

## 4 Exemplos Numéricos da Análise no Domínio do Tempo

Neste Capítulo são apresentados alguns exemplos numéricos para validar as formulações que foram apresentadas nos Capítulos 2 e 3 da presente tese e para estudar a resposta de sistemas reticulados submetidos a ações sísmicas no domínio do tempo. Inicialmente é feita a apresentação dos modelos que são estudados no presente Capítulo. A seguir, é feita uma comparação dos métodos propostos para a integração no tempo assim como a sua validação na análise linear. Finalmente são apresentados exemplos envolvendo o estudo da influência da não linearidade geométrica assim como da não linearidade física dos apoios.

### 4.1. Descrição dos modelos estudados

#### 4.1.1. Torre esbelta de três graus de liberdade T-1

É estudado inicialmente, para validar a implementação dos algoritmos de análise dinâmica no domínio do tempo, um modelo de torre esbelta apoiada sobre uma base rígida, representada por um único elemento de barra, e submetida a um deslocamento harmônico de base na direção horizontal, tal como mostrado na Figura 4.1. As propriedades geométricas e mecânicas do modelo são apresentadas na Tabela 4-1.

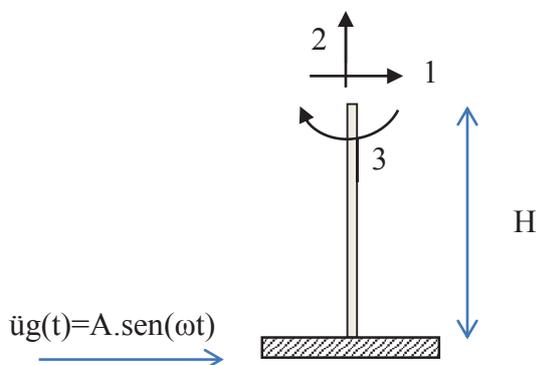


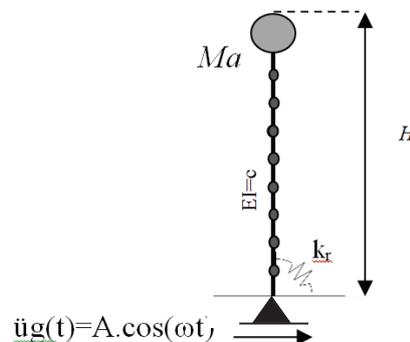
Figura 4.1 – Modelo de torre esbelta T-1.

**Tabela 4-1. Parâmetros físicos e geométricos da estrutura T-1**

Parâmetro	Símbolo	Unidade	Valor
Módulo de elasticidade	$E$	GPa	31.0
Área da seção transversal	$A$	m <sup>2</sup>	0.025
Inércia da seção	$I$	m <sup>4</sup>	$3,25521 \times 10^{-4}$
Altura da torre	$H$	m	10
Densidade do material	$\rho$	kg/ m <sup>3</sup>	2400.00

**4.1.2.****Torre esbelta de com massa concentrada no topo T-2**

Considera-se aqui um modelo de torre de concreto simulada por Halabian e Naggar (2002), que representa a estrutura de um reservatório elevado de água, modelando a estrutura como uma coluna de seção transversal constante, restringida na base por meio de uma mola rotacional com constante de rigidez  $k_r$ , com uma massa concentrada no topo, simulando a caixa d'água. A estrutura é discretizada com dez elementos de barra de igual comprimento e submetida a um deslocamento horizontal de base, tal como ilustrado na Figura 4.2. As propriedades do modelo são mostradas na Tabela 4-2.

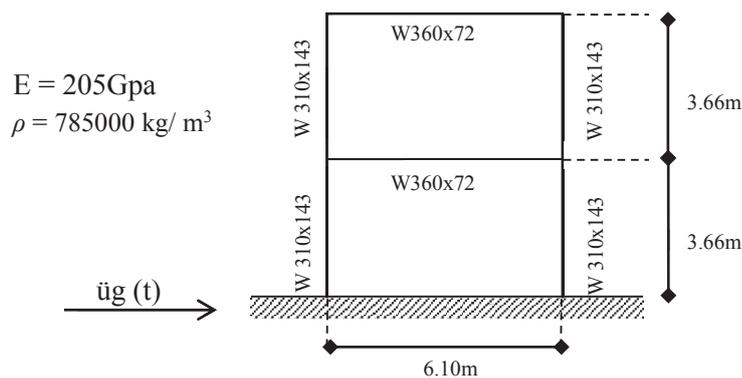
**Figura 4.2 – Modelo de torre esbelta T-2.****Tabela 4-2. Parâmetros físicos e geométricos da estrutura T-2**

Parâmetro	Símbolo	Unidade	Valor
Módulo de elasticidade	$E$	GPa	31.0
Área da seção transversal	$A$	m <sup>2</sup>	6.2831
Momento de Inércia	$I$	m <sup>4</sup>	39.52
Altura da torre	$H$	m	70
Densidade do material	$\rho$	kg/ m <sup>3</sup>	2400.00
Massa concentrada	$Ma$	kg	150000.00

#### 4.1.3. Pórtico de dois andares Po-2

Neste item é estudado um pórtico de dois andares formado por perfis metálicos e ligações rígidas, apoiado em base rígida e submetido a um deslocamento horizontal de base. Este modelo foi estudado por Chan e Chui (2000) e por Silva (2009). A representação esquemática do modelo, assim como as propriedades geométricas e de material, são mostradas na Figura 4.3.

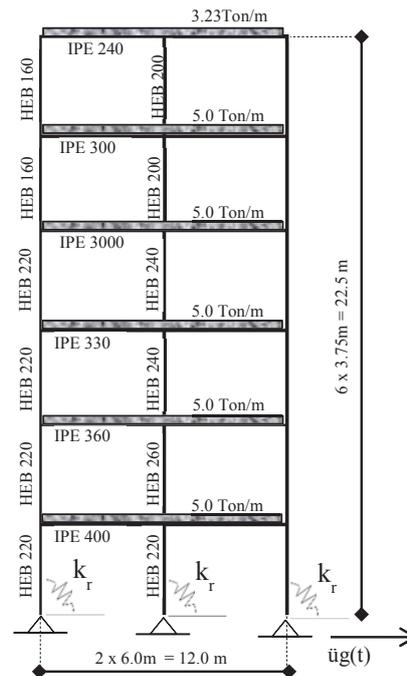
Este pórtico é modelado com a finalidade de estudar a eficiência dos algoritmos de integração no caso linear. O pórtico é modelado com oito elementos do tipo barra, sendo um elemento de barra para cada pilar (quatro elementos no total para os pilares) e dois elementos de barra para cada viga, seguindo o modelo apresentado por Silva (2009).



**Figura 4.3 – Modelo de pórtico de dois andares Po-2.**

#### 4.1.4. Pórtico de seis andares Po-6

Um pórtico de seis andares formado por perfis metálicos, como mostrado na Figura 4.4, é aqui modelado considerando cargas distribuídas nas vigas, além da massa da própria da estrutura. A estrutura é submetida a um deslocamento horizontal de base. A base da estrutura é considerada flexível à rotação.

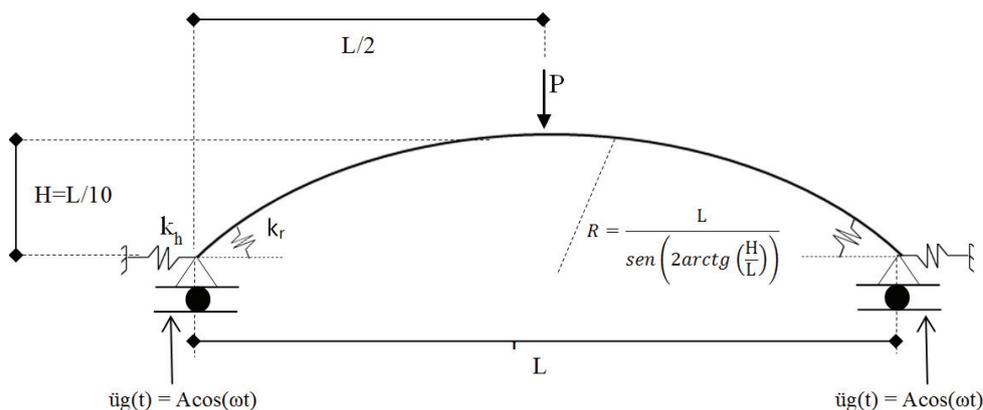


**Figura 4.4 – Modelo de pórtico de seis andares Po-6. Ref. Silva(2009)**

Esta estrutura tem sido utilizada por diversos pesquisadores como um modelo de referência para a análise de estruturas de pórticos metálicos. Estudos usando esta estrutura podem ser encontrados em Chen *et al* (1996), Chan e Chui (2000), e, mais recentemente, em Silva (2009). O material adotado para esta estrutura corresponde ao material adotado para pórtico de dois andares Po-2. A estrutura é modelada com um total de 84 elementos de viga-coluna, sendo cada pilar modelado por dois elementos, e cada viga por quatro elementos.

#### 4.1.5. Arco circular abatido Ac-1

O arco circular abatido é uma estrutura estudada por diversos autores e pesquisadores em virtude de sua não linearidade geométrica, como aponta Crisfield (1997) e Silva (2009). Na presente tese é estudado um arco abatido, cujas propriedades geométricas são adotadas do trabalho de Silva (2009). Assim também são considerados apoios flexíveis à rotação e à translação horizontal modelados por molas com constante de rigidez  $k_h$  para a mola translacional e  $k_r$  para a mola rotacional. O arco é submetido a um deslocamento vertical de base e a uma força estática aplicada no centro do vão, tal como mostrada na Figura 4.5.



**Figura 4.5 – Modelo de arco circular abatido.**

A estrutura é modelada com vinte elementos de igual comprimento. As propriedades geométricas e de material são mostradas na Tabela 4-3

**Tabela 4-3. Parâmetros físicos e geométricos do arco Ac-1**

Parâmetro	Símbolo	Unidade	Valor
Módulo de elasticidade	$E$	MPa	2000
Área da seção transversal	$A$	m <sup>2</sup>	0.01
Inércia da seção	$I$	m <sup>4</sup>	0.0001
Cumprimento do vão	$L$	m	10.0
Densidade do material	$\rho$	kg/m <sup>3</sup>	2400

## 4.2.

### Exemplos de sistemas lineares sob excitação harmônica

#### 4.2.1.

##### Validação dos métodos de integração

Para validar a implementação dos algoritmos de integração no tempo é estudada a resposta da torre T-1, cujo modelo discretizado possui apenas 3 graus de liberdade. As frequências e períodos de vibração são apresentados na Tabela 4-4.

