



**Eidy Marianne Matias Bittencourt**

**Simulação e Otimização Estocástica para  
Contratação de Energia Elétrica de Grandes  
Consumidores**

**Dissertação de Mestrado**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio.

Orientador: Prof. Delberis Araujo Lima

Rio de Janeiro  
Agosto de 2016



**Eidy Marianne Matias Bittencourt**

**Simulação e Otimização Estocástica para  
Contratação de Energia Elétrica de Grandes  
Consumidores**

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Departamento de Engenharia Elétrica do Centro Técnico Científico da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

**Prof. Delberis Araujo Lima**

Orientador

Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

**Prof. Álvaro de Lima Veiga Filho**

Departamento de Engenharia Elétrica – PUC-Rio

**Prof. Djalma Mosqueira Falcão**

UFRJ

**Prof. Márcio da Silveira Carvalho**

Coordenador Setorial do Centro

Técnico Científico – PUC-Rio

Rio de Janeiro, 29 de agosto de 2016

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, da autora e do orientador.

### **Eidy Marianne Matias Bittencourt**

Graduou-se em Engenharia Elétrica na UFG (Universidade Federal de Goiás) em 2008. Sua área de pesquisa envolve mercados de energia elétrica, otimização e contratação eficiente de energia elétrica para grandes consumidores.

#### Ficha Catalográfica

Bittencourt, Eidy Marianne Matias

Simulação e otimização estocástica para contratação de energia elétrica de grandes consumidores / Eidy Marianne Matias Bittencourt; orientador: Delberis Araujo Lima. – 2016.

95 f. : il. color. ; 29,7 cm

Dissertação (mestrado)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Elétrica, 2016.

Inclui bibliografia

1. Engenharia elétrica – Teses. 2. Otimização estocástica. 3. Contratação de energia elétrica. 4. Grandes consumidores. 5. Conditional Value at Risk (CVaR). I. Lima, Delberis Araujo. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Engenharia Elétrica. III. Título.

CDD: 621.3

Para meus pais Vivina Maria e José Inocêncio.

## Agradecimentos

A Deus em primeiro lugar, pela sabedoria, perseverança e bênçãos concedidas.

Aos meus pais, Vivina Maria e José Inocêncio, por acreditarem na realização desse sonho e por todo amor, apoio, paciência e dedicação incondicionais sempre.

Aos meus familiares e amigos, por sempre torcerem por mim e comemorarem minhas vitórias ao meu lado.

Aos meus chefes e colegas da CEB Distribuição S.A., pelo apoio.

Aos meus professores da UFG, pela formação e pelo apoio.

Aos meus amigos do LSE, pelo conhecimento compartilhado, companheirismo, ajuda, paciência e motivação diários.

Ao meu orientador Delberis, pela oportunidade conferida, aprendizado proporcionado e dedicação ao trabalho.

Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica da PUC-Rio, pela qualidade do ensino e excelente infraestrutura, essenciais para a execução do curso de mestrado.

Ao CNPq, à CAPES e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos, sem os quais este trabalho não teria sido realizado.

## Resumo

Bittencourt, Eidy Marianne Matias; Lima, Delberis Araujo. **Simulação e Otimização Estocástica para Contratação de Energia Elétrica de Grandes Consumidores**. Rio de Janeiro, 2016. 95p. Dissertação de Mestrado – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

A contratação de energia elétrica no Brasil por parte de grandes consumidores é feita de acordo com o nível de tensão e considerando dois ambientes: o Ambiente Regulado e o Ambiente Livre. Os grandes consumidores são aqueles que possuem carga igual ou superior a 3 MW, atendidos em qualquer nível de tensão e a energia pode ser contratada em quaisquer desses ambientes. Um grande desafio para esses consumidores é determinar a melhor alternativa de contratação. Para tratar este problema, é preciso ter em conta que o consumo de energia e a demanda de potência requerida são variáveis desconhecidas no momento da contratação do consumidor, sendo necessário estimá-las. Esta dissertação propõe atacar este problema por uma metodologia que envolve simulação de cenários futuros de demanda máxima de potência e energia total consumida e otimização estocástica dos cenários simulados para definir o melhor contrato. Dada a natureza estocástica do problema, empregou-se o CVaR (*Conditional Value at Risk*) como medida de risco para o problema de otimização. Para ilustrar, os resultados da contratação foram obtidos para um grande consumidor real considerando a modalidade Verde A4 no Ambiente Regulado e um contrato de quantidade no Ambiente Livre.

## Palavras-chave

Otimização Estocástica; Contratação de Energia Elétrica; Grandes Consumidores; *Conditional Value at Risk* (CVaR).

## Abstract

Bittencourt, Eidy Marianne Matias; Lima, Delberis Araujo (Advisor). **Simulation and Stochastic Optimization for Energy Contracting of Large Consumers**. Rio de Janeiro, 2016. 95p. MSc. Dissertation – Departamento de Engenharia Elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

The energy contracting in Brazil for large consumers is done according to the voltage level and considering two environments: the Regulated Environment and the Free Environment. Large consumers are those characterized by installed load equal to or greater than 3 MW, supplied at any voltage level and its energy contract can be chosen between any of these two environments. A major challenge for these consumers is to determine the best alternative of contracting. To address this problem, it must be taken into account that the energy consumption and the required power demand are unknown variables by the time of consumer contracting, being necessary to estimate them. This dissertation proposes to tackle this problem by a methodology based on the simulation of future scenarios of maximum power demand and total consumed energy and on stochastic optimization of these simulated scenarios in order to define the best contract. Given the stochastic nature of the problem, it was used the CVaR (Conditional Value at Risk) as a measure of risk for the optimization problem. To illustrate, the contracting results were obtained for a large real consumer considering the Green Tariff group A4 in the Regulated Environment and a quantity contract in the Free Environment.

## Keywords

Stochastic Optimization; Energy Contracting; Large Consumers; Conditional Value at Risk (CVaR).

## Sumário

1	Introdução	20
1.1	Motivação e Objetivos	22
1.2	Revisão Bibliográfica	23
1.3	Estrutura da Dissertação	25
2	Modelos de Previsão de Séries Temporais	27
2.1	Série Temporal	27
2.1.1	Análise no Domínio do Tempo	29
2.2	Processo Estocástico	31
2.3	Previsão de Séries Temporais	32
2.3.1	Método Ingênuo	34
2.3.2	Método Média Móvel	34
2.3.3	Métodos de Amortecimento Exponencial	34
2.3.4	Método de Amortecimento Direto	36
2.3.5	Regressão Dinâmica	36
2.3.6	Modelos de Box & Jenkins	37
2.4	Métricas de Avaliação dos Modelos	45
2.4.1	Erro Médio Absoluto Percentual (MAPE)	45
2.4.2	Coefficiente de Determinação ( $R^2$ )	45
2.4.3	Crítérios de Informação	46
3	Tratamento das Séries Temporais	47
3.1	Modelagem das Séries Temporais	47
3.1.1	Modelagem por Box & Jenkins com Função de Transferência	49
3.2	Previsão das Séries Temporais	52
3.2.1	Previsão por Box & Jenkins com Função de Transferência	52
3.3	Geração dos Cenários	54

4	Ambientes de Contratação	58
4.1	Ambiente de Contratação Regulada	58
4.2	Ambiente de Contratação Livre	59
5	Medidas de Risco	62
5.1	<i>Value at Risk</i> (VaR)	62
5.2	<i>Conditional Value at Risk</i> (CVaR)	63
6	Modelos de Otimização	65
6.1	Otimização da Demanda Máxima de Potência Contratada	65
6.2	Otimização da Energia Total Contratada	68
7	Resultados e Discussões	71
7.1	Resultados de Otimização da Demanda Máxima de Potência Contratada para 2015	71
7.2	Resultados de Otimização da Série Energia Total Consumida para 2015	79
8	Conclusão e Perspectivas	88
9	Referências bibliográficas	90

## Lista de Figuras

Figura 2.1 – Processo estocástico e série temporal [24]	32
Figura 2.2 – Exemplo das componentes tendência e sazonalidade	36
Figura 2.3 – Geração de uma série temporal	38
Figura 2.4 – Processo previsor de Box & Jenkins	38
Figura 3.1 – Série DMAX	48
Figura 3.2 – Série ET	48
Figura 3.3 – Série DiasLET	49
Figura 3.4 – ACF e PACF: DMAX	50
Figura 3.5 – ACF e PACF: Resíduos DMAX	50
Figura 3.6 – ACF e PACF: ET	51
Figura 3.7 – ACF e PACF: Resíduos ET	52
Figura 3.8 – Previsão de DMAX por BJFT (kW)	53
Figura 3.9 – Previsão de ET por BJFT (kWh)	54
Figura 3.10 – Checagem Normalidade Resíduos: Previsão DMAX	54
Figura 3.11 – Checagem Normalidade Resíduos: Previsão ET	55
Figura 3.12 – Simulação de Cenários: DMAX	55
Figura 3.13 – Simulação de Cenários: ET	56
Figura 3.14 – Histórico e Simulação: Quantis DMAX	56
Figura 3.15 – Histórico e Simulação: Quantis ET	57
Figura 5.1 – VaR de uma dada distribuição de renda	63
Figura 5.2 – CVaR de uma dada distribuição de renda	64
Figura 5.3 – Comparação entre o CVaR de duas distribuições de probabilidade [52]	64
Figura 7.1 – Perfis de contratação de DMAX para 2015	73
Figura 7.2 – Custos anuais de contratação de DMAX para 2015	73
Figura 7.3 – Perfil ótimo de DMAX 2015, quantis dos cenários e limites históricos	74
Figura 7.4 – Histórico de DMAX entre 2008 e 2015	75

Figura 7.5 – Perfis de contratação de DMAX para 2015 quando 2014=2015	77
Figura 7.6 – Custos anuais de contratação de DMAX para 2015 quando 2014=2015	78
Figura 7.7 – Novo perfil ótimo de DMAX 2015 (2014=2015), quantis dos cenários e limites históricos	79
Figura 7.8 – Comparação entre ACR e ACL para diferentes preços de contrato	82
Figura 7.9 – Medição e perfis de contratação de QT para 2015, Pelivre = 160 R\$/MWh	83
Figura 7.10 – Medição e perfis de contratação de QT para 2015, Pelivre = 240 R\$/MWh	83
Figura 7.11 – Medição e perfis de contratação de QT para 2015, Pelivre = 320 R\$/MWh	84
Figura 7.12 – Custos anuais de contratação de QT para 2015, Pelivre = 160 R\$/MWh	84
Figura 7.13 – Custos anuais de contratação de QT para 2015, Pelivre = 240 R\$/MWh	85
Figura 7.14 – Custos anuais de contratação de QT para 2015, Pelivre = 320 R\$/MWh	85
Figura 7.15 – Perfil ótimo de QT 2015, quantis dos cenários e limites históricos, Pelivre = 160 R\$/MWh	86
Figura 7.16 – Perfil ótimo de QT 2015, quantis dos cenários e limites históricos, Pelivre = 240 R\$/MWh	86
Figura 7.17 – Perfil ótimo de QT 2015, quantis dos cenários e limites históricos, Pelivre = 320 R\$/MWh	87

## Lista de Tabelas

Tabela 3.1 – Valores previstos da série de demanda máxima de potência por BJFT (kW)	53
Tabela 3.2 – Valores previstos da série de energia total consumida por BJFT (kWh)	53
Tabela 7.1 – Perfis ótimos de demanda de potência contratada para 2015 (kW)	72
Tabela 7.2 – <i>CustoD</i> para 2015, Xpress, (R\$)	72
Tabela 7.3 – <i>CustoD</i> para 2015, Medição e Tarifa Reais, (R\$)	72
Tabela 7.4 – Média histórica e valores máximos de demanda de potência, (kW)	74
Tabela 7.5 – Custos mensais de demanda de potência para 2015, $\lambda = 0$ , (R\$)	75
Tabela 7.6 – Custos mensais de demanda de potência para 2015, $\lambda = 0.5$ , (R\$)	75
Tabela 7.7 – Custos mensais de demanda de potência para 2015, $\lambda = 1$ , (R\$)	76
Tabela 7.8 – Perfis ótimos de demanda de potência contratada para 2015 sendo o ano de 2014 igual ao ano de 2015 (kW)	76
Tabela 7.9 – <i>CustoD</i> para 2015, Xpress, sendo o ano de 2014 igual ao ano de 2015 (R\$)	76
Tabela 7.10 – <i>CustoD</i> para 2015, Medição e Tarifa Reais, sendo o ano de 2014 igual ao ano de 2015 (R\$)	77
Tabela 7.11 – Custos mensais de demanda de potência para 2015, $\lambda = 0$ , sendo o ano de 2014 igual ao ano de 2015 (R\$)	78
Tabela 7.12 – Média histórica do PLD médio entre 2008 e 2014 (R\$/MWh)	79
Tabela 7.13 – Valores mínimos e máximos dos cenários de energia total consumida, (MWh)	80

Tabela 7.14 – Perfis ótimos de energia total contratada para 2015, <i>Pelivre</i> = 160 R\$/MW , (MWh)	80
Tabela 7.15 – Perfis ótimos de energia total contratada para 2015, <i>Pelivre</i> = 240 R\$/MW , (MWh)	80
Tabela 7.16 – Perfis ótimos de energia total contratada para 2015, <i>Pelivre</i> = 320 R\$/MW , (MWh)	80
Tabela 7.17 – <i>CustoE</i> para 2015 para $P_e^{livre} \in 160, 240, 320$ R\$/MW , Xpress, (R\$)	81
Tabela 7.18 – <i>CustoE</i> para 2015 para $P_e^{livre} \in 160, 240, 320$ R\$/MW , Medição e Tarifas Reais, (R\$)	82

# Nomenclatura

## Caracteres Romanos Maiúsculos

$C_{s,t}$	Função que calcula o custo associado à demanda de potência /energia contratada para o mês $t$ e o cenário $s$
$C_t^{cat}$	Custo do consumidor cativo no mês $t$
$C_t^{livre}$	Custo do consumidor livre no mês $t$
$C_T^{livre}$	Custo do consumidor livre no período de análise
$Custo_D$	Custo ótimo anual de demanda de potência
$Custo_E$	Custo ótimo anual de energia
$D_{MAX}$	Demanda máxima de potência
$Dias_{LET}$	Dias letivos
$D_t$	Maior valor entre a demanda de potência contratada e a demanda máxima de potência registrada no mês $t$
$D_t^c$	Demanda de potência contratada no mês $t$
$D_t^{max}$	Demanda máxima de potência registrada no mês $t$
$D_{s,t}^{max}$	Demanda máxima de potência simulada no mês $t$ e no cenário $s$
$D_t^u$	Demanda de potência de ultrapassagem dada pela diferença entre a demanda máxima de potência registrada no mês $t$ e a demanda de potência contratada no mês $t$ quando $D_t^{max} > 1,05D_t^c$
$D_{s,t}^u$	Demanda de potência de ultrapassagem dada pela diferença entre a demanda máxima de potência simulada no mês $t$ e no cenário $s$ e a demanda de potência contratada ótima quando $D_{s,t}^{max} > 1,05D_t^c$
$D_t^c$	Demanda de potência contratada ótima no mês $t$
$D_{s,t}$	Maior valor entre a demanda de potência contratada ótima e a demanda máxima de potência simulada no mês $t$ e no cenário $s$
$E_T$	Energia total consumida

$E_t^{fp}$	Energia consumida fora da ponta no mês $t$
$E_t^p$	Energia consumida na ponta no mês $t$
$E_t^{tot}$	Energia total consumida no mês $t$
$E_{s,t}^{fp}$	Energia fora da ponta simulada no mês $t$ e no cenário $s$
$E_{s,t}^p$	Energia na ponta simulada no mês $t$ e no cenário $s$
$E_{s,t}^{tot}$	Energia total simulada no mês $t$ e no cenário $s$
$M$	Número grande ( <i>Big M</i> ) utilizado como parâmetro auxiliar
$p_e^{livre}$	Preço do contrato no ACL
$Pen_{spot}$	Penalidade por exposição negativa no período de análise
$Perdas_t$	Parcela do custo associada às perdas de energia no mês $t$
$Q_t$	Quantidade de energia contratada no mês $t$
$Q_t$	Quantidade de energia contratada ótima no mês $t$
$ T $	Número de meses dentro do período de análise
$T$	Período de análise
$T_D$	Tarifa de demanda de potência (resolução ANEEL)
$T_D^u$	Tarifa de ultrapassagem de demanda de potência (resolução ANEEL)
$T_E^{fp}$	Tarifa de consumo de energia fora da ponta (resolução ANEEL)
$T_E^p$	Tarifa de consumo de energia na ponta (resolução ANEEL)
$TUSD_D$	Tarifa de demanda de potência (resolução ANEEL)
$TUSD_D^u$	Tarifa de ultrapassagem de demanda de potência (resolução ANEEL)
$TUSD_E^{fp}$	Tarifa de energia fora da ponta (resolução ANEEL)
$TUSD_E^p$	Tarifa de energia na ponta (resolução ANEEL)
$Tributos_{ICMS_t}$	Parcela do custo associada à incidência do tributo ICMS no mês $t$
$Tributos_{ICMS_{s,t}}$	Parcela do custo associada à incidência do tributo ICMS no mês $t$ e no cenário $s$

$Tributos_{ICMS_t}^{Perdas}$	Parcela do custo associada à incidência do tributo ICMS sobre a parcela de perdas de energia no mês $t$
$Tributos_{COFINS_t}^{PIS}$	Parcela do custo associada à incidência dos tributos PIS e COFINS no mês $t$
$Tributos_{COFINS_{s,t}}^{PIS}$	Parcela do custo associada à incidência dos tributos PIS e COFINS no mês $t$ e no cenário $s$

### Caracteres Romanos Minúsculos

$d_0$	Demanda de potência contratada no primeiro mês
$d_{s,t}^u$	Ultrapassagem da demanda de potência contratada do mês $t$ e do cenário $s$
$tol$	Percentual de tolerância de contratação de energia
$u$	Percentual tolerado de ultrapassagem da demanda de potência contratada
$w_t$	Variável auxiliar que atinge o valor em risco (VaR) da distribuição de custos no mês $t$ para o período de análise
$x_t$	Variável binária indicativa de ultrapassagem da demanda de potência contratada no mês $t$
$y_t$	Variável binária indicativa de redução da demanda de potência contratada no mês $t$
$z_t$	Variável auxiliar que trata o produto de variável quando há ultrapassagem da demanda de potência contratada no mês $t$

### Caracteres Gregos Maiúsculos

$\Delta_{s,t}$	Tolerância de demanda de potência do mês $t$ e do cenário $s$
----------------	---

### Caracteres Gregos Minúsculos

$\alpha$	Parâmetro de aversão ao risco que define o nível de confiança da medida de risco CVaR
$\delta$	Valor de Referência (VR) ANEEL
$\delta_{s,t}$	Variável auxiliar que representa o lado esquerdo de custos a partir do valor de custo $w_t$ no mês $t$ e no cenário $s$ para o

	período de análise
$\varepsilon$	Ruído
$\lambda$	Constante que faz a ponderação entre Valor Esperado (VE) e CVaR
$\pi_t$	PLD associado ao mês $t$
$\pi_t^m$	PLD médio histórico associado ao mês $t$
$\bar{\pi}_t$	Maior valor entre o Valor de Referência (VR) ANEEL e a média associada ao mês $t$ dos PLDs do período de análise

### Sobrescritos

*	Valor ótimo
$c$	Valor contratado
$cat$	Valor para consumidor cativo
$fp$	Valor fora da ponta
$livre$	Valor para ACL
$m$	Valor médio histórico
$max$	Valor máximo
$p$	Valor na ponta
$Perdas$	Valor associado à parcela de perdas
$tot$	Valor total
$u$	Valor de ultrapassagem

### Subscritos

0	Valor inicial
$COFINS$	Tributo
$D$	Demanda de Potência
$e$	Energia
$E$	Energia

<i>ICMS</i>	Imposto
<i>LET</i>	Letivo
<i>MAX</i>	Máximo
<i>PIS</i>	Tributo
<i>s</i>	Cenário
<i>spot</i>	Mercado de curto prazo
<i>t</i>	Tempo
<i>T</i>	Total ou referente ao período de análise

### **Abreviaturas, Siglas e Símbolos**

<i>ACF</i>	Função de Autocorrelação
<i>ACL</i>	Ambiente de Contratação Livre
<i>ACR</i>	Ambiente de Contratação Regulada
<i>ANEEL</i>	Agência Nacional de Energia Elétrica
<i>AR</i>	Autorregressivo
<i>ARIMA</i>	Modelo Autorregressivo-Integrado de Médias Móveis
<i>ARIMAX</i>	Modelo Autorregressivo-Integrado de Médias Móveis com variável exógena
<i>ARMA</i>	Modelo Autorregressivo de Médias Móveis
<i>B</i>	Operador de atraso
<i>B&amp;J</i>	Box <i>and</i> Jenkins
<i>BJFT</i>	Box <i>and</i> Jenkins com Função de Transferência
<i>CCEAL</i>	Contrato de Comercialização de Energia no Ambiente Livre
<i>CCEE</i>	Câmara de Comercialização de Energia Elétrica
<i>CCF</i>	Função de Correlação Cruzada
<i>COFINS</i>	Contribuição para o Financiamento da Seguridade Social
<i>CVaR</i>	<i>Conditional Value at Risk</i>
<i>FT</i>	Função de Transferência
<i>GB</i>	Gigabyte
<i>GHz</i>	Gigahertz
<i>ICMS</i>	Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços

<i>kW</i>	Quilowatt
<i>kWh</i>	Quilowatt-hora
<i>kVA</i>	Quilovolt-ampère
<i>LIGHT</i>	Concessionária de distribuição de energia elétrica
<i>MA</i>	Média Móvel
<i>MAPE</i>	Erro Médio Absoluto Percentual
<i>MW</i>	Megawatt
<i>MWh</i>	Megawatt-hora
<i>PACF</i>	Função de Autocorrelação Parcial
<i>PCH</i>	Pequena Central Hidroelétrica
<i>PIS</i>	Programa de Integração Social
<i>PLD</i>	Preço de Liquidação das Diferenças
<i>REH</i>	Resolução Homologatória
<i>REN</i>	Resolução Normativa
<i>R\$</i>	Reais
<i>R\$/kWh</i>	Reais por quilowatt-hora
<i>R\$/kW</i>	Reais por quilowatt
<i>R\$/MWh</i>	Reais por megawatt-hora
<i>R<sup>2</sup></i>	Coefficiente de Determinação
<i>RD</i>	Regressão Dinâmica
<i>SARIMA</i>	Modelo Autorregressivo-Integrado de Médias Móveis Sazonal
<i>SARIMAX</i>	Modelo Autorregressivo-Integrado de Médias Móveis Sazonal com variável exógena
<i>SIN</i>	Sistema Interligado Nacional
<i>TUSD</i>	Tarifa de Uso do Sistema de Distribuição
<i>VaR</i>	<i>Value at Risk</i>
<i>VE</i>	Valor Esperado
<i>VR</i>	Valor de Referência

# 1 Introdução

A comercialização de energia é parte fundamental em um mercado de energia elétrica, sendo o segmento responsável por viabilizar as operações de compra e venda de energia, interligando os agentes por meio de contratos. O mercado brasileiro de energia elétrica é regulado pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), que é responsável, dentre outras atribuições, por regular e fiscalizar a produção, transmissão, distribuição e comercialização de energia elétrica [1]. Por delegação da ANEEL, a Câmara de Comercialização de Energia Elétrica (CCEE) viabiliza as operações de compra e venda de energia em todo o Sistema Interligado Nacional (SIN), atuando como operadora do mercado brasileiro de energia elétrica, voltada à viabilização de um ambiente de negociação competitivo, sustentável e seguro [2].

Nesse contexto, a lógica que sustenta o equilíbrio entre a oferta e a demanda de energia elétrica no Brasil é a de uma operação formalizada por contratos de compra e venda de energia elétrica de longo prazo entre os agentes do setor [3]. Esta é uma exigência da legislação: lastrear o mercado de energia elétrica mediante contratação regulada ou livre [4]. Assim, a comercialização de energia no Brasil é realizada em dois ambientes de mercado: o Ambiente de Contratação Regulada (ACR) e o Ambiente de Contratação Livre (ACL) [5], devendo todos os contratos, sejam do ACR ou do ACL, ser registrados na CCEE.

O ACR é o segmento do mercado de energia onde são realizadas as operações de compra e venda de energia elétrica entre agentes vendedores e agentes de distribuição, sendo estas precedidas de licitação [5]. Os consumidores que contratam energia neste ambiente são denominados cativos. Assim, os consumidores cativos são aqueles que compram energia das concessionárias de distribuição às quais estão conectados. Neste caso, o consumidor tem uma fatura mensal que é dividida em duas partes: a primeira parte com os custos associados à energia elétrica e a segunda parte com os custos associados à demanda de potência.

Os principais fatores de risco, para o consumidor, associados ao ACR são a incerteza da demanda de potência a contratar e a imprevisibilidade da variação anual do valor das tarifas de energia e de demanda de potência. As tarifas para os consumidores são reguladas pela ANEEL, variam em função dos custos de geração, transmissão e distribuição e são estabelecidas por um período anual [6].

A principal vantagem deste contrato está no fato de que o consumidor pode variar seu consumo de energia sem incorrer em penalidades ou sobrecontratação.

O ACL, por sua vez, é o segmento do mercado de energia onde as operações de compra e venda de energia elétrica são objeto de contratos bilaterais livremente negociados [5]. Os consumidores que contratam energia neste ambiente são denominados livres, pois negociam diretamente com comercializadoras as melhores condições de preço, prazos e quantidade de energia a ser contratada. Neste caso, cada unidade consumidora paga uma fatura referente ao serviço de distribuição para a concessionária local via tarifa regulada e uma ou mais faturas para as comercializadoras referentes à compra da energia [6]. Além disto, a energia contratada no ACL também pode ser do tipo incentivada, proveniente de fontes alternativas de energia, ou convencional. O comprador de energia incentivada recebe descontos de 50%, 80% ou 100% em uma componente da Tarifa de Uso do Sistema de Distribuição (TUSD TRANSPORTE [8]) [7].

