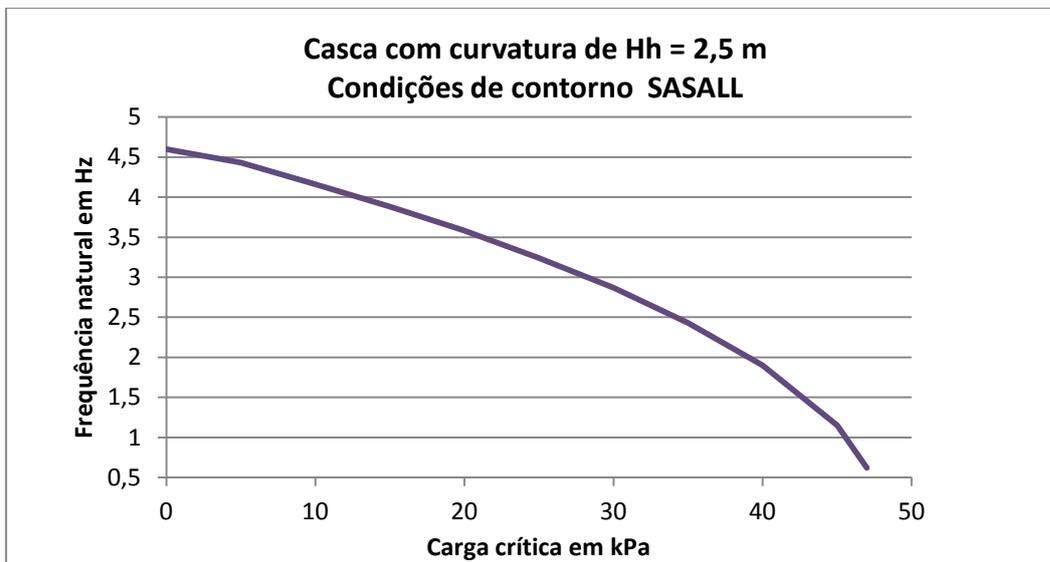
(d)



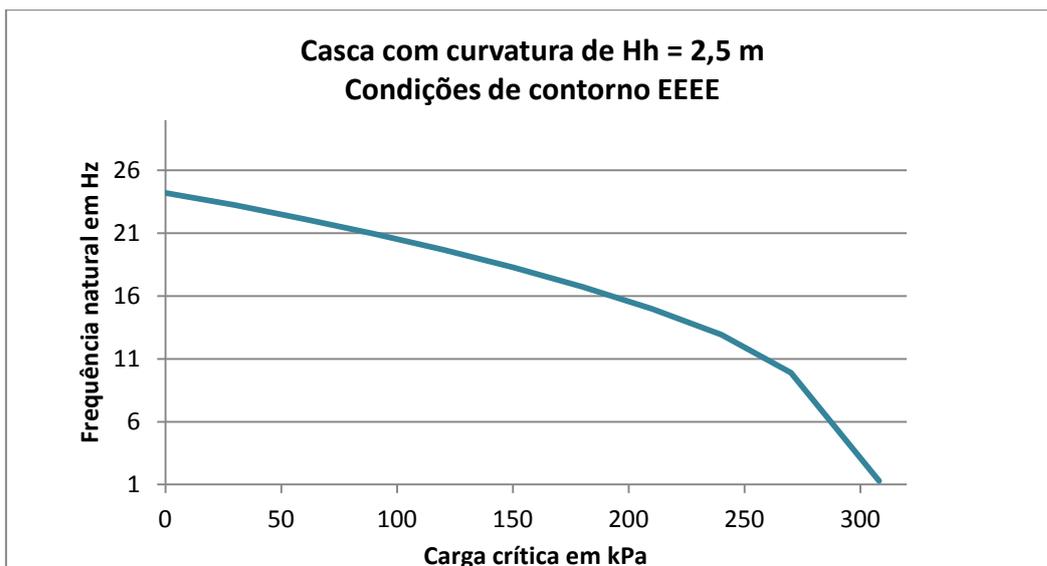
(e)



(f)



(g)



(h)

Figura 6.5 – Variação da frequência natural mínima com o nível de carregamento estático. Influência da curvatura da casca na carga crítica.