**Tabela 4-4. Três primeiras frequências e períodos de vibração da torre T-1**

N	Tempo (s)	
	Frequência (rad/s)	Período(s)
1	5.805	10.823
2	27.8146	0.225
3	508.265	0.012

Na Figura 4.6 é mostrada a resposta no tempo do deslocamento horizontal do topo da torre quando submetida a uma excitação horizontal harmônica com frequência de excitação igual à primeira frequência natural de vibração,  $\omega = 5.805\text{rad/s}$ , e uma magnitude de aceleração  $A = 0.4g$ . Na Figura 4.6 são comparadas as respostas obtidas pelos métodos de integração propostos para a análise linear no tempo e a solução analítica para o modelo estudado.

Pode-se observar que todos os métodos de integração no tempo representam adequadamente a resposta analítica, validando a implementação dos métodos de integração direta para a análise linear. Vale salientar que o método de integração RKG4 consegue acompanhar a resposta analítica de forma precisa, mesmo com um passo de tempo de aproximadamente 0.13 vezes o período da vibração, que pode ser considerado elevado se considerados os valores usados nos diversos exemplos apresentados na literatura.

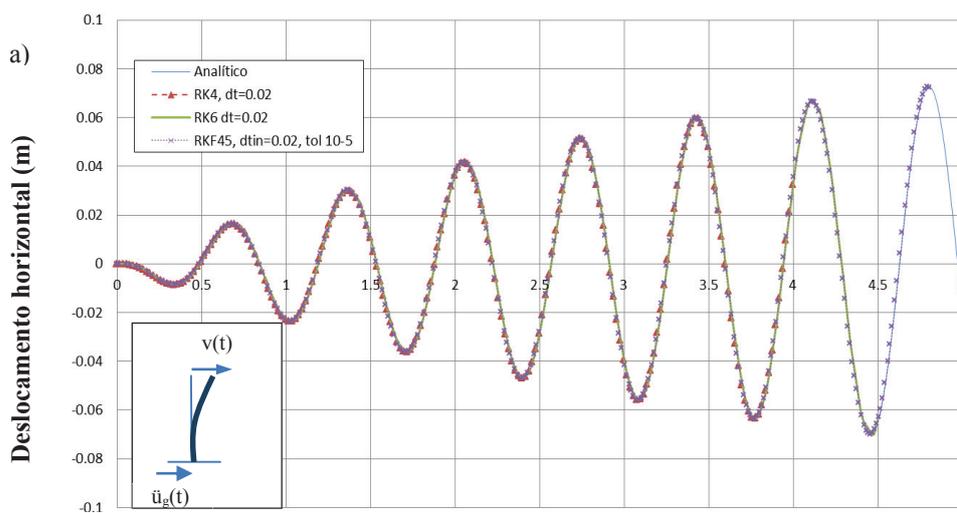
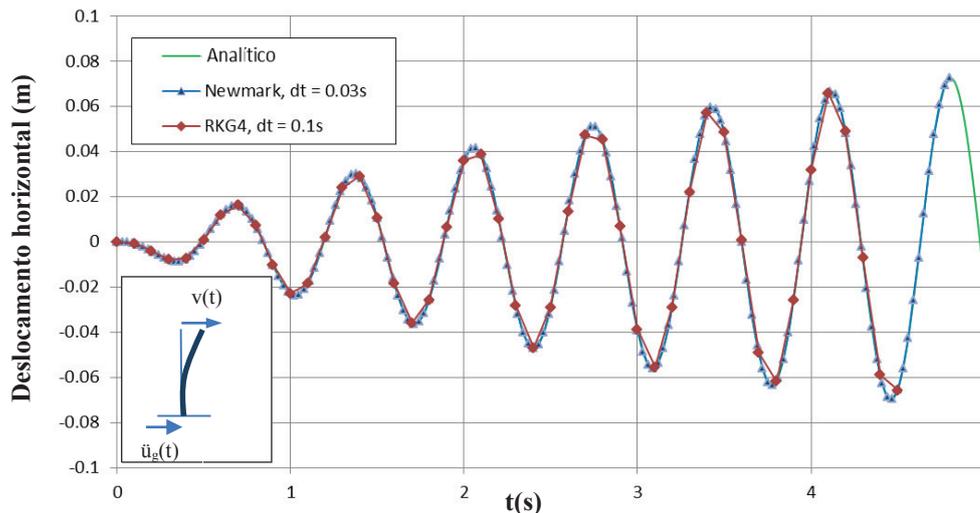


Figura 4.6 – Variação do deslocamento horizontal no topo da torre T-1 no tempo com métodos Runge-Kutta explícitos.  $A=0.4g$ ,  $C=0.25M$ ,  $\omega=5.8\text{rad/s}$ .



**Figura 4.7 – Variação do deslocamento horizontal no topo da torre T-1 no tempo com os métodos de RKG4 implícito e Newmark.  $A = 0.4g$ ,  $C = 0.25M$ ,  $\omega = 5.8rad/s$ .**

#### 4.2.2. Estudo de desempenho e estabilidade

O bom desempenho de um método de integração pode ser entendido como a propriedade deste fornecer uma resposta precisa com o menor custo computacional possível. O custo computacional pode ser avaliado através da análise do tempo necessário para processamento de uma etapa completa de análise. Este tempo depende do número de operações numéricas e das características físicas do computador. Na Tabela 4-5, que mostra o tempo de processamento necessário para a integração de 100 mil e 200 mil passos de tempo, respectivamente, pode-se observar que os métodos explícitos de Runge-Kutta apresentam-se como os mais rápidos dentre os algoritmos implementados. Dentre estes, o método clássico de quarta ordem e quatro etapas, RK4, mostra-se como o mais rápido, precisando de 5.9s e 11.7s para o processamento de, respectivamente, 100 mil e 200 mil passos de análise. Já o método de Runge-Kutta implícito de quarta ordem e duas etapas, RKG4, apresenta o maior esforço computacional, precisando cerca de cinco vezes o tempo requerido pelo método RK4 e quatro vezes o tempo necessário pelo método de Newmark. O cálculo do tempo é feito utilizando um processador de 3.2 GHz de velocidade.

**Tabela 4-5. Tempo de processamento para análise de T-1**

Método	Tempo (s)	
	1x10 <sup>5</sup> passos	2x10 <sup>5</sup> passos.
RK4	5.9	11.7
RKF45	6.4	12.7
RKN6	6.8	13.7
RKG4	28.5	57.2
Newmark	7.1	14.2

Outro aspecto importante na análise da eficiência de um método de integração é a estabilidade do mesmo, a qual está relacionada diretamente com o tamanho máximo de passo de tempo  $\Delta t$  que pode ser utilizado para acompanhar a resposta sem perder a precisão e exatidão requeridas. O valor máximo de  $\Delta t$  que pode ser usado em uma integração no tempo depende também das características do sistema a analisar, e principalmente do conteúdo de frequências e o nível de participação destas frequências na resposta do sistema. Estruturas que possuam um grande conteúdo de frequências participando de forma importante na resposta perante uma dada excitação dinâmica, em geral demandam o uso de passos de tempo menores. A seguir, na Tabela 4-6, são mostrados os valores de  $\Delta t$  máximos permitidos para analisar a resposta dos sistemas T-1, Po-2 e Po-6, considerando base rígida e excitação de base harmônica com frequência de excitação igual à primeira frequência natural do sistema.

**Tabela 4-6.  $\Delta t$  máximo mantendo estabilidade na ressonância**

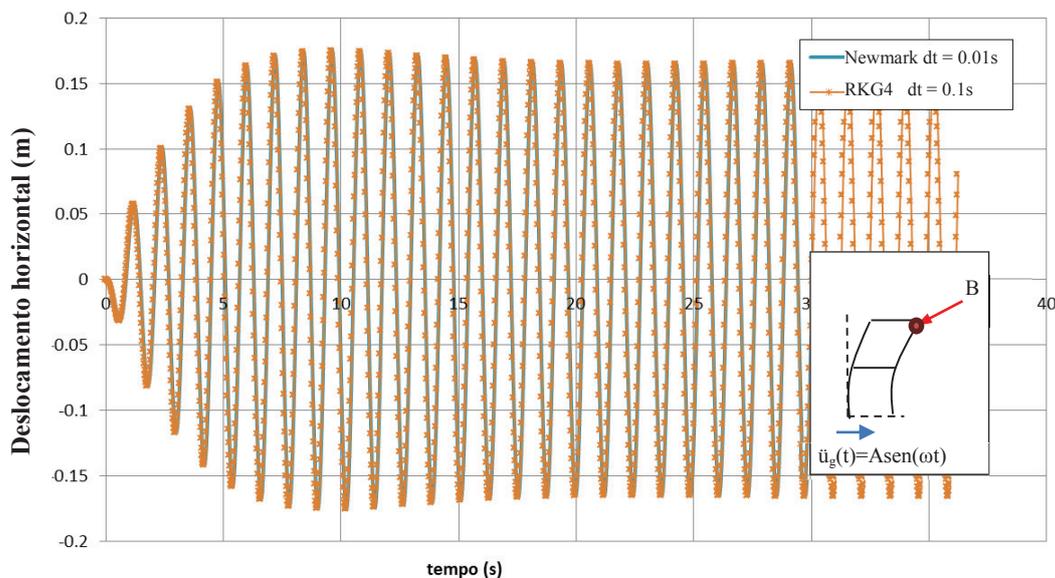
Método	$\Delta t$ (s)		
	T-1(3GL)	Po2(24GL)	Po6(225)
RK4	0.1	0.0015	0.00011
RKN6	0.055	0.0010	0.00008
RKF45	0.011	0.0017	0.00012
RKG4	NR*	NR*	NR*
Newmark	Incondicional		

NR\*: Não foi registrada instabilidade analisando valores de  $\Delta t$  de até 0.2s

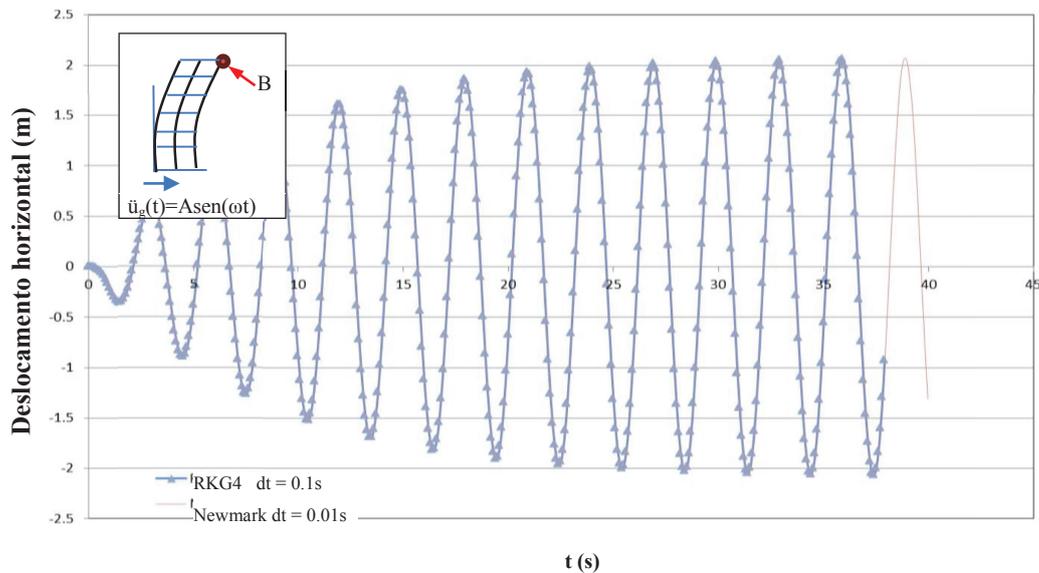
Na Tabela 4-6 pode ser observado que o valor de  $\Delta t$  máximo que pode ser usado mantendo a estabilidade diminui nos métodos explícitos conforme aumenta o número de graus de liberdade do sistema. Para os sistemas estudados, o método

de Newmark apresenta incondicionalidade. Já o método implícito RKG4 não registra problemas de instabilidade para os valores de  $\Delta t$  estudados, sendo o máximo valor estudado de  $\Delta t = 0.2s$ . É importante ressaltar que o estudo é feito para sistemas lineares, sendo provável que na análise de sistemas não lineares estes limites sejam menores.

