

# 1 Introdução

O método de “mapeamento transfinito bilinear” permite gerar malhas quadrilaterais, mas ele apresenta a desvantagem de que o domínio deve estar delimitado por quatro curvas de bordo. Além disso, os números de subdivisões de duas curvas de bordo opostas devem ser iguais. Portanto, esse método só permite gerar “malhas quadrilaterais estruturadas”.

Em uma “malha quadrilateral estruturada”, a “valência de um nó interior” (número de subdivisões ou faces adjacentes ao nó) é constante (valência 4). Em uma “malha quadrilateral não estruturada” a valência de cada nó interior é variável, por exemplo 3, 4, 5 etc. (Sandia, 2011). A vantagem de gerar malhas quadrilaterais não estruturadas é que os algoritmos de geração de malha podem ser aplicados sobre domínios delimitados com qualquer número de curvas de bordo.

A Figura 1.1 mostra exemplos de malha quadrilateral estruturada e duas malhas quadrilaterais não estruturadas.



Figura 1.1: Malha quadrilateral estruturada vs. malha quadrilateral não estruturada

Neste trabalho, usa-se dois termos referidos a padrões: “padrões de decomposição de domínio” e “padrões de geração de malha”. Os padrões de decomposição de domínio só mostram a topologia de decomposição de um domínio, com parâmetros associados a eles simbolicamente. No entanto, os padrões de geração de malha, além de mostrar a topologia de decomposição de um domínio, têm valores definidos para esses parâmetros. A topologia de decomposição de um

domínio, mostra como foi decomposto o domínio. O procedimento de definir valores para esses parâmetros é chamado de “projeto do padrão de geração de malha”.

Neste trabalho, aborda-se a geração de malha por decomposição hierárquica de domínio. O processo de decomposição é realizado até que todos os subdomínios permitam a geração de malha usando diretamente o algoritmo de mapeamento transfinito bilinear. É apresentada uma metodologia que permite definir a “topologia de decomposição hierárquica” que terá o domínio, baseada principalmente no projeto prévio de padrões de geração de malha. São apresentados o projeto de padrões de geração de malha baseado na teoria desenvolvida.

A geração de malhas quadrilaterais é realizada sobre domínios delimitados por duas, três e quatro curvas de bordo. Neste trabalho, os domínios delimitados por três e quatro curvas de bordo também são chamados de domínio “triangular” e “quadrangular” respectivamente. Os termos triangular e quadrangular fazem referência a três e quatro curvas de bordo respectivamente, mas as curvas de bordo não precisam ser linhas retas. Usa-se o termo “topologia de domínio” para fazer referência a estes domínios.

O termo “malha quadrilateral” faz referência a malhas com todos seus elementos quadrilaterais.

A avaliação em coordenadas paramétricas da posição de qualquer ponto dentro do domínio que é gerado no processo de decomposição hierárquica, é efetuada por meio das equações de “mapeamento transfinito bilinear” para domínios com quatro curvas de bordo e “mapeamento transfinito trilinear” para domínios com três curvas de bordo. Domínios com duas curvas de bordo, podem ser considerados como domínios com quatro curvas, dividindo cada curva de bordo em duas curvas. Este critério foi adotado por Miranda & Martha (2013), com bons resultados.

Não é objetivo deste trabalho descrever detalhadamente os métodos de mapeamento transfinito. Para mais informação pode-se revisar os trabalhos de Haber et al. (1981) e Gordon & Hall (1973). As equações (1.1) e (1.2) apresentam as expressões de interpolação transfinita para mapeamento bilinear e trilinear respectivamente.

$$\begin{aligned}
 P(u, v) = & (1 - v)\psi_1(u) + v\psi_2(u) + (1 - u)\xi_1(v) \\
 & + u\xi_2(v) - (1 - u)(1 - v)F(0,0) \\
 & - (1 - u)vF(0,1) - uvF(1,1) \\
 & - u(1 - v)F(1,0)
 \end{aligned} \tag{1.1}$$

$$\begin{aligned}
 T(u, v, w) = & \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{u}{1-v} \right) \xi(v) + \left( \frac{w}{1-v} \right) \eta(1-v) \right. \\
 & + \left( \frac{v}{1-w} \right) \eta(w) + \left( \frac{u}{1-w} \right) \psi(1-w) \\
 & + \left( \frac{w}{1-u} \right) \psi(u) + \left( \frac{v}{1-u} \right) \xi(1-u) \\
 & \left. - w\psi(0) - u\xi(0) - v\eta(0) \right]
 \end{aligned} \tag{1.2}$$

A Figura 1.2 mostra as coordenadas paramétricas e curvas de bordo para domínios delimitados por três e quatro curvas de bordo.

