

2

Mecânica da Fratura Linear Elástica

A Mecânica da Fratura apresenta diferentes ramos, tendo o tamanho da zona plástica em frente à ponta da trinca como fator determinante para a escolha do ramo mais adequado. Desta forma, são usados os conceitos da Mecânica da Fratura Linear Elástica quando se formam zonas plásticas pequenas na ponta da trinca, tomando como referência um comprimento característico, tal como o tamanho da trinca. Quando o tamanho da zona de deformações plásticas torna-se significativo, faz-se uso da Mecânica da Fratura Elastoplástica. Há uma terceira abordagem na MF, conhecida como Mecânica da Fratura Coesiva, propulsionada por Dugdale (1960) e Barenblatt (1962), que busca superar as limitações da MFLE e da MFEP no estudo de fraturas. Os modelos apresentados por Dugdale e Barenblatt são baseados em uma estreita faixa de material escoado na ponta da trinca (Anderson, 2005). Um estudo de formas e da estimativa de zonas plásticas é apresentado por Sousa (2011).

A MFLE, adotada neste trabalho, é caracterizada por um parâmetro, K , conhecido como fator de intensidade de tensão, que determina as condições da ponta da trinca em um material linear elástico. Alguns dos materiais que apresentam comportamento típico de fratura linear elástica são: aço de alta resistência, cerâmicas monolíticas, compósitos cerâmicos, alguns polímeros e algumas rochas.

Na sequência deste capítulo, são apresentados os principais conceitos que dão base à MFLE.

2.1.

Taxa de Liberação de Energia

Em 1920, Griffith (1920) apresentou um balanço energético com base na Primeira Lei da Termodinâmica aplicado à formação de trincas. Este balanço energético é uma relação quantitativa entre tensão de fratura e tamanho da falha. O modelo de Griffith pode ser aplicado somente a materiais idealmente frágeis.

Em 1956, após já ter estendido a aproximação de Griffith a materiais dúcteis, Irwin (1956) propôs uma aproximação energética para tratar processos de fratura de forma mais conveniente para solução de problemas de engenharia. Entretanto, a aproximação lançada por Irwin é essencialmente equivalente ao modelo de Griffith.

Quando uma fratura se propaga, há a liberação de energia. Irwin definiu a energia disponível para uma trinca propagar-se, ou seja, a Taxa de Liberação de Energia, G , pela expressão:

$$G = -\frac{d\Pi}{dA_c}, \quad (2.1)$$

onde Π é a energia potencial liberada durante o processo de fraturamento e A_c é a área da trinca. A energia potencial é tida como a soma da energia de deformação no corpo, U , com o trabalho realizado pelas forças externas, V .

$$\Pi = U + V \quad (2.2)$$

2.2.

Tensões em um Corpo Trincado

A presença de trincas em um corpo introduz campos de tensões diferentes daqueles encontrados em corpos íntegros. Anderson (2005) apresenta o campo de tensões para qualquer corpo trincado com comportamento linear elástico. Com base em um sistema de coordenadas polares com origem na ponta da trinca, conforme a Figura 2.1, a expressão que define o campo de tensões em um corpo trincado é dada por:

$$\sigma_{ij} = \left(\frac{k}{\sqrt{r}} \right) f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m r^{\frac{m}{2}} h_{ij}^{(m)}(\theta), \quad (2.3)$$

onde σ_{ij} é o tensor de tensões, r e θ são as coordenadas polares que definem o ponto de interesse, k é uma constante e f_{ij} é uma função adimensional de θ .

Nos termos de alta ordem, A_m é a amplitude e $h_{ij}^{(m)}$ é uma função adimensional de θ com m termos. Os termos de alta ordem dependem da geometria do corpo, enquanto que para qualquer configuração há o termo que governa a equação dependente de $1/\sqrt{r}$. Próximo à ponta da fratura prepondera a participação do termo que varia com $1/\sqrt{r}$, independentemente da geometria do corpo trincado, uma vez que com r tendendo a zero o termo governante aproxima-se do infinito

e os termos de alta ordem permanecem finitos ou próximos a zero. A Equação (2.3) descreve uma característica importante da MFLE, a singularidade da tensão, onde a tensão é assintótica para $r = 0$.