Nas Figuras 4.8 e 4.9 é mostrada a resposta no tempo do deslocamento horizontal do topo dos pórticos Po-2 e Po-6 para uma aceleração horizontal de base com uma intensidade de  $0.4g$ . Pode ser visto que, para ambas as estruturas, a integração com o método de Runge-Kutta implícito, RKG4, usando um passo de tempo constante de  $\Delta t = 0.1s$ , é obtida uma resposta similar à resposta da integração feita com o método de Newmark e um passo de tempo de  $\Delta t = 0.01s$ . Isso reforça a característica de estabilidade e precisão do método implícito.



**Figura 4.8 – Deslocamento horizontal do ponto B em Po-2.  $A=0.4g$ ,  $C=0.25M$ ,  $\omega=7.86$  rad/s.**



**Figura 4.9 – Deslocamento horizontal do ponto B em Po-6.  $A=0.4g$ ,  $C=0.25M$ ,  $\omega=1.96$  rad/s.**

### 4.2.3. Influência de base elástica

Na presente seção é estudada a influência de apoios flexíveis na resposta da estrutura quando submetida a um deslocamento de base. Para tal, são estudados os sistemas estruturais T-2 e Po-6, os quais têm apoios com flexibilidade rotacional. A consideração desta flexibilidade é feita através da inclusão de molas de rigidez rotacional com comportamento linear elástico.

#### 4.2.3.1. Influência na resposta no tempo

A seguir é estudada a influência da rigidez das molas rotacionais lineares no deslocamento horizontal no topo das estruturas T-1 e Po-6, quando submetidas à ação de um deslocamento de base no sentido horizontal. Nas Figuras 4.10 e 4.11 pode-se observar que a variação da rigidez das molas rotacionais na fundação modifica de forma significativa a resposta das estruturas, existindo grande diferença entre as amplitudes de vibração. Isto se deve principalmente ao efeito de modificação das frequências naturais de vibração com a introdução da rigidez das molas. Para o caso da torre T-2, a rigidez rotacional  $k_r = 10^{12}$  kN/rad produz as maiores amplitudes de vibração dentre os valores de  $k_r$  estudados, quando considerada uma frequência de excitação de  $\omega=5.1$  rad/s. Já na vibração do

pórtico Po-6, as maiores amplitudes para uma frequência de excitação de  $\omega=2.3$  rad/s são observadas para o caso de apoios rígidos.

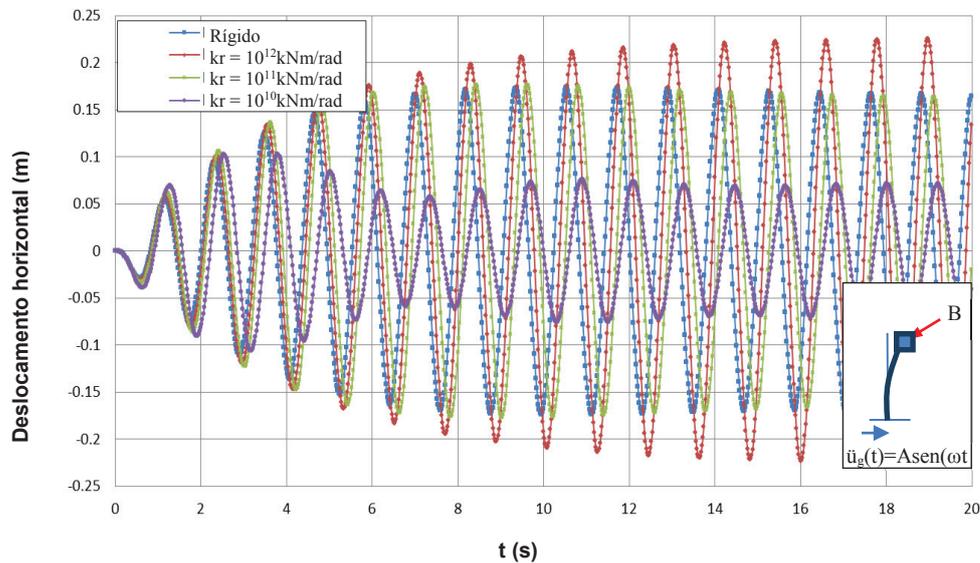


Figura 4.10 – Deslocamento horizontal do ponto B em T-2.  $A=0.4g$ ,  $C=0.25M$ ,  $\omega=5.1$  rad/seg.

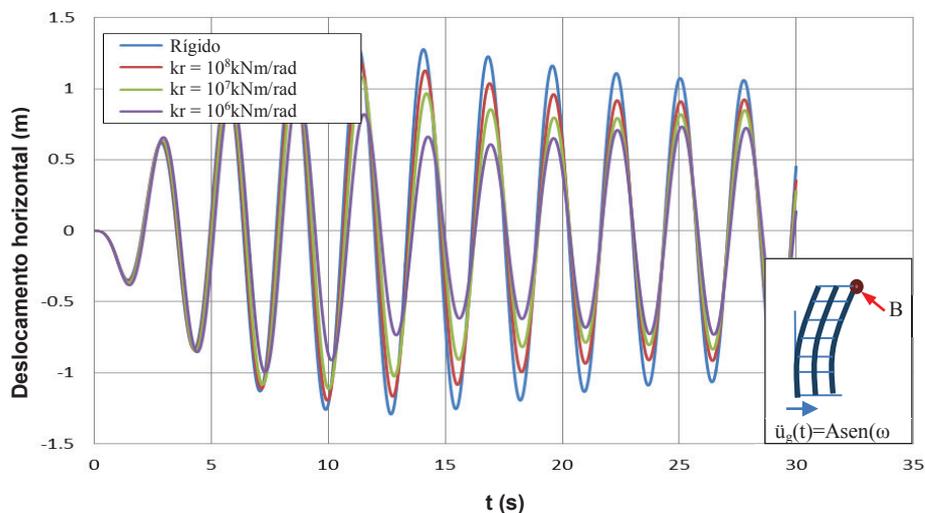
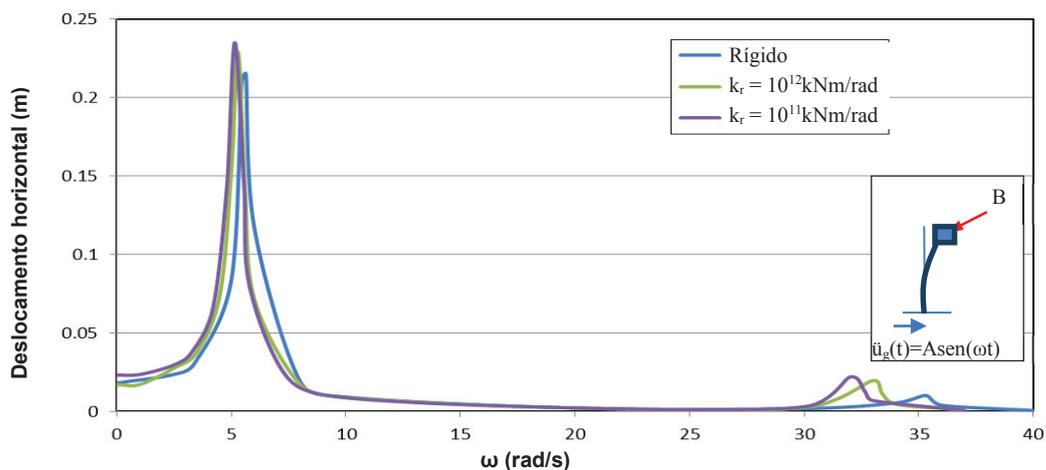


Figura 4.11 – Deslocamento horizontal do ponto B em Po-6.  $A = 0.4g$ ,  $C = 0.25M$ ,  $\omega = 2.3$  rad/seg.

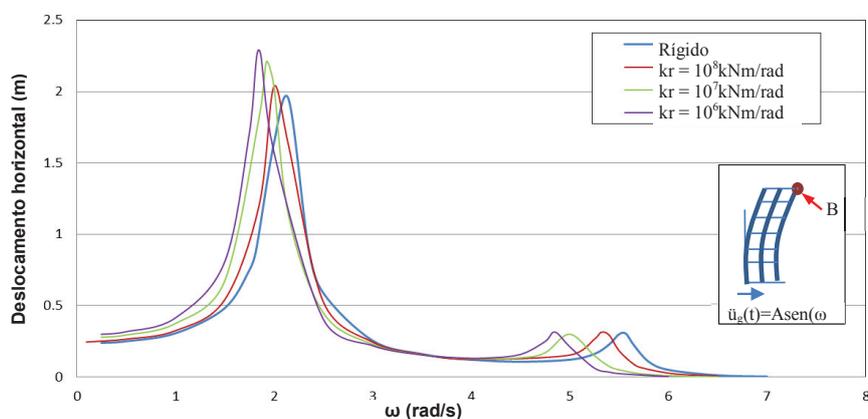
#### 4.2.3.2. Influência na ressonância

Nesta seção é avaliada a influência da rigidez rotacional na relação entre o deslocamento horizontal máximo do topo das estruturas T-2 e Po-6 na fase permanente e a frequência de excitação (curvas de ressonância).

Nas Figuras 4.12 e 4.13 mostra-se a variação da amplitude máxima de vibração horizontal no topo da torre T-2 e do pórtico Po-6, respectivamente. A consideração de uma base flexível modifica a resposta da estrutura na ressonância, isto tanto para a torre T-2 quanto para o Pórtico Po-6. Em ambos os casos, a redução da rigidez rotacional da base se traduz em um incremento da amplitude das vibrações máximas na fase permanente, assim como em um decréscimo das frequências naturais. Esta diminuição no valor da frequência é mais pronunciada, em ambos os casos, para a segunda frequência de vibração.