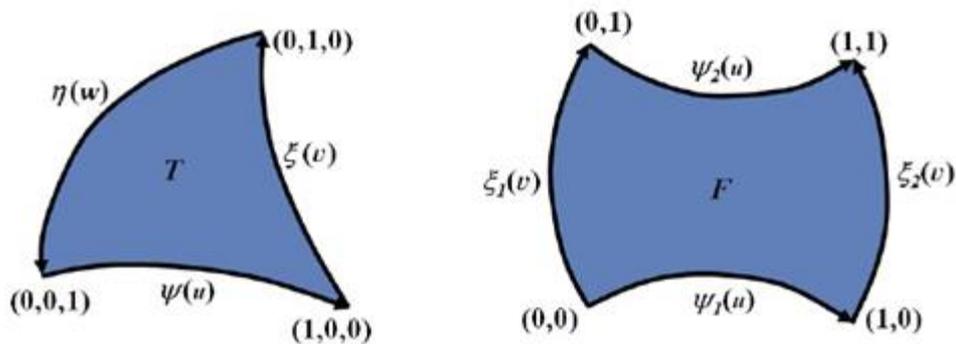


Figura 1.2: Coordenadas paramétricas e curvas de bordo (Miranda & Martha, 2013)

## 1.1

### Revisão bibliográfica

Na literatura existem alguns métodos de geração de malha baseados em decomposição de domínio.

O método de subdivisão de ponto médio “Midpoint subdivision”, decompõe um domínio em subdomínios quadrangulares. Cada subdomínio é mapeado com interpolação transfinita (Sandia, 2011). No entanto, o método limita-se a domínios cujas curvas de bordo têm igual número de subdivisões.

O refinamento de malha usando “templates de refinamento de elemento” é baseado na ideia de decomposição de domínio. A tarefa do refinamento é encontrar uma transição desde a parte refinada para a parte grossa da malha. Isto é feito através da inserção de templates nos elementos de transição, este procedimento é

feito recursivamente até conseguir o nível de refinamento adequado (Schneiders, 2000). A Figura 1.3 mostra esta ideia.