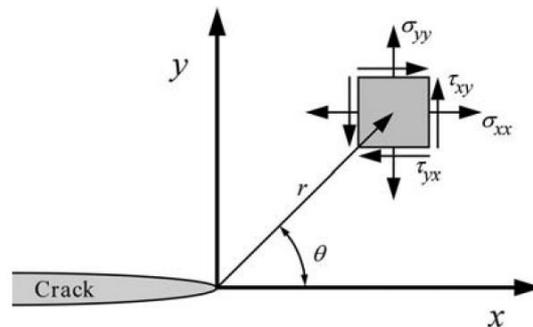


Figura 2.1 – Definição do eixo de coordenadas com origem na ponta da trinca, onde a direção z é normal ao plano (Anderson, 2005).

2.3.

Fator de Intensidade de Tensão

As trincas presentes em um certo corpo podem estar sujeitas a um ou mais modos de carregamento simultaneamente. São três os modos de carregamento: Modo I, também denominado modo de tração, ou, ainda, modo de abertura; Modo II, denominado modo de cisalhamento no plano, ou modo de deslizamento; Modo III, denominado modo de cisalhamento fora do plano, ou modo de rasgamento. Esses modos são ilustrados na Figura 2.2.

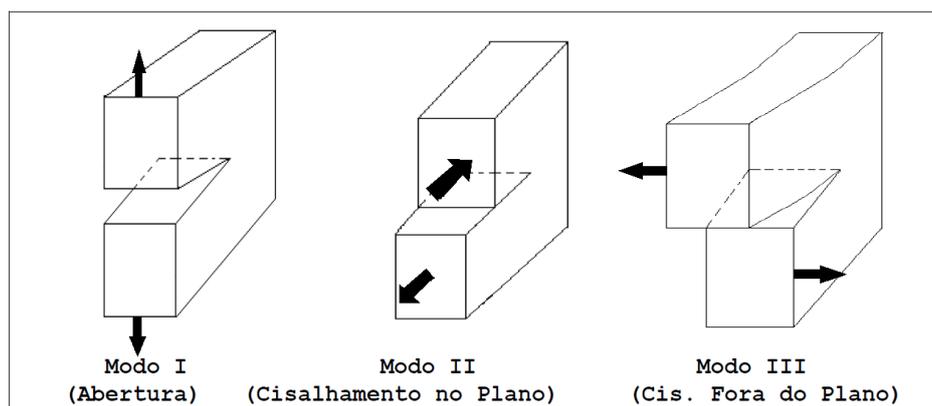


Figura 2.2 – Modos de carregamento atuantes na fratura.

Na definição das tensões, Equação (2.3), a constante k e a função f_{ij} dependem do modo de carregamento atuante. A constante k é substituída pelo conhecido parâmetro Fator de Intensidade de Tensão (FIT), K , sendo

$K = k\sqrt{2\pi}$. Assim, para cada modo de carregamento, há um fator de intensidade de tensão correspondente. São eles: K_I , K_{II} e K_{III} . Os índices I, II e III representam os três modos de carregamento conhecidos.

O Fator de Intensidade de tensão foi introduzido por Irwin (1957) e Williams (1957), que chegaram a um mesmo resultado por vias distintas. Este parâmetro quantifica as tensões e mede o nível de deformação em torno da ponta da trinca em um corpo com comportamento linear elástico, assim como define a amplitude da singularidade na ponta da mesma.