A principal vantagem desse ambiente é a possibilidade de o consumidor escolher, dentre os diversos tipos de contratos, aquele que se adeque ao seu perfil de consumo e melhor atenda às suas expectativas de custo e benefício [6]. Porém, assim como no ACR, o ACL também possui alguns fatores de risco inerentes ao processo de contratação, quais sejam: incerteza da demanda de potência a contratar com a distribuidora, incerteza do montante de energia a contratar, incerteza do preço da energia de curto prazo (volatilidade semanal do Preço de Liquidação das Diferenças, PLD) e cláusulas típicas dos Contratos de Comercialização de Energia no Ambiente Livre (CCEAL) como indexação e flexibilidades.

Nesse sentido, cada segmento de mercado possui seus riscos típicos que são inerentes à contratação de energia elétrica. Por isso, para definir a melhor estratégia de contratação, o consumidor deve ter em conta os riscos associados às diferentes modalidades.

No ACR, os grandes consumidores [9] contam com três alternativas de enquadramento tarifário [10]:

- Modalidade Tarifária Convencional Binômia: caracterizada por tarifas de consumo de energia elétrica e demanda de potência, independentemente das horas de utilização do dia;
- Modalidade Tarifária Horária Verde: caracterizada por tarifas diferenciadas de consumo de energia elétrica de acordo com as horas de utilização do dia e por uma única tarifa de demanda de potência;
- Modalidade Tarifária Horária Azul: caracterizada por tarifas diferenciadas de consumo de energia elétrica e de demanda de potência, de acordo com as horas de utilização do dia.

Em geral, as comercializadoras e as distribuidoras possuem mecanismos sofisticados de contratação para atrair o consumidor. Por outro lado, o consumidor dispõe de pouca informação e tecnologia para tomar decisões de contratação. Dessa forma, não há uma metodologia definida no mercado nem uma ferramenta disponível capazes de auxiliar grandes consumidores na tomada de decisão com relação à estratégia ótima de contratação de energia, tomando-se em conta que se almeja o menor custo possível e segurança no fornecimento.

Atualmente, essa perspectiva de contratação de energia para um grande consumidor vem recebendo algumas contribuições. Estas foram feitas para propiciar um mecanismo de auxílio na tomada de decisão no âmbito da estratégia eficiente de contratação de energia como em [11], [12], [13] e [14]. Esta dissertação, assim como os trabalhos citados, busca auxiliar a tomada de decisão de um grande consumidor no que diz respeito à sua contratação eficiente, tanto no ACR como no ACL.

## 1.1 Motivação e Objetivos

A motivação deste trabalho é a contratação eficiente de energia elétrica para grandes consumidores.

Após a crise de abastecimento de energia do início dos anos 2000, o governo brasileiro estabeleceu importantes mudanças no modelo institucional do setor elétrico a fim de aumentar a segurança no suprimento de energia do país,

fomentar a modicidade tarifária e promover a universalização do atendimento aos consumidores. As bases do novo modelo consistem no planejamento de longo prazo, na coexistência dos ambientes de contratação regulada (ACR) e livre (ACL) e na premissa de que os consumidores devem ter 100% da sua energia requerida lastreada por capacidade assegurada de suprimento [15].

Nesse sentido, um grande consumidor deve saber escolher entre o ACR e o ACL, avaliando qual ambiente lhe é mais vantajoso de acordo com seu perfil de consumo. Contudo, há que se ressaltar que o ponto de vista de um grande consumidor é pouco abordado na literatura. A maioria das contribuições são voltadas para auxiliar a contratação eficiente de agentes de distribuição como em [16]-[18] e de agentes vendedores como em [19]-[21]. Atualmente, segundo dados do InfoMercado Mensal de Novembro de 2015 (CCEE) [22], o mercado de energia conta com 76,94% de sua representatividade de consumo no ACR e com 23,06% no ACL.

Este trabalho tem como objetivo aplicar uma metodologia para auxílio na tomada de decisão no âmbito de uma estratégia eficiente de contratação de energia tanto no ACR como no ACL, bem como uma comparação entre estas duas modalidades de contratação. Para este propósito, é construído um modelo de otimização estocástica, com o emprego de programação inteira mista, cuja função objetivo é minimizar o custo com energia elétrica do grande consumidor através da construção de um perfil ótimo de demanda de potência e/ou energia a ser contratado, de acordo com a regulamentação de comercialização de energia elétrica em vigor.

Adicionalmente, para aplicação do modelo é necessário simular cenários de demanda máxima de potência e consumo de energia, dado que o contrato de demanda de potência e/ou energia é aplicado sobre o consumo e a demanda de potência futuros. Isto será feito a partir de um modelo estatístico que permite simular cenários futuros a partir de uma base de dados existentes.

## 1.2 Revisão Bibliográfica

Nesta seção serão apresentados trabalhos presentes na literatura atual que de alguma forma abordam temas correlatos ao trabalho apresentado na dissertação.

Em [11] se busca a redução de custos com a conta de energia elétrica para um grande consumidor industrial. O contexto é o setor calçadista que é um segmento de mercado muito dinâmico, apresentando demandas de produção mensais diferenciadas de acordo com a coleção (primavera/verão ou outono/inverno) e o sistema empregado na produção da carteira de pedidos. O objetivo é determinar o valor ótimo da demanda de potência a ser contratada mensalmente em uma empresa do setor calçadista, enquadrada na modalidade tarifária verde. Para tanto, foi desenvolvido um modelo matemático com o *software* EXCEL que permitiu estimar valores contratados mais próximos dos valores reais de demanda de potência. Dessa forma, a análise revelou que o modelo matemático proposto possibilitou a redução dos custos em todos os anos do período analisado.

Em [12] é apresentado um modelo de previsão baseado num modelo estatístico autorregressivo (AR) que busca auxiliar grandes consumidores a estabelecer sua contratação de energia elétrica a partir de um modelo de previsão de cenários futuros.

Em [13] é apresentado um modelo de otimização estatístico inteiro multiestágio como recurso para o problema de contratação de um grande consumidor. É considerada a perspectiva de um grande consumidor que precisa estabelecer seu portfólio ótimo de aquisição de energia elétrica entre geração própria, contratos bilaterais e participação no *pool*<sup>1</sup>. O desenvolvimento deste modelo foi motivado pelas características do mercado de energia elétrica espanhol, onde essas três opções de aquisição de energia coexistem. O problema de otimização estocástica se fez viável pela utilização de técnicas de redução de cenários e foi solucionado utilizando-se um *software* comercial que se vale de um código do tipo *branch-and-cut*. No caso estudado o consumidor pode decidir por firmar: i) contratos bilaterais mensais (decididos no início do mês), ii) contratos bilaterais semanais (decididos no início de cada semana), iii) aquisição no *pool* (decidida no dia anterior), e iv) geração própria (decidida no dia anterior). Dessa forma, o problema é multiestágio porque dentro de um horizonte de um mês considera-se a aquisição de energia para quatro semanas, estabelecendo um horizonte de planejamento de cinco estágios. Os cenários de preço do *pool* são gerados a partir de sua previsão por um modelo ARIMA. Além disso, devido à

---

<sup>1</sup> *Pool* consiste em leilões de curto e curtíssimo prazo tais como: leilões de dia seguinte, de controle e de reserva [13].

volatilidade dos preços, é considerada uma análise de aversão ao risco por meio do CVaR.

Em [14] é apresentado um modelo de otimização que tem por objetivo estabelecer a contratação ótima de um grande consumidor em cada ambiente (ACR e ACL), utilizando para isso um modelo de previsão de cenários de consumo, baseado num modelo Autorregressivo-Integrado de Médias Móveis Sazonal (SARIMA). O modelo de otimização foi feito considerando os cenários simulados. Adicionalmente, também está apresentada no trabalho a “Ferramenta do Consumidor”, um simulador de contratos desenvolvido no âmbito do projeto P&D PUC-Rio & ENEVA [15] que permite simular diferentes modalidades de contratação, além de definir o preço de indiferença entre ACR e ACL. O trabalho foi a principal referência utilizada nesta dissertação, que busca refinar o modelo estatístico e de otimização para ser utilizado por grandes consumidores.

### 1.3

#### **Estrutura da Dissertação**

Esta dissertação está organizada como segue:

No Capítulo 1, como já foi visto, está apresentado um panorama geral da contratação de energia elétrica no Brasil nos ambientes de contratação regulado e livre. Além disso, está apresentada a motivação do trabalho, que são os custos associados à contratação de energia elétrica de grandes consumidores, bem como os objetivos do trabalho, que são a definição de estratégias eficientes de contratação de energia elétrica nos diferentes ambientes de contratação. Também está apresentada uma revisão de alguns trabalhos presentes na literatura para otimização de contratos de grandes consumidores.

No Capítulo 2 estão apresentados alguns modelos de previsão de séries temporais, sendo dada maior ênfase ao modelo BJFT (Box & Jenkins com Função de Transferência) utilizado neste trabalho. No Capítulo 3, este modelo é aplicado para modelagem, previsão e geração dos cenários das séries de demanda máxima de potência e energia total consumida de um grande consumidor real tido como estudo de caso nesta dissertação.

No Capítulo 4 é apresentada a formulação do custo de energia associado a cada ambiente de contratação.

No Capítulo 5 são apresentados o VaR e o CVaR como medidas de risco.

No Capítulo 6 são apresentados os modelos de otimização propostos para cada ambiente de contratação e os resultados obtidos são apresentados no Capítulo 7.

No Capítulo 8 são dadas as considerações finais e a conclusão do trabalho. Por fim, no Capítulo 9 podem ser encontradas todas as referências bibliográficas utilizadas para o desenvolvimento desta dissertação.

## 2 Modelos de Previsão de Séries Temporais

Neste capítulo serão apresentados alguns conceitos de séries temporais que foram considerados no desenvolvimento do trabalho, assim como alguns dos modelos de previsão de séries temporais disponíveis na literatura. Tais modelos podem ser categorizados como modelos estatísticos e modelos de inteligência computacional. Alguns desses modelos serão apresentados nas seções seguintes com suas principais premissas.

A primeira categoria conta com diversas metodologias, tais como: Método ingênuo, Método média móvel, Métodos de amortecimento exponencial, Método de amortecimento direto, Regressão dinâmica e Modelos de Box & Jenkins. Já a segunda categoria compreende, dentre outros modelos: Redes neurais e Lógica fuzzy.

Devido a sua aderência com o problema proposto e por ser um modelo ainda pouco aplicado, o modelo de Box & Jenkins com Função de Transferência foi escolhido nesta dissertação para modelagem e previsão das séries temporais estudadas, descritas no Capítulo 3.

### 2.1 Série Temporal

Uma série temporal pode ser caracterizada como um conjunto de observações, medidas sequencialmente no tempo, de uma determinada variável [23]. Denominando-se  $Z_t$  o valor da variável aleatória  $Z$  no instante  $t$ , a série temporal pode ser escrita por  $Z_1, Z_2, \dots, Z_N$ , sendo  $N$  o tamanho da série ou o número de observações seriais da variável [24].

Há que se ressaltar que uma série temporal não é o mesmo que uma amostra aleatória. Amostra aleatória é uma forma de amostragem na qual qualquer elemento em uma população tem a mesma chance de ser escolhido para a amostra, e qualquer elemento selecionado é escolhido de forma completamente aleatória,

ou seja, sem tendência. Por exemplo, se um médico pesar e medir uma determinada criança todos os meses, ao longo de um ano, terá construído uma série temporal de tamanho 12. Por outro lado, se um médico escolher 12 crianças de uma escola, a fim de verificar a altura e o peso médio das crianças dessa escola, terá construído uma amostra aleatória.

As séries temporais classificam-se em [24]:

- Discretas: possuem um conjunto de observações finito ou infinito numerável, ou seja,  $N \equiv \mathbf{Z} = \{1, 2, \dots, t\}$ . Denota-se por  $Z_t$ ;

- Contínuas: possuem um conjunto de observações infinito não-numerável, ou seja,  $N = \{t: 0 < t < N\}$ . Denota-se por  $Z(t)$ ;

- Determinísticas: possuem uma função matemática que expressa exatamente seu comportamento, ou seja, essa função é utilizada para estabelecer os valores futuros da série;

- Estocásticas: possuem modelos representativos de seu comportamento compostos por um fator aleatório, ou seja, os valores futuros da série são estabelecidos em termos probabilísticos, que é o caso das séries estudadas;

- Multivariadas: possuem mais de uma variável de interesse;

- Multidimensional: possuem mais de uma dimensão de interesse.

Uma série temporal possui as seguintes componentes [25]:

- Nível: componente que se assemelha a um coeficiente linear numa função matemática polinomial;

- Tendência: componente que revela o comportamento de longo prazo da série temporal. Dentre os principais comportamentos podem-se citar: constante, linear, parabólico e exponencial;

- Sazonalidade: componente que revela a repetição de um padrão durante um período conhecido de tempo (por exemplo: semanal, mensal, anual);

- Ruído: componente estocástica da série temporal (associada a uma distribuição de probabilidade).

Existem três objetivos centrais em séries temporais, quais sejam [25]:

- Simulação: a partir dos dados observados, podem-se gerar novas realizações no mesmo período do processo estocástico ou gerar cenários futuros de uma série temporal;

- **Análise:** permite descobrir o padrão de comportamento dos dados através de estatísticas descritivas e gráficos;

- **Previsão:** a partir dos dados observados, objetiva-se criar um modelo estatístico para realizar estimativas dos próximos valores da série temporal, em um determinado horizonte de previsão. O processo de previsão pontual pode ser definido como:  $\hat{Z}_t(k) = E[Z_{t+k}|Z_t, Z_{t-1}, \dots]$ . Isto é, a previsão  $k$  passos à frente é o cálculo do valor esperado no instante  $t + k$  dadas as observações em  $t, t - 1, \dots$

Na análise de séries temporais, existem duas perspectivas:

- **Análise no Domínio do Tempo;**
- **Análise no Domínio da Frequência.**

A seguir é descrita a análise no domínio do tempo. Para maiores detalhes da análise no domínio da frequência, ver Chatfield [26], Jenkins & Watts [27] e Priestley [28].

### 2.1.1 Análise no Domínio do Tempo

Esta é a forma de análise adotada neste trabalho, nela considera-se a evolução temporal do processo, objetivando determinar a magnitude do evento que ocorre em determinado instante de tempo. A análise baseia-se no comportamento gráfico dos coeficientes de autocorrelação (correlograma), em que são utilizadas as funções de autocovariância e autocorrelação. Os valores dos coeficientes variam entre -1 e 1 e quanto mais próximos da unidade revelam alta significância do dado presente com relação ao dado defasado em  $k$  (lag  $k$ ), possibilitando a identificação de padrões de sazonalidade e estacionariedade da série em estudo.

A autocovariância é a covariância da série com ela mesma, contudo em um intervalo de tempo defasado em  $k$ , podendo ser escrita como a covariância entre  $Z_t$  e  $Z_{t+k}$ , conforme equação (2.1):

$$\gamma_k = Cov[Z_t, Z_{t+k}] = E\{(Z_t - \mu)[Z_{t+k} - \mu]\} \quad (2.1)$$

Onde:  $\mu$  é a média do processo;

$P(Z_t, Z_{t+k})$  é a função de densidade de probabilidade conjunta das variáveis aleatórias  $Z_t$  e  $Z_{t+k}$ .

Para uma série temporal,  $Z_1, Z_2, \dots, Z_N$ , estima-se a autocovariância por:

$$\hat{\gamma}_k = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z}) \quad (2.2)$$

Onde:  $k = 0, 1, \dots, j$ , pois  $\gamma_k = \gamma_{-k}$ ;

$\bar{Z}$  é a média de  $Z_t$  dada por:

$$\bar{Z} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Z_t \quad (2.3)$$

A autocorrelação mede o comprimento e a memória de um processo, ou seja, mostra a quantidade de defasagens ( $t - k$ ) de que depende o valor tomado em  $t$ . Ela é definida como sendo a autocovariância padronizada e é descrita conforme equação (2.4):

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{Cov[Z_t, Z_{t+k}]}{\sqrt{Var(Z_t)Var(Z_{t+k})}} \quad (2.4)$$

Onde:  $\gamma_0 = Var(Z_t) = Var(Z_{t+k})$  é a variância do processo;

$\rho_0 = 1$  e  $\rho_k = \rho_{-k}$ .

Para uma série temporal,  $Z_1, Z_2, \dots, Z_N$ , estima-se a autocorrelação por:

$$\hat{\rho}_k = \frac{\hat{\gamma}_k}{\hat{\gamma}_0} = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^N (Z_t - \bar{Z})^2} \quad (2.5)$$

Onde:  $k = 0, 1, \dots, j$ , pois  $\rho_k = \rho_{-k}$ ;

Segundo Box & Jenkins [29] é preciso ter pelo menos 50 observações para se obter uma boa estimativa da função de autocorrelação. Dessa forma, o cálculo das autocorrelações,  $\hat{\rho}_k$ , deve ser feito para  $k = 0, 1, \dots, j$ , onde  $j \leq N/4$ .

Há ainda a função de autocorrelação parcial que mede a correlação apenas entre duas observações seriais  $Z_t$  e  $Z_{t+k}$ , não sendo consideradas as observações intermediárias ( $Z_{t+1}, Z_{t+2}, \dots, Z_{t+k-1}$ ), podendo, então, ser representada conforme equação (2.6):

$$\rho_{kk} = Cor(Z_t, Z_{t+k} | Z_{t+1}, \dots, Z_{t+k-1}) \quad (2.6)$$

## 2.2 Processo Estocástico

Um processo estocástico é definido como um conjunto de variáveis aleatórias definidas de acordo com uma lei probabilística. Nesse sentido, uma série temporal é uma realização de um processo estocástico. Assim, uma série temporal  $Z_t$  pode ser definida como uma função  $Z$  da variável independente  $t$ , a qual é gerada por um processo estocástico desconhecido [24].

Como o processo estocástico é um mecanismo para gerar dados que não são regidos por uma função determinística, seu comportamento futuro é descrito probabilisticamente. O processo estocástico, então, somente pode ser estatisticamente determinado quando todas as suas funções de distribuição de probabilidade são conhecidas até a  $N$ -ésima ordem [30].

Na prática, não se conhecem todas as funções de distribuição de probabilidade até a  $N$ -ésima ordem e, comumente, tem-se apenas uma realização do processo estocástico em questão, a partir da qual se deseja inferir as características do mecanismo gerador da série. A fim de superar essas limitações, assumem-se duas restrições: estacionariedade e ergodicidade.

No processo estocástico estacionário algumas características são invariantes ao longo do tempo, podendo a estacionariedade ser forte ou fraca.

Na estacionariedade forte ou estrita a forma da distribuição conjunta do processo permanece invariante mediante uma translação temporal. Como na prática é muito difícil especificar a distribuição conjunta de um processo estocástico, há a versão fraca, na qual somente alguns momentos do processo permanecem inalterados no tempo [31].

Assim, a estacionariedade fraca ou de segunda ordem ocorre quando a média e a variância do processo são constantes ao longo do tempo e sua estrutura de dependência linear depende tão somente da distância entre os períodos (da defasagem), isto é, satisfaz as seguintes condições:

$$\begin{aligned}
 E[Z_t] &= \mu & \forall t \\
 Var[Z_t] &= \sigma^2 & \forall t \\
 E\{[Z_t \quad \mu][Z_{t+k} \quad \mu]\} &= \gamma_k & \forall t
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Já a ergodicidade ocorre quando uma única realização de um processo estocástico é suficiente para obter todas as suas estatísticas. Por isso, todo processo ergódico é também estacionário haja vista uma realização não-estacionária não conter todas as informações necessárias para a especificação do processo.

A série temporal e o processo estocástico têm uma relação análoga à de uma amostra e a população da qual ela foi extraída. Isso porque o objetivo da análise de uma série temporal é retirar de uma realidade (processo estocástico) uma amostra finita de dados equidistantes no tempo (série temporal) e identificar um modelo que seja capaz de inferir sobre o comportamento da realidade (processo estocástico), conforme ilustrado na Figura 2.1.

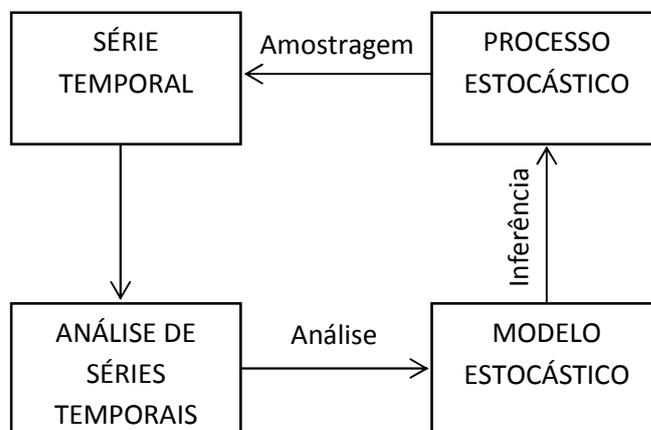


Figura 2.1 – Processo estocástico e série temporal [24]

## 2.3 Previsão de Séries Temporais

A previsão de uma série temporal é o estabelecimento dos valores futuros da série [24]. Dessa forma, a partir do modelo ajustado podem ser feitas as previsões dos valores futuros, sendo estes estimativas quantitativas baseadas nas informações passadas e atuais.

Nesse contexto, denomina-se horizonte de previsão o comprimento de tempo à frente, a partir da última observação, para o qual os valores são estimados. Além disso, denomina-se número de passos à frente de uma previsão o número de intervalos de tempo previstos a partir da origem [32].

Assim, a previsão denotada por  $\hat{Z}_T(k)$  é definida como a esperança condicional de  $Z_{t+k}$  dados os valores passados:

$$\hat{Z}_T(k) = E(Z_{t+k} | Z_T, Z_{T-1}, \dots) \quad (2.8)$$

Onde:  $Z_{t+k}$  são os valores a serem previstos para  $k = 1, 2, \dots$

Uma previsão quantitativa estará perfeitamente caracterizada através da sua origem, do número de passos à frente, de seu valor pontual e de uma medida de incerteza a ela associada (geralmente uma variância).

Dentro do objetivo de previsão de uma série temporal, os tipos de modelos de previsão classificam-se em [25]:

- **Univariados:** modelos em que são utilizados apenas os valores passados da própria série para estimar os valores futuros. Dentre os modelos tradicionais na literatura podem-se citar os modelos de Box & Jenkins [29], os modelos de Espaço de Estados como os desenvolvidos em Hyndman et al [33], os modelos de Amortecimento Exponencial e os métodos de decomposição;

- **Multivariados:** modelos em que são realizadas as previsões de várias séries temporais simultaneamente;

- **Causais:** modelos em que são utilizados tanto os valores observados da série que se deseja prever como os valores atuais e observados de outras séries que mantêm uma relação explicativa com a série principal através de funções de transferência. São exemplos desse tipo de modelo de previsão os modelos de Regressão dinâmica e de Box & Jenkins com Função de Transferência, tendo sido este último modelo utilizado no estudo desta dissertação;

- **Modelos de Inteligência Computacional:** modelos de previsão criados através da adaptação de ferramentas de inteligência computacional para o domínio das séries temporais. O objetivo desses modelos é desenvolver algoritmos que sejam capazes de reproduzir tarefas que são realizadas por seres humanos e necessitam de cognição, como o raciocínio, a aprendizagem e o autoaperfeiçoamento [34]. Dentre os modelos tradicionais na literatura podem-se citar os modelos de Redes Neurais, Lógica Fuzzy, Algoritmos Genéticos e Modelos Inteligentes Híbridos.

A seguir, serão apresentados alguns dos principais modelos de previsão.

### 2.3.1 Método Ingênuo

Neste método, também conhecido como *random walk* (passeio aleatório), o valor previsto do processo é dado pelo último valor observado (independente de quantos passos à frente), conforme equação (2.9):

$$Z_t = Z_{t-1} + \varepsilon \quad (2.9)$$

Ele é um critério de *benchmark* (o modelo testado deve ser sempre melhor).

### 2.3.2 Método Média Móvel

Neste método, cada observação futura é calculada pela média de  $n$  pontos anteriores, onde  $n$  é o tamanho da janela [35]:

$$Z_t = \frac{1}{n}(Z_{t-1} + Z_{t-2} + \dots + Z_{t-n}) \quad (2.10)$$

Os modelos de média móvel podem ser de três tipos:

- Média Móvel Simples: série caracterizada por seu nível e mudança lenta;
- Média Móvel Dupla: série com tendência aditiva e mudança linear;
- Média Móvel Tripla: série com tendência quadrática e efeito multiplicativo.

Os modelos acima são expressos, respectivamente, por:

$$Z_t = a + \varepsilon_t \quad (2.11)$$

$$Z_t = a_1 + a_2t + \varepsilon_t \quad (2.12)$$

$$Z_t = a_1 + a_2t + a_3t^2 + \varepsilon_t \quad (2.13)$$

### 2.3.3 Métodos de Amortecimento Exponencial

Estes métodos são classificados em automáticos e de validade local. Eles são baseados na ideia de que as observações mais recentes carregam mais informações do que as observações mais antigas e, por isso, o peso decresce à medida que a observação torna-se antiga (a taxa de decréscimo é determinada por

uma ou mais constantes de amortecimento), diferentemente do método das médias móveis em que todas as observações têm o mesmo peso, limitando o modelo [36].

Apesar de sua filosofia simples, essa classe de métodos geralmente produz bons resultados, sendo bastante utilizada como referência no desenvolvimento de modelos de previsão.

### **2.3.3.1 Métodos de Amortecimento de Brown**

Nesta classe estão os modelos automáticos para séries não sazonais, podendo ser os modelos: simples, duplo e triplo. O que difere esses modelos dos de médias móveis é a estimação dos parâmetros por meio da constante de amortecimento  $(\alpha = \frac{1}{N}, \alpha \in [0,1])$ .