Tabela 6.1 – Influência da curvatura da casca no valor da carga crítica.

| Altura H_h (m) | q_{cr} (kPa) SASALL | q_{cr} (kPa) EEEE |
|------------------|-----------------------|---------------------|
| 0,5 | 7 | 44 |
| 1,0 | 17 | 105 |
| 1,5 | 17 | 170 |
| 2,0 | 37 | 245 |
| 2,5 | 47 | 308 |

Podemos concluir da observação dos resultados aqui apresentados, que, quanto maior a curvatura, tanto maior é a carga crítica, ou seja, a carga limite da casca conoidal. Percebe-se que o formato curvo confere à estrutura grande rigidez e conseqüente excelente capacidade de carga. Quando se passa de $H_h=0,5$ m para $H_h=2,5$ m, aumentando a altura da casca em 5 vezes, aumenta-se sua capacidade de carga de 44 kPa para 308 kPa, um aumento de sete vezes. A variação da carga crítica com é ilustrada nas Figuras 6.6 e 6.7. Entretanto, para grandes curvaturas, quando a casca deixa de ser abatida, pode ocorrer uma bifurcação simétrica instável ao longo do caminho não linear de equilíbrio, reduzindo assim a capacidade de carga da estrutura. Esta bifurcação está associado a uma perda de simetria do campo de deslocamentos (Croll e Walker, 1972; Bažant e Cedolin, 2010).

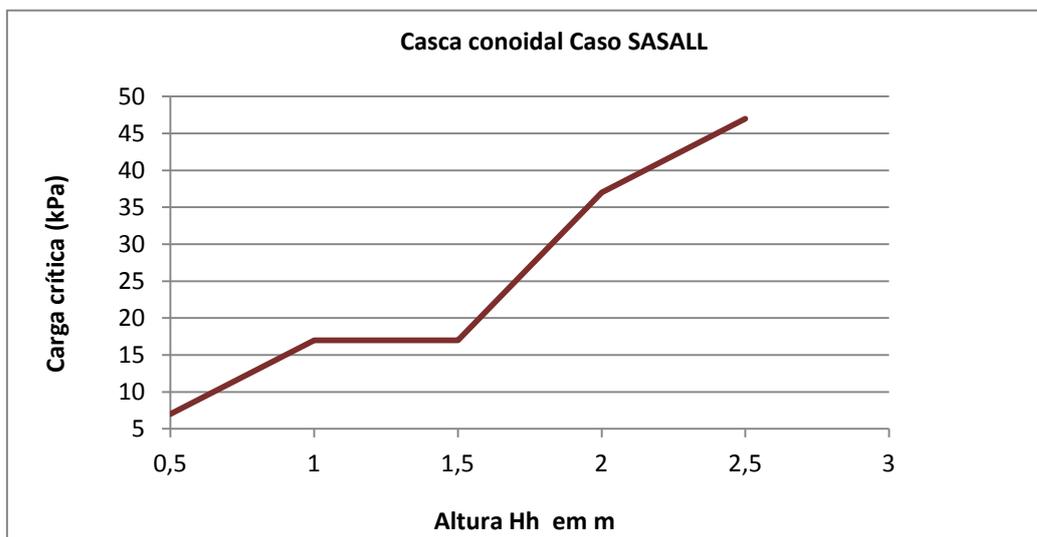


Figura 6.6 – Variação da carga crítica q_{cr} (kPa) com a altura H_h (m). $H_h / H_l = 2$.