As soluções elásticas clássicas, conhecidas como soluções de Westergaard, são relacionadas com os fatores de intensidade de tensão. Araújo (1999) apresenta tais soluções para tensões e deslocamentos próximos à ponta da trinca em seu trabalho, tendo para Modo I de carregamento as seguintes equações:

$$\sigma_{ij}^{(I)} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(I)}(\theta) \quad (2.4)$$

$$u_i^{(I)} = \frac{K_I}{2\mu} \left(\frac{r}{2\pi} \right)^{1/2} g_{ij}^{(I)}(\theta) \quad (2.5)$$

Nota-se que a Equação (2.4) representa a Equação (2.3) em termos do FIT para Modo I na região próxima à ponta da trinca. Na Equação (2.5), u_i é o vetor dos deslocamentos, μ é o módulo de cisalhamento e g_{ij} é uma função adimensional de θ . De forma análoga, as expressões (2.4) e (2.5) podem ser obtidas para os modos II e III, fazendo a substituição do índice I pelos índices II e III , respectivamente. Em casos de problemas com carregamento misto, quando mais de um modo de carregamento é presente, a tensão total, baseada no princípio da superposição linear, corresponde à seguinte expressão (Anderson, 2005):

$$\sigma_{ij}^{(total)} = \sigma_{ij}^{(I)} + \sigma_{ij}^{(II)} + \sigma_{ij}^{(III)} \quad (2.6)$$

Ressalta-se que essa superposição não pode ser feita para os fatores de intensidade de tensão.

As soluções clássicas para tensões definidas através de K da MFLE somente são válidas próximas à ponta da fratura, onde a singularidade $1/\sqrt{r}$ domina o campo de tensões. Define-se Zona Dominada pela Singularidade como a região onde as soluções clássicas da MFLE descrevem os campos da ponta da fratura (Anderson, 2005). Sousa (2011) ilustra esta condição mostrando que componentes de tensão do campo de tensões definidos por K para a placa de

Griffith (Griffith, 1920) não apresentam os resultados esperados em regiões próximas ao contorno do modelo. Assim, uma análise linear elástica utilizando K só é correta diante de um nível de tensão baixo, o que leva a um estado de tensão com Escoamento em Pequena Escala (Araújo, 1999; Sousa, 2011). Além disso, é necessário avaliar o tamanho da zona plástica. Quando esta é pequena em relação às dimensões da peça e da trinca, o campo de tensões é predominantemente linear elástico. Caso esta zona de perturbação na linearidade seja grande, os conceitos da MFLE não mais se aplicam. A Figura 2.3 ilustra o limite de aplicação da MFLE em função do tamanho da zona plástica, z_p , em relação a comprimentos característicos.

Os fatores de intensidade de tensão dependem linearmente da carga, do comprimento da trinca e de parâmetros geométricos que caracterizam a estrutura (Araújo, 1999). Uma vez que os fatores de intensidade de tensão só necessitam ser calculados uma vez para cada geometria, diversas tabelas já foram elaboradas contendo os valores dos fatores de intensidade de tensão específicos para certas geometrias. Castro & Meggiolaro (2009) catalogaram expressões de K_I , K_{II} e K_{III} para diversas configurações de peças trincadas. Tais expressões estão escritas na forma $K = \sigma\sqrt{\pi a} f(a/w)$, onde σ é a tensão nominal aplicada na peça e $f(a/w)$ é a função responsável por descrever toda a influência da geometria da peça e da trinca, e do carregamento no campo de tensões, sendo w uma dimensão característica da peça.

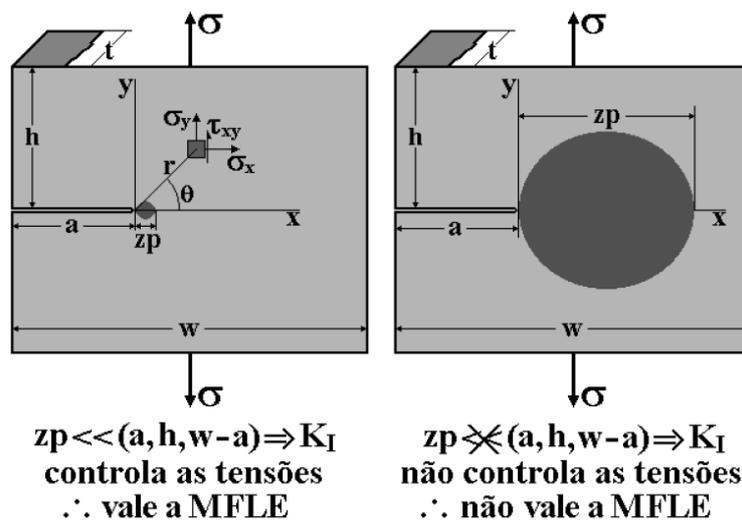


Figura 2.3 – Limite de aplicação da MFLE (Castro & Meggiolaro, 2009).