**Figura 4.12 – Deslocamento horizontal máximo de B em T-2 na fase permanente vs. frequência de excitação.  $A = 0.4g$ ,  $C = 0.25M$ .**



**Figura 4.13 – Deslocamento horizontal máximo de B em Po-6 na fase permanente vs. frequência de excitação.  $A = 0.4g$ ,  $C = 0.25M$ .**

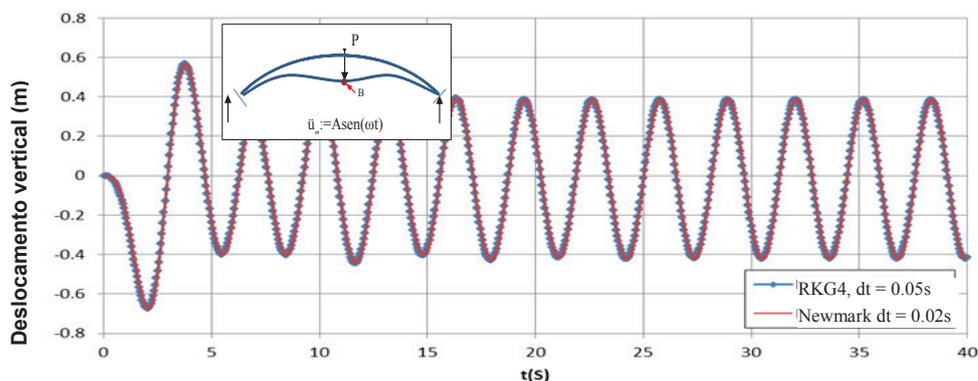
### 4.3. Exemplos da Análise Não Linear – Excitação Harmônica

#### 4.3.1. Influência da não linearidade geométrica

Nesta seção é estudada a influência da não linearidade geométrica do sistema quando submetido a um deslocamento harmônico de base. Como exemplo para a validação das implementações de integração não linear no tempo, é estudado o arco abatido Ac-1, já que este apresenta forte não linearidade geométrica. Após a validação, é estudada a influência da não linearidade geométrica na resposta das estruturas T-2 e Po-6.

##### 4.3.1.1. Validação da integração direta no tempo

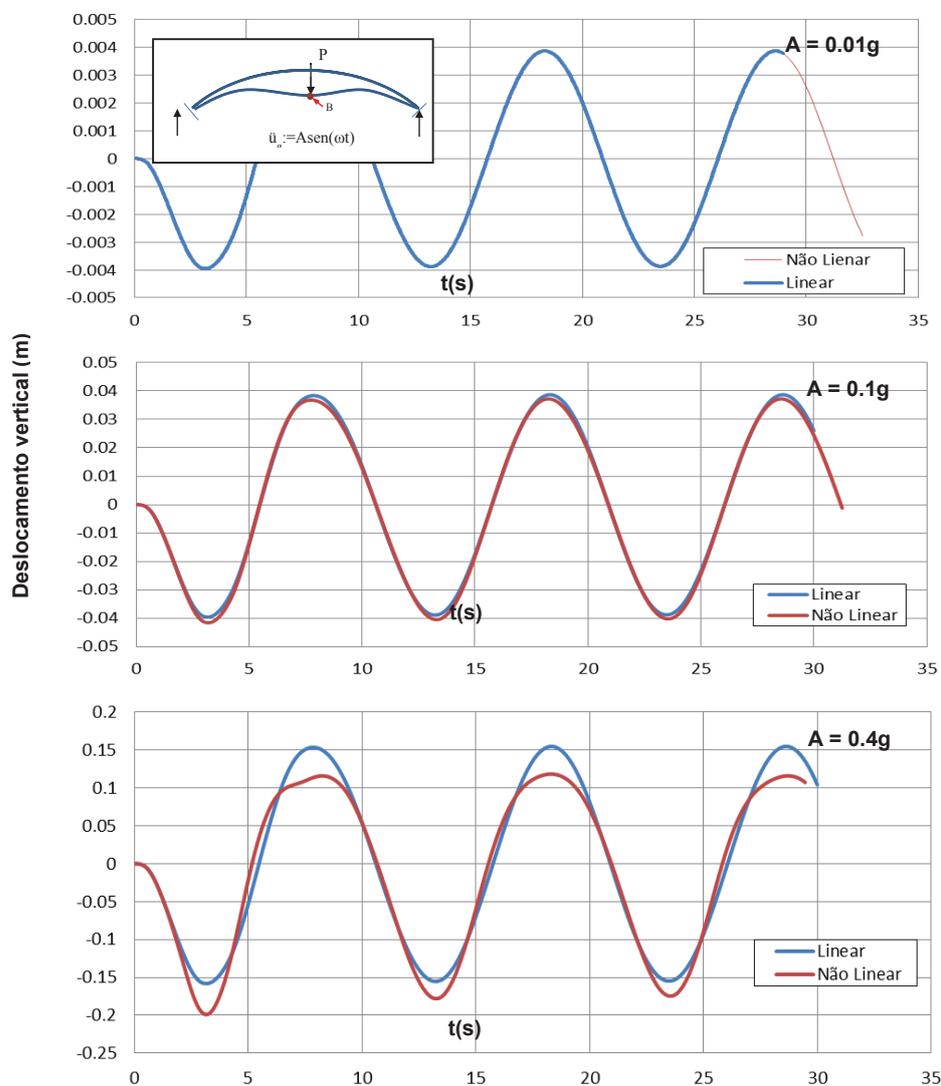
Na Figura 4.14 é mostrada resposta do deslocamento vertical no centro do vão do arco Ac-1, calculada com os dois algoritmos de integração não linear, Newmark e Runge-Kutta implícito RKG4. Pode-se observar que a resposta obtida através do algoritmo do Newmark coincide com a resposta obtida através de RKG4.



**Figura 4.14 – Deslocamento vertical de B vs. t em Ac-1.  $A = 0.8g$ ,  $C = 0.50M$ .  $P = 0.0kN$ ,  $\omega = 1.95rad/s$ . Base rígida.**

Compara-se, a seguir, a resposta linear e não linear variando a intensidade da excitação partindo da premissa que, para intensidades de excitação baixas, a resposta linear e não linear devem ser próximas, proximidade que deve diminuir com o aumento da intensidade da excitação. A Figura 4.15 mostra a vibração

vertical no centro do vão. Pode-se notar que, para uma aceleração de base de  $0.01g$ , a resposta linear e não linear são muito próximas. À medida que a magnitude aumenta, a resposta não linear se afasta da solução linear. Outro aspecto que se pode notar é a diferença da configuração da vibração, que é simétrica no caso linear e não simétrica no caso não linear, sendo os picos negativos maiores que os positivos. Diferença esta que é acentuada com o aumento da intensidade da excitação. Este comportamento é esperado em estruturas como o arco abatido, onde a rigidez do sistema aumenta quando o arco é tracionado e diminui quando o mesmo é comprimido.



**Figura 4.15** – Deslocamento vertical de B em Ac-1 vs. t.  $C = 0.5M$ ,  $\omega = 0.80\text{rad/s}$ ,  $P = 0.2\text{kN}$ .

A seguir, é estudada a resposta do deslocamento vertical do centro do arco Ac-1 quando submetido a um deslocamento vertical de base harmônico com um tempo de duração de  $T_g = 15s$ , e a uma carga estática de valor  $P$  (Figura 4.5).

A Figura 4.16 mostra a variação do deslocamento vertical com o tempo. Pode ser visto que, após o término da excitação dinâmica,  $t = 15s$ , o valor do deslocamento tende a uma resposta permanente constante compatível com o valor da carga estática  $P$ . Este valor de deslocamento coincide com o valor do deslocamento calculado através de uma análise estática não linear. Isto pode ser observado na Figura 4.17, onde se compara o deslocamento na fase permanente com a resposta do sistema calculada através de uma análise estática. Pode-se observar que a solução dinâmica na fase permanente coincide com a solução estática.

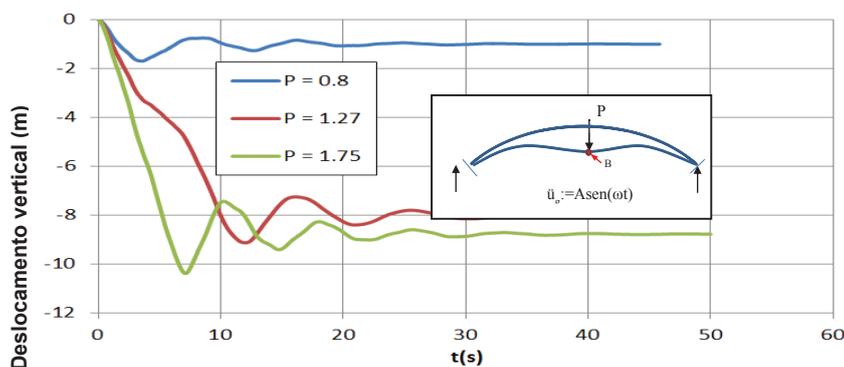


Figura 4.16 – Deslocamento vertical de B em Ac-1 vs.  $t$ .  $C = 0.75M$ ,  $\omega = 0.80\text{rad/s}$ . Duração da excitação de base  $T_g = 15s$ .