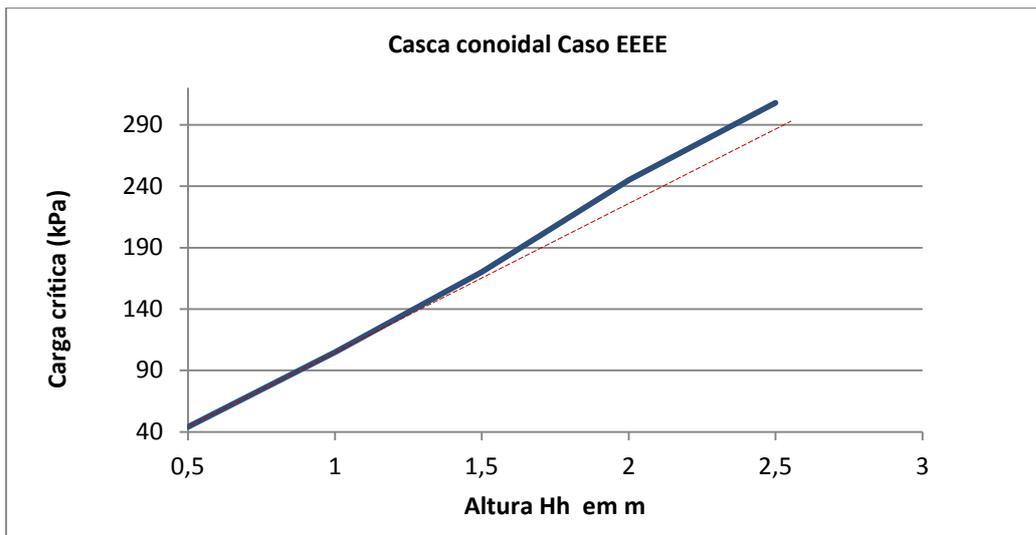
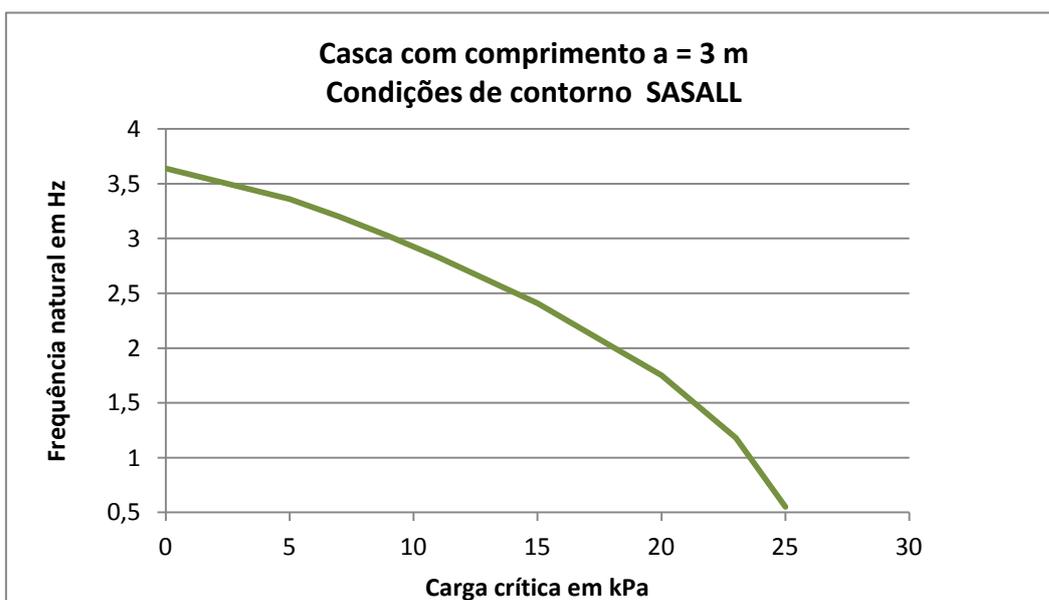