### **2.3.3.2 Métodos de Amortecimento de Holt**

Esta classe possui formulação idêntica à anterior, estando o diferencial na atualização dos parâmetros. Enquanto a primeira se utilizava do mesmo hiperparâmetro<sup>2</sup> ( $\alpha$ ) para atualizar cada parâmetro<sup>3</sup> ( $a_1, a_2, a_3$ ), esta utiliza um hiperparâmetro diferente para cada parâmetro. No caso de tendência constante, os métodos de Brown e Holt são equivalentes haja vista terem apenas um parâmetro a ser atualizado.

### **2.3.3.3 Métodos de Amortecimento de Holt-Winters**

Esta classe de métodos foi introduzida por Winters a fim de modelar séries que apresentam variação cíclica, com ou sem tendência. Diferentemente das duas classes de métodos anteriores, esta abrange sazonalidade, podendo ser o modelo: aditivo (séries homocedásticas, isto é, variância constante); ou multiplicativo (séries heterocedásticas, isto é, variância crescente com o nível da série).

---

<sup>2</sup> Hiperparâmetros são quantidades constantes utilizadas na estimação dos parâmetros de um modelo de séries temporais.

<sup>3</sup> Parâmetros são quantidades variáveis atualizadas a cada passo da previsão e utilizadas na estimação da equação de previsão de um modelo de séries temporais.

Exemplos das componentes tendência e sazonalidade são ilustrados na Figura 2.2:

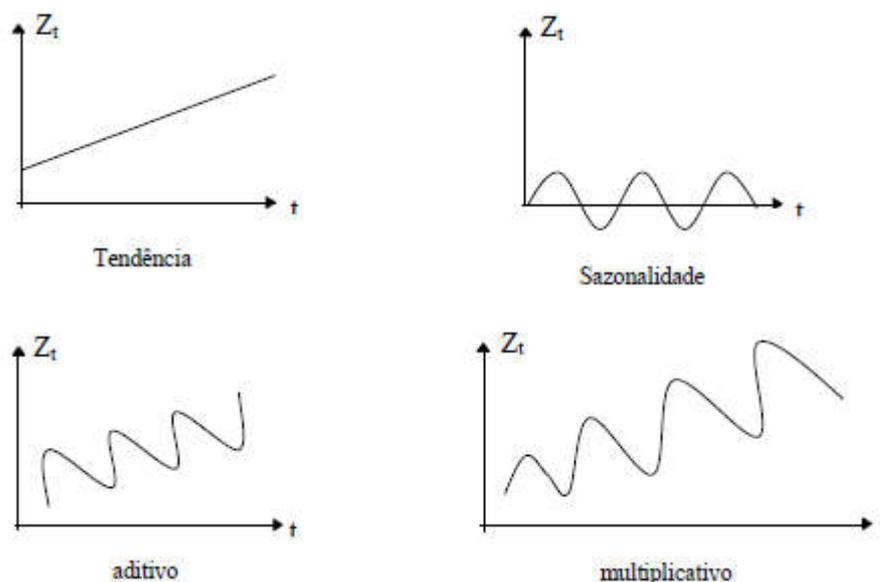


Figura 2.2 – Exemplo das componentes tendência e sazonalidade

### 2.3.4 Método de Amortecimento Direto

Este método é utilizado na estimação dos parâmetros que compõem os modelos definidos como combinações lineares de funções do tempo. Essa estimação se dá por Mínimos Quadrados Ponderados, MQP [36].

Um exemplo do uso dessa metodologia está em Esteves [37], onde foram utilizados este modelo e o de Holt-Winters com múltiplos ciclos para fazer previsão horária, 24 passos à frente, da carga elétrica de uma concessionária brasileira. O modelo de amortecimento direto, contudo, não apresentou bons resultados comparativamente ao outro modelo utilizado.

### 2.3.5 Regressão Dinâmica

Nesta classe de modelo a dinâmica das séries temporais e o efeito das variáveis explicativas são combinados. Em função disso, ele deve ser utilizado quando existe uma estrutura de dependência entre a variável dependente e as variáveis explicativas e, simultaneamente, quando a estrutura de correlação da

série a ser explicada mostrar que não é possível supor a independência dos erros [38].

Os modelos de regressão dinâmica podem ser descritos por:

$$\varphi(B)Y_t = \beta X_t + \varepsilon_t \quad (2.14)$$

Onde:  $Y_t$  é a variável dependente (endógena) no instante  $t$ ;

$\beta$  é o vetor de coeficientes das variáveis explicativas, estimado por mínimos quadrados;

$X_t$  é o vetor de variáveis explicativas (exógenas)<sup>4</sup> no instante  $t$ ;

$\varepsilon_t$  é o ruído aleatório associado ao modelo;

$\varphi(B)$  é o polinômio autorregressivo de ordem  $p$ :  $\varphi(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_p B^p$ , onde  $B$  é o operador de atraso (ver equação (2.15)).

Essa estrutura de regressão dinâmica permite que sejam consideradas defasagens tanto para as variáveis explicativas ( $X_t$ ) quanto para a variável dependente ( $Y_t$ ), sendo a estratégia *bottom-up* aquela mais utilizada na construção do modelo. Tal estratégia se inicia com um modelo simples que vai sendo refinado ao serem incluídas novas variáveis até encontrar o modelo adequado.

Vale ressaltar que, em um modelo causal de previsão, os valores previstos dependem não só do histórico da série dependente, como também dos valores previstos para as variáveis explicativas, o que permite a elaboração de cenários para estas variáveis, conferindo flexibilidade à análise das previsões.

Este tipo de modelagem foi usada por Carlos, Lima & Ochoa [12], ao tratar da contratação de energia elétrica para grandes consumidores, como já mencionado na seção 1.2. Nesse trabalho, os autores utilizaram, além do passado da própria série, informações sobre temperatura.

### 2.3.6 Modelos de Box & Jenkins

Os modelos de Box & Jenkins (B&J) surgiram na década de 1970 e se baseiam na Teoria Geral de Sistemas Lineares, a qual supõe que a passagem de um ruído branco por um filtro linear de memória infinita gera um processo estacionário de segunda ordem [24], conforme ilustrado na Figura 2.3:

<sup>4</sup> As variáveis exógenas representadas por  $X_t$  têm seus valores determinados “fora” do modelo de regressão, enquanto a variável endógena  $Y_t$  é determinada a partir das variáveis exógenas e do ruído  $\varepsilon_t$ .

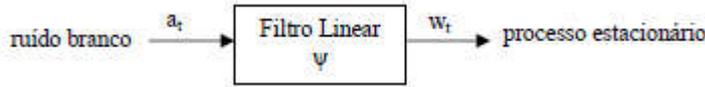


Figura 2.3 – Geração de uma série temporal

Dessa forma, o objetivo é encontrar o sistema inverso que seja capaz de gerar um ruído branco a partir de uma série temporal (Figura 2.4). Quando isto ocorre tem-se que toda a estrutura de dependência da série temporal foi capturada.



Figura 2.4 – Processo previsor de Box & Jenkins

B&J interpretam a série temporal como uma realização de um vetor aleatório multivariado, sendo sua dimensão o tamanho da série temporal disponível. A filosofia de seus modelos segue o princípio da parcimônia (representação matemática de um modelo com o menor número de parâmetros possível) e a construção de modelos através de um ciclo iterativo (estratégia de seleção de modelos até se obter um modelo satisfatório) [24].

Esta metodologia assume que a série temporal de interesse foi obtida por um processo estacionário de segunda ordem. Como, na prática, nem sempre isto ocorre, diferenciações sucessivas devem ser aplicadas à série até torná-la estacionária. Para tanto, a formulação B&J faz uso dos operadores diferença “∇” e de atraso “B” (*backward shift operator*) definidos como:

$$B^k Z_t = Z_{t-k} \tag{2.15}$$

$$\nabla^d Z_t = (1 - B)^d Z_t \tag{2.16}$$

A modelagem proposta por B&J segue a seguinte equação:

$$w_t = \Psi(B)a_t = \sum_{k=0}^{\infty} \Psi_k a_{t-k} \tag{2.17}$$

Como  $\Psi(B)$  tem infinitos parâmetros, B&J defendem que, sob algumas restrições, todo polinômio infinito pode ser expresso pelo quociente de dois polinômios finitos, conforme equação (2.18).

$$\Psi(B) = \frac{\theta(B)}{\phi(B)} \quad (2.18)$$

Onde:  $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$  é o polinômio MA(q);

$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$  é o polinômio AR(p);

MA(q) é o polinômio médias móveis de ordem “q”;

AR(p) é o polinômio autorregressivo de ordem “p”.

Logo, os modelos ARMA(p,q) são expressos da seguinte forma:

$$\phi(B)w_t = \theta(B)a_t \quad (2.19)$$

Como já mencionado anteriormente, a série temporal precisa ser estacionária para que possa ser modelada. Para tanto, utiliza-se o operador diferença a fim de diferenciar a série quantas vezes forem necessárias para torná-la estacionária de segunda ordem. Generalizando, uma série  $w_t$  torna-se estacionária após a aplicação de  $d$  diferenças ( $d = 0, 1, 2, \dots$ ) na série original,  $Z_t$ :  $w_t = \nabla^d Z_t$ . Isso implica dizer que as raízes do polinômio  $\phi(B) = 0$  devem estar fora do círculo unitário, ou seja,  $|B| > 1$ . Com isso, tem-se que os modelos ARIMA(p,d,q) são expressos da seguinte forma:

$$\phi(B)\nabla^d Z_t = \theta(B)a_t \quad (2.20)$$

### 2.3.6.1

#### Modelos Box & Jenkins com Sazonalidade (SARIMA)

Na prática, é comum encontrar séries não estacionárias e sazonais. Por isso, os modelos SARIMA foram desenvolvidos por B&J, incluindo a correlação serial dentro e entre os períodos sazonais. Neste caso, o modelo é expresso como segue:

$$\phi(B)\Phi(B^S)\nabla^d \nabla_S^D Z_T = \theta(B)\Theta(B^S)a_t \quad (2.21)$$

Onde:  $\phi(B)$  é operador não sazonal autorregressivo (AR);

$\phi_i$ , para  $i = 1, 2, \dots, p$ , são os parâmetros não sazonais autorregressivos;

$\nabla^d = (1 - B)^d$  é o operador diferença não sazonal de ordem  $d$ ;

$\Phi(B^S) = 1 - \Phi_1 B^S - \Phi_2 B^{2S} - \dots - \Phi_P B^{PS}$  é o operador sazonal autorregressivo (AR);

$\Phi_i$ , para  $i = 1, 2, \dots, P$ , são os parâmetros sazonais autorregressivos (AR);

$\nabla_S^D = (1 - B^S)^D$  é o operador diferença sazonal de ordem  $D$ ;

$\theta(B)$  é o operador não sazonal de médias móveis (MA);

$\theta_i$ , para  $i = 1, 2, \dots, q$ , são os parâmetros não sazonais de médias móveis (MA);

$\Theta(B^S) = 1 - \theta_1 B^S - \theta_2 B^{2S} - \dots - \theta_Q B^{QS}$  é o operador sazonal de médias móveis (MA);

$\Theta_i$ , para  $i = 1, 2, \dots, Q$ , são os parâmetros sazonais de médias móveis (MA);

$a_t$  é o ruído branco.

Este modelo é, então, denominado SARIMA(p,d,q)x(P,D,Q)<sub>S</sub> e o procedimento para sua obtenção segue os mesmos passos da modelagem ARIMA(p,d,q), utilizada em séries não sazonais.

A estimação dos parâmetros do modelo é realizada por máxima verossimilhança. Contudo, existem dois problemas nesse processo de estimação, quais sejam: estabelecer os valores iniciais do modelo e minimizar a soma dos quadrados dos resíduos. B&J destacam dois procedimentos para a estimação inicial dos  $a_t$ : o primeiro, chamado de critério condicional, parte de suposições teóricas razoáveis e atribui valores não observáveis aos  $a_t$ ; o segundo, chamado de critério incondicional, estima os valores não observáveis a partir da amostra de dados [24].

Depois de selecionado o modelo, ou seja, estando o modelo identificado e com os parâmetros estimados, deve-se proceder à comprovação de sua validade. Para tanto, são descritos a seguir os testes estatísticos de adequação do modelo sugeridos por B&J:

a) Teste de Sobrefixação

No teste de sobrefixação, elaboram-se modelos com um número de parâmetros superior ao do modelo escolhido para que seja testada a significância dos parâmetros adicionais. Caso estes sejam significativos, isso implica que o modelo foi subidentificado.

b) Testes aplicados aos resíduos gerados

Os testes aplicados aos resíduos gerados podem ser realizados através do teste de Portmanteau e do teste do Periodograma Acumulado.

No teste de Portmanteau proposto por B&J, assume-se que, se o modelo escolhido é correto, então:

$$Q = n \sum_{i=1}^k \hat{\rho}_i^2(\hat{a}) \quad (2.22)$$

Onde:  $n = N - d$  é o número de termos da série  $w_t$ .

Assim, referindo-se ao valor calculado de  $Q$  na tabela de distribuição Qui-quadrado com  $M = k - (p + q)$  graus de liberdade é possível testar a validade do modelo dentro de um determinado nível de significância.

No teste do Periodograma Acumulado, compara-se o periodograma acumulado da série dos resíduos estimados com o de um ruído branco. Isso é feito com o intuito de se encontrar componentes periódicos na série dos  $\hat{a}_t$ .

Em geral, nos estudos que fazem uso dos modelos de B&J, são utilizadas séries de dados semanais ou mensais. Isso porque o modelo da forma como foi proposto inicialmente comporta apenas a sazonalidade e não ciclos.

### 2.3.6.2

#### Modelos Box & Jenkins com Função de Transferência (BJFT)

A utilização de variáveis auxiliares nos modelos univariados de Box & Jenkins através de funções de transferência pode aperfeiçoar a modelagem e a previsão de séries temporais [39], daí a preferência por sua utilização neste trabalho. A forma como essas variáveis auxiliares  $X_t$  influenciam a variável resposta  $Y_t$  é dada por uma função de transferência  $f(X_t)$ , conforme equação (2.23).

$$Y_t = f(X_t) + \varepsilon_t \quad (2.23)$$

Onde:  $\varepsilon_t$  pode ser um ruído branco ou um modelo ARIMA completo.

A função de transferência  $f(X_t)$  pode envolver valores passados e/ou presentes de uma ou mais séries temporais, as quais podem ser do tipo quantitativo ou binário (*dummy*). Em se tratando de uma série temporal quantitativa, a forma genérica de  $f(X_t)$  pode ser dada conforme equação (2.24).

$$f(X_t) = \frac{(w_0 + w_1B + w_2B^2 + \dots + w_sB^s)}{(1 - \delta_1B - \delta_2B^2 - \dots - \delta_rB^r)} X_{t-b} \quad (2.24)$$

Nota-se que para a identificação de  $f(X_t)$  faz-se necessário identificar os valores de  $r$ ,  $s$  e  $b$  e estimar os parâmetros  $w_i$  ( $i = 0, \dots, s$ ) e  $\delta_j$  ( $j = 1, \dots, r$ ). De acordo com a metodologia de B&J os passos de identificação de  $f(X_t)$  são:

- 1) Calcular a função de correlação cruzada entre  $Y_t$  e  $X_t$ ;
- 2) Identificar  $r$ ,  $s$  e  $b$ ;
- 3) Estimar o modelo BJFT;
- 4) Verificar a adequação do modelo.

Cada passo será descrito a seguir.

### 2.3.6.2.1

#### Calcular a Função de Correlação Cruzada entre $Y_t$ e $X_t$

Do mesmo modo que a função de autocorrelação é utilizada na identificação dos modelos univariados de B&J, a função de correlação cruzada entre a entrada e a saída é a ferramenta de análise utilizada na identificação do modelo BJFT [40].

A função de correlação cruzada (CCF) entre  $Y_t$  e  $X_t$  denota as correlações entre elas para diferentes defasagens no tempo e é definida como se segue.

$$ccf(k) = \frac{c_{xy}(k)}{s_x s_y}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.25)$$

Onde:  $s_x$  representa o desvio padrão de  $X_t$ ;

$s_y$  representa o desvio padrão de  $Y_t$ ;

$c_{xy}(k)$  representa a covariância entre as duas variáveis no lag  $k$ .

A covariância  $c_{xy}(k)$  é definida conforme equação (2.26).

$$c_{xy}(k) = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(y_{t+k} - \bar{y}), & k = 0, 1, 2, \dots \\ \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n+k} (y_t - \bar{y})(x_{t-k} - \bar{x}), & k = 0, 1, 2, \dots \end{cases} \quad (2.26)$$

Para  $k > 0$ , a CCF exprime o relacionamento entre  $X$  no tempo  $t$  e  $Y$  no tempo futuro  $t + k$ . Já para valores negativos de  $k$ , tem-se o relacionamento entre  $X$  no tempo  $t$  e  $Y$  no tempo passado  $t - k$ .

A CCF é afetada pela autocorrelação de  $X_t$  e  $Y_t$  e, caso as séries temporais não sejam estacionárias, o resultado da CCF fica comprometido, não refletindo o

verdadeiro grau de associação entre elas [41]-[42]. A fim de corrigir esse problema, B&J sugerem o método de pré-branqueamento, o qual permite eliminar a estrutura de tendência (determinística ou estocástica) presente numa série temporal.

O método de pré-branqueamento consiste nas seguintes etapas:

a) Ajustar um modelo ARIMA para a série independente  $X_t$  através da análise de suas funções de autocorrelação (ACF) e de autocorrelação parcial (PACF)<sup>5</sup>;

b) Filtrar  $Y_t$  pelo modelo encontrado em (a), ou seja, o modelo de  $Y_t$  é o mesmo modelo de  $X_t$  (com os mesmos parâmetros estimados);

c) Salvar os resíduos dos dois modelos;

d) Calcular a CCF entre os resíduos obtidos em (c).

### 2.3.6.2.2

#### Identificar $r$ , $s$ e $b$

Após calcular a CCF, procede-se à identificação das ordens  $r$ ,  $s$  e  $b$ :

- $b$ : refere-se ao primeiro lag significativo na CCF. Representa a primeira defasagem de  $X$  que comporá o modelo de previsão;

- $s$ : número de lags crescentes após  $b$ . Representa as próximas defasagens de  $X$  que comporão o modelo de previsão;

- $r$ : depende do comportamento da CCF após os lags crescentes identificados em  $s$  ( $r = 0$ , se há corte brusco;  $r = 1$ , se há queda exponencial;  $r = 2$ , se há uma senoide amortecida). Os casos mais comuns são  $r = 0$  e  $r = 1$ .

Com a identificação de  $r$ ,  $s$  e  $b$ , é possível obter a forma de  $f(X_t)$  através da equação (2.24).

### 2.3.6.2.3

#### Estimar o Modelo BJFT

Identificada a forma de  $f(X_t)$ , procede-se à etapa de estimação do modelo BJFT. O primeiro passo é identificar a ordem do modelo ARIMA para a série  $Y_t$ , tal como foi feito para  $X_t$ . Em seguida, o modelo identificado para  $Y_t$  será aquele

<sup>5</sup> Um método mais robusto que auxilia na identificação de modelos ARIMA são os critérios de informação, como, por exemplo, AIC [43] e BIC [44].

utilizado na estimação do modelo BJFT, isto é, este modelo será aplicado a  $Y_t$  tendo  $X_{t-b}$  como variável auxiliar. O modelo BJFT estimado pode ser denominado ARIMAX (ou SARIMAX no caso de séries sazonais), isto é, ARIMAX são modelos ARIMA com variáveis exógenas e podem ser descritos como SARIMAX(p, d, q, b)x(P, D, Q)<sub>s</sub> [45].

#### 2.3.6.2.4

##### Verificar a Adequação do Modelo

A fim de verificar se o modelo ajustado é adequado, são propostas as seguintes análises:

- ACF dos resíduos;
- CCF entre os resíduos e a variável auxiliar  $X_t$  pré-branqueada.

Se existirem padrões de correlação, o modelo não está bem especificado e, por conseguinte, deve ser modificado. Caso contrário, o modelo é adequado e pode proceder-se à previsão.

Na literatura é possível encontrar alguns exemplos da aplicação desta metodologia, tais como: Hanssens [46] modelou vendas de compostos vegetais a partir de gastos com publicidade e mostrou que a metodologia tem um desempenho superior a alguns modelos univariados; Nogales e Conejo [47] mostraram que o método é uma boa alternativa em relação a modelos ARIMA e Redes Neurais na previsão do preço de eletricidade; Bercu e Proia [48] utilizaram o método para previsão de curto prazo de consumo de energia tendo temperatura como variável auxiliar e também comprovaram que a metodologia é uma boa alternativa de previsão; Kritharas [45] utilizou o método para previsão de longo prazo de velocidade do vento e mostrou que há uma melhora na acuracidade da previsão se comparado o BJFT a um modelo similar univariado; Ferreira, Souza e Mattos [39] ensinam como ajustar um modelo BJFT utilizando o software R.

É possível observar que os estudos que utilizaram esta metodologia obtiveram resultados superiores aos modelos univariados e de inteligência computacional. Além disso, na escolha do modelo para esta pesquisa foram realizados testes com o modelo de regressão dinâmica, o qual encontra-se na mesma classe de modelos do BJFT (modelo estatístico causal). Fazendo uso de uma mesma variável causal, foram obtidos resultados similares para ambos

modelos, contudo para BJFT as previsões mostraram-se menos erráticas, ou seja, apresentaram menor MAPE (apresentado na seção 2.4.1). Assim, o modelo BJFT se mostrou o mais adequado para viabilizar os objetivos deste trabalho em relação à previsão de séries temporais.

## 2.4 Métricas de Avaliação dos Modelos

Nesta seção serão apresentadas algumas métricas de avaliação dos modelos de séries temporais. Em geral, as métricas de avaliação são dadas em função dos erros calculados para  $k$  passos à frente, onde  $k$  é denominado horizonte de previsão.

### 2.4.1 Erro Médio Absoluto Percentual (MAPE)

O MAPE é calculado pela diferença entre os valores estimados (previsões 1 passo à frente) e os valores reais, sendo usado tanto para a avaliação *in-sample* como *out-of-sample*. Esta é uma das métricas mais utilizadas na literatura de métodos de previsão, pois fornece um resultado em percentual [25].

$$MAPE = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{|Y(t) - \hat{Y}(t)|}{Y(t)}}{N} \times 100 \quad (2.27)$$

Onde:  $Y(t)$  é o valor observado da série temporal no período  $t$ ;

$\hat{Y}(t)$  é o valor ajustado da série temporal no período  $t$ ;

$N$  é o total de observações.

### 2.4.2 Coeficiente de Determinação ( $R^2$ )

O coeficiente  $R^2$  indica o quanto a variação total dos dados é explicada pelo modelo. Ele é calculado através da comparação do erro do modelo e a variação dos dados da série dependente (série a ser prevista) em torno de sua média [25].

$$R^2 = \left( 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (Y(t) - \hat{Y}(t))^2}{\sum_{i=1}^N (Y(t) - \bar{Y})^2} \right) \times 100 \quad (2.28)$$

Onde:  $\bar{Y}$  é a média de  $Y$ .

### 2.4.3 Critérios de Informação

O uso de critérios de informação com o intuito de comparar modelos é bastante difundido na literatura [25]. A seguir serão apresentados os critérios AIC e BIC.

#### 2.4.3.1 Critério de Informação de Akaike (AIC)

Proposto originalmente por Akaike [43], este critério de informação mede quão aderente o modelo é aos dados.

$$AIC = -2 \ln(L) + 2k \quad (2.29)$$

Onde:  $L$  é o valor obtido para a máxima verossimilhança do modelo;  
 $k$  é o número de parâmetros do modelo.

#### 2.4.3.2 Critério de Informação Bayesiano (BIC)

Proposto por Schwarz [44], este critério de informação é bastante similar ao AIC. Ele também mede a aderência do modelo aos dados e propõe um tratamento Bayesiano para o índice.

$$BIC = -2 \ln(L) + k \ln(n) \quad (2.30)$$

Onde:  $L$  é o valor obtido para a máxima verossimilhança do modelo;  
 $k$  é o número de parâmetros do modelo;  
 $n$  é o número de observações da série.

### 3 Tratamento das Séries Temporais

Neste capítulo serão apresentados: (i) o processo de modelagem das séries temporais em estudo (Demanda Máxima de Potência e Energia Total Consumida) através do modelo de Box & Jenkins com Função de Transferência (BJFT); (ii) o processo de previsão das séries e (iii) o processo de geração dos cenários que irão compor a base de dados de entrada no estudo de otimização posterior.

Esta pesquisa se baseia nos dados reais de um grande consumidor de energia elétrica do estado do Rio de Janeiro.

No trabalho foram utilizados dados de dias letivos como variável explicativa. Estes se referem aos dias úteis do calendário do ano civil, tendo sido considerados, além dos feriados nacionais, os feriados locais, que são: Dia de São Jorge (23/04), Dia do Professor (15/10), Dia da Consciência Negra (20/11) e Dia de Nossa Senhora da Conceição (08/12).

Cada um dos processos mencionados será apresentado nas seções seguintes com suas principais premissas.

#### 3.1 Modelagem das Séries Temporais

Esta seção apresenta a modelagem das séries de Demanda Máxima de Potência e Energia Total Consumida utilizando uma metodologia que permite o uso de variáveis explicativas, qual seja: Box & Jenkins com Função de Transferência (BJFT). Isso porque o objetivo nesta etapa é modelar as séries citadas empregando a série de dias letivos como covariável.

As séries temporais que compõem a análise são descritas a seguir:

- Demanda Máxima de Potência ( $D_{MAX}$ ): conjunto de 84 observações mensais que vão desde janeiro de 2008 a dezembro de 2014, expresso em [kW];
- Energia Total Consumida ( $E_T$ ): conjunto de 84 observações mensais que vão desde janeiro de 2008 a dezembro de 2014, expresso em [kWh];

- Dias Letivos ( $Dias_{LET}$ ): conjunto de 108 observações mensais que vão desde janeiro de 2008 a dezembro de 2016, expresso em dias.