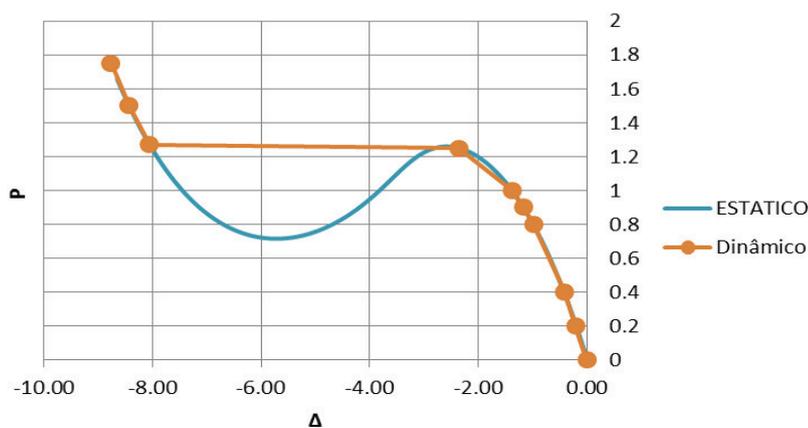
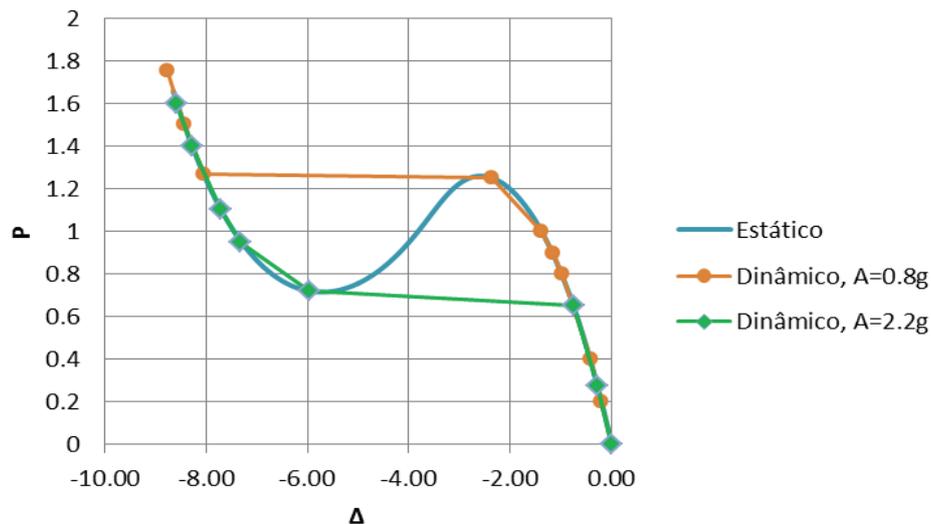


Figura 4.17 – Relação  $P$  vs. deslocamento vertical de B em Ac-1 na fase permanente.  $A = 0.4g$ ,  $C = 0.75M$ ,  $\omega = 0.80\text{rad/s}$ . Duração da excitação de base  $T_g = 15s$ .

Pode-se observar também que, para o intervalo de valores de força  $0.71\text{kN} < P < 1.25\text{kN}$ , há três possíveis posições de equilíbrio estático para um mesmo nível de força. Neste intervalo, a configuração final de equilíbrio depende da magnitude da excitação harmônica e das condições iniciais. Os resultados considerando condições iniciais nulas para dois valores de  $A$  (0.8g e 2.2g) são apresentados na Figura 4.18.



**Figura 4.18 – Relação  $P$  vs. Deslocamento vertical de B em Ac-1 na fase permanente.  $C = 0.75M$ ,  $\omega = 0.80\text{rad/s}$ ; duração da excitação de base  $T_g = 15\text{s}$ .**

#### 4.3.1.2. Não linearidade geométrica na ressonância

A seguir é estudada a influência da não linearidade geométrica nas curvas de ressonância da torre T-2 e do pórtico Po-6.

Nas Figuras 4.19 e 4.20 é mostrada a curva de ressonância da vibração horizontal do topo da torre T-2 e do pórtico Po-6, respectivamente. Pode ser observado que, para ambas as estruturas, quando submetidas à aceleração de base de amplitude  $A = 0.4\text{g}$ , o efeito da não linearidade geométrica se traduz em um leve incremento do deslocamento máximo na ressonância, e uma leve diminuição do valor da frequência de ressonância. O efeito é similar tanto para a base rígida quanto para a base com rigidez rotacional linear, sendo que em ambos os casos a

diferença entre os valores de frequência de ressonância linear e não linear não supera 1%.

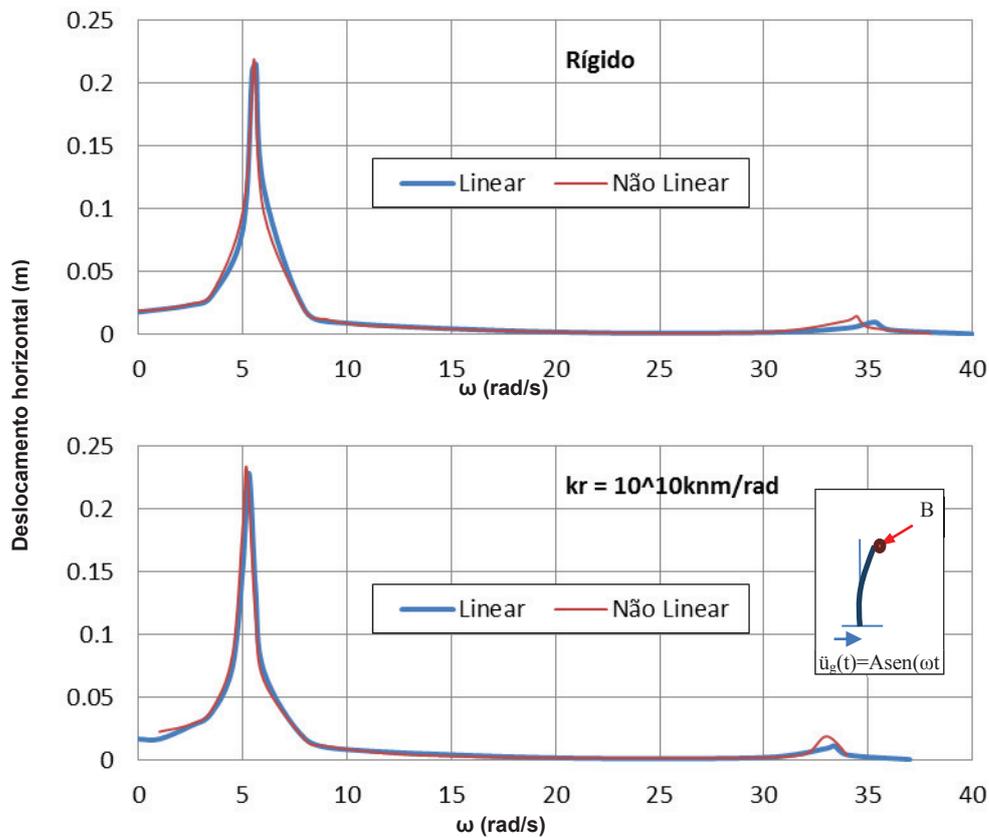


Figura 4.19 – Deslocamento horizontal máximo de B em T-1 na fase permanente vs. frequência de excitação.  $A = 0.4g$ ,  $C = 0.25M$ .

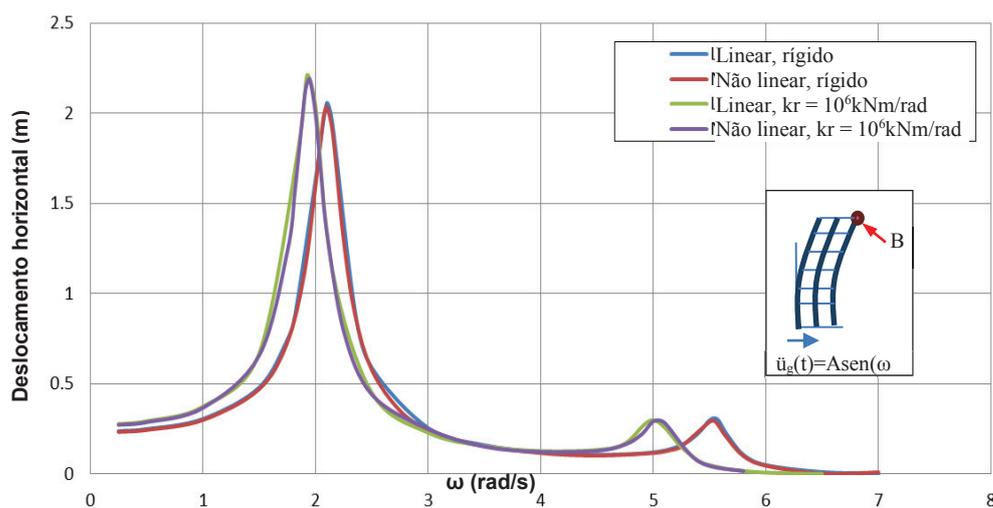


Figura 4.20 – Deslocamento horizontal máximo de B em Po-6 na fase permanente vs. frequência de excitação.  $A=0.4g$ ,  $C=0.25M$ .

### 4.3.1.3.

#### Não linearidade geométrica e variação da amplitude da aceleração de base

A seguir é analisada a influência da não linearidade geométrica das estruturas T-2 e Po-6 no deslocamento máximo na fase permanente em função da variação da magnitude da aceleração. Para este exemplo, a aceleração de base tem frequência de excitação igual à primeira frequência natural de vibração do sistema linear para ambas as estruturas.

Nas Figuras 4.21 e 4.22, que mostra, respectivamente, a variação do deslocamento máximo na fase permanente com a variação da magnitude da aceleração nas estruturas T-2 e Po-6, pode ser observado que o efeito da não linearidade geométrica se manifesta na redução do valor do deslocamento máximo com respeito ao valor do sistema linear. Esta redução cresce com o aumento da magnitude da excitação devido ao efeito de não linearidade cúbica presente em sistemas de barras submetidas a esforços de flexão.

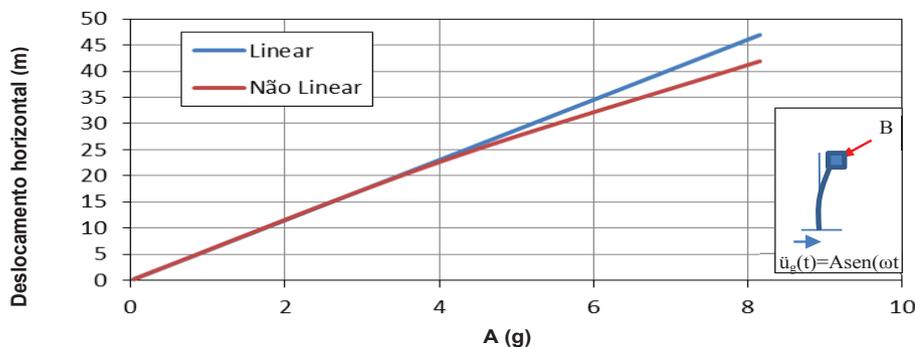
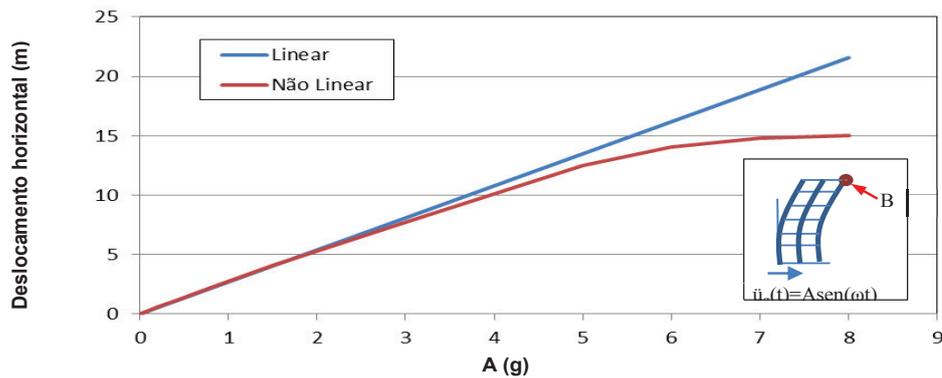


Figura 4.21 – Deslocamento horizontal máximo de B em T-2 na fase permanente vs. A.  $\omega = 5.19\text{rad/s}$ ,  $C = 0.25M$ ,  $k_r = \text{infinito}$  (rígido).



