



**Thiago Barata Duarte**

**Alocação Tática de Ativos para Empresas de  
Previdência Complementar via Programação  
Estocástica Multiestágio**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio.

Orientadores: Prof. Alvaro de Lima Veiga Filho  
Prof. Davi Michel Valadão

Rio de Janeiro  
Abril de 2015



**Thiago Barata Duarte**

**Alocação Tática de Ativos para Empresas de  
Previdência Complementar via Programação  
Estocástica Multiestágio**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Alvaro de Lima Veiga Filho**

Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

**Prof. Davi Michel Valladão**

Co-Orientador

Departamento de Engenharia Industrial

**Prof. Bruno da Costa Flach**

IBM Research Brasil

**Prof. William Moreira Lima Neto**

SUSEP

**Prof. José Eugenio Leal**

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico

Rio de Janeiro, 13 de Abril de 2015

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

## Thiago Barata Duarte

Graduou-se em Ciências Atuariais pelo Instituto de Matemática e Estatística da UERJ. É Analista da Superintendência de Seguros Privados (Susep) desde 2010, onde já foi chefe substituto da Divisão de Monitoramento de Riscos. Já atuou como consultor na PriceWaterhouseCoopers.

### Ficha Catalográfica

Duarte, Thiago Barata

Alocação tática de ativos para empresas de previdência complementar via programação estocástica multiestágio / Thiago Barata Duarte ; orientadores: Alvaro de Lima Veiga Filho, Davi Michel Valadão. – 2015.

117 f. : il. (color.) ; 30 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica, 2015.

Inclui bibliografia

1. Engenharia elétrica – Teses. 2. ALM. 3. Programação estocástica. 4. Alocação ótima. 5. Medida de risco. 6. Quantificação de risco. 7. CVaR. 8. Requerimento de capital. 9. Gestão de ativos financeiros e passivos atuariais. 10. Risco de insolvência. I. Veiga Filho, Alvaro de Lima. II. Valadão, Davi Michel. III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. IV. Título.

CDD: 621.3

Para meus pais, Solange e Orlando e minha esposa Juliana.

## Agradecimentos

A Deus pela força e saúde necessária.

Aos meus pais por sempre terem me dado todo o amor, incentivo e estrutura necessária para que eu pudesse superar todos os desafios impostos.

À minha querida irmã Tita por todo o amor e incentivo.

À minha amada esposa Juliana pelo amor, compreensão e pelas palavras de carinho e incentivo nas horas que mais precisei. Sem seu apoio não conseguiria.

A todos os amigos e familiares que me estimularam ou me ajudaram.

Ao meu orientador Álvaro de Lima Veiga Filho, pelo apoio, contribuições dadas e toda a confiança no trabalho além das excelentes aulas.

Ao meu co-orientador Davi Michel Valladão que mesmo não sendo meu professor ao longo do curso me recebeu como seu orientado e com muito entusiasmo me forneceu toda a ajuda e apoio que poderia precisar.

Ao amigo e padrinho Bruno de Lima Vieira com o qual tive a oportunidade de conviver bons momentos nas aulas da PUC-Rio e diariamente na Susep. Sem a sua grande ajuda certamente o mestrado seria muito mais difícil.

Ao amigo César da Rocha Neves com o qual também tive a oportunidade de conviver bons momentos nas aulas da PUC-Rio e diariamente na Susep, sendo um grande incentivador que tenho desde que fui seu aluno na UERJ, onde também foi meu orientador. Ajudou-me de forma substancial nessa dissertação.

Ao amigo Eduardo Fraga, por toda a ajuda nesta dissertação, pelo incentivo, pelos diversos ensinamentos passados no decorrer deste longo convívio como professor na UERJ, chefe e colega da Susep e principalmente como grande amigo.

Aos demais amigos da SUSEP, com os quais tenho o prazer de conviver diariamente.

Ao amigo Henrique Helfer pelo apoio ao longo do mestrado.

Aos amigos do LAMPS por toda a ajuda na reta final da dissertação, em especial ao Bruno Fânzeres pelo grande apoio no Matlab e Xpress.

Aos membros da banca cujas sugestões foram muito importantes no aprimoramento do trabalho.