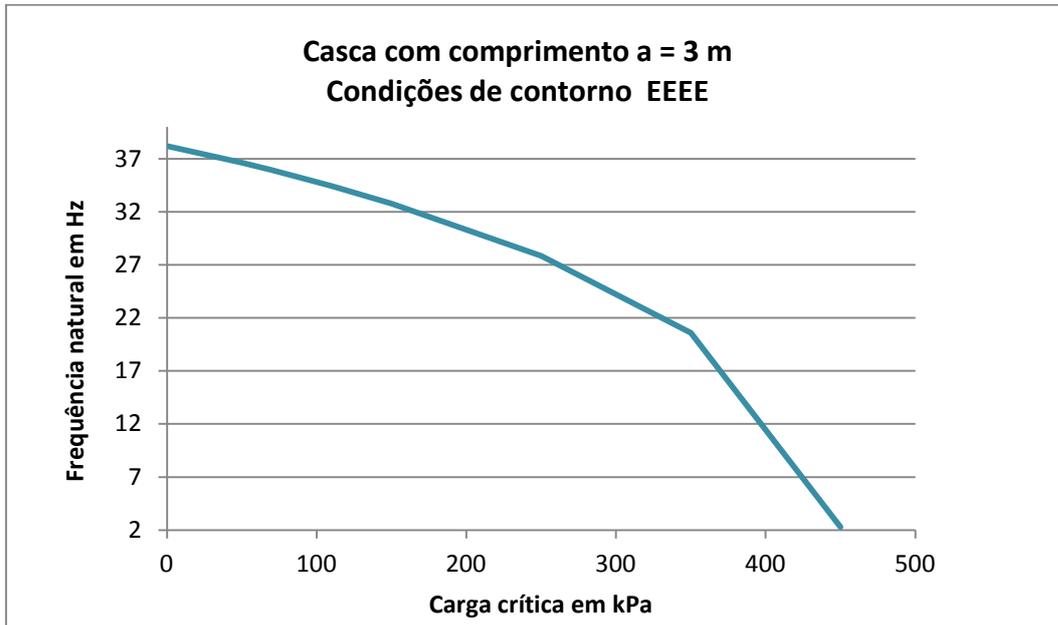
Figura 6.7 - Variação da carga crítica q_{cr} (kPa) com a altura H_h (m). $H_h / H_l = 2$.

6.3. Modelos com diferentes dimensões

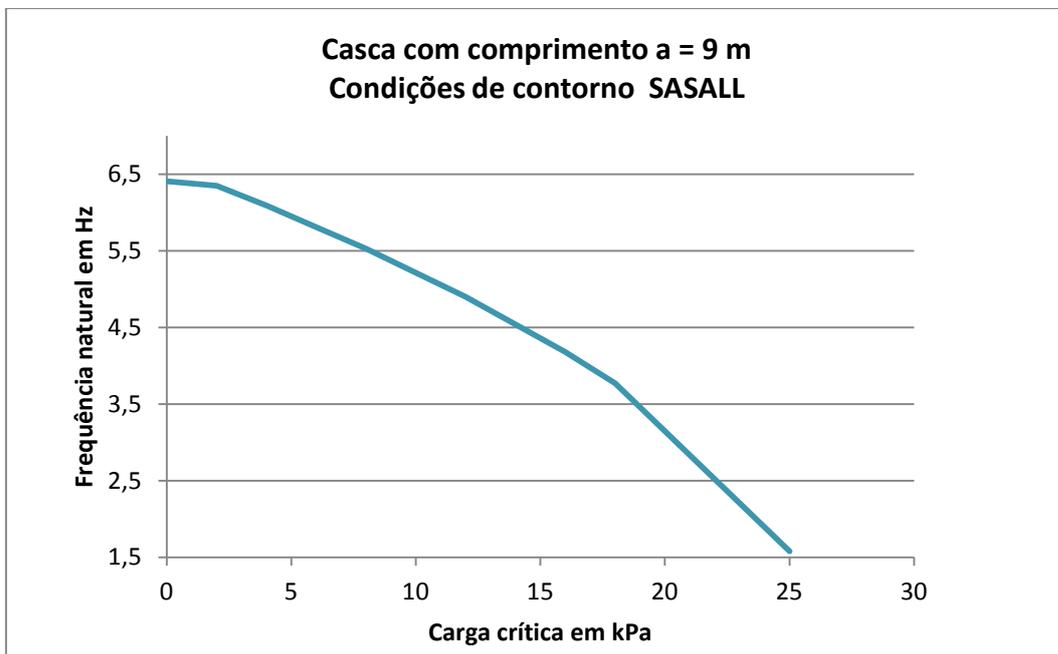
Estuda-se agora a influência da variação no comprimento da casca conoidal na frequência fundamental e carga crítica. O comprimento do modelo de referência é de $a = 6m$. Os comprimentos adicionais considerados são $a = 3m$; $a = 9m$; e $a = 12m$, quando o parâmetro H_l se torna zero e a casca passa a ter três bordos retilíneos. Analisam-se para todos os comprimentos as duas condições de contorno extremas, *EEEE* e *SASALL*. Os resultados da análise paramétrica são apresentados na Figura 6.8 e um resumo das cargas críticas na Tabela 6.2.