O campo de tensões em torno da ponta da trinca para o Modo I e para o Modo II em um material isotrópico e linear elástico com coeficiente de Poisson ν

segue na Tabela 2.1. O campo dos deslocamentos de ponta de trinca para os Modos I e II em um material isotrópico e linear elástico é apresentado na Tabela 2.2. O parâmetro κ é a constante de Kolosov, dada por:

$$\kappa = 3 - 4\nu \quad (\text{Estado Plano de Deformações - EPD}) \quad (2.7)$$

$$\kappa = (3 - \nu) / (1 + \nu) \quad (\text{Estado Plano de Tensões - EPT}) \quad (2.8)$$

Tabela 2.1 – Campo de tensões em torno da ponta da trinca para os modos I e II em um material isotrópico e linear elástico.

	Modo I	Modo II
σ_{xx}	$\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right]$	$-\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[2 + \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right]$
σ_{yy}	$\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 + \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right]$	$\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)$
τ_{xy}	$\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right)$	$\frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[1 - \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{3\theta}{2}\right) \right]$
σ_{zz}	0 (EPT) $\nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$ (EPD)	0 (EPT) $\nu(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$ (EPD)
τ_{xz} , τ_{yz}	0	0

Tabela 2.2 – Campo dos deslocamentos em torno da ponta da trinca para os modos I e II em um material isotrópico e linear elástico.

	Modo I	Modo II
u_x	$\frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa - 1 + 2\text{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]$	$\frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa + 1 + 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]$
u_y	$\frac{K_I}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa + 1 - 2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]$	$-\frac{K_{II}}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[\kappa - 1 - 2\text{sen}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \right]$

2.3.1.

Relação entre o parâmetro K e a Taxa de Liberação de Energia G

O Fator de Intensidade de Tensão, K , é um parâmetro local na análise de fraturas. Já a Taxa de Liberação de Energia G é um parâmetro que descreve o comportamento global da estrutura. Na MFLE, tais parâmetros relacionam-se de forma exclusiva e direta através da relação:

$$G = \frac{K_I^2}{E'} , \quad (2.9)$$

sendo:

$$E' = E \text{ para EPT} \quad (2.10)$$

e

$$E' = \frac{E}{1-\nu^2} \text{ para EPD} , \quad (2.11)$$

onde E' é o módulo de elasticidade característico e E é o módulo de Young ou módulo de elasticidade.

A Equação (2.9) representa a relação para o Modo I. Em caso de modo misto de carregamento, a Taxa de Liberação de Energia é dada por:

$$G = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{2\mu} \quad (2.12)$$

Sendo a Taxa de Liberação de Energia uma quantidade escalar, a sua expressão para casos com os três modos presentes se dá através da separação dos mesmos, $G = G_I + G_{II} + G_{III}$, apenas para fins didáticos.

2.3.2.

Critério de Fratura

Ao se assumir que um material falha localmente sob uma combinação crítica de tensão e deformação, pode-se concluir que a fratura em um material linear elástico ocorrerá sob um fator de intensidade de tensão crítico, K_c (Anderson, 2005). Sendo assim, pode-se definir K_c como uma medida alternativa para a tenacidade à fratura do material. Nestas condições, a fratura ocorrerá quando $K = K_c$, onde K pode ser interpretado como sendo a força motriz para a geração da fratura e K_c sendo uma medida de resistência do material independente da geometria da estrutura e da trinca, obtida experimentalmente. Esta afirmação de que K_c é independente da geometria do material só é válida em situações de estado plano de deformações dominante. Estudos apontam que em um caso de estado plano de tensão dominante K_c varia com a espessura. Em situações intermediárias, faz-se necessário um estudo tridimensional (Sousa, 2011).