**Figura 4.22 – Deslocamento horizontal máximo de B em Po-6 na fase permanente x A.  $\omega = 1.95\text{rad/s}$ ,  $C = 0.25M$ ,  $k_r = 10^6\text{kNm/rad}$ .**

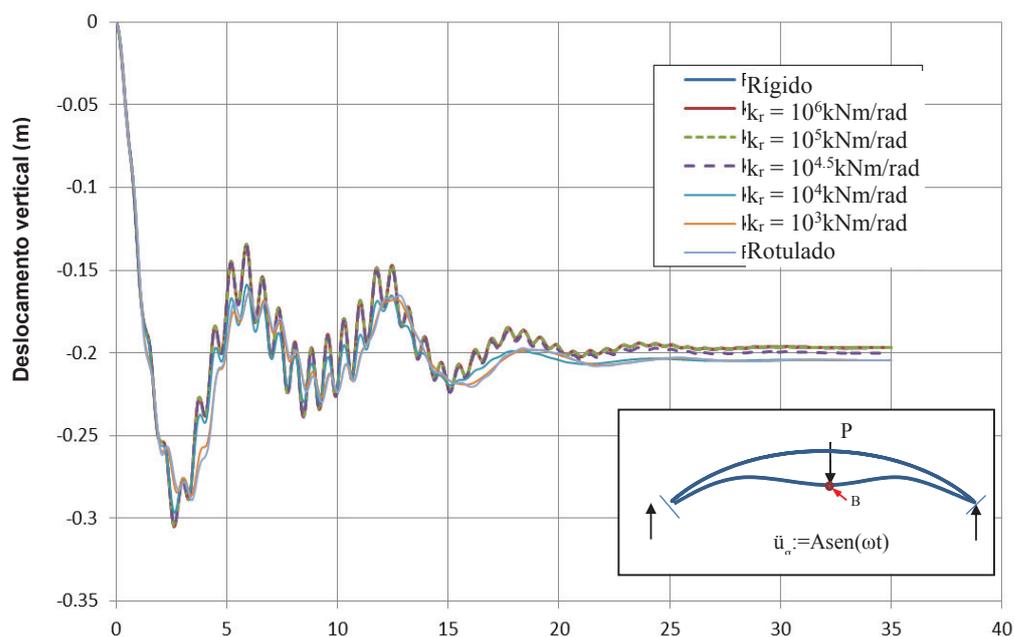
A diferença entre a resposta linear e não linear é menor que 5% para amplitudes de aceleração de base menores que quatro vezes a aceleração da gravidade, para ambas as estruturas estudadas (T-2 e Po-6). É importante salientar que valores de aceleração de base superiores a quatro vezes a aceleração da gravidade são excessivos se considerado que nos sismos as acelerações máximas oscilam na ordem de 0.5 a uma vez a aceleração da gravidade e, supondo ampliações por condições de sítio (solo com características de amplificação), entre 2.5 a 3 vezes a aceleração da gravidade. Exemplo disto são os registros de aceleração sísmica de eventos como El Centro (1940) e Kobe (1995), onde as acelerações máximas registradas foram de 0.4g e 0.5g, respectivamente. Por outro lado, o nível de deslocamento atingido em ambos os casos para acelerações de magnitude maior que 4g é excessivo para situações práticas encontradas na engenharia civil. Entretanto, acelerações bem maiores que os valores considerados são encontrados em problemas envolvendo estruturas aeroespaciais.

#### 4.3.1.4.

##### **Não linearidade geométrica e variação da rigidez linear da base**

Nesta seção é estudada a influência da variação da rigidez da base em estruturas com grande não linearidade geométrica. Para isto, a estrutura estudada na presente seção é o arco abatido Ac-1, já que este apresenta diferença visível entre a resposta linear e não linear para valores de aceleração de base próximos aos valores convencionais de aceleração registradas em sismos, como mostra a Figura 4.15.

Na Figura 4.23 é mostrada a resposta no tempo do deslocamento vertical do centro do arco Ac-1, considerando um deslocamento harmônico de base atuando por um tempo  $T_g = 15s$ , uma força estática  $P = 0.2kN$  e a flexibilidade rotacional dos apoios,  $k_r$ . Pode ser observado que a respostas para os valores extremos  $k_r = \infty$  e  $k_r = 0$ , ou seja, nos casos de apoio rígido e rotulado, são muito próximas para os valores considerados de amplitude de aceleração de base, carga estática e frequência de excitação. Para valores intermediários de  $k_r$  a resposta encontra-se entre as respostas destes valores limites de rigidez rotacional de base.



**Figura 4.23 – Deslocamento vertical de B em Ac-1 x t.  $A=0.4g$ ,  $C=0.75M$ ,  $\omega=5.0rad/s$ ,  $P=0.2kN$ .  $k_h=rígido$ . Duração da excitação de base  $T_g = 15s$ .**

A Figura 4.24 mostra a variação do deslocamento vertical no centro do arco ao longo do tempo, considerando flexibilidade translacional da base no sentido horizontal, ou seja, rigidez horizontal da base  $k_h$ . Pode-se observar uma diferença importante entre a consideração de base rígida e base flexível. Observa-se também que, para valores de rigidez horizontal superiores a  $10^6$  kN/m, a resposta do sistema é muito próxima da resposta considerando base rígida. De forma análoga, para valores de  $k_h$  menores que  $10^4$  kN/m, a resposta é próxima da resposta supondo extremos sem restrição a deslocamento horizontal. Este comportamento

também é notado na Figura 4.25, que apresenta a curva de ressonância para a vibração vertical do centro do arco.

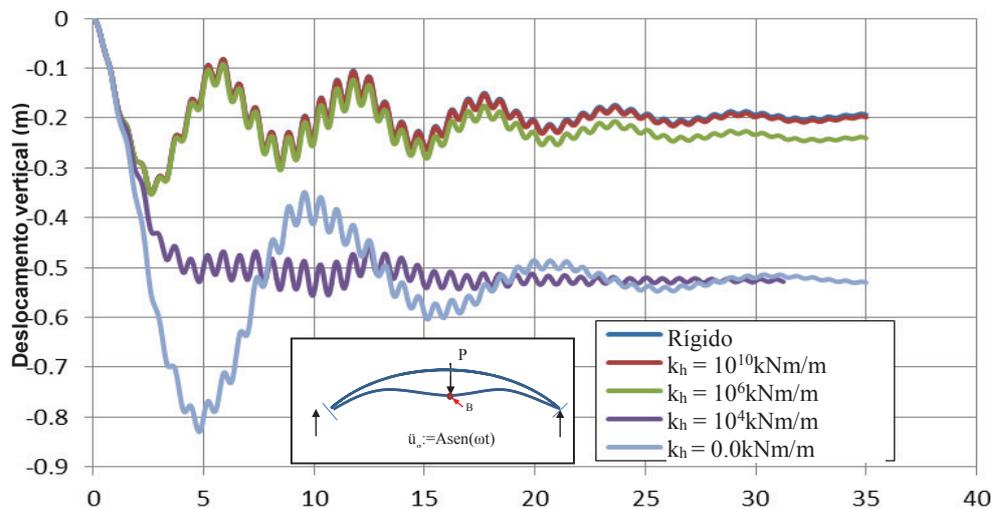


Figura 4.24 – Deslocamento vertical de B em Ac-1 vs. t.  $A=0.4g$ ,  $C=0.75M$ ,  $\omega=5.0$  rad/s,  $P=0.2$ .  $k_r$ =rígido. Duração da excitação de base  $T_g = 15s$ .

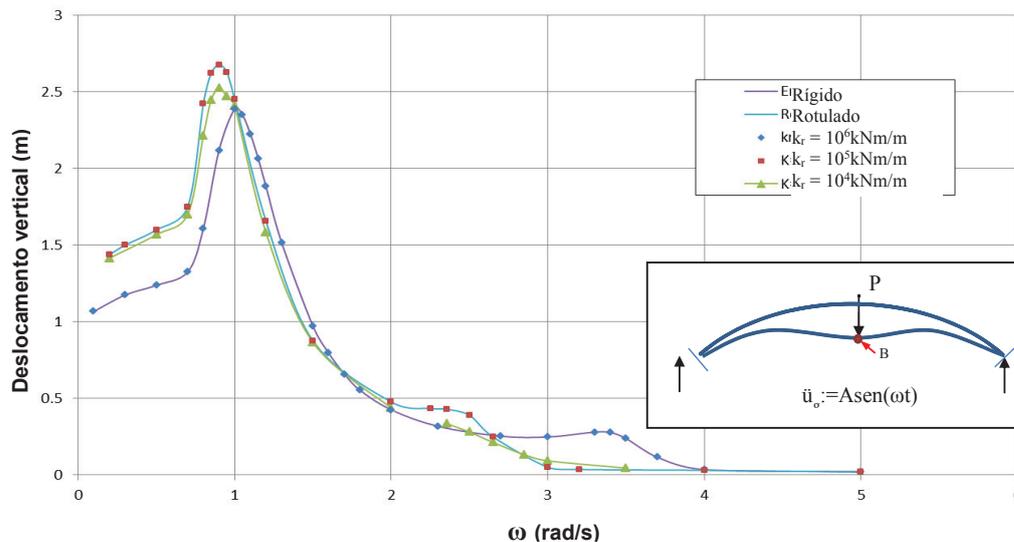
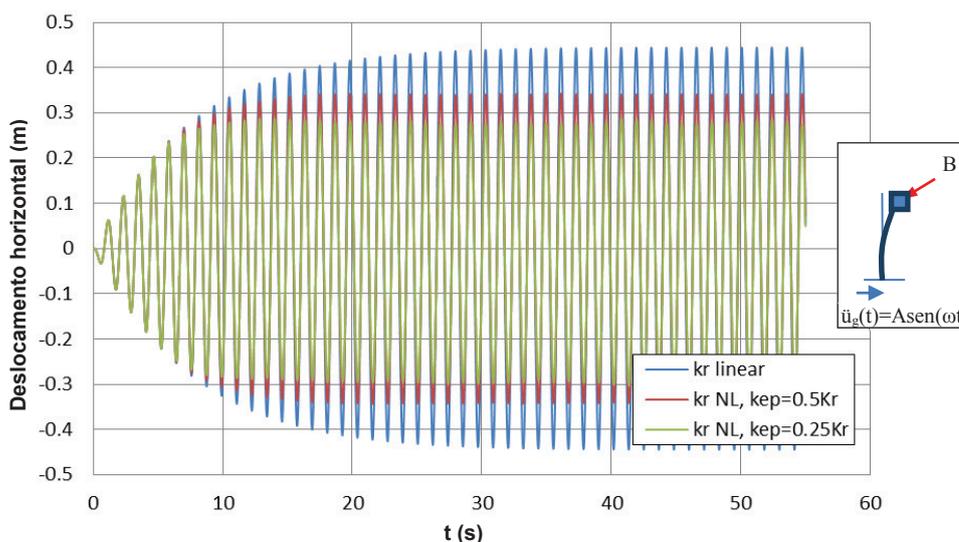


Figura 4.25 – Deslocamento horizontal máximo de B em Ac-1 na fase permanente vs. frequência de excitação.  $A = 0.4g$ ,  $C = 0.25M$ ,  $P = 0$ ,  $k_h =$  infinito.