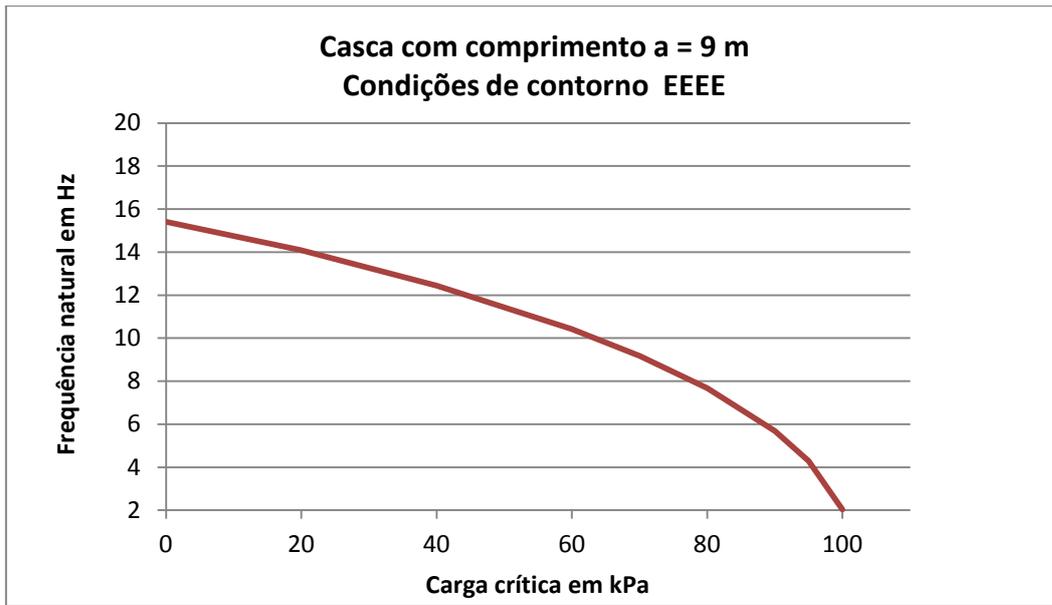
(a)



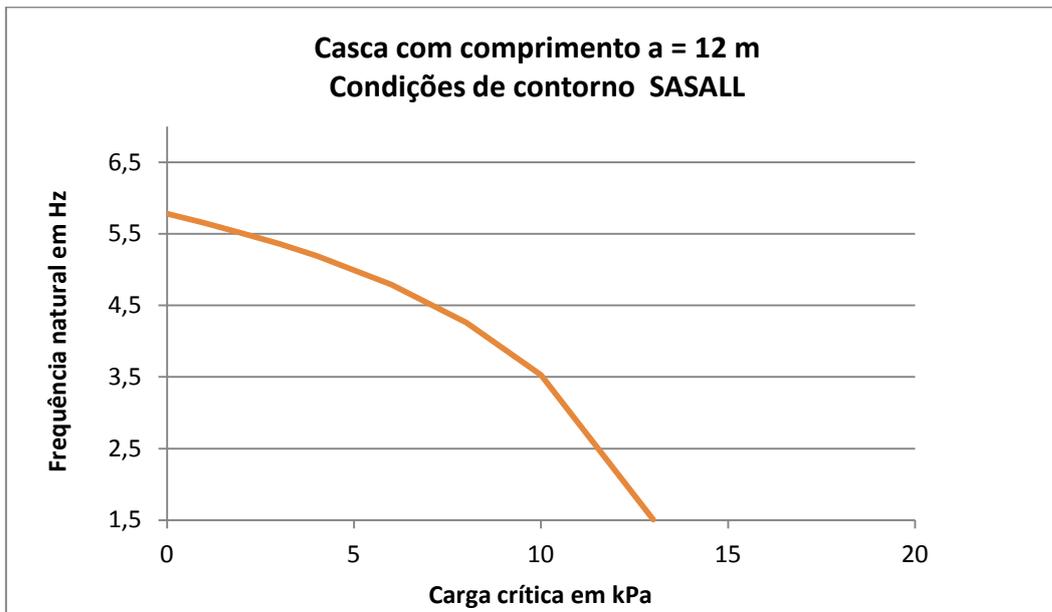
(b)