O fator de intensidade crítico é uma constante do material, porém ele varia de acordo com o modo de carregamento. Assim:

$$K_{Ic} \neq K_{IIc} \neq K_{IIIc} \quad (2.13)$$

O Modo I de carregamento é o que tem maior importância em termos práticos, tendo em vista que a maioria dos materiais é mais suscetível a fraturamento por tensões normais do que por tensões de cisalhamento. Ou seja, geralmente, K_{IIc} e K_{IIIc} são maiores que K_{Ic} . Uma possível justificativa para essa constatação se dá com base no atrito entre as faces da trinca que, certamente, dificultam a sua propagação (Castro & Meggiolaro, 2009).

Na tentativa de se estimar a tenacidade do material em modo misto de carregamento, pode-se usar a correlação entre K e G e assumir-se que G_{Ic} , valor crítico de G que causa a fratura em Modo I, seja uma propriedade mecânica do material independente ao modo que a trinca será solicitada (Castro & Meggiolaro, 2009). Tem-se então o seguinte critério de fratura para um modo misto I-II (modo misto mais usual):

$$K_I^2 + K_{II}^2 = K_{Ic}^2 = E'G_{Ic} \quad (2.14)$$

Esta é uma hipótese simplificadora, pois atestaria que $K_{IIc} = K_{Ic}$, o que em geral não se verifica. Castro & Meggiolaro (2009) expõem modelos simples como

critério de propagação em modo misto I-II, considerando valores independentes para K_{Ic} e K_{IIc} . São eles:

$$\text{Linear: } K_I/K_{Ic} + K_{II}/K_{IIc} = 1 \quad (2.15)$$

$$\text{Elíptico: } \left(\frac{K_I}{K_{Ic}} \right)^2 + \left(\frac{K_{II}}{K_{IIc}} \right)^2 = 1 \quad (2.16)$$

$$\text{Quadrático: } \left(\frac{K_I}{K_{Ic}} \right)^2 + c \frac{K_I}{K_{Ic}} \frac{K_{II}}{K_{IIc}} + \left(\frac{K_{II}}{K_{IIc}} \right)^2 = 1 \quad (2.17)$$

onde c é uma constante ajustável a partir de dados experimentais. Ressalta-se que não existe fundamentação teórica para esses modelos.

A determinação do K_{IIc} é uma tarefa difícil. Di Leonardo (1979) apresentou uma expressão para o K_{IIc} que está em função apenas do K_{Ic} e do coeficiente de Poisson, ν , parâmetros com métodos de obtenção já estabelecidos em laboratório para a maioria dos casos práticos. O valor de K_{IIc} é expresso na forma:

$$K_{IIc} = \left[\frac{3(1-2\nu)}{2-2\nu-\nu^2} \right]^{1/2} K_{Ic} \quad (2.18)$$

Essa formulação aponta que materiais com $\nu < 0,27$ apresentam a relação $K_{IIc} > K_{Ic}$.

Di Leonardo (1979) também apresentou um modelo de critério de fratura dependente apenas do K_{Ic} e do ν . O modelo denominado de Envoltória de Fratura tem a expressão abaixo:

$$\left(\frac{K_I + m_e}{a_e} \right)^2 + \left(\frac{K_{II}}{b_e} \right)^2 = 1, \quad (2.19)$$

onde:

$$a_e = K_{Ic} + m_e \quad (2.20)$$

$$b_e = (K_{Ic} + m_e) \left[\frac{3(1-2\nu)K_{Ic}}{(2-2\nu-\nu^2)(K_{Ic} + 2m_e)} \right]^{1/2} \quad (2.21)$$

$$m_e = -\frac{1}{2} \frac{4\nu(2-2\nu-\nu^2) - 3(1-\nu) \left[1 - \frac{(1-2\nu)^3}{(1-\nu)^2} \right]}{4\nu(2-2\nu-\nu^2) - 3(1-\nu) \left[1 - \frac{(1-2\nu)^{3/2}}{1-\nu} \right]} K_{Ic} \quad (2.22)$$