#### 4.3.2. Consideração de base elasto-plástica

Na presente seção é estudada a influência do comportamento elasto-plástico da base na resposta dinâmica da estrutura. Para este fim, consideram-se molas

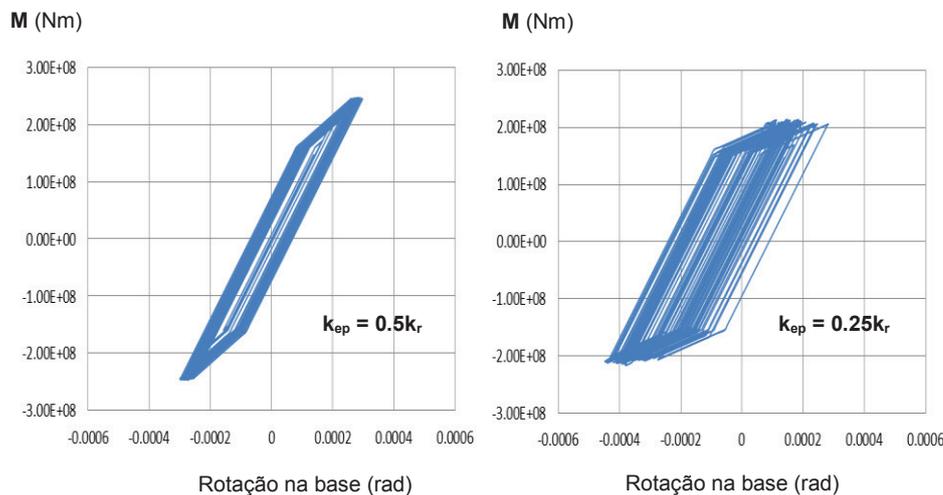
com comportamento elasto-plástico. Na presente seção é estudada a torre T-2, que tem apoio com flexibilidade à rotação. Na Figura 4.26 é mostrada a resposta no tempo do deslocamento horizontal do topo da torre T-2, considerando uma mola rotacional elasto-plástica com momento de plastificação  $M_p = 160\text{MNm}$ . Este momento é adotado analisando a resposta considerando rigidez rotacional linear, de tal modo que, para a sollicitação dada, o momento de plastificação seja atingido e a base da estrutura entre em regime elasto-plástico. Pode-se notar que, quando considerado um comportamento elasto-plástico da mola rotacional, os deslocamentos na fase permanente diminuem; isto devido à dissipação da energia na plastificação. Neste caso não é possível considerar plasticidade perfeita já que o sistema ficaria hipostático. Também pode ser observado que, quando diminuí a rigidez no regime elasto-plástico, os deslocamentos máximos na fase permanente diminuem por aumento da dissipação.



**Figura 4.26 – Deslocamento horizontal de B em T-1 x t.  $A=0.4g$ ,  $C=0.25M$ ,  $k_r=10^{11}\text{kNm/rad}$ ,  $\omega=5.40\text{rad/s}$ ,  $M_p=160\text{MNm}$ .**

Na Figura 4.27 é mostrado o comportamento histerético da mola rotacional elasto-plástica para os dois valores de rigidez elasto-plástica considerados. Pode ser visto que, para uma rigidez no regime elasto-plástico  $0.5k_r$ , há uma menor acumulação de rotações permanentes que para o caso de  $k_{ep}=0.25k_r$ , onde há uma clara evidência de rotações permanentes já que a relação momento-rotação mostra diversos ciclos à esquerda da origem.

Estes resultados também evidenciam que, em estruturas sujeitas a movimentos de base, mecanismos capazes de dissipar energia podem ser usados de forma eficiente para controlar a amplitude das vibrações e, conseqüentemente, os esforços adicionais na estrutura.



**Figura 4.27 – Relação Momento vs. Rotação na base.  $A=0.4g$ ,  $C=0.25M$ ,  $k_r=10^{11}kNm/rad$ ,  $\omega=5.40rad/s$ ,  $M_p=160MNm$ .**

#### 4.4. Análise Sísmica

##### 4.4.1. Geração de sismo artificial

Na geração de sismos artificiais é empregado o algoritmo de superposição de harmônicos descrito na seção 3.4. Para a geração randômica do ângulo de fase é usado um algoritmo de geração randômica de números de distribuição uniforme com congruência mista (Fisher, 2011) que gera números de forma pseudoaleatória a través da seguinte fórmula de recursiva:

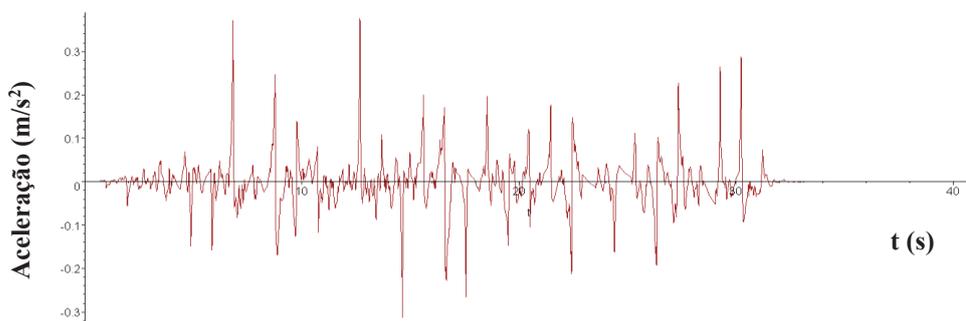
$$x_i := m \left( \frac{a x_{i-1} + c}{m} - \text{floor} \left( \frac{a x_{i-1} + c}{m} \right) \right) \quad (4.1)$$

onde  $a$  e  $c$  são coeficientes que dependem do tipo de distribuição dos números a serem gerados e  $m$  é o tamanho do universo possível de dados a obter. Para dados que sigam uma distribuição uniforme é sugerido usar os valores  $a=c=255$  (Fisher, 2011). No presente trabalho adota-se  $m = 2064$ . O operador *floor* (..) devolve o

valor absoluto mais próximo do argumento. O algoritmo depende de um valor inicial para  $x$ ,  $x_0$ , chamado também de valor semente. Este valor pode ser adotado de forma aleatória. Pode-se adotar, por exemplo, a hora da geração ou algum outro critério onde o usuário tenha o menor nível de participação possível. O algoritmo gera números reais de 0 a 1. Para encontrar os ângulos de fase aleatórios em radianos, cada número gerado deve ser multiplicado por  $2\pi$ , ou seja:

$$\alpha_i = x_i \cdot 2\pi \quad (4.2)$$

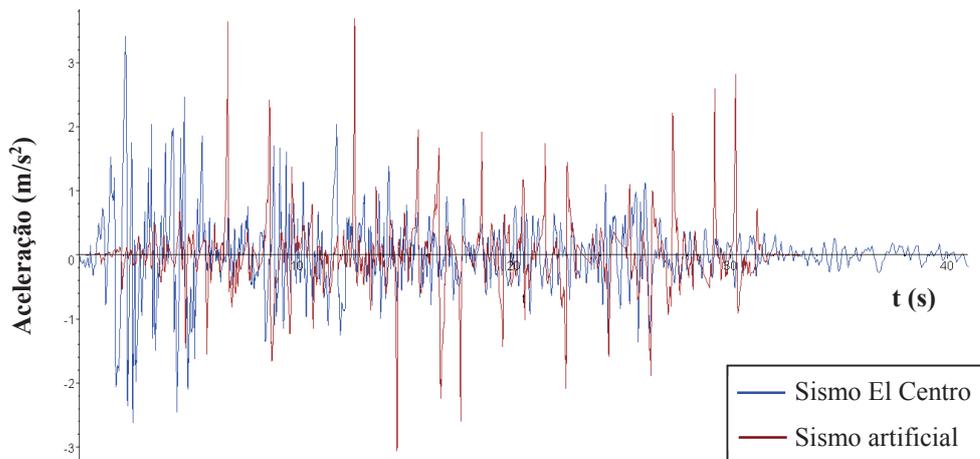
Na presente seção, é gerado um acelerograma artificial pelo método de superposição de harmônicos, utilizando um valor de semente de  $x_0 = 5$  e usando o espectro de potência do sismo “El Centro” (Clough e Penzien). São gerados 2064 ângulos fase pseudoaleatórios. Na Figura 4.28 é apresentada a aceleração sísmica artificial normalizada para um pico de aceleração máxima igual a 0.39g, similar à aceleração máxima do sismo El Centro (1940).



**Figura 4.28 – Sismo artificial gerado a partir do espectro de potência do sismo “El centro (1940)” direção Norte-Sul.**

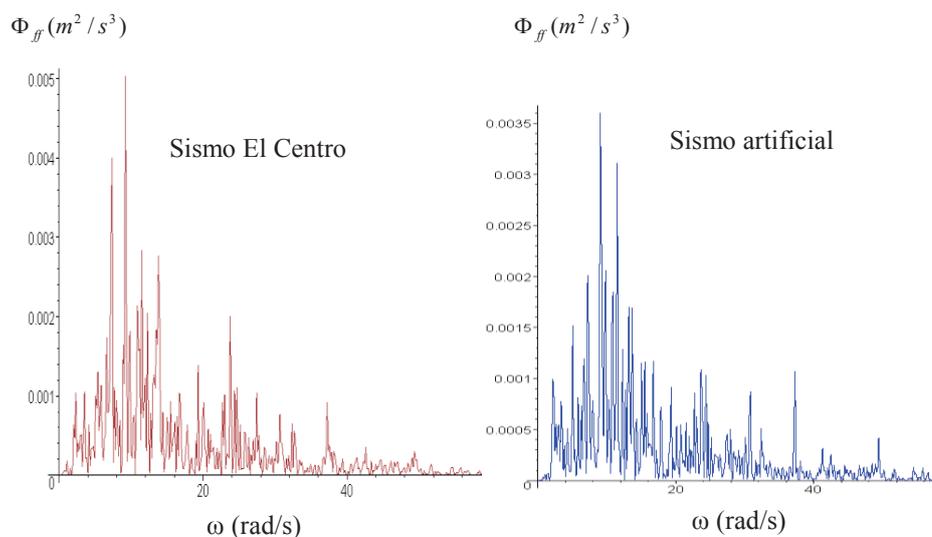
Cabe salientar que, a partir de um espectro de densidade de potência, podem ser gerados inúmeros acelerogramas artificiais, devendo-se realizar estudos de confiabilidade para a determinação do sismo de projeto. Na Figura 4.29, são superpostos o acelerograma do sismo El Centro e o acelerograma que foi obtido a partir deste, o qual foi normalizado para ter um pico de aceleração máxima igual ao sismo de origem. Pode ser visto que ambos os acelerogramas têm diferenças na quantidade de picos de aceleração e no instante em que eles acontecem, produto

dos ângulos de fase aleatórios e da definição do tempo de duração da fase intensa, maior no sismo artificial.