Na Figura 3.1 está ilustrada a série de demanda máxima de potência.

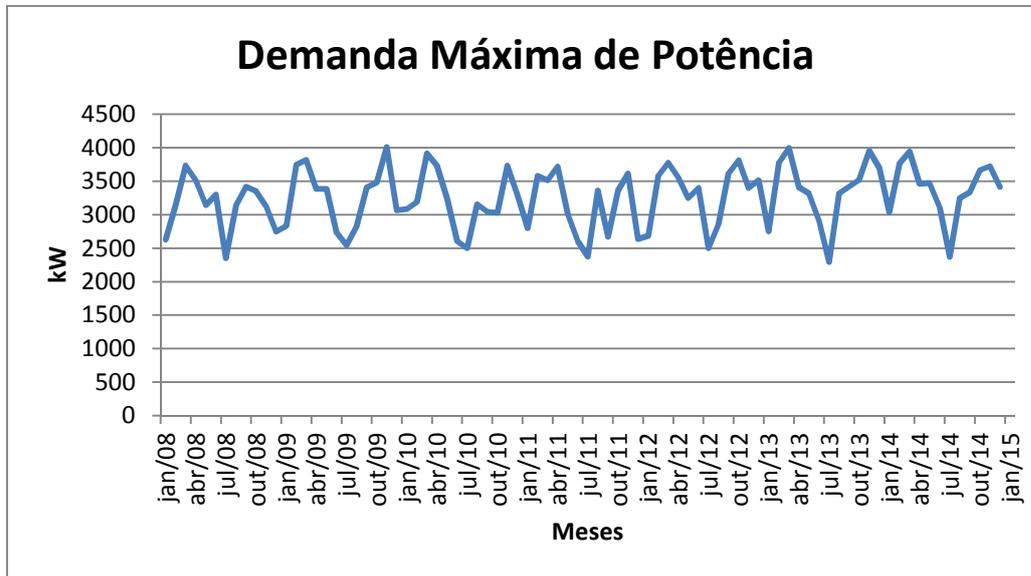


Figura 3.1 – Série  $D_{MAX}$

Na Figura 3.2 está ilustrada a série de energia total consumida.

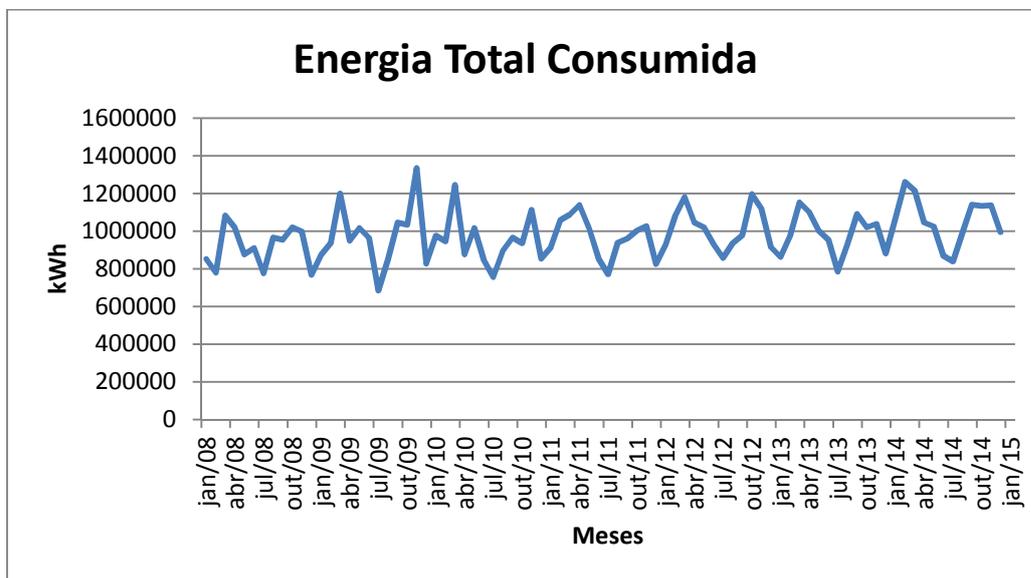


Figura 3.2 – Série  $E_T$

Na Figura 3.3 está ilustrada a série de dias letivos.

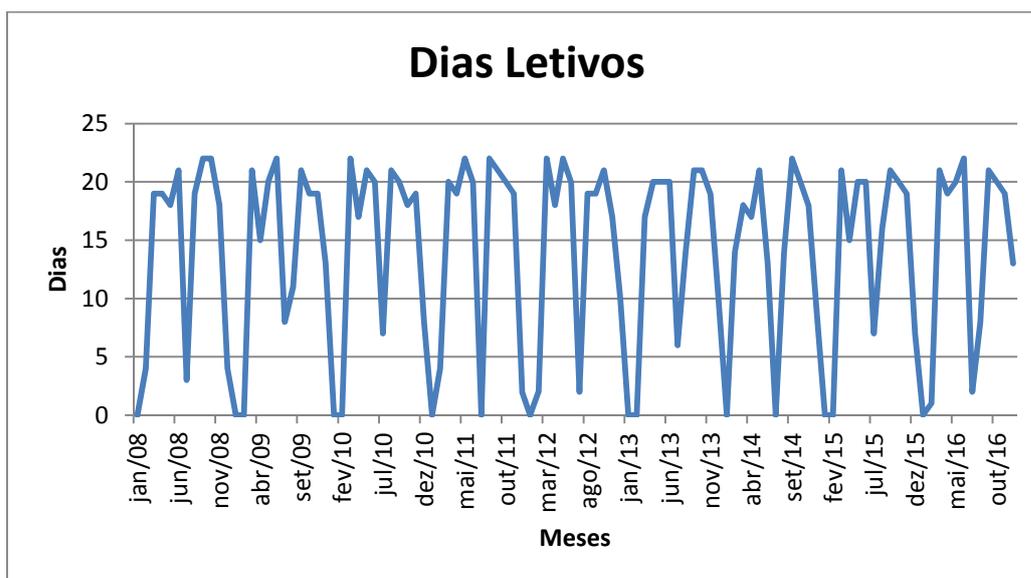


Figura 3.3 – Série  $Dias_{LET}$

### 3.1.1

#### Modelagem por Box & Jenkins com Função de Transferência

Os modelos de Box & Jenkins com Função de Transferência (BJFT) incorporam o efeito de variáveis auxiliares que exercem influência sobre a dinâmica de determinada série temporal, tendo como objetivo escrever uma série como função de seu passado e de outras covariáveis, defasadas ou não. Tais modelos têm se tornado uma opção bastante interessante para a previsão de séries temporais que contêm sazonalidade.

A estratégia usualmente utilizada na construção de um modelo de B&J é através de um ciclo iterativo (estratégia de seleção de modelos até se obter um modelo satisfatório) [24].

Nesse sentido, utilizando o *software* Matlab [49], versão 2013, foi identificado o modelo apropriado de previsão para cada uma das séries. A seguir são listados os resultados obtidos.

Analisando a série de demanda máxima de potência, Figura 3.1, nota-se que  $D_{MAX}$  não tem um comportamento estacionário em todo o espaço de tempo, com variações não constantes e uma leve tendência de crescimento. Já a série de dias letivos parece ser estacionária, como pode ser visto na Figura 3.3.

Na Figura 3.4 estão apresentadas as funções ACF e PACF de  $D_{MAX}$ , tendo sido identificado o modelo SARIMA  $(1,0,1) \times (0,1,1)_{12}$ .

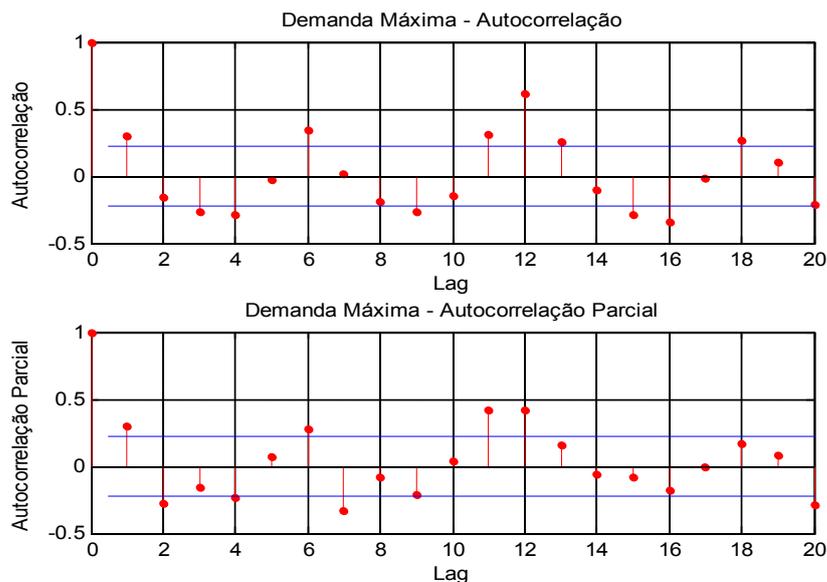


Figura 3.4 – ACF e PACF:  $D_{MAX}$

A partir da análise dos fatores de autocorrelação e autocorrelação parcial, foi identificado o modelo SARIMAX(1,0,1,0)x(0,1,1)<sub>12</sub> para  $D_{MAX}$ . O modelo BJFT estimado é adequado, pois não apresenta padrões de correlação entre os resíduos. Esse fato pode ser verificado na Figura 3.5.

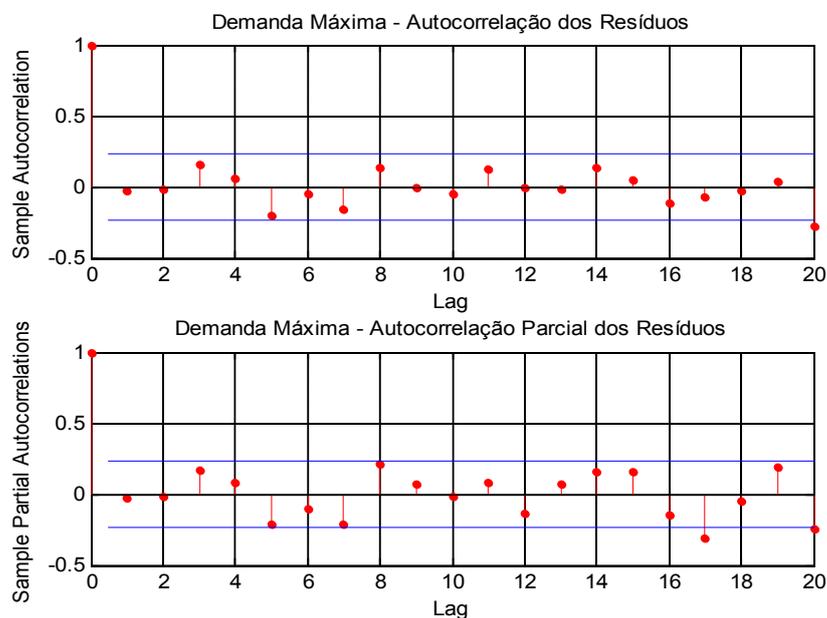


Figura 3.5 – ACF e PACF: Resíduos  $D_{MAX}$

Assim, de acordo com a estimação, o modelo pode ser representado nos moldes da equação (2.23) da seguinte forma:

$$D_{MAX_t} = 1,05Dias_{LET_t} + \left( \frac{(1 + 0,24B) (1 - 0,64B^{12})}{(1 + 0,21B)} \right) \varepsilon_t \quad (3.1)$$

O modelo obtido aponta para um R<sup>2</sup> igual a 94,11% e para um MAPE de 2,96% para previsões *out-of-sample*, o que sinaliza uma boa aderência do modelo proposto. Essas estatísticas são apropriadas.

Passando para a análise da série de energia total consumida, nota-se que  $E_T$  também não tem um comportamento estacionário em todo o espaço de tempo, com variações não constantes e uma leve tendência de crescimento, como pode ser visto na Figura 3.2. Já a série de dias letivos mantém o mesmo comportamento já mencionado anteriormente.

Na Figura 3.6 estão ilustradas as funções ACF e PACF de  $E_T$ , a partir das quais foi identificado o modelo SARIMA (1,0,1)x(0,1,1)<sub>12</sub>.

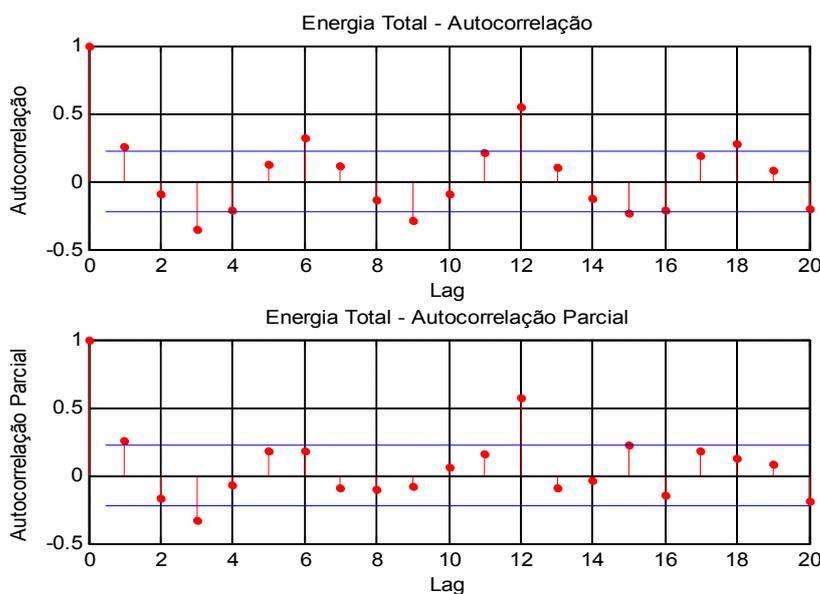


Figura 3.6 – ACF e PACF:  $E_T$

O modelo identificado para  $E_T$  foi utilizado na estimação do modelo BJFT: SARIMAX(1,0,1,0)x(0,1,1)<sub>12</sub>. O modelo BJFT estimado é adequado, pois não apresenta padrões de correlação entre os resíduos. Esse fato pode ser verificado na Figura 3.7.

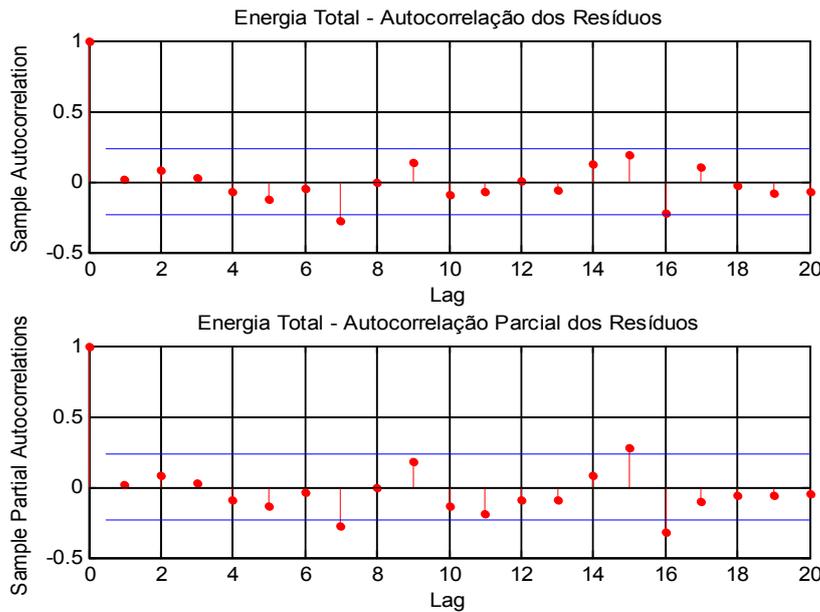


Figura 3.7 – ACF e PACF: Resíduos  $E_T$

Portanto, o modelo pode ser representado nos moldes da equação (2.23) da seguinte forma:

$$E_{T_t} = 10,29 + 0,53Dias_{LET_t} + \left( \frac{(1 + 0,89B) (1 - 0,62B^{12})}{(1 + 0,94B)} \right) \varepsilon_t \quad (3.2)$$

O modelo obtido aponta para um  $R^2$  igual a 54,80% e para um MAPE de 7,08% para previsões *out-of-sample*. Essas foram as melhores estatísticas obtidas.

### 3.2 Previsão das Séries Temporais

Nesta seção será descrito o processo de previsão das séries de  $D_{MAX}$  e  $E_T$  um ano à frente pelo método de Box & Jenkins com Função de Transferência.

#### 3.2.1 Previsão por Box & Jenkins com Função de Transferência

As previsões geradas por um modelo de B&J com Função de Transferência dependem não só dos valores passados da série como também dos valores futuros para as variáveis causais.

Nesse sentido, a série de dias letivos é conhecida antecipadamente, não havendo a necessidade de prevê-la, e as previsões de  $D_{MAX}$  e  $E_T$  foram obtidas

utilizando-se o *software* Matlab [49], versão 2013. A seguir são listados os resultados obtidos.

Na Tabela 3.1 estão apresentados os valores previstos para demanda máxima de potência a partir da equação (3.1).

Tabela 3.1 – Valores previstos da série de demanda máxima de potência por BJFT (kW)

Jan/15	2.876,61	Abr/15	3.541,83	Jul/15	2.388,99	Out/15	3.604,88
Fev/15	3.652,89	Mai/15	3.369,22	Ago/15	3.230,94	Nov/15	3.728,79
Mar/15	3.923,14	Jun/15	3.063,64	Set/15	3.373,61	Dez/15	3.366,19

Na Figura 3.8 está ilustrada a previsão de  $D_{MAX}$  por B&J com FT.

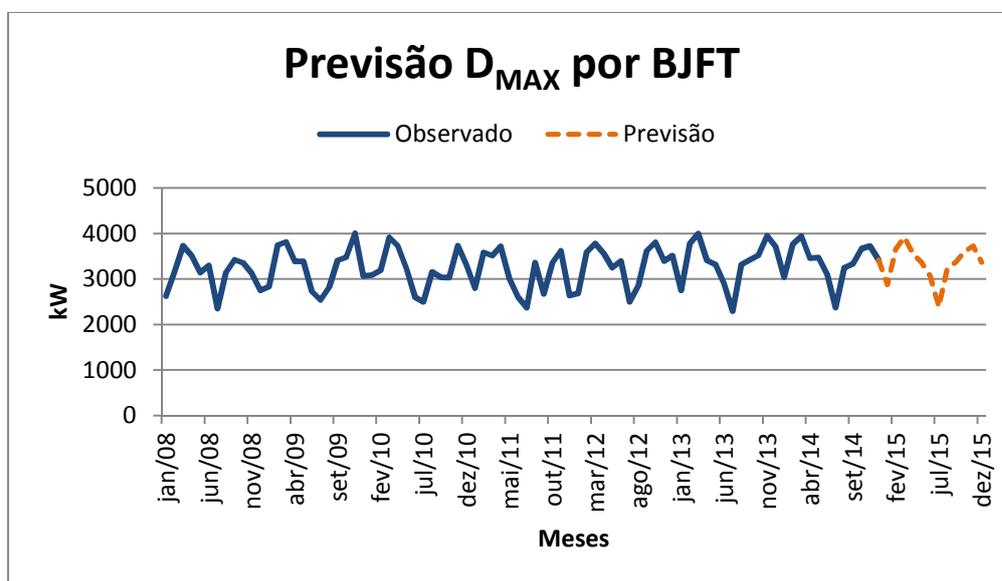


Figura 3.8 – Previsão de  $D_{MAX}$  por BJFT (kW)

Na Tabela 3.2 estão apresentados os valores previstos para energia total consumida a partir da equação (3.2).

Tabela 3.2 – Valores previstos da série de energia total consumida por BJFT (kWh)

Jan/15	966.984,30	Abr/15	1.075.461,16	Jul/15	822.924,04	Out/15	1.116.829,10
Fev/15	1.119.137,06	Mai/15	1.042.361,67	Ago/15	986.993,80	Nov/15	1.119.938,38
Mar/15	1.206.666,53	Jun/15	921.328,59	Set/15	1.086.718,39	Dez/15	932.664,66

Na Figura 3.9 está ilustrada a previsão de  $E_T$  por B&J com FT.

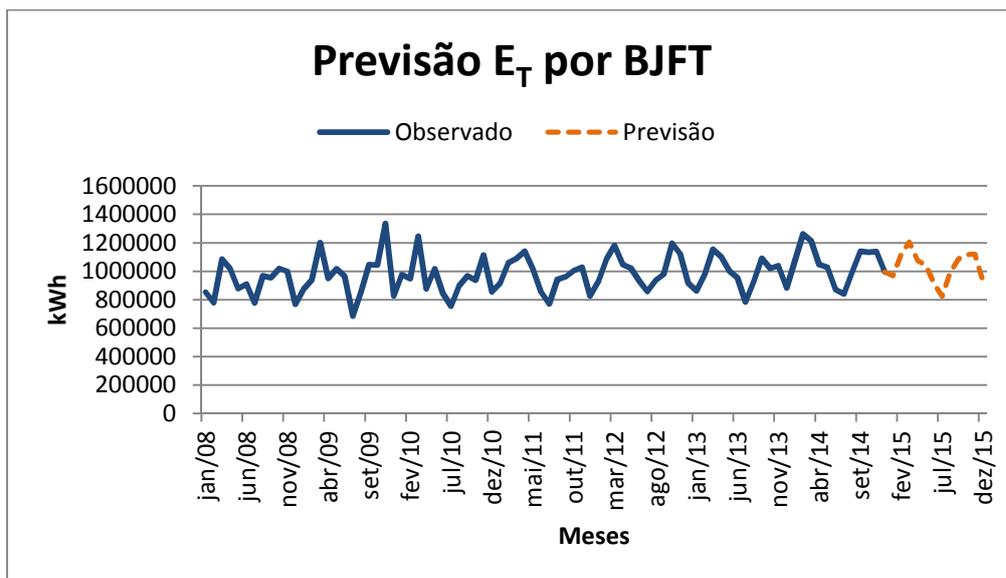


Figura 3.9 – Previsão de  $E_T$  por BJFT (kWh)

### 3.3 Geração dos Cenários

Nesta seção será descrito o processo de geração de cenários das séries de demanda máxima de potência e energia total consumida.

Assim, foi realizada a checagem da normalidade dos resíduos de previsão para ambas as séries em estudo. Na Figura 3.10 e na Figura 3.11 está ilustrada essa etapa.

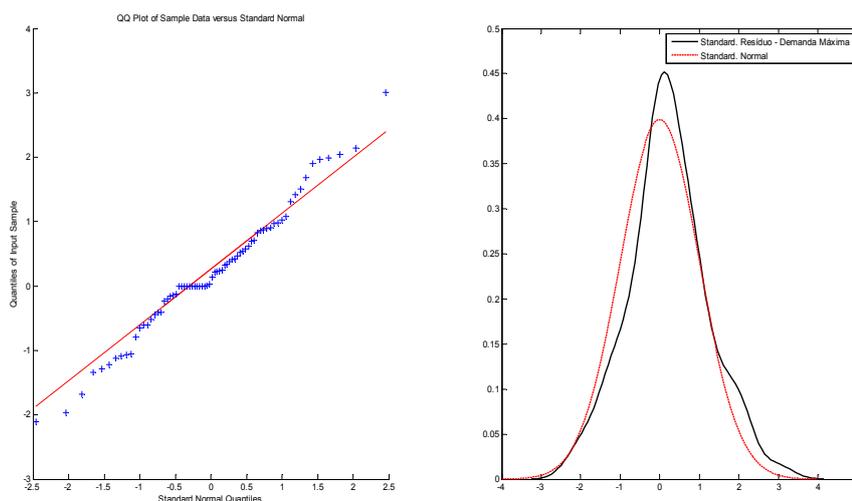


Figura 3.10 – Checagem Normalidade Resíduos: Previsão  $D_{MAX}$

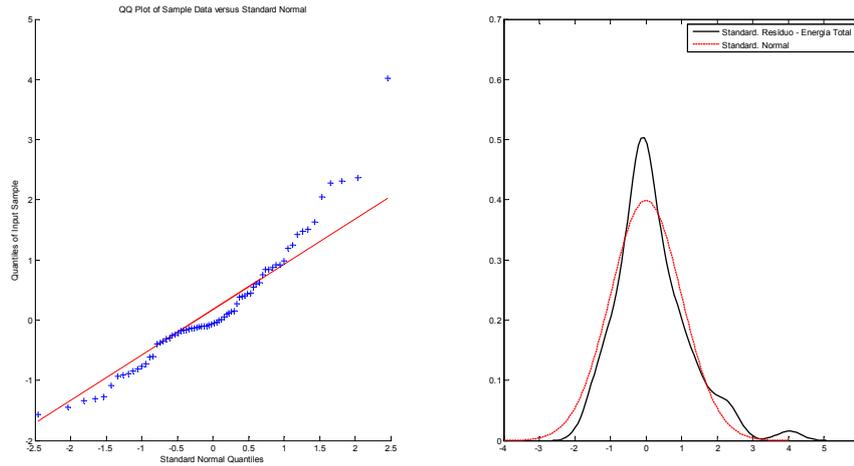


Figura 3.11 – Checagem Normalidade Resíduos: Previsão  $E_T$

Dada a normalidade dos resíduos de previsão, procedeu-se a obtenção de dois mil cenários de demanda máxima de potência e dois mil cenários de energia total consumida por meio da geração de variáveis aleatórias que seguem uma distribuição normal que, por sua vez, segue a média e o desvio padrão dos respectivos resíduos de previsão. Por razões didáticas, na Figura 3.12 e na Figura 3.13 estão ilustradas apenas vinte das duas mil simulações dos cenários realizadas.