Aos professores com quem tive aula ao longo do mestrado.

À SUSEP e à PUC-Rio pelos auxílios concedidos.

## Resumo

Duarte, Thiago Barata; Veiga Filho, Álvaro de Lima (Orientador); Valladão, Davi Michel (Orientador). **Alocação Tática de Ativos para Empresas de Previdência Complementar via Programação Estocástica Multiestágio**. Rio de Janeiro, 2015. 117p. Dissertação de Mestrado - Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Uma importante questão que se coloca para entidades abertas de previdência complementar e sociedades seguradoras que operam previdência complementar é a definição de uma gestão dos ativos e passivos (do inglês ALM – Asset and Liability Management). Tal questão se torna mais relevante em um cenário de alta competitividade, margens operacionais decrescentes, garantias mínimas de rentabilidade para um passivo estocástico de longo prazo e um período de queda da rentabilidade dos instrumentos financeiros, sendo estes muitas vezes de difícil precificação e pouco previsíveis num mercado volátil como o brasileiro. Somada a estas dificuldades, as companhias deste mercado estão sujeitas a uma regulação baseada em riscos, oriunda de práticas internacionais, adotada pelo órgão superior, Susep, que impõe restrições regulamentares para a manutenção da solvência das companhias, o que eleva a dificuldade da definição de um modelo. Diante deste cenário, esta dissertação apresenta uma proposta de ALM baseada em um modelo de programação estocástica multiestágio que tem como objetivo definir dinamicamente a alocação ótima dos ativos, incluindo títulos com pagamentos de cupons, e mensurar o risco de insolvência da companhia para o horizonte de planejamento.

## Palavras-chave

ALM; programação estocástica; alocação ótima; medida de risco; quantificação de risco; CVaR; requerimento de capital; gestão de ativos financeiros e passivos atuariais; risco de insolvência; previdência complementar.

## Abstract

Duarte, Thiago Barata; Veiga Filho, Álvaro de Lima (Advisor); Valladão, Davi Michel (Advisor). **Tactical Asset Allocation for Open Pension Funds using Multi-Stage Stochastic Programming**. Rio de Janeiro, 2015. 117p. MSc Dissertation - Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

An important issue of open pension funds and insurance companies that operate supplementary pension is the definition of an asset and liability management (ALM) framework. Such a question becomes more relevant in a scenario of high competition, declining operating margins, minimum guaranteed returns to a stochastic long-term liability and a period of falling returns on financial instruments, these being often difficult to pricing and predictable in a volatile market such as Brazil. Added to these issues, those companies are subject to a risk-based regulation, derived from international practices adopted by the national insurance regulator, Susep, which imposes constraints to maintain solvency of companies and therefore increases the complexity of an ALM framework. Due this condition, this dissertation presents a proposition of ALM based on a multistage stochastic programming model, which aims to define a dynamic optimal asset allocation, including bonds with coupons payment, and measure the company's insolvency risk for the planning horizon.

## Keywords

ALM; stochastic programming; optimal allocation; risk measure; risk quantification; CVaR; management of financial assets and actuarial liabilities; insolvency risk; supplementary pension.

## Sumário

1	Introdução	13
1.1	Motivação	13
1.2	Objetivo	17
1.3	Estrutura da Dissertação	18
2	Conceitos básicos	19
2.1	ALM	19
2.2	Modelo de programação estocástica (MPE)	22
2.3	Árvore de cenários	24
2.4	Cálculo do passivo ajustado pelo risco	27
3	Mercado de previdência e regulamentação no Brasil	30
3.1	Aferição do nível de solvência	31
3.2	Regras de investimento	33
3.3	Definição de provisões técnicas	34
3.4	Determinação de capital mínimo requerido (CMR)	36
4	Modelo proposto	41
4.1	Definições	41
4.2	Restrições	45
4.3	Função objetivo	58
5	Modelagem estocástica e medida de risco	64
5.1	Modelagem estocástica dos fatores de risco	64
5.2	Modelagem financeira para os ativos	73
5.3	Modelagem estocástica para o passivo atuarial	81
5.4	Mensuração do Risco	91
6	Resultados	94
6.1	Descrição dos testes efetuados	94
6.2	Teste 1	96
6.3	Teste 2	99
6.4	Teste 3	101