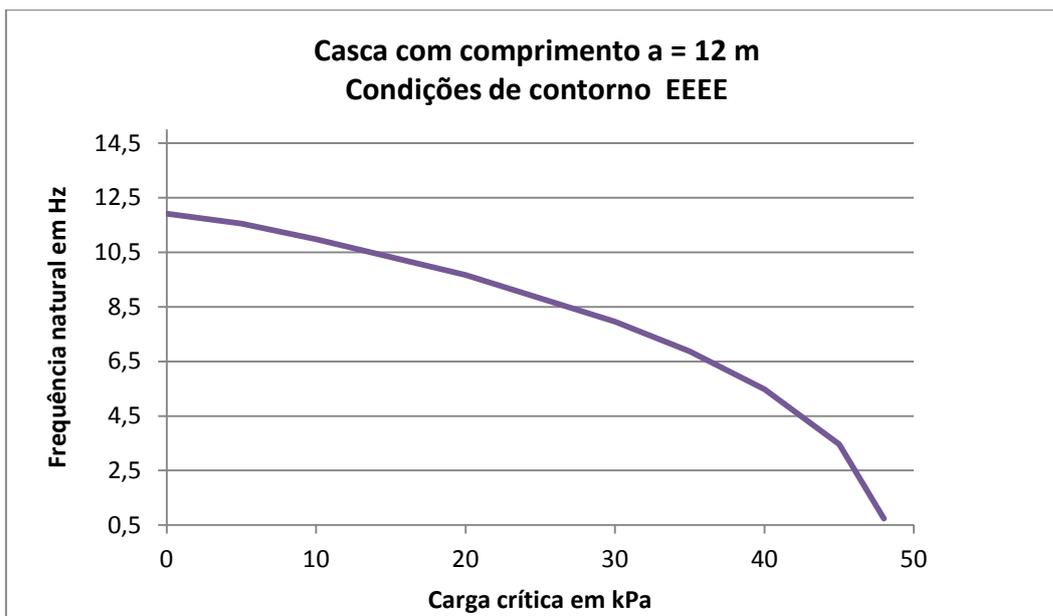
(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 6.8 - Variação da frequência natural mínima com o nível de carregamento estático. Influência do comprimento a da casca na carga crítica.

Um resumo das cargas críticas é apresentado na Tabela 6.2.

Tabela 6.2 – Cargas críticas para modelos com diferentes dimensões.

| Comprimento a (m) | q_{cr} (kPa) SASALL | q_{cr} (kPa) EEEE |
|---------------------|-----------------------|---------------------|
| 3 | 25 | 450 |
| 6 | 17 | 170 |
| 9 | 25 | 100 |
| 12 | 13 | 48 |

Observando-se os resultados para os modelos com diferentes comprimentos, percebe-se que, para a condição de contorno mais rígida, ou seja, para o caso de engaste nos quatro bordos, quanto mais curta a casca conoidal, maior é a sua carga

limite, portanto, sua capacidade de carga, mantendo fixas todas as outras dimensões. Para a casca conoidal com $a = 3$ m, tem-se uma carga crítica de 450 kPa, enquanto que para o modelo original, com $a = 6$ m, a carga crítica é de 170 kPa. Para o comprimento limite, $a = 12$ m, a carga limite baixa para 48 kPa, pois a casca torna-se bastante abatida na parte mais baixa, contribuindo também, como mostrado no item 6.2, para a redução da rigidez do modelo. Em todos os casos observa-se que a carga crítica associada à casca engastada é bem superior à carga crítica do caso SASAL. Entretanto a diferença decresce à medida que o comprimento a cresce.

Observando, porém, os resultados obtidos para os modelos com as condições de contorno menos rígidas, ou seja, para os modelos do caso SASALL, verifica-se que não houve uma relação direta entre comprimento e capacidade de carga, pois os modelos com $a = 3$ e $a = 9$, por exemplo, apresentam resultados praticamente idênticos para a carga limite, 25 kPa, mesmo com frequências naturais bastante distintas. O mesmo pode ser observado para os comprimentos $a = 6$ m e $a = 12$ m, que apresentam para carga crítica, respectivamente, os valores de 17 kPa e 13 kPa, muito próximos, para comprimentos que são um o dobro do outro.