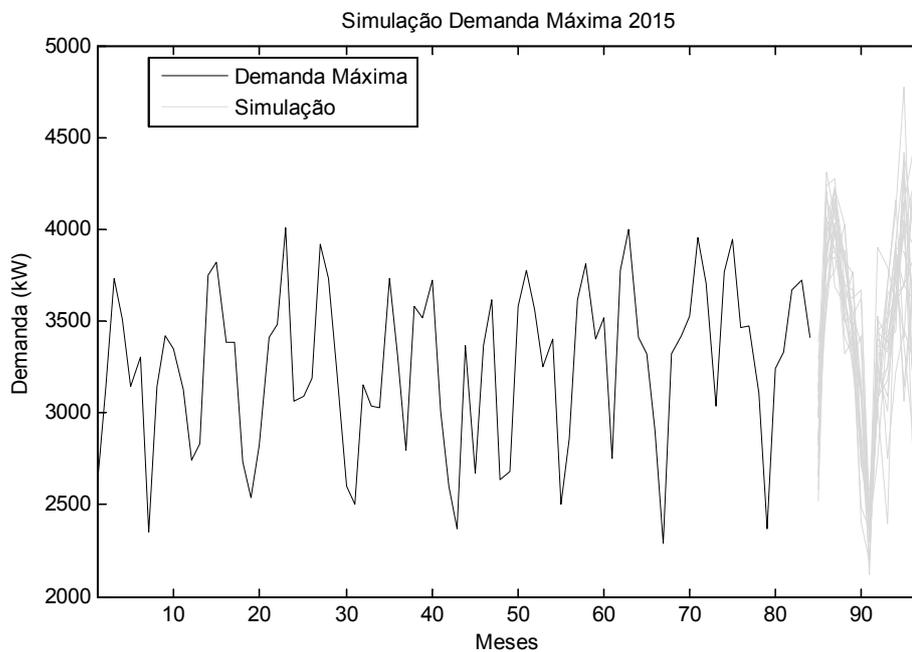


Figura 3.12 – Simulação de Cenários:  $D_{MAX}$

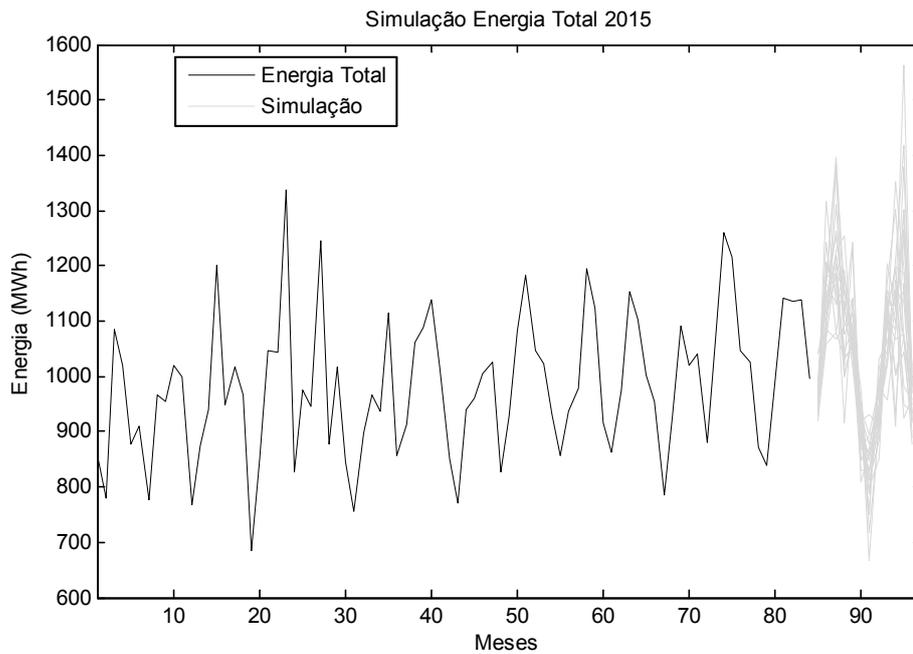


Figura 3.13 – Simulação de Cenários:  $E_T$

Na Figura 3.14 e na Figura 3.15 estão ilustrados lado a lado o histórico de dados empilhados e vinte dos cenários simulados. Como é possível observar, os padrões de média e variância foram capturados na simulação.

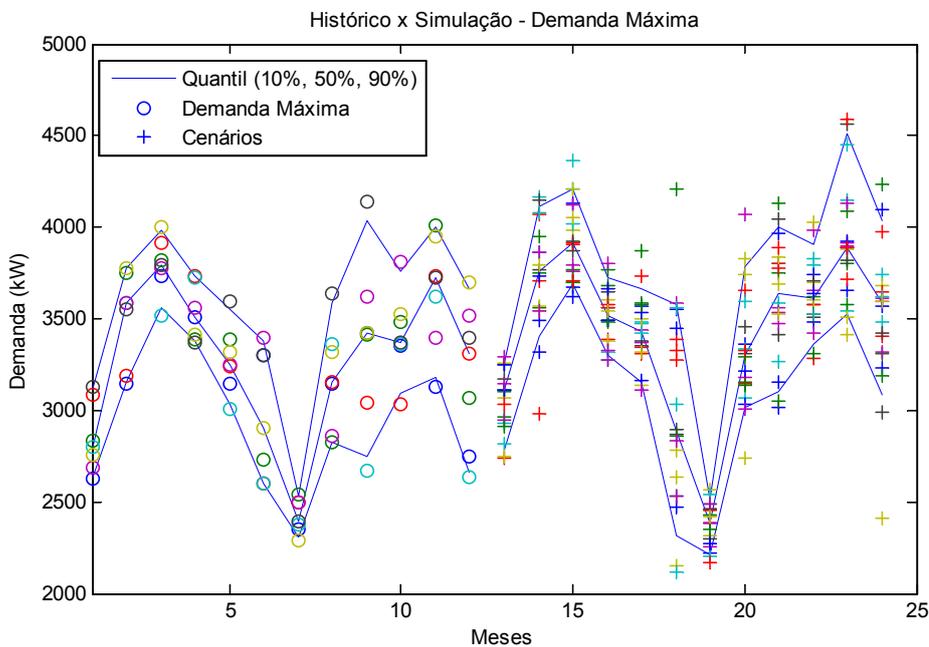


Figura 3.14 – Histórico e Simulação: Quantis  $D_{MAX}$

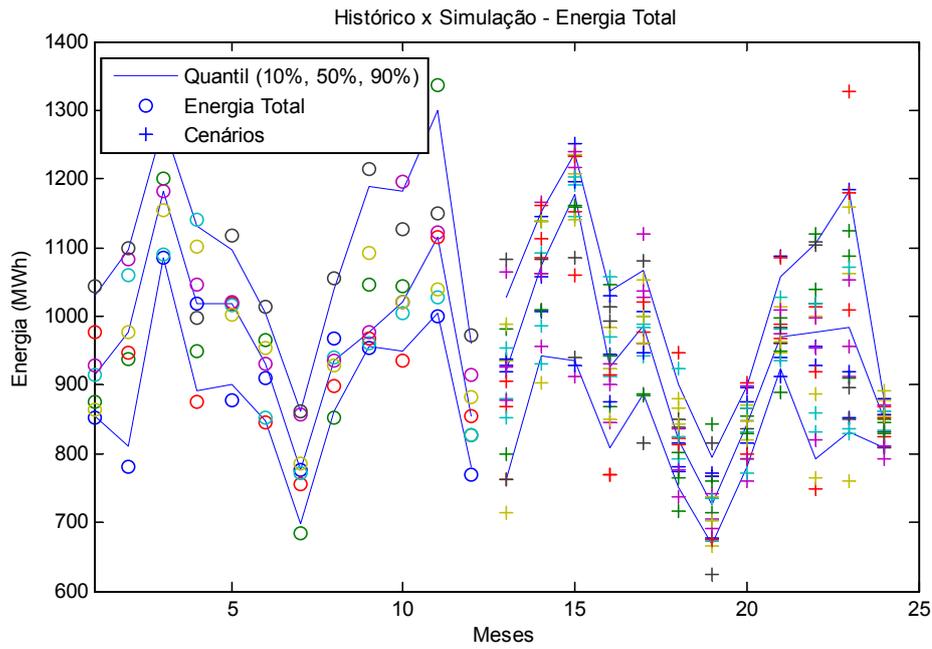


Figura 3.15 – Histórico e Simulação: Quantis  $E_T$

## 4 Ambientes de Contratação

Neste capítulo é apresentada a formulação do custo de energia associado a cada ambiente de contratação.

Como no Brasil os grandes consumidores de energia elétrica podem contratar energia no ACR ou no ACL, neste trabalho foi considerada a modalidade verde para o ACR e a modalidade de contrato por quantidade para o ACL.

### 4.1 Ambiente de Contratação Regulada

No ACR os consumidores estão separados em dois grupos definidos de acordo com o nível de tensão. Os consumidores do Grupo A são de alta tensão (acima de 2,3 kV) e os do Grupo B de baixa tensão (abaixo de 2,3 kV). Além disso, dentro de cada grupo existem também subdivisões (subgrupos) e dentro de cada subgrupo há diferentes modalidades que definem o tipo de contratação do consumidor. Estas modalidades já foram descritas no Capítulo 1, quais sejam: Convencional, Horária Azul e Horária Verde. Neste trabalho foi estudado um consumidor enquadrado na modalidade Verde A4.

A modalidade verde, como descrito anteriormente, estabelece tarifas diferenciadas de consumo de energia para os grupos de horários chamados de ponta e fora da ponta e uma única tarifa de demanda de potência. O posto tarifário ponta corresponde ao período de maior consumo de energia elétrica, que costuma ocorrer entre 17 e 20 horas dos dias úteis no Brasil. O posto tarifário fora da ponta compreende as demais horas dos dias úteis e as 24 horas dos sábados, domingos e feriados. Assim, o custo associado ao consumidor cativo nesta modalidade, para um mês  $t$  qualquer é obtido conforme equação (4.1) [14].

$$C_t^{cat} = D_t T_D + E_t^p T_E^p + E_t^{fp} T_E^{fp} \quad (4.1)$$

Onde:  $C_t^{cat}$  é o custo do consumidor cativo no mês  $t$ , (R\$);

$D_t$  é o maior valor entre a demanda de potência contratada e a demanda máxima de potência registrada no mês  $t$ , (kW), ( $D_t = \max_t \{D_t^c, D_t^{max}\}$ );

$T_D$  é a tarifa de demanda de potência dada por resolução ANEEL, (R\$/kW);

$E_t^p$  é a energia consumida na ponta no mês  $t$ , (MWh);

$T_E^p$  é a tarifa de consumo de energia na ponta dada por resolução ANEEL, (R\$/MWh);

$E_t^{fp}$  é a energia consumida fora da ponta no mês  $t$ , (MWh);

$T_E^{fp}$  é a tarifa de consumo de energia fora da ponta dada por resolução ANEEL, (R\$/MWh).

Contudo, se a demanda máxima de potência registrada ultrapassar em 5% a demanda de potência contratada ( $D_t^{max} > 1,05D_t^c$ ), o custo para o consumidor nesta modalidade deve ser calculado conforme equação (4.2) [14], como previsto na regulação [10].

$$C_t^{cat} = D_t^{max} T_D + E_t^p T_E^p + E_t^{fp} T_E^{fp} + (D_t^{max} - D_t^c) T_D^u \quad (4.2)$$

Onde:  $T_D^u$  é a tarifa de ultrapassagem de demanda de potência dada por resolução ANEEL, (R\$/kW).

## 4.2 Ambiente de Contratação Livre

Ao contrário do ACR, no ACL o consumidor conta com a possibilidade de negociar os termos e parâmetros do contrato. Um desses parâmetros é o montante de energia a ser entregue. Outra característica relevante dos contratos no ACL é o tipo de fonte que o lastreia, pois no caso de fontes incentivadas há a incidência de desconto em uma parcela da TUSD, como já descrito no Capítulo 1. Neste trabalho foi considerado um contrato de quantidade de fonte incentivada com 50% de desconto na TUSD. Assim, o custo associado ao consumidor livre em um contrato de quantidade no ACL, para um mês  $t$  qualquer é obtido conforme equação (4.3) [50], sendo as parcelas dos tributos e das perdas descritas no Capítulo 6 quando da apresentação dos modelos de otimização.

$$\begin{aligned}
C_t^{livre} = & P_e^{livre} Q_t + \pi_t (E_t^{tot} - Q_t) + [50\% (TUSD_E^p \\
& TUSD_E^{fp}) + TUSD_E^{fp}] E_t^p + TUSD_E^{fp} E_t^{fp} \\
& + 50\% TUSD_D D_t + 50\% TUSD_D^u D_t^u \\
& + Tributos_{ICMS_t} + Tributos_{\frac{PIS}{COFINS}_t} + Perdas_t \\
& + Tributos_{ICMS_t}^{Perdas}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Onde:  $C_t^{livre}$  é o custo do consumidor livre no mês  $t$ , (R\$);

$P_e^{livre}$  é o preço do contrato no ACL, (R\$/MWh);

$Q_t$  é a quantidade de energia contratada no mês  $t$ , (MWh);

$\pi_t$  é o PLD associado ao mês  $t$ , (R\$/MWh);

$E_t^{tot}$  é a energia total consumida no mês  $t$ , (MWh);

$TUSD_E^p$  é a tarifa de energia na ponta dada por resolução ANEEL, (R\$/MWh);

$E_t^p$  é a energia consumida na ponta no mês  $t$ , (MWh);

$TUSD_E^{fp}$  é a tarifa de energia fora da ponta dada por resolução ANEEL, (R\$/MWh);

$E_t^{fp}$  é a energia consumida fora da ponta no mês  $t$ , (MWh);

$TUSD_D$  é a tarifa de demanda de potência dada por resolução ANEEL, (R\$/kW);

$D_t$  é o maior valor entre a demanda de potência contratada e a demanda máxima de potência registrada no mês  $t$ , (kW), ( $D_t = \max_t \{D_t^c, D_t^{max}\}$ );

$TUSD_D^u$  é a tarifa de ultrapassagem de demanda de potência dada por resolução ANEEL, (R\$/kW);

$D_t^u$  é a demanda de potência de ultrapassagem dada pela diferença entre a demanda máxima de potência registrada no mês  $t$  e a demanda de potência contratada no mês  $t$  quando  $D_t^{max} > 1,05 D_t^c$ , (kW), ( $D_t^u = D_t^{max} - D_t^c$ );

$Tributos_{ICMS_t}$  é a parcela do custo associada à incidência do tributo ICMS no mês  $t$ , (R\$);

$Tributos_{\frac{PIS}{COFINS}_t}$  é a parcela do custo associada à incidência dos tributos PIS e COFINS no mês  $t$ , (R\$);

$Perdas_t$  é a parcela do custo associada às perdas de energia no mês  $t$ , (R\$);

$Tributos_{ICMS_t}^{Perdas}$  é a parcela do custo associada à incidência do tributo ICMS sobre a parcela de perdas de energia no mês  $t$ , (R\$).

Contudo, se o consumo for maior que a energia contratada, o consumidor livre fica sujeito a uma penalidade cuja apuração é anual, por isso esta não compõe o custo mensal dado pela equação (4.3). Assim, o custo anual do consumidor nesta modalidade deve ser calculado conforme equação (4.4) [14].

$$C_T^{livre} = \sum_{t \in T} C_t^{livre} + Pen_{spot} \quad (4.4)$$

Onde:  $T$  é o período de análise;

$C_T^{livre}$  é o custo do consumidor livre no período de análise, (R\$);

$Pen_{spot}$  é a penalidade por exposição negativa no período de análise, (R\$).

O custo da penalidade deve ser calculado conforme equação (4.5) [14].

$$Pen_{spot} = \left( \sum_{t \in T} E_t^{tot} \quad Q_t \right) \bar{\pi}_t \quad (4.5)$$

Onde:  $\bar{\pi}_t$  é o maior valor entre o Valor de Referência (VR) ANEEL e a média associada ao mês  $t$  dos PLDs do período de análise, (R\$/MWh).

O valor de  $\bar{\pi}_t$  deve ser calculado conforme equação (4.6) [14].

$$\bar{\pi}_t = \max \left( \delta, \sum_{t \in T} \frac{\bar{\pi}_t}{|T|} \right) \quad (4.6)$$

Onde:  $\delta$  é o valor de referência ANEEL, (R\$/MWh);

$|T|$  é o número de meses dentro do período de análise.

## 5 Medidas de Risco

Neste capítulo são apresentados o *Value at Risk* (VaR) e o *Conditional Value at Risk* (CVaR) como medidas de risco, tendo sido adotado o CVaR neste trabalho.

A utilização de medidas de risco em problemas de contratação de energia ou demanda de potência está associada à incerteza inerente à variabilidade futura destes dados. O risco é o impacto da combinação de incertezas em uma variável de interesse, como, por exemplo, no custo com energia elétrica ou de demanda de potência no problema de contratação. Este impacto pode levar a resultados com perdas significativas, no qual o tratamento destas informações considerando as estimativas dos riscos associados pode indicar uma postura mais ou menos conservadora. Desta forma, mapear o risco e mensurá-lo é altamente desejável nos problemas que envolvem uma alta variabilidade de custo. Assim, o VaR e o CVaR são medidas que buscam atingir esse objetivo [51].

### 5.1 **Value at Risk (VaR)**

O *Value at Risk* é uma medida de risco que fornece o valor da maior perda esperada. Isso é feito através de técnicas estatísticas, dada a distribuição de uma variável aleatória, avaliada em um determinado espaço de tempo e em um dado intervalo de confiança. O VaR é, então, definido como o quantil da distribuição que separa os  $(100-\alpha)\%$  piores cenários dos  $\alpha\%$  melhores cenários em uma dada distribuição ordenada de probabilidade.

De forma matemática, para uma distribuição de probabilidade da variável aleatória  $R$  (por exemplo, renda), o VaR dessa distribuição, dado um nível de confiança  $\alpha$  entre 0 e 1, é o menor valor  $r$  tal que a probabilidade de que ocorra um cenário  $R$  de valor inferior a  $r$  é de no máximo  $(100-\alpha)\%$  [51]. Ou:

$$VaR_{\alpha}(R) = \inf\{r \in \mathbb{R} : P(R < r) \leq (1 - \alpha)\} \quad (5.1)$$

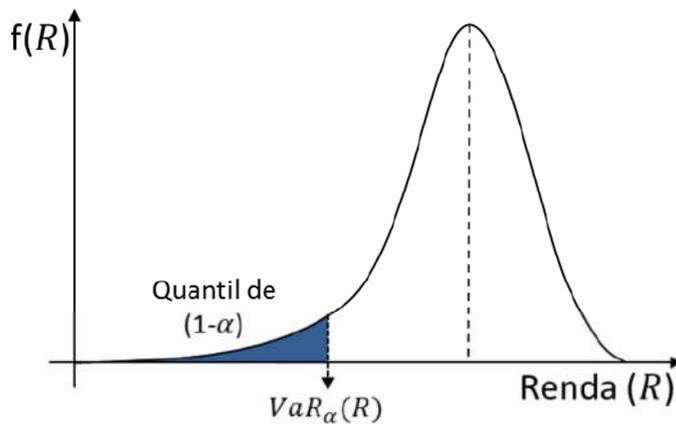


Figura 5.1 – VaR de uma dada distribuição de renda

O VaR tem a vantagem de expressar através de um número a exposição total aos riscos para um dado portfólio. Contudo, esta medida de risco sofre críticas por não quantificar a magnitude dos resultados gerados no caso da ocorrência de um cenário muito ruim considerado e por sua não-convexidade, o que dificulta a implementação dessa medida em algoritmos de otimização.

## 5.2 Conditional Value at Risk (CVaR)

O *Conditional Value at Risk* surgiu como alternativa ao VaR por atender aos axiomas de “coerência” [51], tornando-o uma métrica de risco bastante utilizada. O CVaR tem a capacidade de capturar a presença e a magnitude de cenários mais adversos, além de apresentar convexidade, o que possibilita sua fácil implementação em algoritmos de otimização para encontrar uma solução global.

Para um nível de confiança  $\alpha$  entre 0 e 1, o  $CVaR_{\alpha\%}$  da distribuição de probabilidade da variável aleatória  $R$  é dado pela média dos valores menores que o  $VaR_{\alpha\%}$  dessa distribuição, conforme equação (5.2). Isto é, o CVaR é a média dos  $(100\% - \alpha\%)$  piores cenários da distribuição de probabilidade de determinada variável aleatória.

$$CVaR_{\alpha}(R) = E(R|R \leq VaR_{\alpha}(R)) \quad (5.2)$$

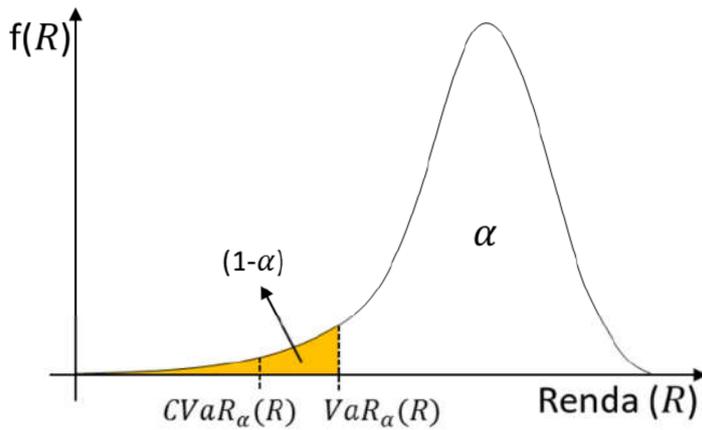


Figura 5.2 – CVaR de uma dada distribuição de renda

A grande vantagem do CVaR, como já mencionado, é a sua capacidade de capturar a presença e a magnitude de cenários mais adversos e permitir ao agente analisar mais ao certo o risco a que está exposto. Se considerados, por exemplo, dois investimentos A e B com duas distribuições de probabilidade genéricas da renda gerada, como ilustrado na Figura 5.3.

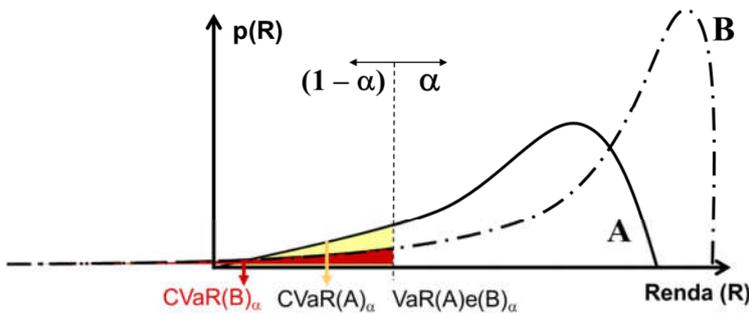


Figura 5.3 – Comparação entre o CVaR de duas distribuições de probabilidade [52]

Observa-se que o VaR leva o agente a uma conclusão equivocada, como se investimentos de mesmo VaR tivessem igual exposição. Contudo, comparando  $CVaR_{\alpha\%}(A)$  e  $CVaR_{\alpha\%}(B)$ , é perceptível que a distribuição de probabilidade de B possui eventos mais extremos, ainda que de baixa probabilidade.

Para o desenvolvimento da modelagem proposta nesta dissertação, a questão da volatilidade dos cenários de demanda de potência requerida e de consumo de energia elétrica será tratada pelo CVaR em função das diversas vantagens que esta medida apresenta e, em especial, por se tratar de uma medida de risco coerente com a teoria de portfólio.

## 6 Modelos de Otimização

Neste capítulo são apresentados os modelos de otimização propostos para as séries de demanda máxima de potência e de energia total consumida.

### 6.1

#### Otimização da Demanda Máxima de Potência Contratada

O modelo de otimização para a série de demanda máxima de potência foi concebido considerando as regras vigentes para o ACR na modalidade tarifária horária verde A4, em que o valor da demanda de potência contratada pode sofrer redução apenas uma vez ao ano e seu acréscimo pode ser feito a qualquer tempo [10]. Assim, a expressão (6.1) representa a função custo de contratação de demanda de potência obtida pela ponderação entre Valor Esperado (VE) e CVaR.

$$Custo_D = \min_{D_t^c, \Delta_{s,t}, d_{s,t}^u, x_t, y_t, C_{s,t}, \delta_{s,t}, w_t} (1 - \lambda) \frac{1}{S} \sum_{t \in T} \sum_{s \in S} C_{s,t} + \lambda \left( \sum_{t \in T} w_t + \sum_{s \in S} \left( \frac{\delta_{s,t}}{1 - \alpha} \right) \frac{1}{S} \right) \quad (6.1)$$

s.a:

$$D_t^c + \Delta_{s,t} + d_{s,t}^u \geq D_{s,t}^{max} \quad \forall t, s \quad (6.2)$$

$$\Delta_{s,t} \leq D_t^c \quad \forall t, s \quad (6.3)$$

$$x_t \in \{0,1\} \quad \forall t \quad (6.4)$$

$$d_{s,t}^u \geq (D_{s,t}^{max} - D_t^c) x_t \quad \forall t, s \quad (6.5)$$

$$d_{s,t}^u \leq M x_t \quad \forall t, s \quad (6.6)$$

$$y_t \in \{0,1\} \quad \forall t > 1 \quad (6.7)$$

$$y_1 \in \{0,1\} \quad (6.8)$$

$$D_1^c \geq d_0 \quad M \quad y_1 \quad (6.9)$$

$$D_t^c \geq D_{t-1}^c \quad M \quad y_t \quad \forall t > 1 \quad (6.10)$$

$$\sum_{t \in T} y_t + y_1 = 1 \quad (6.11)$$

$$C_{s,t} = T_D (D_t^c + \Delta_{s,t} + d_{s,t}^u) + T_D^u d_{s,t}^u \quad \forall t, s \quad (6.12)$$

$$\delta_{s,t} \geq C_{s,t} \quad w_t \quad \forall t, s \quad (6.13)$$

$$\delta_{s,t} \geq 0 \quad \forall t, s \quad (6.14)$$

Onde:  $Custo_D$  é o custo ótimo anual de demanda de potência, (R\$);

$D_t^c$  é a demanda de potência contratada no mês  $t$ , (kW);

$\Delta_{s,t}$  é a tolerância de demanda de potência do mês  $t$  e do cenário  $s$ , (kW);

$d_{s,t}^u$  é a ultrapassagem da demanda de potência contratada do mês  $t$  e do cenário  $s$ , (kW);

$D_{s,t}^{max}$  é a demanda máxima de potência simulada no mês  $t$  e no cenário  $s$ , (kW);

$u$  é o percentual tolerado de ultrapassagem da demanda de potência contratada ( $u = 5\%$ , [10]);

$x_t$  é a variável binária indicativa de ultrapassagem da demanda de potência contratada no mês  $t$ ;

$M$  é o número grande (*Big M*) utilizado como parâmetro auxiliar;

$y_t$  é a variável binária indicativa de redução da demanda de potência contratada no mês  $t$ ;

$d_0$  é a demanda de potência contratada no primeiro mês, (kW);

$C_{s,t}$  é o custo da demanda de potência contratada para o mês  $t$  e o cenário  $s$ , (R\$);

$T_D$  é a tarifa de demanda de potência dada por resolução ANEEL, (R\$/kW);

$T_D^u$  é a tarifa de ultrapassagem de demanda de potência ( $T_D^u = 2 T_D$ , R\$/kW, [10]);

$\delta_{s,t}$  é a variável auxiliar que representa o lado esquerdo de custos a partir do valor de custo  $w_t$  no mês  $t$  e no cenário  $s$  para o período de análise;

$w_t$  é a variável auxiliar que atinge o valor em risco (VaR) da distribuição de custos no mês  $t$  para o período de análise;

$\lambda$  é a constante que faz a ponderação entre VE e CVaR;

$\alpha$  é o parâmetro de aversão ao risco, define o nível de confiança de CVaR.