6.5	Teste 4	102
6.6	Teste 5	106
6.7	Teste 6	107
7	Conclusão	110
7.1	Proposta de trabalhos futuros	111
8	Referências Bibliográficas	113
	Apêndice A: Valores estimados e testes do modelo de previsão	116

## Lista de Figuras

Figura 1.1 – Proporção entre resultado financeiro (RF) e lucro líquido (LL) no ano de 2013	14
Figura 1.2 – Proporção de investimentos do mercado segurador	16
Figura 2.1 – Fluxograma do modelo de ALM (Valladão, 2008 modificado)	21
Figura 2.2 – Cenários em árvore x independentes	25
Figura 2.3 – Exemplo de árvore de cenários	26
Figura 2.4 – Conceituação de VaR	27
Figura 2.5 – Conceituação de CVaR	29
Figura 3.1 – Análise de balanço	30
Figura 4.1 – Fluxo de caixa no estágio t	45
Figura 4.2 – Definição do CMR	53
Figura 4.3 – Exemplo da aproximação linear sugerida para o $CR_{outros_t}(s)$	56
Figura 4.4 – Função de penalidades para diferentes níveis de insolvência	60
Figura 4.5 – Valores de excesso de ativos garantidores em reação às provisões	61
Figura 4.6 – Função utilidade côncava resultante	62
Figura 5.1 – Séries históricas dos fatores de risco	65
Figura 5.2 – Curva de cupom de IPCA média	67
Figura 5.3 – Componentes da curva de taxas a termo (Nelson e Siegel, 1987)	68
Figura 5.4 – Parâmetros estimados da curva de Nelson e Siegel	68
Figura 5.5 – Estrutura de árvore de cenários escolhida	71
Figura 5.6 – Exemplo de estruturação da árvore de cenários (Valladão, 2008)	72
Figura 5.7 – Cenários gerados de retornos	78
Figura 5.8 – Valores estimados para o $\alpha x$	85
Figura 5.9 – Valores estimados para o $kt$	85

Figura 5.10 – Valores previstos para o $k_t$ (Feminino e Masculino)	86
Figura 5.11 – Valores simulados para o $k_t$ (Feminino e Masculino)	88
Figura 5.12 – Valores simulados para o $l_k$	89
Figura 6.1 – Alocação no 1º estágio (Árvore Grande)	97
Figura 6.2 – Alocação no 1º estágio (Árvore Pequena)	97
Figura 6.3 – Alocação média (Árvore Grande)	98
Figura 6.4 – Alocação média (Árvore Pequena)	98
Figura 6.5 – Variação(%) da Função Objetivo	98
Figura 6.6 – Probabilidades de insolvência resultantes das simulações	99
Figura 6.7 – Alocação média inicial para diferentes montantes	100
Figura 6.8 – Probabilidades de insolvência para diferentes montantes	100
Figura 6.9 – Alocação média inicial para diferentes penalidades	101
Figura 6.10 – Probabilidades de insolvência para diferentes penalidades	101
Figura 6.11 – Alocação média em ações para diferentes penalidades	102
Figura 6.12 – Alocação média (com todas as restrições)	103
Figura 6.13 – Alocação média (com menores restrições)	103
Figura 6.14 – Árvores de alocações (com todas as restrições)	104
Figura 6.15 – Árvores de alocações (com menores restrição)	105
Figura 6.16 – Comparação do modelo com e sem alocação dinâmica	106
Figura 6.17 – Alocação média (CVaR)	108
Figura 6.18 – Árvores de alocações (CVaR)	108
Figura 6.19 – Alocação média (valor esperado)	108
Figura 6.20 – Árvores de alocações (valor esperado)	109

## Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Parcelas variáveis do CB	36
Tabela 3.2 – Correlações das parcelas do CR	37
Tabela 5.1 – NTN-Bs selecionadas para o portfólio	77
Tabela 6.1 - Teste 1 – probabilidades de insolvência médias	99
Tabela 6.2 - Teste 4 – probabilidades de insolvência	105
Tabela 6.3 - Teste 5 – estatísticas	107
Tabela A.1 – Resultados dos testes de diagnóstico (p-valores)	117