**Figura 4.29 – Superposição de acelerogramas do sismo artificial e o sismo “El Centro”.**

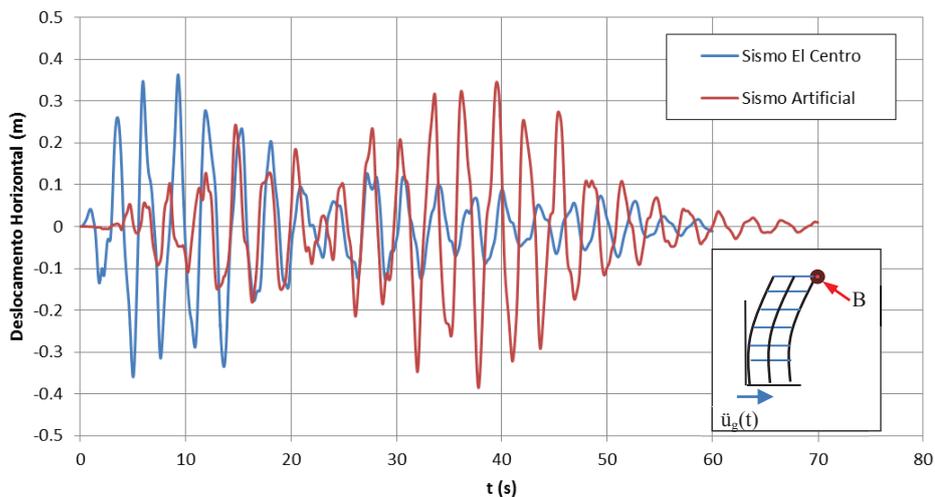
Apesar das diferenças entre o acelerogramas real e artificial, a relação intrínseca entre estes dois registros pode ser observada nos espectros de densidade de potência correspondentes mostrados na Figura 4.30, onde se pode verificar que ambos os espectros possuem o mesmo conteúdo de frequências, justificado pelo processo de geração do sismo artificial, o qual é composto pelos harmônicos presentes no sismo de origem.



**Figura 4.30 – Comparação entre espectros de densidade de potência.**

#### 4.4.2. Comparação entre as resposta com sismos real e artificial

Nesta seção é estudada a resposta linear do sistema Po-6 (pórtico de seis andares) quando submetido a ação sísmica, considerando como solicitações os acelerogramas de El Centro direção Norte-Sul e o gerado artificialmente a partir deste, mostrados na Figura 4.29. Na Figura 4.31 é apresentada a resposta no tempo do deslocamento horizontal do topo do sistema Po-6, considerando comportamento linear elástico e base com rigidez rotacional linear.

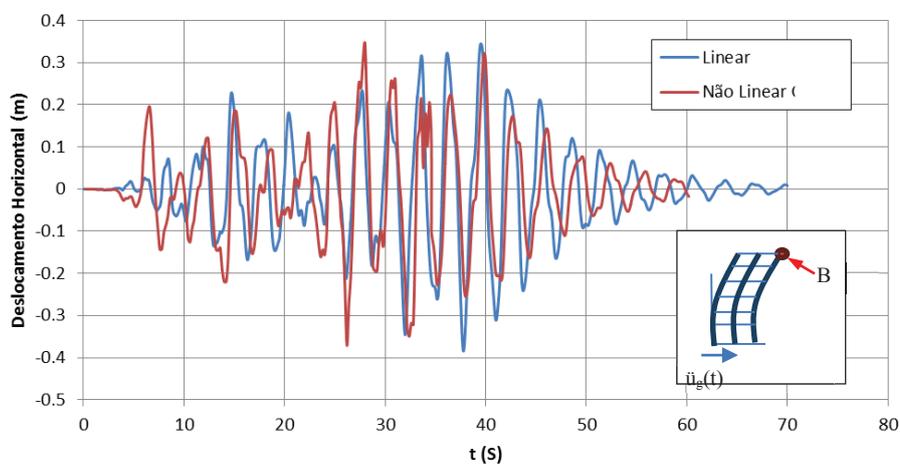


**Figura 4.31 – Deslocamento horizontal no tempo do topo do sistema Po-6.  $C=0,25M$ ,  $k_r=10^{11}kNm/rad$ .  $t_s=50seg$ ,  $t_{if} = 5seg$ ,  $t_{ff} = 40seg$ .**

Na Figura 4.31 pode ser visto que a resposta obtida considerando como excitação o sismo real El Centro tem uma configuração diferente da calculada com o sismo artificial no que diz respeito ao tempo em que acontecem os maiores deslocamentos, sendo que, para o caso do sismo El Centro, os deslocamentos máximos encontram-se nos primeiros 20s de duração do sismo, e no sismo artificial estão compreendidos entre os 25 e 45 segundos. Apesar disto, há uma proximidade no nível do deslocamento máximo, sendo em torno de 0.372m no caso do sismo El Centro, e de 0.385m no caso do sismo artificial. Isto mostra a proximidade entre as potências dos dois sismos estudados. A diferença do tempo em que ocorrem a fases intensas de deslocamentos é importante em uma análise que considere comportamento não linear de material, na qual a resposta pode mudar de forma importante dependendo do histórico de deformações no material, como é o caso de plastificação ou dano.

#### 4.4.3. Excitação sísmica e não linearidade geométrica

Para avaliar o efeito da não linearidade geométrica, é estudada a resposta da estrutura Po-6, submetida à ação do sismo artificial. Na Figura 4.32 pode-se observar que a consideração de não linearidade geométrica se traduz em uma diferença de configuração comparando com a resposta do sistema linear. Observa-se que em ambos os casos o deslocamento máximo é próximo a 0.39m, porém estes ocorrem em tempos distintos.

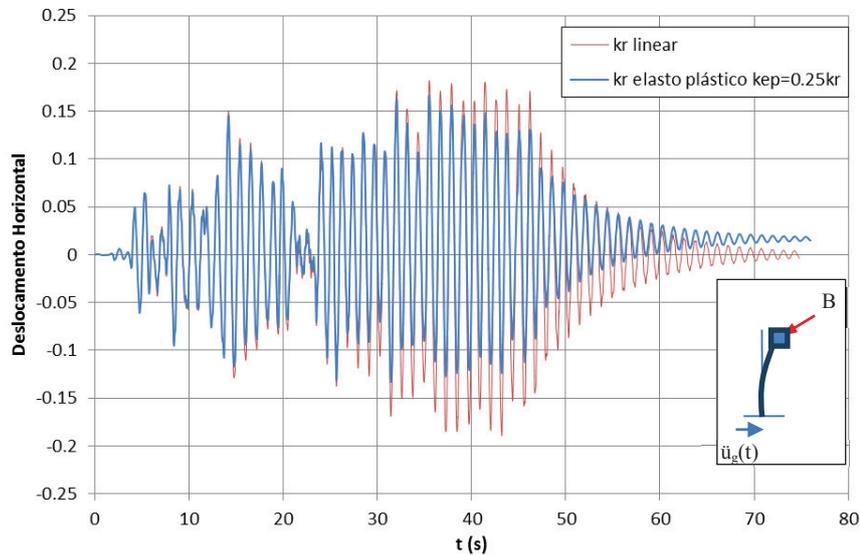


**Figura 4.32 – Deslocamento horizontal de B em Po-6 x t, sismo Artificial. C = 0.25M,  $k_r = 10^7$  kNm/rad,  $t_s = 50$  seg,  $t_{if} = 5$  seg,  $t_{ff} = 40$  seg.**

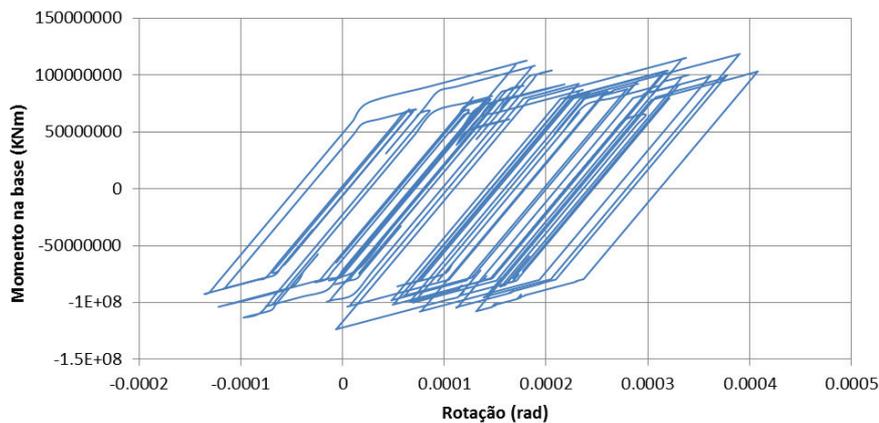
#### 4.4.4. Excitação sísmica e elasto-plasticidade da base

Nesta seção é estudada a influência da plasticidade quando a estrutura é excitada sísmicamente. Para isto considera-se a estrutura T-1 com um apoio com flexibilidade rotacional com comportamento elasto-plástico. Na Figura 4.33 pode ser observado que a consideração do comportamento elasto-plástico modifica bastante a resposta do sistema, diminuindo a magnitude dos deslocamentos, evidenciando desta forma a dissipação associada à plasticidade, assim como a ocorrência de um deslocamento permanente ao término do sismo em virtude da

acumulação de deformação plástica. A deformação permanente é evidenciada também na Figura 4.34, onde se mostra a relação momento-rotação na base.



**Figura 4.33 – Deslocamento horizontal de B em T-1 x t, sismo Artificial.  $C=0.25M$ ,  $k_r=10^{11}kNm/rad$ .  $t_s=55s$ ,  $t_{if} = 5s$ ,  $t_{ff} = 45s$ .  $M_p=80MNm$ .**



**Figura 4.34 – Relação Momento x Rotação na base. Sismo artificial.  $C = 0.25M$ ,  $k_r = 10^{11}kNm/rad$ ,  $t_s = 55s$ ,  $t_{if} = 5s$ ,  $t_{ff} = 45s$ ,  $M_p = 80MNm$ .**