A equação (6.5) irá determinar a demanda de potência contratada no mês  $t$  ( $D_t^c$ ), dado que a demanda máxima de potência ocorrida ( $D_{s,t}^{max}$ ) pode ser composta pela demanda de potência contratada ( $D_t^c$ ) mais a tolerância de demanda de potência ( $\Delta_{s,t}$ ) mais a ultrapassagem da demanda de potência contratada ( $d_{s,t}^u$ ).

A equação (6.5) define que a tolerância de demanda de potência equivale a um percentual  $u$  da demanda de potência contratada, onde  $u$  é igual a 5% conforme regulação vigente [10].

A equação (6.5) possui um produto de variável que deve ser tratado. Para tanto, efetuou-se sua desmembração em três equações, descritas a seguir.

$$d_{s,t}^u \geq (D_{s,t}^{max} - x_t) z_t \quad \forall t, s \quad (6.15)$$

$$0 \leq D_t^c - z_t \leq (1 - x_t) M \quad \forall t \quad (6.16)$$

$$0 \leq z_t \leq M - x_t \quad \forall t \quad (6.17)$$

Onde:  $z_t$  é a variável auxiliar que trata o produto de variável quando há ultrapassagem da demanda de potência contratada no mês  $t$ .

O grupo das equações (6.5), (6.5) e (6.5) garante que a redução da demanda de potência contratada ocorrerá apenas uma vez no ano, respeitando a regulação vigente [10].

Já o grupo das equações (6.5) e (6.5) garante a análise de aversão ao risco através do CVaR.

## 6.2 Otimização da Energia Total Contratada

O modelo de otimização para a série de energia total consumida foi concebido considerando um contrato de quantidade no ACL, onde não há restrições quanto à sazonalização<sup>6</sup> da energia. Contudo, como já descrito no Capítulo 4, neste ambiente o grande consumidor está sujeito a penalidade se o seu consumo for maior que sua energia contratada, sendo esta penalidade apurada apenas ao final de um ano de contrato. Assim, para este trabalho o modelo foi construído de forma a não permitir que haja penalidade, condição esta garantida pela equação (6.22). Outro aspecto inerente ao ACL é a exposição ao PLD, pois é este o preço ao qual é liquidada a sobra ou adquirida a falta de energia no mês.

A expressão (6.18) representa a função custo de contratação de energia obtida pela ponderação entre VE e CVaR.

$$Custo_E = \min_{Q_t, C_{s,t}, \delta_{s,t}, w_t} (1 - \lambda) \frac{1}{S} \sum_{t \in T} \sum_{s \in S} C_{s,t} + \lambda \left( \sum_{t \in T} w_t + \sum_{s \in S} \left( \frac{\delta_{s,t}}{1 - \alpha} \right) \frac{1}{S} \right) \quad (6.18)$$

s.a:

$$\begin{aligned} C_{s,t} = & P_e^{livre} Q_t + \pi_t^m (E_{s,t}^{tot} - Q_t) + [50\% (TUSD_E^p \\ & TUSD_E^{fp}) + TUSD_E^{fp}] E_{s,t}^p + TUSD_E^{fp} E_{s,t}^{fp} \\ & + 50\% TUSD_D D_{s,t} + 50\% TUSD_D^u D_{s,t}^u + Tributos_{ICMS}_{s,t} \\ & + Tributos_{PIS/COFINS}_{s,t} \quad \forall t, s \end{aligned} \quad (6.19)$$

$$\delta_{s,t} \geq C_{s,t} - w_t \quad \forall t, s \quad (6.20)$$

$$\delta_{s,t} \geq 0 \quad \forall t, s \quad (6.21)$$

$$\max E_{s,t}^{tot} \leq Q_t \leq (1 + tol) \max E_{s,t}^{tot} \quad \forall t \quad (6.22)$$

Onde:  $Custo_E$  é o custo ótimo anual de energia, (R\$);

$C_{s,t}$  é o custo da energia contratada para o mês  $t$  e o cenário  $s$ , (R\$);

$P_e^{livre}$  é o preço do contrato no ACL, (R\$/MWh);

$Q_t$  é a quantidade de energia contratada no mês  $t$ , (MWh);

$\pi_t^m$  é o PLD médio histórico associado ao mês  $t$ , (R\$/MWh);

<sup>6</sup> Sazonalização é a divisão do total contratado ao longo do período entre os meses.

$E_{s,t}^{tot}$  é a energia total simulada no mês  $t$  e no cenário  $s$ , (MWh);

$TUSD_E^p$  é a tarifa de energia na ponta dada por resolução ANEEL, (R\$/MWh);

$E_{s,t}^p$  é a energia na ponta simulada no mês  $t$  e no cenário  $s$ , (MWh);

$TUSD_E^{fp}$  é a tarifa de energia fora da ponta dada por resolução ANEEL, (R\$/MWh);

$E_{s,t}^{fp}$  é a energia fora da ponta simulada no mês  $t$  e no cenário  $s$ , (MWh);

$TUSD_D$  é a tarifa de demanda de potência dada por resolução ANEEL, (R\$/kW);

$D_{s,t}$  é o maior valor entre a demanda de potência contratada ótima e a demanda máxima de potência simulada no mês  $t$  e no cenário  $s$ , (kW),

$$(D_{s,t} = \max \{D_t^c, D_{s,t}^{max}\} \forall t, s);$$

$TUSD_D^u$  é a tarifa de ultrapassagem de demanda de potência dada por resolução ANEEL, (R\$/kW);

$D_{s,t}^u$  é a demanda de potência de ultrapassagem dada pela diferença entre a demanda máxima de potência simulada no mês  $t$  e no cenário  $s$  e a demanda de potência contratada ótima quando  $D_{s,t}^{max} > 1,05D_t^c$ , (kW),

$$(D_{s,t}^u = \max \{0, D_{s,t}^{max} - D_t^c\} \forall t, s);$$

$Tributos_{ICMS_{s,t}}$  é a parcela do custo associada à incidência do tributo ICMS no mês  $t$  e no cenário  $s$ , (R\$);

$Tributos_{\frac{PIS}{COFINS}_{s,t}}$  é a parcela do custo associada à incidência dos tributos PIS e COFINS no mês  $t$  e no cenário  $s$ , (R\$);

$\delta_{s,t}$  é a variável auxiliar que representa o lado esquerdo de custos a partir do valor de custo  $w_t$  no mês  $t$  e no cenário  $s$  para o período de análise;

$w_t$  é a variável auxiliar que atinge o valor em risco (VaR) da distribuição de custos no mês  $t$  para o período de análise;

$tol$  é o percentual de tolerância de contratação de energia ( $tol = 20\%$ );

$\lambda$  é a constante que faz a ponderação entre VE e CVaR;

$\alpha$  é o parâmetro de aversão ao risco, define o nível de confiança de CVaR.

O grupo das equações (6.5) e (6.5) garante a análise de aversão ao risco através do CVaR.

A equação (6.5), como já mencionado anteriormente, garante que não haja penalidade por falta de cobertura contratual de energia, onde o limite mínimo de contratação imposto corresponde ao valor máximo de energia total simulada.

A parcela  $Tributos_{ICMS_{s,t}}$  é calculada conforme equação (6.23).

$$\begin{aligned} & Tributos_{ICMS_{s,t}} \\ &= \left[ \frac{[50\%(TUSD_E^p \quad TUSD_E^{fp}) + TUSD_E^{fp}]E_{s,t}^p + TUSD_E^{fp}E_{s,t}^{fp}}{1 \quad PIS \quad COFINS \quad ICMS} \right. \\ & \left. + \frac{50\%TUSD_D D_{s,t} + 50\%TUSD_D^u D_{s,t}^u}{1 \quad PIS \quad COFINS \quad ICMS} \right] \times ICMS \quad \forall t, s \end{aligned} \quad (6.23)$$

A parcela  $Tributos_{PIS/COFINS_{s,t}}$  é calculada conforme equação (6.24).

$$\begin{aligned} & Tributos_{PIS/COFINS_{s,t}} \\ &= \left[ \frac{[50\%(TUSD_E^p \quad TUSD_E^{fp}) + TUSD_E^{fp}]E_{s,t}^p + TUSD_E^{fp}E_{s,t}^{fp}}{1 \quad PIS \quad COFINS \quad ICMS} \right. \\ & \left. + \frac{50\%TUSD_D D_{s,t} + 50\%TUSD_D^u D_{s,t}^u}{1 \quad PIS \quad COFINS \quad ICMS} \right] \times (PIS + COFINS) \quad \forall t, s \end{aligned} \quad (6.24)$$

Após a otimização, para compor o custo total, somam-se as parcelas  $Perdas_t$  e  $Tributos_{ICMS_t}^{Perdas}$ , calculadas conforme equações (6.25) e (6.26). Isso porque estas parcelas envolvem a quantidade de energia contratada ( $Q_t$ ) e, quando inseridas no modelo de otimização, induziam a uma contratação conservadora, o que não é o objetivo. Dessa forma, são calculadas ao final do processo de otimização já com os valores ótimos mensais de energia contratada ( $Q_t$ ).

$$Perdas_t = 2,70\%(P_e^{livre} Q_t) \quad \forall t \quad (6.25)$$

$$Tributos_{ICMS_t}^{Perdas} = \left[ \frac{P_e^{livre} Q_t + Perdas_t}{1 \quad ICMS} \right] \times ICMS \quad \forall t \quad (6.26)$$

## 7 Resultados e Discussões

Neste capítulo serão apresentados e discutidos os principais resultados obtidos para um grande consumidor de distribuição.

Os modelos de otimização propostos foram implementados no *software* Xpress [53]. As simulações foram realizadas em computador com processador Intel Core i7, 3,40 GHz com 8 GB de RAM. O tempo médio de otimização girou em torno de 5 minutos.

### 7.1 Resultados de Otimização da Demanda Máxima de Potência Contratada para 2015

Após terem sido realizadas a previsão e a simulação dos dados de demanda máxima de potência para o ano de 2015 (ver Capítulo 3), procedeu-se à otimização do valor contratado de demanda de potência. Para realizar a otimização foi tomado  $d_0 = 3800kW$ , haja vista este ter sido o valor contratado vigente para o grande consumidor.

A aversão ao risco da análise aumenta à medida que o parâmetro  $\lambda$  se aproxima da unidade. O grande consumidor, então, pode avaliar diferentes análises e escolher o risco que está disposto a assumir. Neste trabalho, adotou-se três valores de  $\lambda$ . Assim, na Tabela 7.1 estão apresentados os resultados de otimização para o ano de 2015 para  $\lambda$  igual a 0, 0.5, 1, que retratam, respectivamente: uma análise que considera apenas o VE, uma análise que pondera 50% VE e 50% CVaR e uma análise que considera apenas CVaR. Em negrito estão ressaltados os valores de demanda de potência onde há a redução da contratação. É possível perceber que para uma opção de total aversão ao risco, o otimizador propõe uma menor redução de demanda de potência.

Tabela 7.1 – Perfis ótimos de demanda de potência contratada para 2015 (kW)

$\lambda$	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez
0	3800	3837	3837	3837	3837	<b>2731</b>	2731	3353	3506	3801	3979	3979
0,5	3800	4028	4028	4028	4028	4028	<b>2790</b>	3929	4317	4383	5182	5182
1	3800	4561	4561	<b>3950</b>	3961	4028	4028	4086	4317	4383	5182	5182

À medida que se aumenta a aversão ao risco da análise, aumenta-se o custo de demanda de potência atrelado à ela. Isso já era esperado por se tratar de uma contratação mais conservadora do ponto de vista dos piores cenários. A Tabela 7.2 apresenta os valores de  $Custo_D$  obtidos para cada uma das análises.

Tabela 7.2 –  $Custo_D$  para 2015, Xpress, (R\$)

$\lambda$	Custo anual
0	R\$ 850.873,04
0,5	R\$ 970.888,09
1	R\$ 987.747,83

Considerando os dados de medição de demanda de potência ocorridos em 2015, foi calculado o custo anual de contratação de demanda de potência para cada um dos perfis ótimos apresentados na Tabela 7.1. Isso foi feito utilizando-se as tarifas publicadas na REH ANEEL 1820/2014 [53] para o grupo Verde A4. Dado que o custo real de demanda de potência ocorrido em 2015 foi de R\$ 860.848,31 para uma contratação constante de 3800kW mensais, a utilização de qualquer um dos perfis ótimos sugeridos pelo otimizador resultaria em custo anual maior que o realizado, como pode ser observado na Tabela 7.3.

Tabela 7.3 –  $Custo_D$  para 2015, Medição e Tarifa Reais, (R\$)

$\lambda$	Custo anual
0	R\$ 881.002,47
0,5	R\$ 919.165,88
1	R\$ 961.939,43

Na Figura 7.1 estão ilustrados os perfis de contratação encontrados para o ano de 2015.

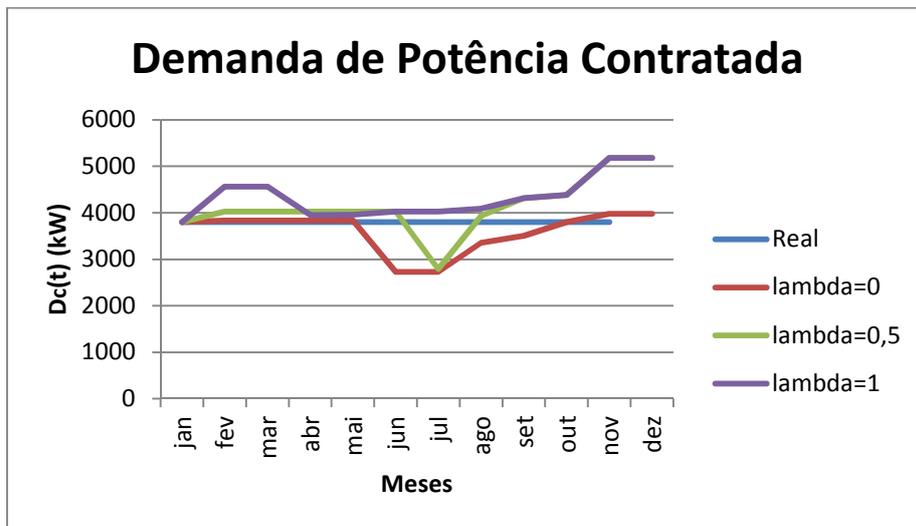


Figura 7.1 – Perfis de contratação de  $D_{MAX}$  para 2015

Na Figura 7.2 estão ilustrados os custos anuais obtidos para cada uma das análises.

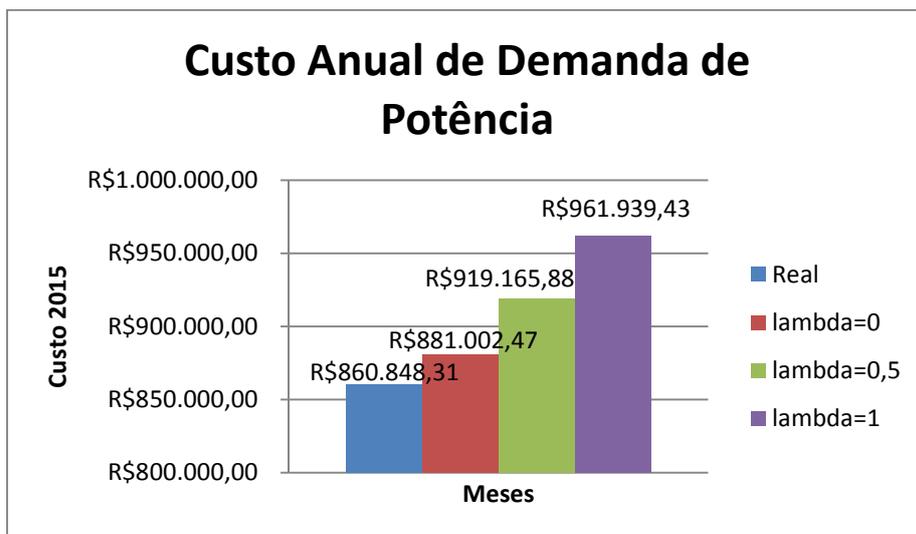


Figura 7.2 – Custos anuais de contratação de  $D_{MAX}$  para 2015

Como já mencionado anteriormente, todos os custos encontrados foram maiores que o custo real, ou seja, em um primeiro momento a otimização aplicada não foi eficiente. Apesar disso, é possível observar na Figura 7.3 que a otimização resulta num perfil ótimo de contratação que acompanha a tendência dos dados. Nela está ilustrado o comportamento da demanda de potência contratada indicada pelo otimizador para  $\lambda = 0$  (ver Tabela 7.1) contraposta aos quantis de 10%, 50%

e 90% dos cenários gerados (ver Capítulo 3) e aos limites mínimo e máximo ocorridos no histórico de medição (2008 a 2014).

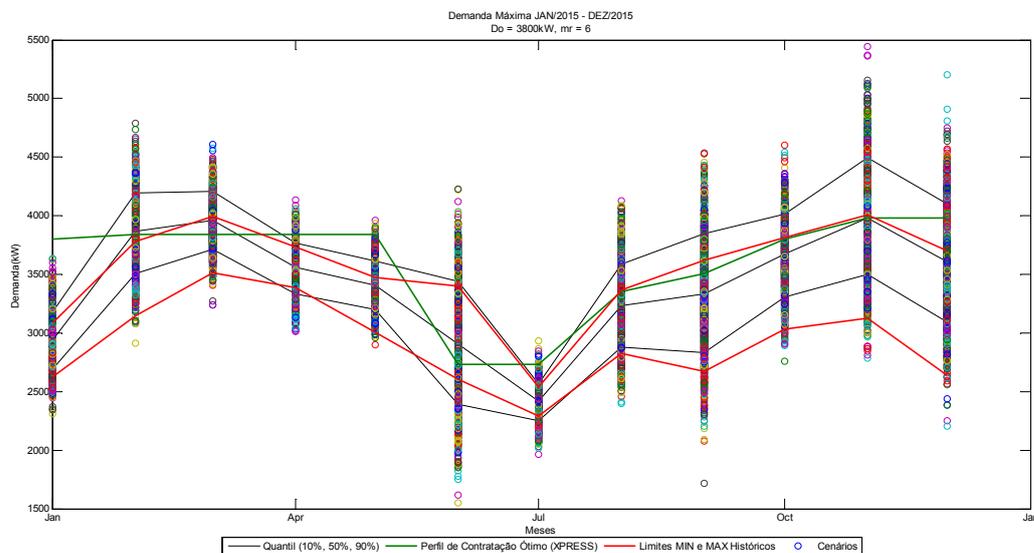


Figura 7.3 – Perfil ótimo de  $D_{MAX}$  2015, quantis dos cenários e limites históricos

Ao serem investigadas as possíveis causas do ocorrido, foi verificado que o ano de 2015 foi um ano totalmente atípico com relação ao histórico do grande consumidor, apresentando para os meses de janeiro, maio, agosto e setembro valores de demanda de potência que correspondem às leituras máximas dos respectivos meses para o período histórico de 2008 a 2014. Na Tabela 7.4 está apresentada a média histórica e os valores máximos dos meses citados.

Tabela 7.4 – Média histórica e valores máximos de demanda de potência, (kW)

Meses	Média	Máximo
Jan	2.831,74	3.131,50
Mai	3.259,47	3.595,20
Ago	3.129,76	3.642,20
Set	3.273,86	4.139,50

Na Figura 7.4 está ilustrado o histórico empilhado de demanda de potência do período.

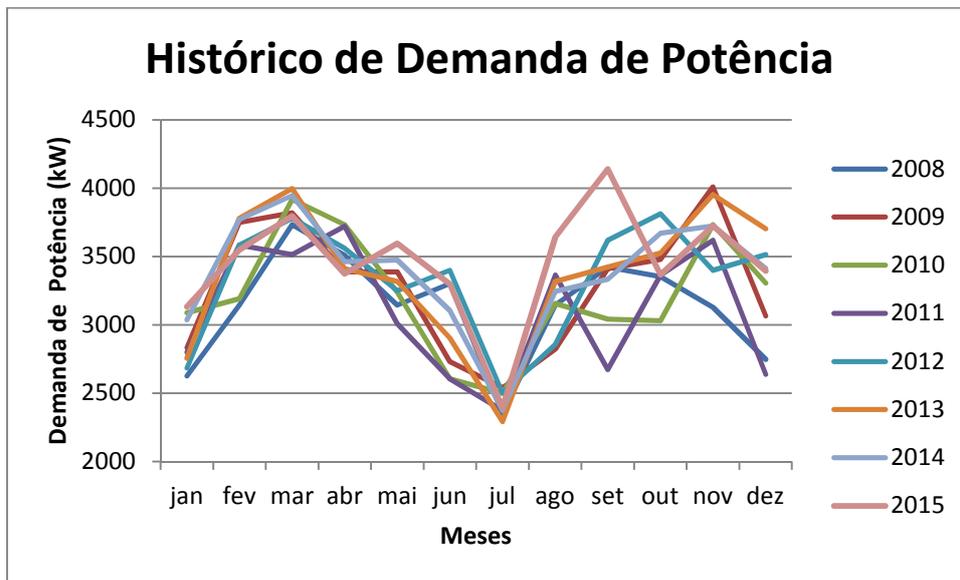


Figura 7.4 – Histórico de  $D_{MAX}$  entre 2008 e 2015

Em especial a demanda de potência de setembro de 2015 foi aquela de maior descolamento do histórico. Nesse sentido, o ganho obtido com a redução da demanda de potência (ver Tabela 7.1) foi superado pela perda ocorrida nos demais meses. A Tabela 7.5, a Tabela 7.6 e a

Tabela 7.7 apresentam a comparação mês a mês desses resultados para  $\lambda$  igual a 0, 0.5, 1, respectivamente. Nos resultados aí apresentados, foi tomado o valor do custo otimizado ( $\lambda$  igual a 0, 0.5, 1) menos o custo real ocorrido em 2015. Assim, os valores negativos de diferença representam ganho, ou seja, economia no mês.

Tabela 7.5 – Custos mensais de demanda de potência para 2015,  $\lambda = 0$ , (R\$)

Custo	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez
Real	68.841,82	68.790,15	69.774,66	70.148,48	70.169,96	70.116,28	70.116,28	70.407,13	89.113,80	69.998,47	71.766,15	71.605,13
$\lambda = 0$	68.841,82	69.457,77	70.451,84	70.829,28	70.850,97	81.864,56	50.389,56	78.191,88	99.970,31	70.023,16	75.149,97	74.981,35
Diferença	0,00	667,62	677,18	680,80	681,01	11.748,28	-19.726,72	7.784,75	10.856,51	24,69	3.383,82	3.376,22

Tabela 7.6 – Custos mensais de demanda de potência para 2015,  $\lambda = 0.5$ , (R\$)

Custo	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez
Real	68.841,82	68.790,15	69.774,66	70.148,48	70.169,96	70.116,28	70.116,28	70.407,13	89.113,80	69.998,47	71.766,15	71.605,13
$\lambda = 0,5$	68.841,82	72.920,68	73.964,30	74.360,56	74.383,33	74.326,43	51.480,29	72.793,35	79.839,59	80.734,02	97.870,55	97.650,96
Diferença	0,00	4.130,53	4.189,64	4.212,08	4.213,37	4.210,15	-18.635,99	2.386,22	-9.274,21	10.735,55	26.104,40	26.045,83

Tabela 7.7 – Custos mensais de demanda de potência para 2015,  $\lambda = 1$ , (R\$)

Custo	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez
Real	68.841,82	68.790,15	69.774,66	70.148,48	70.169,96	70.116,28	70.116,28	70.407,13	89.113,80	69.998,47	71.766,15	71.605,13
$\lambda = 1$	68.841,82	82.572,32	84.022,60	72.918,17	73.135,74	74.326,43	74.326,43	75.700,80	79.839,59	80.734,02	97.870,55	97.650,96
Diferença	0,00	13.782,17	14.247,94	2.769,69	2.965,78	4.210,15	4.210,15	5.293,67	-9.274,21	10.735,55	26.104,40	26.045,83

Como 2015 foi um ano que fugiu ao comportamento histórico dos dados do grande consumidor, tornando seu comportamento imprevisível, foi realizado um teste em que se substituiu o ano de 2014 por 2015. Esse teste foi feito com o intuito de se verificar a eficácia da aplicação do modelo de simulação e de otimização quando se inclui um ano na amostra de dados com maior diversidade, como o ano de 2015. Assim, espera-se que, ao colocar o ano de 2015 dentro da amostra, isso torne o processo de previsão mais assertivo e, por conseguinte, o processo de otimização também.