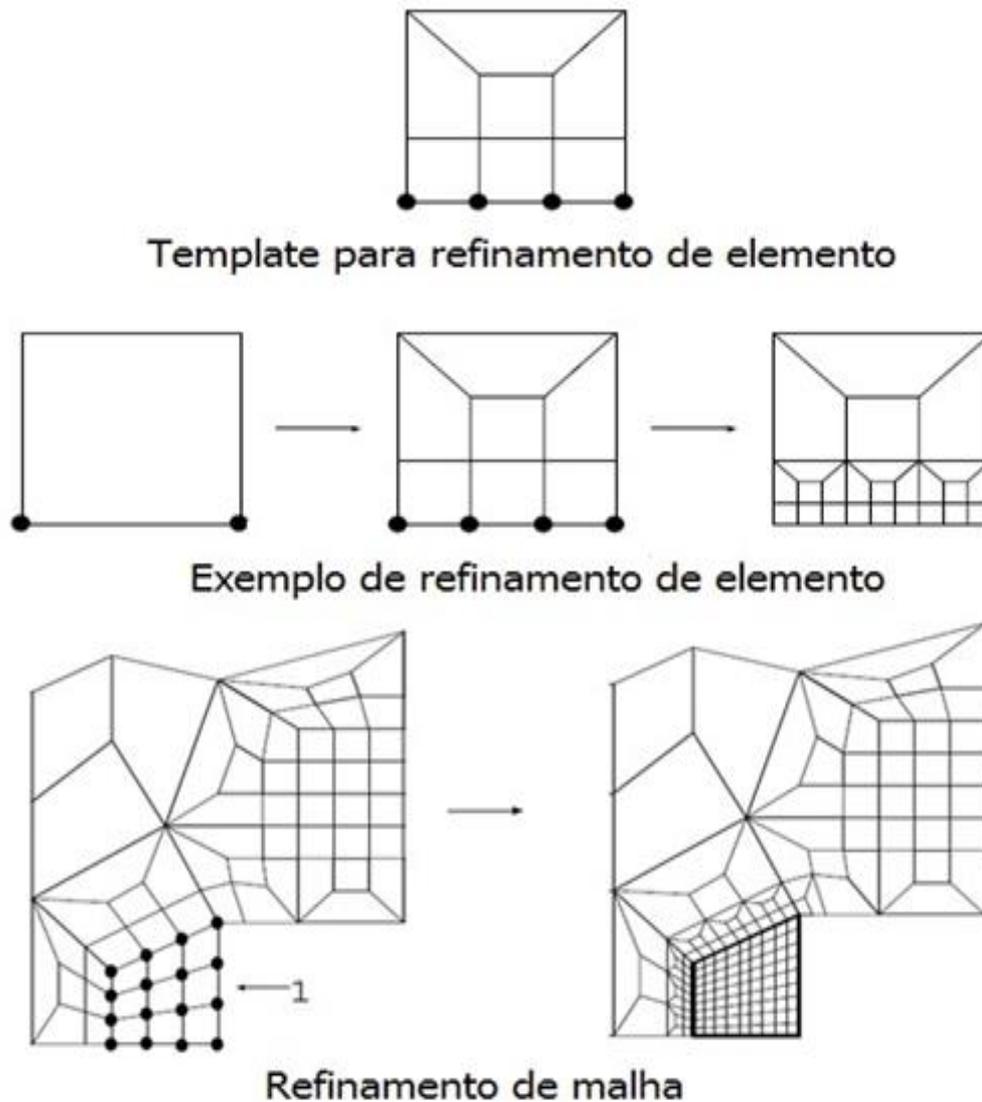


Figura 1.3: Refinamento de malha quadrilateral usando templates de refinamento (Schneiders, 2000)

No tutorial Ansys (2005) é apresentada a geração de malhas quadrilaterais de transição apenas para o caso de domínios limitados por quatro curvas. São apresentadas padrões de geração que geram malha sobre alguns casos particulares de subdivisão de curvas de bordo do domínio, pois eles não foram formulados em um processo de decomposição hierárquica.

Outras técnicas de geração de malha existentes na literatura baseadas em decomposição de domínio, como “quad-tree”, “medial axis” etc. são mencionadas no trabalho de Owen (1998).

Este trabalho é apresentado como uma extensão e generalização do trabalho feito por Miranda & Martha (2013), onde é abordado a geração de malhas quadrilaterais em um processo de decomposição hierárquica usando “templates” (padrões). O método é baseado em uma decomposição hierárquica de região, onde no último nível de decomposição é possível gerar elementos quadrilaterais com uma estratégia de mapeamento convencional.

Embora a geração de malha quadrilateral baseada em decomposição hierárquica de domínio tenha sido explorada, este trabalho apresenta algumas contribuições:

- A metodologia é baseada na possibilidade de definir de maneira prévia a topologia de decomposição hierárquica que terá o domínio.
- São introduzidos alguns termos novos com o objetivo de apresentar a metodologia de um modo formal.
- É apresentada uma metodologia para projetar padrões de geração de malha baseada em critérios de refinamento e qualidade de malha.
- São definidos parâmetros que permitem variar a topologia e a geometria da malha gerada, bem como melhorar a qualidade e controlar o refinamento de malha.
- São apresentadas um conjunto de condições que são indispensáveis para aplicar um padrão de geração de malha sobre um domínio.
- Apresenta-se um método de geração dinâmica de malha sobre um domínio baseado na variação de certos parâmetros definidos neste trabalho.

## 1.2 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é apresentar uma metodologia para geração de malha quadrilateral por decomposição hierárquica de domínio. Como objetivos específicos, citam-se:

- Apresentar formalmente um método de geração de malha baseado em decomposição hierárquica de domínio.
- Estudar a geração de malha em domínios delimitados por duas, três e quatro curvas.

- Apresentar um conjunto de padrões de decomposição de domínio a serem usados sobre domínios que satisfazem um conjunto de condições.
- Mostrar o projeto de padrões de geração de malha quadrilateral a partir dos padrões de decomposição de domínio definidos neste trabalho.
- Apresentar um conjunto de condições indispensáveis que permite definir o padrão a ser usado sobre um domínio.
- Apresentar um método de geração dinâmica de malha sobre um domínio baseado na variação de certos parâmetros definidos neste trabalho.

### 1.3

#### Organização do texto

O capítulo 2 descreve a teoria desenvolvida e utilizada no processo de geração de malha baseada em decomposição hierárquica de domínio. São apresentados alguns padrões de decomposição de domínio e sua aplicabilidade sobre um domínio. São introduzidos alguns termos novos, cujo conhecimento é indispensável para o entendimento do trabalho.

No capítulo 3 apresenta-se a geração de malha quadrilateral, baseado no projeto de padrões de geração de malha. São explicados os critérios sob o qual os padrões de geração de malha foram projetados. Foram incluídos alguns exemplos resultado da implementação dos padrões de geração de malha. Cada exemplo é apresentado com sua respectiva árvore de decomposição que mostra a decomposição hierárquica efetuada sobre o domínio no processo de geração de malha.

No capítulo 4 é apresentada um método de geração de malha chamado de “geração dinâmica de malhas quadrilaterais”. A geração neste caso é baseada no uso dos padrões de decomposição de domínio, com valores arbitrários de parâmetros que podem variar, os quais só decompõem o domínio em subdomínios. No entanto, para a geração de malha nos subdomínios são usados os padrões de geração de malha projetados no capítulo anterior. Também foram incluídos alguns exemplos.

Finalmente, no capítulo 5 são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

Foram incluídos ainda dois apêndices onde são apresentados outros projetos de padrões de geração de malha quadrilateral e também foi abordado o caso hexaedral como uma extensão da teoria desenvolvida