Na Tabela 7.8 estão apresentados os perfis ótimos de contratação de demanda de potência quando da aplicação desse teste.

Tabela 7.8 – Perfis ótimos de demanda de potência contratada para 2015 sendo o ano de 2014 igual ao ano de 2015 (kW)

$\lambda$	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez
0	3800	3800	3800	3800	3800	3800	<b>2478</b>	3494	3733	3733	3978	3978
0,5	3800	4075	4075	4075	4075	4096	<b>2796</b>	4063	4590	4590	5182	5182
1	3800	4486	4486	4486	4486	4486	<b>2936</b>	4080	4590	4590	5182	5182

Na Tabela 7.9 estão apresentados os valores de  $Custo_D$  obtidos para cada uma das análises acima.

Tabela 7.9 –  $Custo_D$  para 2015, Xpress, sendo o ano de 2014 igual ao ano de 2015 (R\$)

$\lambda$	Custo anual
0	R\$ 925.217,02
0,5	R\$ 1.057.487,44
1	R\$ 1.075.505,16

Considerando os dados de medição de demanda de potência ocorridos em 2015, foi calculado o custo anual de contratação de demanda de potência para cada um dos perfis ótimos apresentados na Tabela 7.8. Isso foi feito utilizando-se as tarifas publicadas na REH ANEEL 1820/2014 [53] para o grupo Verde A4. Dado que o custo real de demanda de potência ocorrido em 2015 foi de R\$

860.848,31 para uma contratação constante de 3800 kW mensais, a utilização do perfil ótimo sugerido pelo otimizador para  $\lambda = 0$  resultaria em custo anual menor que o realizado, como pode ser observado na Tabela 7.10.

Tabela 7.10 –  $Custo_D$  para 2015, Medição e Tarifa Reais, sendo o ano de 2014 igual ao ano de 2015 (R\$)

$\lambda$	Custo anual
0	R\$ 841.473,01
0,5	R\$ 935.323,48
1	R\$ 975.612,57

Na Figura 7.5 estão ilustrados os novos perfis de contratação encontrados para 2015 quando os dados do ano de 2014 são substituídos pelos dados de 2015.

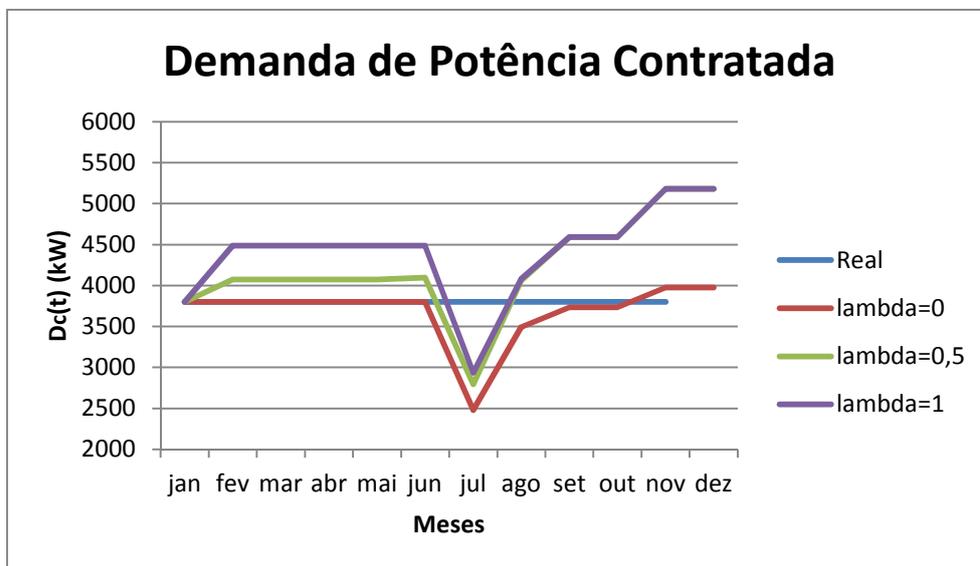


Figura 7.5 – Perfis de contratação de  $D_{MAX}$  para 2015 quando 2014=2015

A Figura 7.6 apresenta os custos anuais obtidos para cada uma das novas análises.

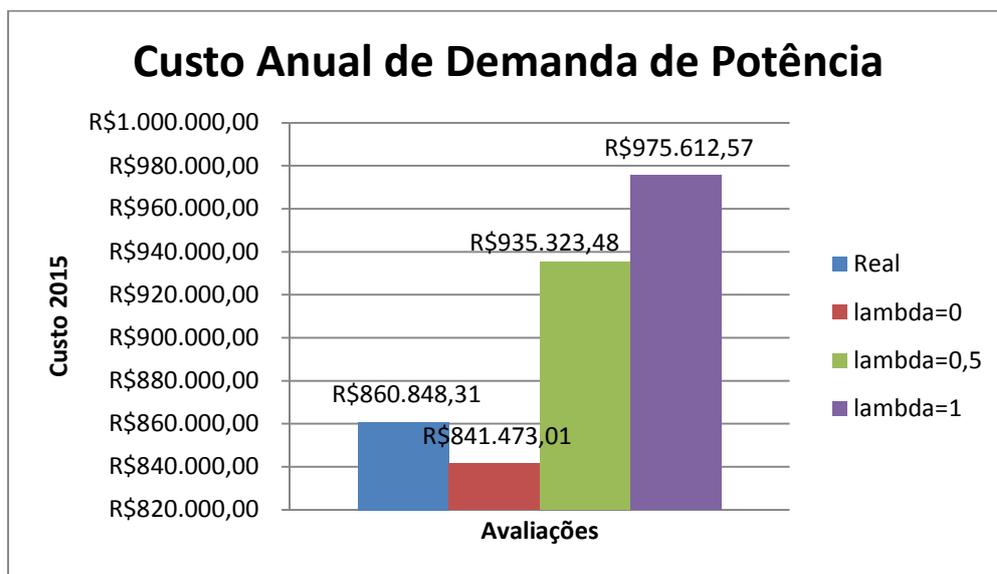


Figura 7.6 – Custos anuais de contratação de  $D_{MAX}$  para 2015 quando 2014=2015

Agora o custo comparável ao realizado em 2015 é menor. Para a otimização com dois mil cenários e  $\lambda = 0$  (ver Tabela 7.8) obteve-se uma economia no custo anual de contratação de demanda de potência de R\$ 19.375,30. Nesse sentido, a otimização aplicada mostrou-se eficiente para uma demanda de potência realizada dentro da tendência do perfil histórico do grande consumidor. Na Tabela 7.11 estão apresentados esses resultados, em que os valores negativos de diferença representam ganho, ou seja, economia no mês, conforme já mencionado anteriormente.

Tabela 7.11 – Custos mensais de demanda de potência para 2015,  $\lambda = 0$ , sendo o ano de 2014 igual ao ano de 2015 (R\$)

Custo	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez
Real	68.841,82	68.790,15	69.774,66	70.148,48	70.169,96	70.116,28	70.116,28	70.407,13	89.113,80	69.998,47	71.766,15	71.605,13
$\lambda = 0$	68.841,82	68.790,15	69.774,66	70.148,48	70.169,96	70.116,28	45.723,19	67.483,38	91.592,01	68.764,29	75.127,82	74.959,26
Diferença	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-24.393,09	-2.923,75	2.478,21	-1.234,18	3.361,67	3.354,13

Na Figura 7.7 está ilustrado o novo comportamento da demanda de potência contratada indicada pelo otimizador para  $\lambda=0$  (ver Tabela 7.8) contraposta aos quantis de 10%, 50% e 90% dos cenários gerados e aos limites mínimo e máximo ocorridos no histórico de medição (2008 a 2014, sendo 2014 = 2015).

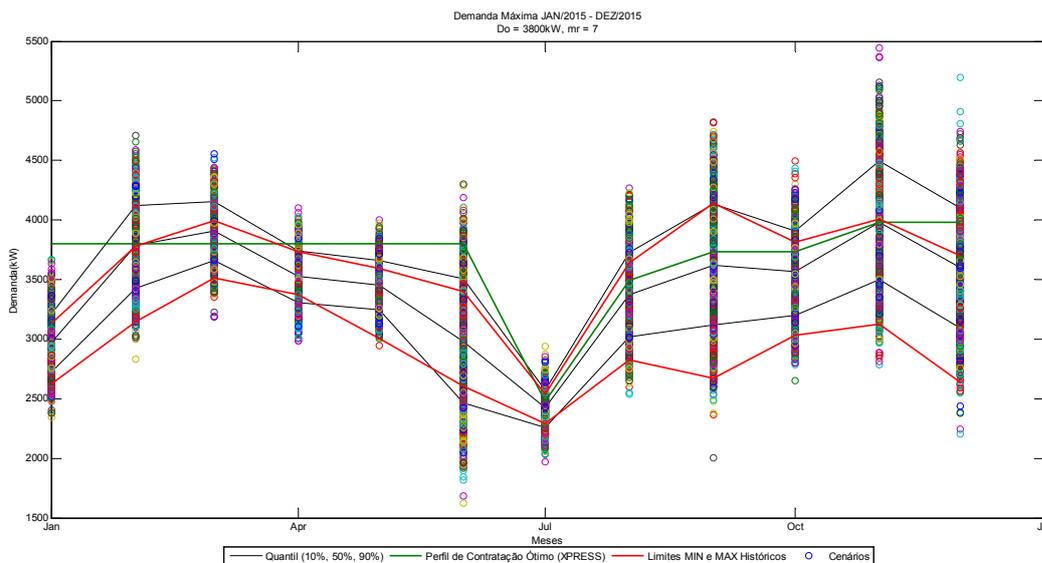


Figura 7.7 – Novo perfil ótimo de  $D_{MAX}$  2015 (2014=2015), quantis dos cenários e limites históricos

Portanto, dada a melhoria dos resultados, vale ressaltar a importância de se avaliar os resultados com uma base de dados maior para capturar as variações como as que ocorreram em 2015.

## 7.2 Resultados de Otimização da Série Energia Total Consumida para 2015

Da mesma forma como realizado para os dados de demanda máxima de potência, após terem sido realizadas a previsão e a simulação dos dados de energia total consumida para o ano de 2015 (ver Capítulo 3), procedeu-se à otimização. Para realizar a otimização dispôs-se da média histórica de cada mês dos valores de PLD médio ocorridos entre 2008 e 2014 a fim de compor o cenário futuro de preço ( $\pi_t^m$ , equação (6.19)). Na Tabela 7.12 estão apresentados esses valores.

Tabela 7.12 – Média histórica do PLD médio entre 2008 e 2014 (R\$/MWh)

	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez
$\pi_t^m$	206	201	222	194	208	135	149	178	208	229	257	197

Foram realizados testes de otimização para preços de contrato no ACL entre 100 e 500 R\$/MWh, considerando um passo de 20 R\$/MWh a cada avaliação. A seguir serão apresentados os resultados para três valores de preços.

Na Tabela 7.13 estão apresentados os valores mínimos e máximos dos cenários simulados de energia total consumida, ou seja, os limites passíveis de contratação.

Tabela 7.13 – Valores mínimos e máximos dos cenários de energia total consumida, (MWh)

$E_{s,t}^{tot}$	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez
mín	1102	1556	1490	1433	1206	1092	1028	1169	1316	1475	1680	1116
máx	1323	1867	1788	1719	1447	1310	1234	1402	1580	1770	2016	1339

Na Tabela 7.14, na Tabela 7.15 e na Tabela 7.16 estão apresentados os resultados de otimização para 2015 para  $P_e^{livre} = 160 \text{ R\$/MW}$ ,  $P_e^{livre} = 240 \text{ R\$/MW}$  e  $P_e^{livre} = 320 \text{ R\$/MW}$ , respectivamente, considerando  $\lambda$  igual a 0, 0,5, 1, que retratam: uma análise que considera apenas o VE, uma análise que pondera 50% VE e 50% CVaR e uma análise que considera apenas CVaR.

Tabela 7.14 – Perfis ótimos de energia total contratada para 2015,  $P_e^{livre} = 160 \text{ R\$/MW}$ , (MWh)

$\lambda$	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez
0	1323	1867	1788	1719	1447	1092	1028	1402	1580	1770	2016	1339
0,5	1323	1867	1788	1719	1447	1092	1028	1402	1580	1770	2016	1339
1	1323	1867	1788	1719	1447	1092	1028	1402	1580	1770	2016	1339

Tabela 7.15 – Perfis ótimos de energia total contratada para 2015,  $P_e^{livre} = 240 \text{ R\$/MW}$ , (MWh)

$\lambda$	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez
0	1102	1556	1490	1433	1206	1092	1028	1169	1316	1475	2016	1116
0,5	1102	1556	1490	1433	1206	1092	1028	1169	1316	1475	2016	1116
1	1102	1556	1490	1433	1206	1092	1028	1169	1316	1475	2016	1116

Tabela 7.16 – Perfis ótimos de energia total contratada para 2015,  $P_e^{livre} = 320 \text{ R\$/MW}$ , (MWh)

$\lambda$	jan	fev	mar	abr	mai	jun	jul	ago	set	out	nov	dez
0	1102	1556	1490	1433	1206	1092	1028	1169	1316	1475	1680	1116
0,5	1102	1556	1490	1433	1206	1092	1028	1169	1316	1475	1680	1116
1	1102	1556	1490	1433	1206	1092	1028	1169	1316	1475	1680	1116

É possível perceber que, para um determinado preço de contrato no ACL, o otimizador propõe um mesmo perfil de contratação de energia para  $\lambda$  igual a 0, 0,5, 1. Isso ocorre porque o consumidor pode sazonalizar o montante contratado como melhor lhe convier, não havendo a limitação de uma redução da contratação no ano como ocorre para o caso da demanda máxima de potência. Neste caso, é possível observar que o otimizador sugere a contratação do valor máximo de cenário de energia total consumida (ver Tabela 7.13) quando o preço de contrato no ACL é menor que o PLD médio no mês ( $P_e^{livre} < \pi_t^m$ ). Assim, o excedente de energia é vendido no mercado de curto prazo a um preço superior ao de contrato, minimizando o custo para o consumidor. Por outro lado, quando o preço de contrato no ACL é maior que o PLD médio no mês ( $P_e^{livre} > \pi_t^m$ ) o otimizador propõe contratar o menor valor possível (ver Tabela 7.13) para comprar parte da energia ao PLD.

Na Tabela 7.17 estão apresentados os custos de energia obtidos para cada uma das análises apresentadas acima.

Tabela 7.17 –  $Custo_E$  para 2015 para  $P_e^{livre} \in \{160, 240, 320\} R\$/MW$ , Xpress, (R\$)

$\lambda$	Custo anual $P_e^{livre} = 160 R\$/MW$	Custo anual $P_e^{livre} = 240 R\$/MW$	Custo anual $P_e^{livre} = 320 R\$/MW$
0	R\$ 5.052.879,35	R\$ 6.873.674,84	R\$ 8.686.033,36
0,5	R\$ 5.609.354,29	R\$ 7.430.149,79	R\$ 9.242.508,31
1	R\$ 6.150.185,47	R\$ 7.970.980,96	R\$ 9.783.339,48

Como esperado, à medida que se aumenta a aversão ao risco da análise, aumenta-se o custo de energia atrelado à ela.

Considerando os dados de medição de energia total consumida ocorridos em 2015, foi calculado o custo anual de contratação de energia para cada um dos perfis ótimos apresentados na Tabela 7.14, na Tabela 7.15 e na Tabela 7.16. Isso foi feito utilizando-se as tarifas publicadas na REH ANEEL 1820/2014 [53] para o grupo Verde A4 e os valores de PLD médio apresentados na Tabela 7.12. Dado que o custo real de energia ocorrido em 2015 foi de R\$ 7.340.972,21 no ACR, a utilização dos perfis ótimos sugeridos pelo otimizador para  $P_e^{livre} = 160 R\$/MW$  e para  $P_e^{livre} = 240 R\$/MW$  resultaria em um custo anual menor que o realizado, levando a uma economia de R\$ 1.975.774,21 e de R\$185.780,72,

respectivamente. Na Tabela 7.18 estão apresentados os custos para cada uma das análises.

Tabela 7.18 –  $Custo_E$  para 2015 para  $P_e^{livre} \in \{160, 240, 320\} R\$/MW$  , Medição e Tarifas Reais, (R\$)

$\lambda$	Custo anual $P_e^{livre} = 160 R\$/MW$	Custo anual $P_e^{livre} = 240 R\$/MW$	Custo anual $P_e^{livre} = 320 R\$/MW$
0	R\$ 5.365.198,00	R\$ 7.155.191,49	R\$ 8.937.106,39
0,5	R\$ 5.365.198,00	R\$ 7.155.191,49	R\$ 8.937.106,39
1	R\$ 5.365.198,00	R\$ 7.155.191,49	R\$ 8.937.106,39

Os resultados apresentados na Tabela 7.18 indicam que o custo no ACL depende do preço de contrato, podendo haver situações em que o ACL seja mais vantajoso que o ACR e vice-versa. Nesse sentido, existe um preço de indiferença entre os dois ambientes de contratação, isto é, existe um preço de contrato a partir do qual o ACR se torna mais atrativo ao grande consumidor.

Na Figura 7.8 estão ilustrados os resultados de custos associados às duas modalidades de contratação para diferentes preços de contratos de energia no ACL.

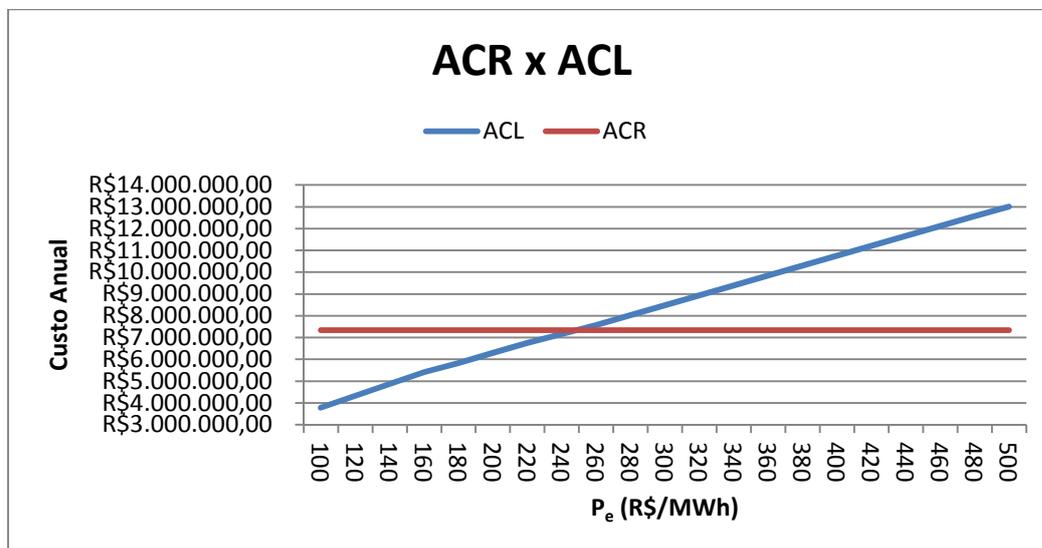


Figura 7.8 – Comparação entre ACR e ACL para diferentes preços de contrato

Observa-se que o preço de indiferença entre ACR e ACL gira em torno de  $P_e^{livre} = 250 R\$/MW$  e, como esperado, a contratação de energia no ACR não se altera em função do preço de contrato do ACL. Além disso, para preços de contrato abaixo do preço de indiferença, a otimização aplicada indica que o ACL

teria sido mais vantajoso para este consumidor, permitindo uma economia no custo anual de contratação de energia.

A contratação para o ano de 2015 para o grande consumidor analisado foi realizada no ACR, ou seja, não há um perfil de contratação de energia para este ano. Nesse sentido, na Figura 7.9, na Figura 7.10 e na Figura 7.11 estão ilustrados a medição de energia para 2015 (Real) e os perfis de contratação de energia encontrados para o ACL para 2015 para  $P_e^{livre} \in \{160, 240, 320\} R\$/MW$ .

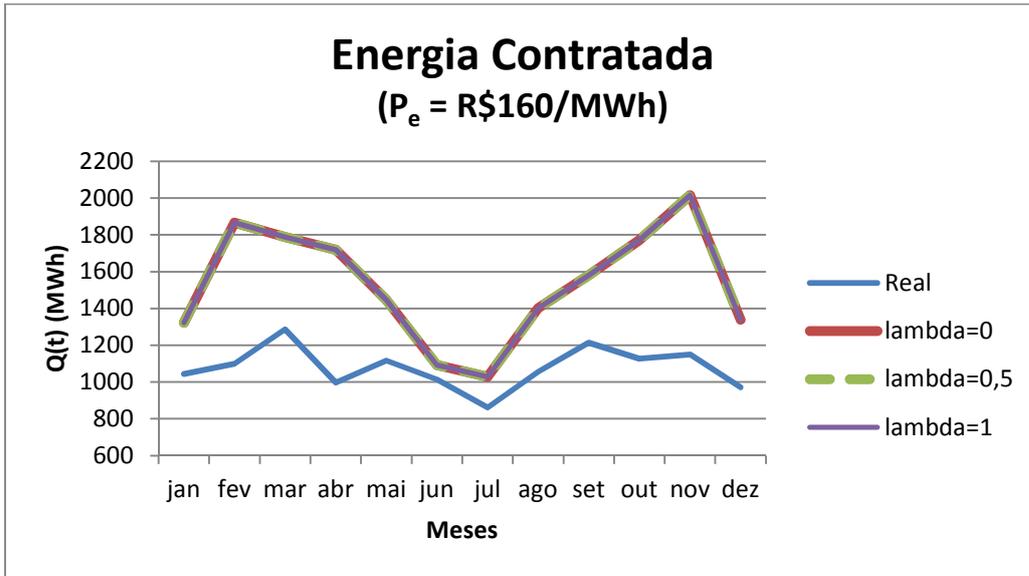


Figura 7.9 – Medição e perfis de contratação de  $Q_T$  para 2015,  $P_e^{livre} = 160 R\$/MW$

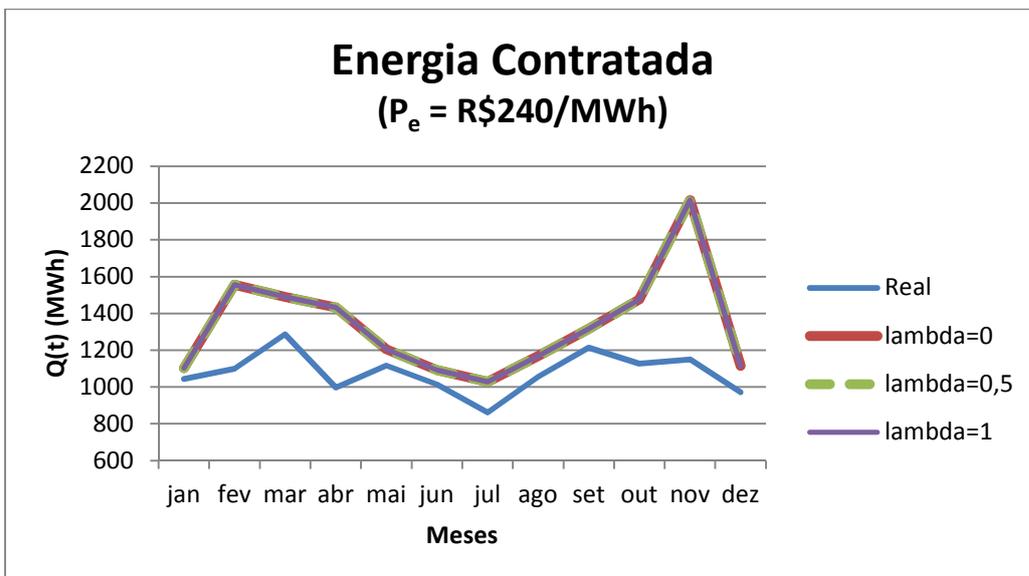


Figura 7.10 – Medição e perfis de contratação de  $Q_T$  para 2015,  $P_e^{livre} = 240 R\$/MW$

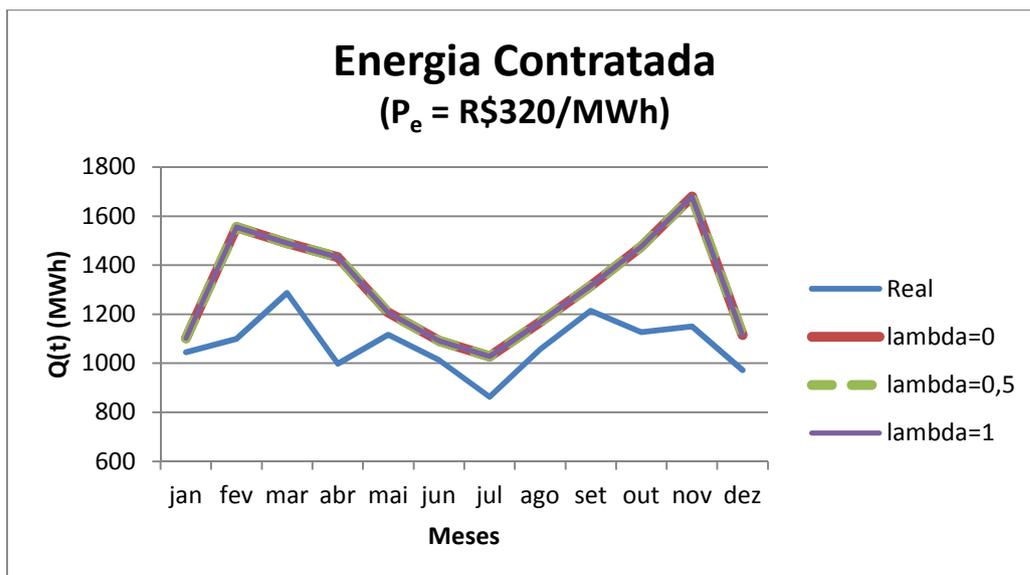


Figura 7.11 – Medição e perfis de contratação de  $Q_T$  para 2015,  $P_e^{livre} = 320 R\$/MW$

Na Figura 7.12, na Figura 7.13 e na Figura 7.14 estão ilustrados os custos anuais obtidos para cada uma das análises acima.

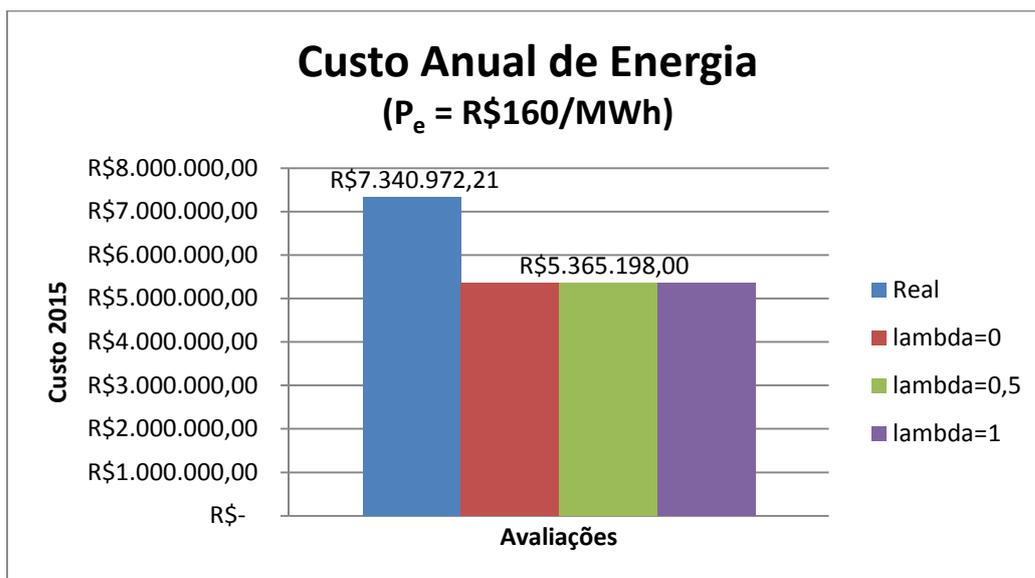


Figura 7.12 – Custos anuais de contratação de  $Q_T$  para 2015,  $P_e^{livre} = 160 R\$/MW$

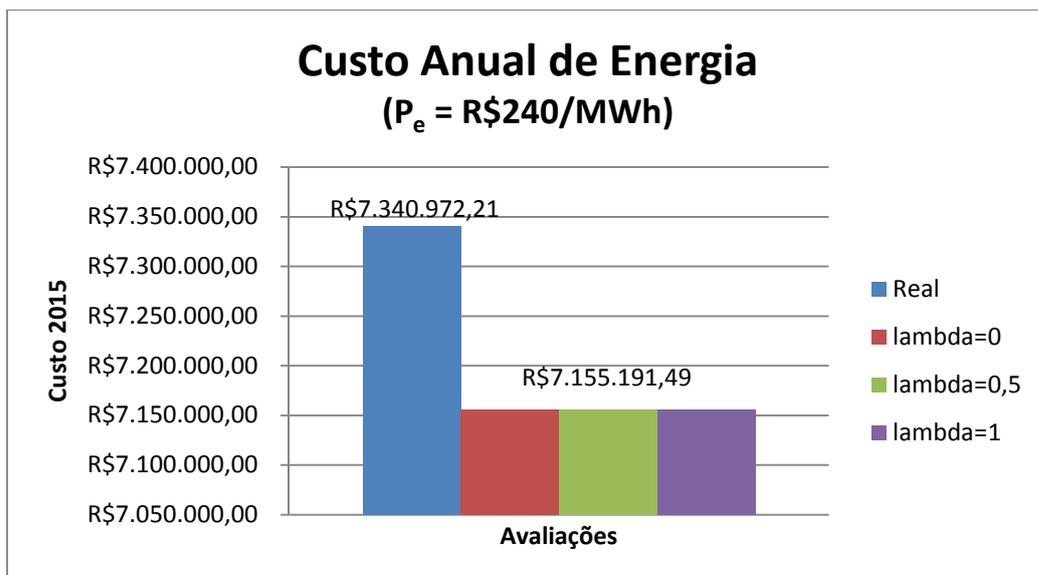


Figura 7.13 – Custos anuais de contratação de  $Q_T$  para 2015,  $P_e^{livre} = 240 R\$/MW$

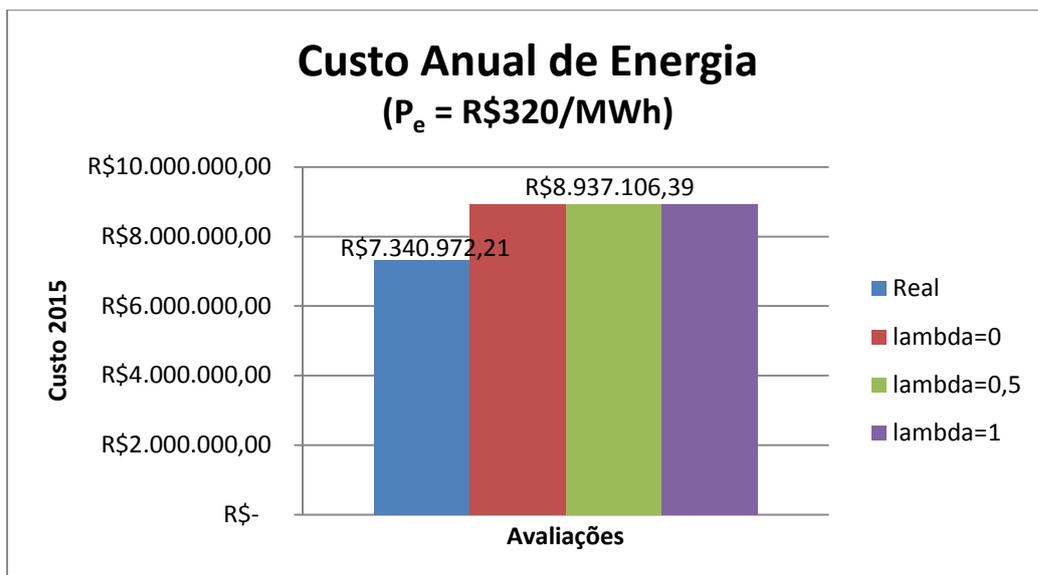


Figura 7.14 – Custos anuais de contratação de  $Q_T$  para 2015,  $P_e^{livre} = 320 R\$/MW$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 1412771/CA

Na Figura 7.15, na Figura 7.16 e na Figura 7.17 estão ilustrados o comportamento da energia contratada indicada pelo otimizador para  $\lambda = 0$  e  $P_e^{livre} \in \{160, 240, 320\} R\$/MW$  (ver Tabela 7.14, Tabela 7.15 e Tabela 7.16, respectivamente), os quantis de 10%, 50% e 90% dos cenários gerados (ver Capítulo 3) e os limites mínimo e máximo ocorridos no histórico de medição (2008 a 2014).

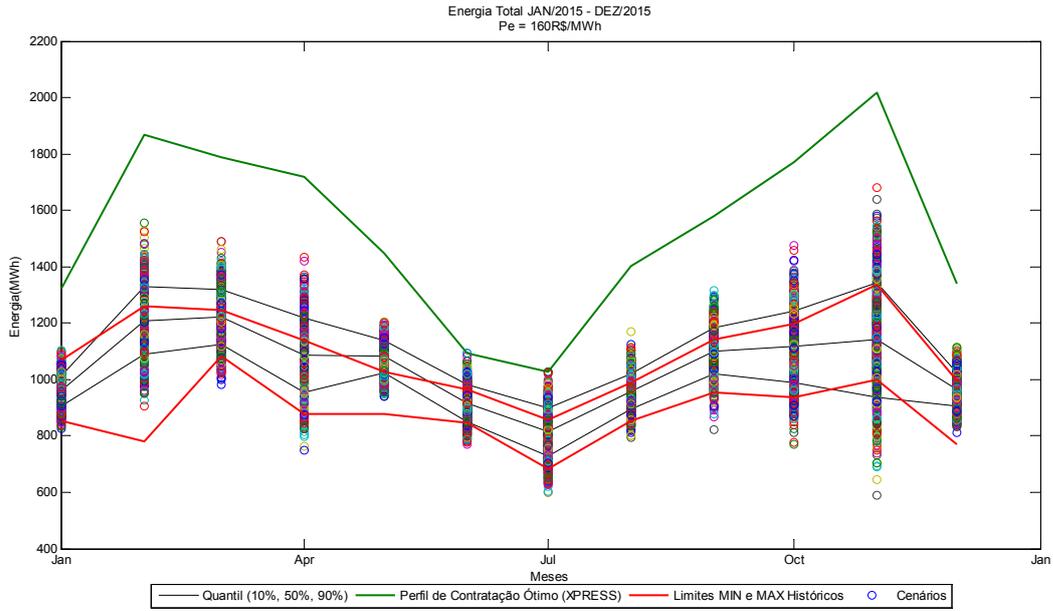


Figura 7.15 – Perfil ótimo de  $Q_T$  2015, quantis dos cenários e limites históricos,  $P_e^{livre} = 160 \text{ R\$/MW}$

PUC-Rio - Certificação Digital N° 1412771/CA

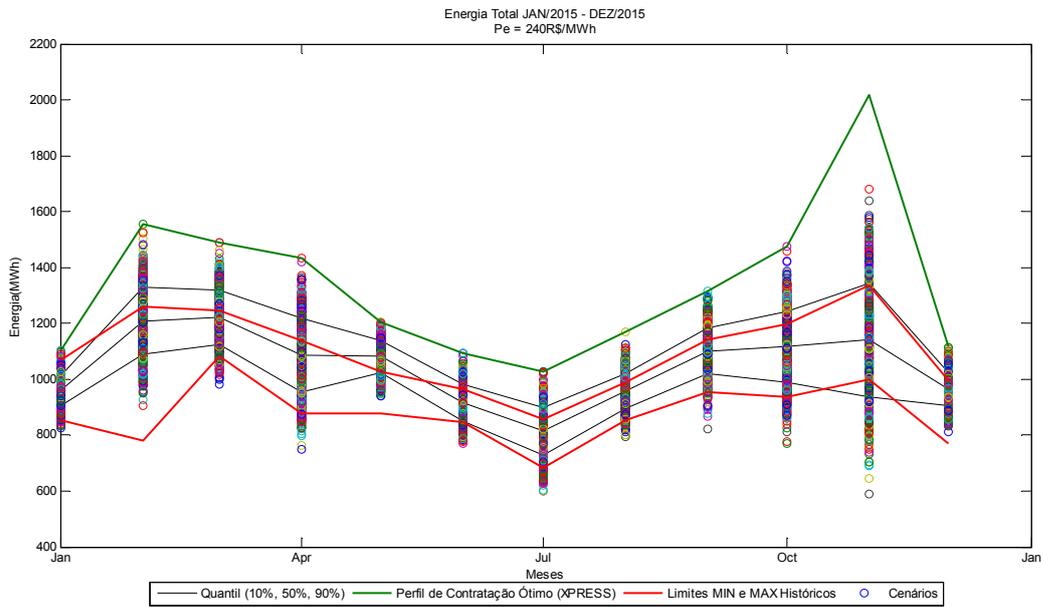


Figura 7.16 – Perfil ótimo de  $Q_T$  2015, quantis dos cenários e limites históricos,  $P_e^{livre} = 240 \text{ R\$/MW}$

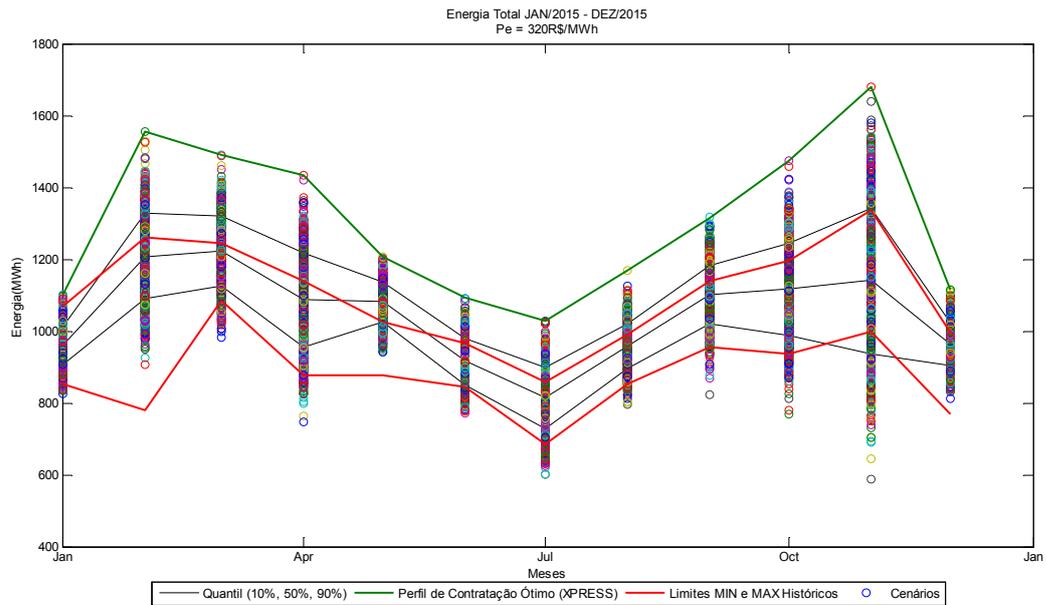


Figura 7.17 – Perfil ótimo de  $Q_T$  2015, quantis dos cenários e limites históricos,  $P_e^{livre} = 320 R\$/MW$

Observa-se que o perfil ótimo de contratação segue a tendência dos dados. Porém, em alguns pontos, tem valores acima dos já realizados e dos simulados. Isso decorre da liberdade arbitrária escolhida de se contratar valores até 120% dos valores simulados. Esta contratação máxima se verifica nos casos em que o preço de contrato no ACL é menor que o PLD médio mensal, como já dito antes.

## 8 Conclusão e Perspectivas

Esta dissertação apresentou um estudo de contratação eficiente de demanda de potência e energia. A proposta do trabalho consiste numa metodologia de apoio à decisão na contratação de demanda de potência e de energia para grandes consumidores.

Assim, através da metodologia proposta, busca-se obter contratos com menor custo para grandes consumidores, tendo em conta aversão a risco.

Foi construído um modelo de otimização com o emprego de programação inteira mista para atingir os objetivos traçados. Dessa forma, a otimização realizada mostrou-se capaz de fornecer uma solução ótima e robusta para os custos com demanda de potência e energia do grande consumidor.

Em relação à contratação de demanda de potência, foi visto que valer-se do direito de redução contratual previsto nas regras vigentes é vital para adequar a contratação do grande consumidor ao seu perfil de consumo e reduzir o custo de contratação.

A metodologia proposta foi testada para os dados faturados em 2015 e, num primeiro momento, não apresentou redução de custo do grande consumidor quando comparados aos valores realizados para o referido ano. Verificou-se que 2015 foi um ano atípico frente ao histórico de 2008 a 2014. Nesse sentido, foi realizado um novo teste incluindo no histórico de demanda de potência os dados de 2015 em lugar dos dados de 2014. Esse novo teste, então, apresentou resultados satisfatórios, com redução no custo de demanda de potência. Logo, um histórico grande o suficiente para capturar a diversidade é fundamental na análise proposta.

Em relação à contratação de energia, foi visto que, para preços abaixo do de indiferença, o ACL apresenta-se como um ambiente vantajoso de contratação.

Com base nesses resultados, pode-se dizer que a metodologia proposta neste trabalho é eficiente na resolução do problema proposto desde que se disponha de uma base de dados maior para capturar variações como as ocorridas em 2015.

Em estudos futuros pretende-se criar um modelo que inclua a análise da modalidade tarifária horária azul, além de incorporar o efeito das bandeiras tarifárias.

## 9

### Referências bibliográficas

- 1 BRASIL. Lei nº 9.427, de 26 de dezembro de 1996. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 27 dez. 1996. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/l9427cons.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9427cons.htm)>. Acesso em: 24 fev. 2015.
- 2 CÂMARA DE COMERCIALIZAÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA. Disponível em: <<http://www.ccee.org.br>>. Acesso em: 24 fev. 2015.
- 3 PORTAL BRASIL. Disponível em: <<http://www.brasil.gov.br/infraestrutura/2011/12/contratacao-de-energia>>. Acesso em: 24 fev. 2015.
- 4 BRASIL. Lei nº 10.848, de 15 de março de 2004. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 16 mar. 2004. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2004-2006/2004/lei/l10.848.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/lei/l10.848.htm)>. Acesso em: 24 fev. 2015.
- 5 BRASIL. Decreto nº 5.163, de 30 de julho de 2004. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 30 jul. 2004. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2004-2006/2004/decreto/d5163.HTM](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/decreto/d5163.HTM)>. Acesso em: 24 fev. 2015.
- 6 MERCADO LIVRE DE ENERGIA ELÉTRICA. Disponível em: <<http://www.mercadolivredeenergia.com.br>>. Acesso em: 25 fev. 2015.
- 7 BRASIL. Agência Nacional de Energia Elétrica. Resolução Normativa nº 77, de 18 de agosto de 2004. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 19 ago. 2004. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/cedoc/bren2004077.pdf>>. Acesso em: 20 jan. 2015.
- 8 BRASIL. Agência Nacional de Energia Elétrica. Procedimentos de Regulação Tarifária: Submódulo 7.1, de 24 de março de 2014.

- Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 24 mar. 2014. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/area.cfm?idArea=702>>. Acesso em: 13 jan. 2015.
- 9 BRASIL. Lei nº 9.074, de 07 de julho de 1995. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 08 jul. 1995. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/leis/l9074cons.htm](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/l9074cons.htm)>. Acesso em: 13 fev. 2015.
- 10 BRASIL. Agência Nacional de Energia Elétrica. Resolução Normativa nº 414, de 09 de setembro de 2010. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 15 set. 2010. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/cedoc/ren2010414comp.pdf>>. Acesso em: 13 jan. 2015.
- 11 BOTH, R. A.; BREIER, G. P. Uma proposta de modelo matemático para otimização da demanda contratada de energia elétrica. **XXXI Encontro Nacional de Engenharia de Produção**, Belo Horizonte-MG, Brasil, 04 a 07 out. 2011.
- 12 CARLOS, E. T.; LIMA, D. A.; OCHOA, L. F. Energy contracting for large consumers in Brazil: a real case study. **22nd International Conference on Electricity Distribution**, Stockholm, 10 to 13 jun. 2013.
- 13 CARRIÓN, M. et al. A stochastic programming approach to electric energy procurement for large consumers. **IEEE Transactions on power systems**, v. 22, n. 2, p. 744-754, Mai. 2007.
- 14 LIMA, D. et al. Contratação de energia elétrica de grandes consumidores: uma abordagem estatística e de otimização para definição da melhor estratégia de contratação. **XXII Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica**, Foz do Iguaçu-PR, Brasil, 18 a 21 out. 2015.
- 15 STREET, A. et al. **Estratégias de formação de um pool misto de energia renovável e convencional no ACL**: Criação de novos modelos de negócios – Relatório Fase 3. Documentação do projeto P&D PUC-Rio & ENEVA, Nov. 2014.
- 16 PERONDI, G. **Metodologia de contratação de energia elétrica por agentes de distribuição no longo e curto prazos**. 2012. 153 f.

- Dissertação (mestrado) Setor de Tecnologia, Universidade Federal de Paraná, Curitiba, 2012.
- 17 LAZO, J. G. L.; LIMA, D. A.; FIGUEIREDO, K. **Análise de um modelo inteligente de contratação de energia elétrica no curto prazo para distribuidoras**. Revista Controle & Automação, v. 23, n. 6, p. 711-725, Nov. e Dez. 2012.
  - 18 SILVA, L. B. **Metodologia para otimização da contratação de uma distribuidora através de leilões de energia**. 2008. 167 f. Dissertação (mestrado) Centro Técnico Científico, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.
  - 19 MUNHOZ, F. C. **Modelo de suporte à decisão para contratação eficiente de energia elétrica**. 2008. 171 f. Tese (doutorado) Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2008.
  - 20 FERNANDEZ, M. R. **Contratação ótima para comercialização de energia elétrica**. 2010. 113 f. Dissertação (mestrado) Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.
  - 21 FANZERES, B.; STREET, A.; BARROSO, L. A. Contracting strategies for renewable generators: a hybrid stochastic and robust optimization approach. **IEEE Transactions on power systems**, v. 30, n. 4, p. 1825-1837, Jul. 2015.
  - 22 Câmara de Comercialização de Energia Elétrica, InfoMercado Mensal de Nov. 2015, n. 101, Fev. 2016.
  - 23 MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. C. **Análise de séries temporais**, 2. ed. São Paulo: Blucher, 2006.
  - 24 SOUZA, R. C.; CAMARGO, M. E. **Análise e previsão de séries temporais: os modelos ARIMA**, 2. ed. Rio de Janeiro: Regional, 2004.
  - 25 SOUZA, R. C.; OLIVEIRA, F. L. C. **Análise de séries temporais: os modelos de amortecimento exponencial**. Rio de Janeiro, RJ [s.n.], 2015.
  - 26 CHATFIELD, C. **The analysis of time series: an introduction**. Chapman & Hall. London, 1966.

- 27 JENKINS, G. M.; WATTS, D. G. **Spectral analysis and its applications**. Holden-Day, Inc. San Francisco, 1968.
- 28 PRISTLEY, M. B. **Spectral analysis of time series**. Academic Press. London, 1981.
- 29 BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. **Time Series Analysis: Forecasting and Control**. California: Holden Day, 1976.
- 30 BARROS, M. **Processos estocásticos**. Rio de Janeiro: Papel Virtual, 2004.
- 31 MEDEIROS, M. C. **Técnicas de pesquisa em economia**. Notas de Aula, 2005.
- 32 SOUZA, R. C. **Modelos estruturais para previsão de séries temporais: abordagens clássica e bayesiana**, 17º Colóquio Brasileiro de Matemática, IMPA, 1989.
- 33 HYNDMAN, R. J. et al. **Forecasting with exponential smoothing: the state space approach**. Heidelberg: Springer, 2008.
- 34 HAYKIN, S. **Neural networks: a comprehensive foundation**, 2. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1999.
- 35 MONTGOMERY, D. C.; JOHNSON, L. A. **Forecasting and time series analysis**, 2. ed. New York: McGraw-Hill Book Co., 1990.
- 36 SOUZA, R. C. **Métodos automáticos de amortecimento exponencial para previsão de séries temporais**. Relatório técnico GSM-10/83, Departamento de engenharia elétrica, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Mai. 1983.
- 37 ESTEVES, G. R. T. **Modelos de previsão de carga de curto prazo**. 2003. 96 f. Dissertação (mestrado) Centro Técnico Científico, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2003.
- 38 MIRANDA, C. V. C. **Previsão de dados de alta frequência para carga elétrica usando Holt-Winters com dois ciclos**. 2007. 114 f. Dissertação (mestrado) Centro Técnico Científico, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.
- 39 FERREIRA, P. G. C.; SOUZA, R. C.; MATTOS, D. M. **Box & Jenkins com função de transferência usando o R: um estudo para a série de ENA do subsistema sul**. Rio de Janeiro, 2015.

- 40 CASTRO, R. S. **Modelo de Função de Transferência de Box & Jenkins**. Notas de aula. Rio de Janeiro, 2016.
- 41 HAMILTON, J. D. **Time series analysis**. Princeton University Press, 1994.
- 42 PHILLIPS, P. C.; PERRON, P. **Testing for a unit root in time series regression**. Biometrika, 1988.
- 43 AKAIKE, H. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. **2<sup>nd</sup> International Symposium on Information Theory**, 1973.
- 44 SCHWARZ, G. Estimating the dimension of a model. **Annals of Statistics**, v. 6, 1978.
- 45 KRITHARAS, P. **Developing a SARIMAX model for monthly wind speed forecasting in the UK**. 2013. 96 f. Tese (doutorado) Loughborough University, Inglaterra, 2013.
- 46 HANSSENS, D. M. **Bivariate time-series analysis of the relationship between advertising and sales**. Applied Economics, v. 12, 1980.
- 47 NOGALES, F. J.; CONEJO, A. J. Electricity price forecasting through transfer function models. **Journal of the Operational Research Society**, v. 57, 2006.
- 48 BERCU, S.; PROÏA, F. A **SARIMAX coupled modelling applied to individual load curves intraday forecasting**. Université Bordeaux, 2012.
- 49 MATLAB (Matrix Laboratory), versão 8.1.0.604. Mathworks.
- 50 STEMAC GRUPOS GERADORES. Disponível em: <<http://www.stemac.com.br>>. Acesso em: 27 jan. 2016.
- 51 SILVA, P. A. V. **Construção de um Mecanismo de Realocação de Energia para Renováveis com repartição de suas cotas baseada no Método do Benefício Marginal Considerando a Volatilidade da Produção de seus Participantes**. 2014. 124 f. Dissertação (mestrado) Centro Técnico Científico, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2014.
- 52 STREET, A. **Equivalente Certo e Medidas de Risco em Decisões de Comercialização de Energia Elétrica**. 2008. 174 f. Tese

(doutorado) Centro Técnico Científico, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

- 53 XPRESS, versão 7.5. FICO™ Xpress Optimization Suite.
- 54 BRASIL. Agência Nacional de Energia Elétrica. Resolução Homologatória nº 1.820, de 04 de novembro de 2014. **Diário Oficial da União**, Brasília, DF, 07 nov. 2014. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/cedoc/reh20141820.pdf>>. Acesso em: 27 mar. 2015.